物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

基于参数切换算法的混沌系统吸引子近似及其电路设计

罗少轩　何博侠　乔爱民　王艳春

Approximations of chaotic attractors and its circuit design based on the parameter switching algorithm

Luo Shao-Xuan　He Bo-Xia　Qiao Ai-Min　Wang Yan-Chun

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 200508 (2015)　DOI: 10.7498/aps.64.200508
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.200508
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I20

基于参数切换算法的混沌系统吸引子近似及其电路设计*

罗少轩[1)†] 何博侠[2)] 乔爱民[1)] 王艳春[1)]

1) (蚌埠学院机械与电子工程系, 蚌埠 233030)

2) (南京理工大学, 南京 210094)

(2015 年 3 月 23 日收到; 2015 年 6 月 8 日收到修改稿)

基于参数切换算法和离散混沌系统, 设计一种新的混沌系统参数切换算法, 给出了两算法的原理. 采用混沌吸引子相图观测法, 研究了不同算法下统一混沌系统和 Rössler 混沌系统参数切换结果, 最后引入方波发生器, 设计了 Rössler 混沌系统参数切换电路. 结果表明, 采用参数切换算法可以近似出指定参数下的系统, 其吸引子与该参数下吸引子一致; 基于离散系统的参数切换结果更为复杂, 当离散序列分布均匀时, 只可近似得到指定参数下的系统; 相比传统切换混沌电路, 参数切换电路不用修改原有系统电路结构, 设计更为简单, 输出结果受方波频率影响, 通过加入合适频率的方波发生器, 数值仿真与电路仿真结果一致.

关键词: 参数切换算法, 统一混沌系统, Rössler 混沌系统, 切换电路

PACS: 05.45.Tp, 05.45.Gg **DOI:** 10.7498/aps.64.200508

1 引 言

近年来, 混沌系统的动力学特性 [1] 及其在保密通信 [2]、图像加密 [3]、数字水印 [4] 中的应用研究引起了学者们的广泛关注. 其中切换混沌系统由于具有比单一混沌、超混沌系统更复杂的动力学特性和更好的伪随机性, 且能有效增强混沌同步保密通信的安全性能, 已成为当前混沌研究领域的热点之一 [5−13]. 切换混沌系统是指在不同系统或同一个系统中的不同参数中, 按照一定的切换算法 (或切换函数) 得到的新的混沌系统. 目前, 这类切换算法报道比较多. 文献 [5] 实现了多混沌系统的时分同步, 即信道中传输的信号为多个系统依次采样结果, 加密信号可以隐藏在某些系统中, 隐密性更好, 具有更强的保密效果; 文献 [6] 对多混沌系统同步进行改进, 进一步表明切换混沌同步的应用价值; 文献 [7] 采用非线性函数, 在两个不同二维线性系统之间进行切换, 并成功产生了混沌; 文献 [8,9] 构建了一类可切换的自治混沌系统, 通过系统选择器实现这类系统间的切换, 结果表明, 设计的切换系统切换方便, 变化多样, 具有重要的实用价值; 文献 [10] 基于现场可编程门阵列电路设计了基于切换混沌系统的混沌伪随机序列发生器; 文献 [11] 采用周期切换率切换在自治和非自治系统子系统, 并给出切换混沌系统的电路设计.

与上述在不同系统之间进行切换得到混沌不同, 文献 [12, 13] 研究了在同一个混沌系统内部切换参数, 并称之为参数切换算法 (parameter switching algorithm), 其中文献 [12] 首次提出该算法, 文献 [13] 详细阐述了该算法, 并对该算法的收敛性进行了证明. 文献 [14] 表明该参数切换技术能控制系统切换到任意指定的状态. 文献 [15] 给出了连续混沌系统参数切换的理论依据, 表明参数切换算法得到的吸引子为一种全局吸引子 [16]. 参数切换算法

* 国家自然科学基金 (批准号: 51175276)、安徽省高等学校省级自然科学重点研究项目 (批准号: KJ2013Z193) 和安徽省高等学校优秀青年人才基金 (批准号: 2012SQRL212) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: Lsx_main@163.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

可以得到混沌系统不同参数之间对应的状态关系，但是这种参数切换技术采用的是固定的切换方式，随机性并不是很好. 另外基于离散混沌映射的参数切换算法并没有相关报道. 所以，本文在参数切换算法的基础上，结合离散混沌序列的复杂性，对切换算法进行改进，使系统在求解时随机切换到一定的参数. 同时，由于参数切换混沌目前并无相关电路实现报道，本文设计了参数切换混沌电路，为参数切换混沌的加密应用奠定电路实验基础.

本文的安排如下：第2部分给出参数切换算法，并基于该算法提出基于离散混沌映射的参数切换算法；第3部分采用参数切换算法和本文设计的基于离散混沌映射的参数切换算法对统一混沌系统和Rössler混沌系统进行切换控制；第4部分设计基于Rössler混沌系统参数切换混沌电路；最后总结全文.

2 混沌系统参数切换算法

一般地，典型连续混沌系统可以表示为[13]

$$\dot{\boldsymbol{x}} = p\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + f(\boldsymbol{x}), \tag{1}$$

其中p为矩阵中的一个可控制的变换参数，常规混沌系统中p为确定的值，$\boldsymbol{A}$为与p相关的线性部分矩阵，$f(\boldsymbol{x})$为系统方程剩余部分，包括非线性项、分线性项以及常数项. 实际整数阶混沌系统一般都可以表示为上述形式.

2.1 参数切换算法

设参数p的取值空间为$P = \{p_1, p_2, \cdots, p_m\}$，$m \geqslant 2$，对于每一个取值$p_i (i = 1, 2, \cdots, m)$，其对应的权重为$W = \{w_1, w_2, \cdots, w_m\}$，$w_i \in \mathbb{N}$，在系统求解时，$p$取$p_1$值时，迭代$w_1$次，接下来$p$取$p_2$值时，迭代$w_2$次，依次类推，直到$p$取$p_m$值，并迭代$w_m$次，之后又进行新一轮上述迭代，即整个迭代过程可以描述为$[w_1p_1, w_2p_2, \cdots, w_mp_m]$，其流程如图1所示(以$m = 3$为例进行说明). 由文献[13—15]可知，切换得到系统将会与参数$\tilde{p}$对应的系统近似，$\tilde{p}$的计算公式如下：

$$\tilde{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_i w_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i}, \tag{2}$$

显然$\tilde{p}$为加权平均值. 有关算法的收敛性证明可参见文献[13].

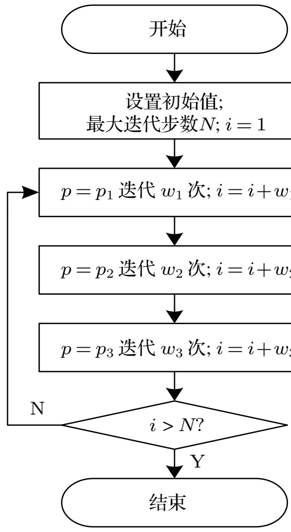


图1 $m = 3$时参数切换算法流程图

Fig. 1. Flow diagram of parameter switching algorithm for $m = 3$.

2.2 基于离散混沌系统的参数切换算法

基于上述切换算法求解时，采用固定的切换率使系统取不同参数值进行求解，本文提出一种基于离散混沌系统的参数切换算法. 其流程如图2所示，具体过程如下.

步骤1 确定参数p的取值空间为$P = \{p_1, p_2, \cdots, p_m\}$，$m \geqslant 2$，对于每一个取值$p_i (i = 1, 2, \cdots, m)$，其对应的权重为$W = \{w_1, w_2, \cdots, w_m\}$，$w_i \in \mathbb{N}$. 总权值$w = \sum_{i=1}^{m} w_i$.

步骤2 选取离散混沌系统，并选取合适的参数和初值. 设混沌映射方程为$\mu(n+1) = \Psi(\xi, \mu(n))$，$\mu(0) = \mu_0$，$n = 1$，映射的最大值为$\mu_{\max}$，最小值为$\mu_{\min}$，并将区间$[\mu_{\min}\ \mu_{\max}]$分为$w$份，根据权重值，将区间分为$m$份，其对应的边界值分别为$\kappa_0(\mu_{\min})$, κ_1, $\kappa_2, \cdots, \kappa_m$ $(\mu_{\max})$，其中κ_{i-1}与κ_i之间占w_i份，$i = 1, 2, \cdots, m$. 并设定总的计算步骤为N.

步骤3 离散混沌系统迭代一次，如果$\mu(n)$值处于κ_{i-1}和κ_i之间，则该次连续系统求解时p的取值为p_i，然后$n = n + 1$，如果$n > N$，则转到步骤4，如果$n \leqslant N$，则继续进行步骤3.

步骤4 完成系统求解过程，并输出序列.

本文中离散系统采用Logistic映射，其方程为

$$\mu(n+1) = 4\mu(n)(1 - \mu(n)). \tag{3}$$

需要说明的是, 如果要切换得到(2)式中的$\tilde{p}$值对应的系统, 需要假定混沌映射的值均匀随机分布在$\mu_{\min}$和$\mu_{\max}$之间. 为了方便描述, 本文接下来将基于切换序列的参数切换算法称为算法1, 将基于离散混沌系统的参数切换算法称为算法2. 同一个混沌系统下, 参数切换混沌揭示不同参数下各种状态之间的联系. 另一方面, 算法2将离散混沌系统和连续混沌系统结合起来, 且得到的吸引子还是连续混沌吸引子, 同时其密钥空间会更大, 即在原有系统的基础上, 增加了离散系统参数和初值, 另外参数的取值空间P和权重值W也可以作为密钥.

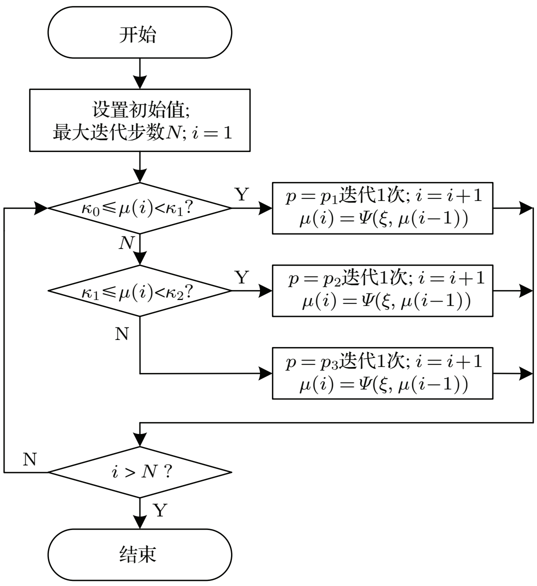


图2 $m=3$时基于离散混沌系统的参数切换算法流程图

Fig. 2. Flow diagram of discrete chaotic map based parameter switching algorithm for $m=3$.

3 混沌系统参数切换吸引子近似

本文选取统一混沌系统和Rössler混沌系统作为混沌系统的代表进行吸引子切换近似研究, 其中统一混沌系统为一种常用典型系统, 而Rössler系统含有常数项. 数值模拟时采用欧拉算法求解, 时间步长值为0.001 s.

3.1 统一混沌系统吸引子切换近似

统一混沌系统由吕金虎等[17]于2002年提出, 系统方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}=(25\alpha+10)(y-x), \\ \dot{y}=(28-35\alpha)x-xz+(29\alpha-1)y, \\ \dot{z}=xy-((8+\alpha)/3)z. \end{cases} \tag{4}$$

该系统只有一个参数α, 当$0 \leqslant \alpha \leqslant 1$时系统是混沌的[17]. 该系统是Lorenz系统、Chen系统和Lü系统的统一体, 当$0 \leqslant \alpha < 0.8$时, 系统拓扑等价于Lorenz系统, 当$\alpha=0.8$时, 系统为Lü系统, 当$0.8 < \alpha \leqslant 1$时, 系统拓扑等价于Chen系统. 系统的分岔图结果如图3和图4所示. 按照(1)式, 统一混沌系统可以写为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\alpha\begin{bmatrix} -25 & 25 & 0 \\ -35 & 29 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}\boldsymbol{x}+\begin{bmatrix} 10(y-x) \\ 28x-xz-y \\ xy-(8/3)z \end{bmatrix}. \tag{5}$$

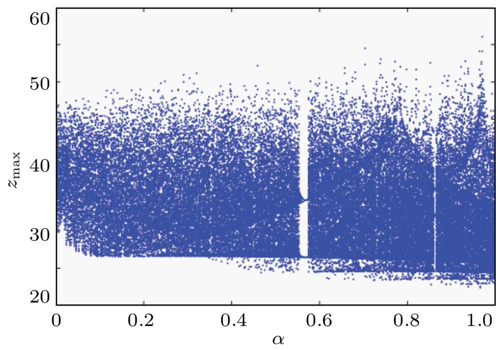


图3 统一混沌系统分岔图

Fig. 3. Bifurcation diagram of unified chaotic system.

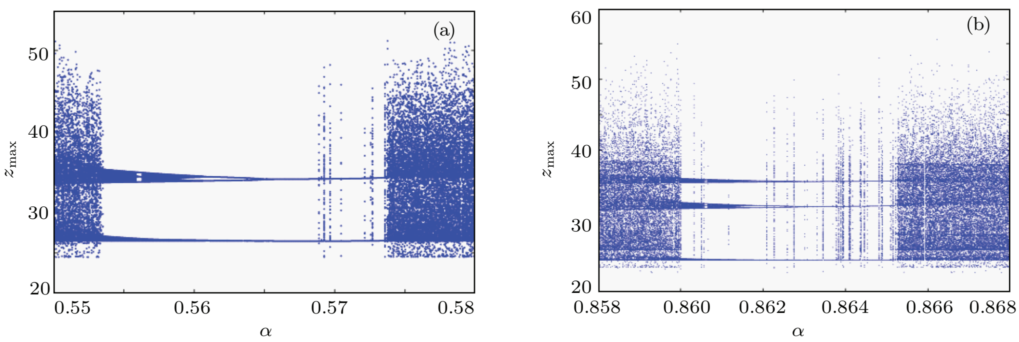


图4 统一混沌系统子区间分岔图 (a) $\alpha \in [0.55\ 0.58]$; (b) $\alpha \in [0.858\ 0.868]$

Fig. 4. Bifurcation diagram of unified chaotic system with subinterval: (a) $\alpha \in [0.55\ 0.58]$; (b) $\alpha \in [0.858\ 0.868]$.

1) 周期＋周期＝混沌

由图3和图4可知, 当$\alpha = 0.565$和0.8615时, 系统处于周期态, 其吸引子分别如图5(a)和图5(b)所示. 令$p := \alpha$, $\alpha = [0.565\ 0.8615]$, $W = [1\ 1]$, 由切换值计算公式可知$\tilde{\alpha} = (0.565 + 0.8615)/2 = 0.71325$, 即采用这两个周期吸引子可以近似切换出$\alpha = 0.71325$, 根据图3可知, 系统此时处于混沌状态, 其吸引子如图6(a)所示. 采用算法1, 切换得到混沌吸引子如图6(b)所示, 采用算法2切换的混沌吸引子如图6(c)所示, 可见切换得到的吸引子与原吸引子是非常相似的. 上述结果表明, "周期＋周期＝混沌"这一等式在一定情况下是成立的.

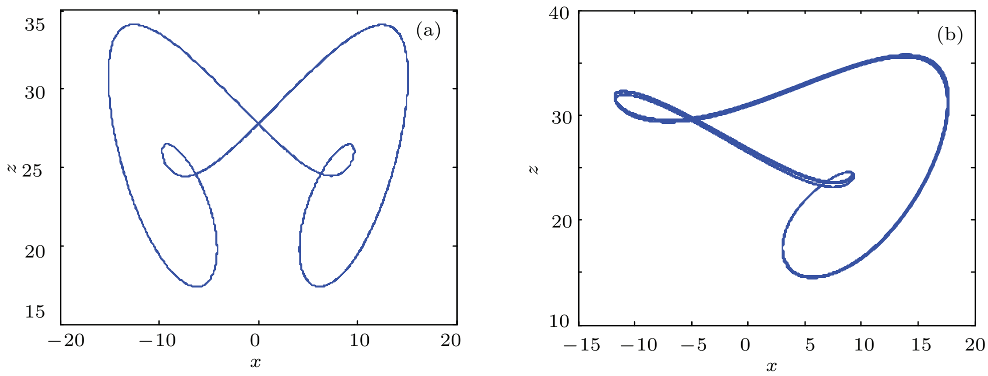


图5　统一混沌系统周期吸引子相图　(a) $\alpha = 0.565$; (b) $\alpha = 0.8615$

Fig. 5. Periodic attractor of the unified chaotic system: (a) $\alpha = 0.565$; (b) $\alpha = 0.8615$.

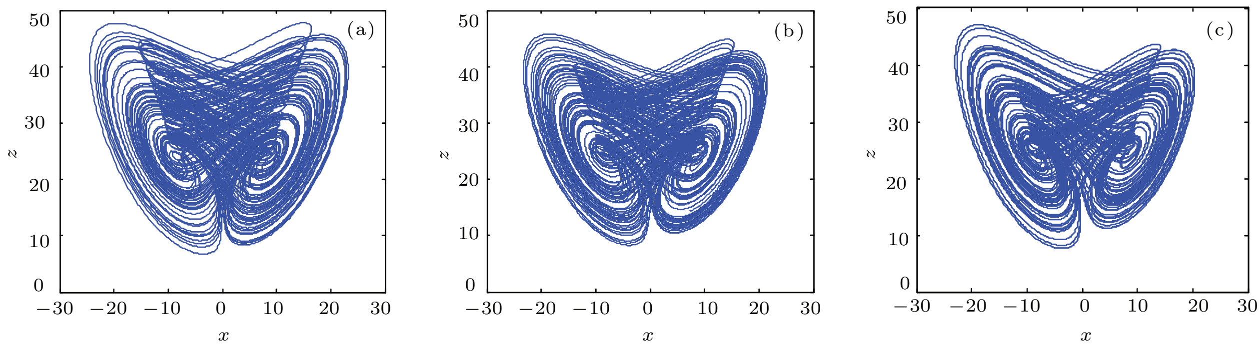


图6　$\alpha = 0.71325$时不同情况下统一混沌吸引子相图　(a) 原系统吸引子; (b) 算法1切换结果; (c) 算法2切换结果

Fig. 6. Phase diagram of the unified chaotic system with different cases: (a) the original one; (b) switching result of algorithm 1; (c) switching result of algorithm 2.

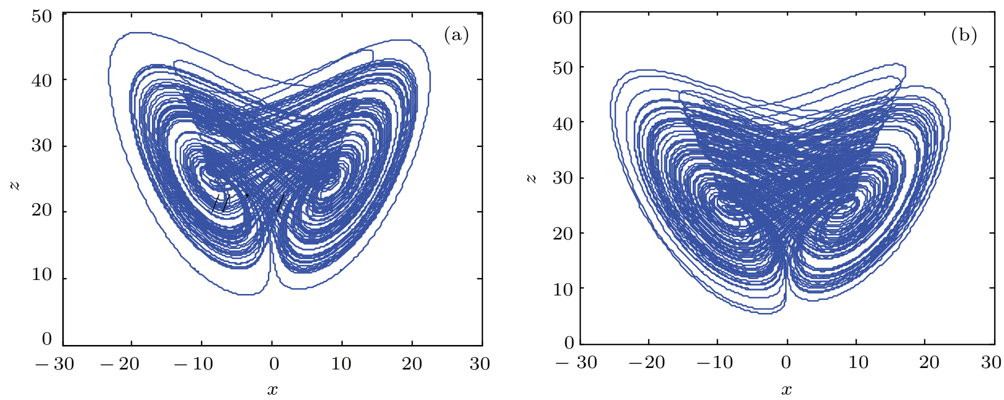
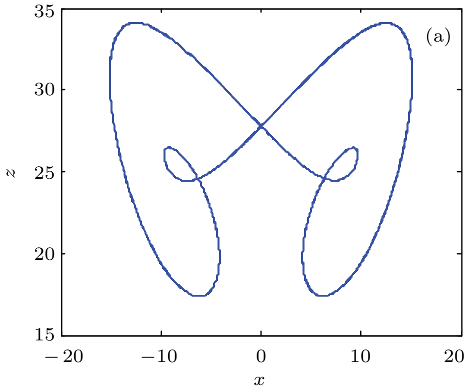


图7　统一混沌系统相图　(a) $\alpha = 0.55$; (b) $\alpha = 0.58$

Fig. 7. Phase diagram of the unified chaotic system: (a) $\alpha = 0.55$; (b) $\alpha = 0.58$.

2) 混沌 + 混沌 = 周期

当 $\alpha = 0.55$ 和 0.58 时, 由图 3 可知, 系统处于混沌态, 其吸引子相图分别如图 7 (a) 和图 7 (b) 所示. 当切换率 $W = [1\ 1]$ 时, 这两混沌系统可以切换出 $\tilde{\alpha} = (0.55 + 0.58)/2 = 0.565$ 状态下周期吸引子 (如图 5 (a) 所示). 采用两种不同切换算法得到的吸引子相图如图 8 所示. 对比图 8 和图 5 (a), 可知采用算法 1 得到的周期吸引子与 $\alpha = 0.565$ 下的周期吸引子是一致的, 而算法 2 切换得到的周期吸引子 (图 8 (b)) 在线条上稍微粗一些. 上述结果表明, 混沌状态下的系统切换, 可以得到周期吸引子, 即公式 "混沌 + 混沌 = 周期" 这一等式在一定情况下也是成立的.



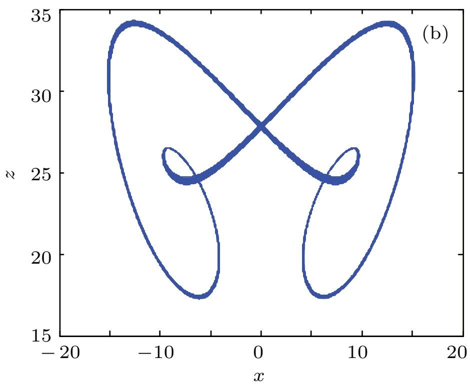


图 8 $\tilde{\alpha} = 0.565$ 统一混沌系统切换近似吸引子相图 (a) 算法 1 切换结果; (b) 算法 2 切换结果

Fig. 8. Phase diagram of the unified chaotic system with $\tilde{\alpha} = 0.565$: (a) Switching result of algorithm 1; (b) switching result of algorithm 2.

3.2 Rössler 系统吸引子切换近似

Rössler 混沌系统方程如下 [18]:

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z), \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c), \end{cases} \tag{6}$$

其中 a, b 和 c 为系统参数, 当 $b = 2$, $c = 4$, a 变化时系统的分岔图如图 9 所示. 由 (1) 式可知, 系统可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} -(y + z) \\ x \\ b + z(x - c) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

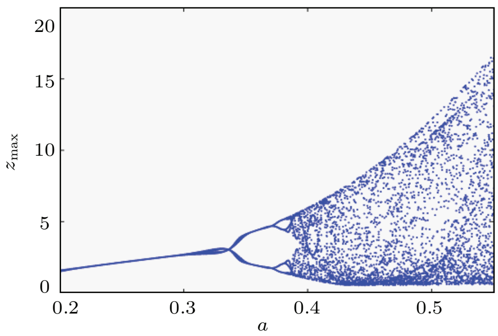


图 9 Rössler 混沌系统随参数 a 变换时的分岔图

Fig. 9. Bifurcation diagram of Rössler chaotic system with a varying.

1) 周期 + 混沌 = 混沌

当切换参数 a 取 0.25 和 0.55 时, 系统仿真结果如图 10 所示, 可见系统此时分别处于周期和混沌状态. 当切换率 $W = [1\ 1]$ 时, 这两混沌系统可以切换出 $\tilde{a} = (0.25 + 0.55)/2 = 0.4$ 状态下的吸引子, 根据图 9 和图 11 (a) 可知, 系统此时处于混沌状态. 采用两种算法切换得到吸引子分别如图 11 (b) 和图 11 (c) 所示, 由图 11 (a) 和图 11 (b) 可知, 切换得到吸引子与原吸引子一致, 即采用算法 1, 可以很好地采用其他参数对特定参数下系统进行近似. 采用算法 2 得到的吸引子与原图一致, 证明系统参数采用随机切换率时, 也能得到指定状态下的系统.

2) 周期 + 周期 + 混沌 = 周期

当参数 a 取 0.3, 0.38 和 0.55 时, 系统的吸引子相图分别如图 12 (a), 图 12 (b) 和图 10 (b) 所示. 当切换率 $W = [2\ 1\ 1]$ 时, 这两混沌系统可以切换出 $\tilde{a} = (0.3 \times 2 + 0.38 + 0.55)/2 = 0.3825$ 状态下吸引子, 根据图 9 和图 13 (a) 可知, 系统此时处于周期状态. 采用算法 1 和算法 2 切换结果分别如图 13 (b) 和图 13 (c) 所示. 可见, 算法 1 结果与原图一致, 即系统得到很好的近似, 而算法 2 切换结果为混沌吸引子, 与原系统结果相差较远. 根据算法 2, 我们在迭代时, 当 $0 \leqslant \mu(n) \leqslant 0.5$ 时, a 取 0.3, 当 $0.5 < \mu(n) \leqslant 0.75$ 时, a 取 0.38, 而当 $\mu(n) > 0.75$ 时, a 取 0.55. 根据图 14 (a), Logistic 映射值在接

近 0 和 1 时分布较多, 而中间部分相对较少, 即 Logistic 映射的这种不均衡性导致了此切换结果. 当 $N = 10^6$ 时, 三个区间分别存在 499794, 166735 和 333471 个点, 即 $\tilde{a} = (499794 \times 0.3 + 166735 \times 0.38 + 333471 \times 0.55)/N = 0.39670655$, 根据图 9, 该参数值处于混沌范围内, 其混沌吸引子如图 15 (a) 所示. 这里对产生的混沌序列采用下式进行进一步随机化:

$$\mathrm{temp} = \mu(i)10^6 - \mathrm{floor}(\mu(i)10^6), \tag{8}$$

即采用 temp 代替 $\mu(i)$ 用于实际判断. 从图 14 (b) 可以看出, 处理后的混沌序列值分布更加均匀, 当 $N = 10^6$ 时, 三个区间分别存在 500025, 250054 和 2499213 个点, $\tilde{a} = (500025 \times 0.3 + 250054 \times 0.38 + 249921 \times 0.55)/N = 0.38248457$, 此时原系统为周期态, 如图 15 (c), 此时采用算法 2 切换结果如图 15 (b) 所示, 此时切换吸引子与 $a = 0.3825$ 时的吸引子比较接近, 但是, 具有随机切换的复杂性, 得到的结果更为复杂.

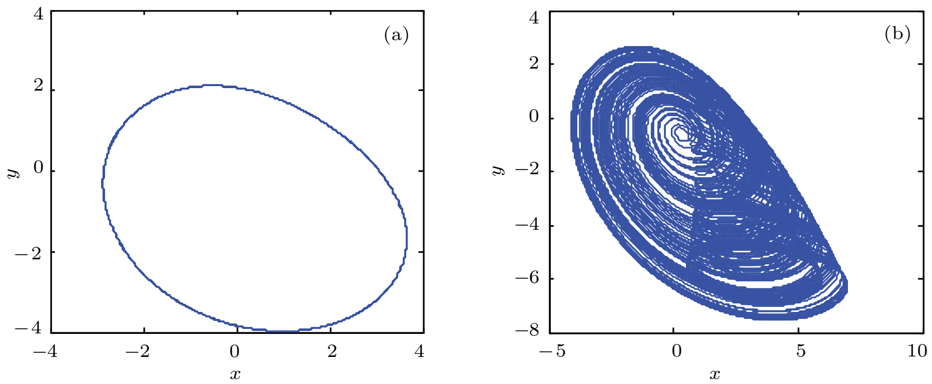


图 10 Rössler 混沌吸引子 (a) 周期吸引子 ($a = 0.25$); (b) 混沌吸引子 ($a = 0.55$)

Fig. 10. Phase diagram of the Rössler chaotic system: (a) Periodic attractor ($a = 0.25$); (b) chaotic attractor ($a = 0.55$).

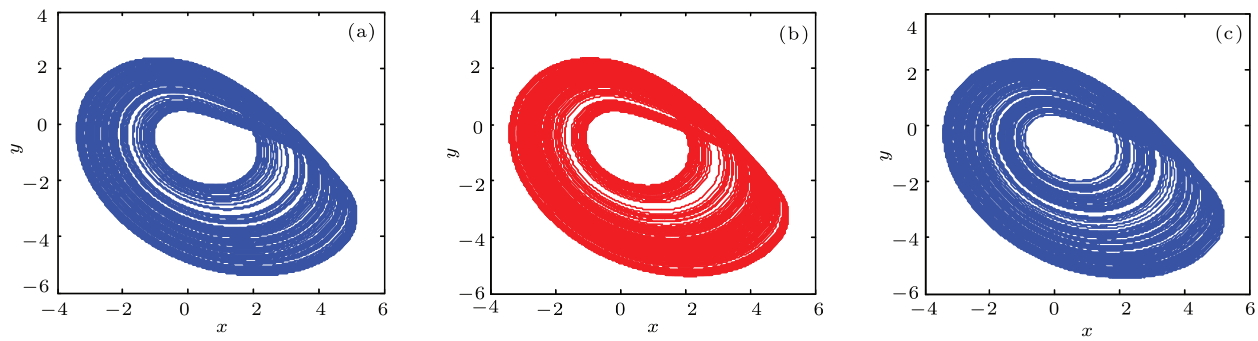


图 11 $a = 0.4$ 时不同情况下统一混沌吸引子相图 (a) 原系统相图; (b) 算法 1 切换结果; (c) 算法 2 切换结果

Fig. 11. Phase diagram of the Rössler chaotic system with $a = 0.316$ under different cases: (a) The original one; (b) switching result of algorithm 1; (c) switching result of algorithm 2.

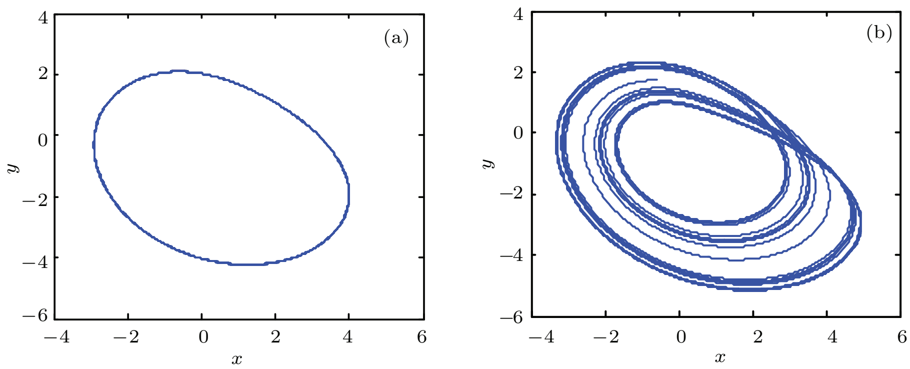


图 12 Rössler 混沌系统吸引子 (a) 周期吸引子 ($a = 0.3$); (b) 周期吸引子 ($a = 0.38$)

Fig. 12. Phase diagram of the Rössler chaotic system: (a) Periodic attractor ($a = 0.3$); (b) periodic attractor ($a = 0.38$).

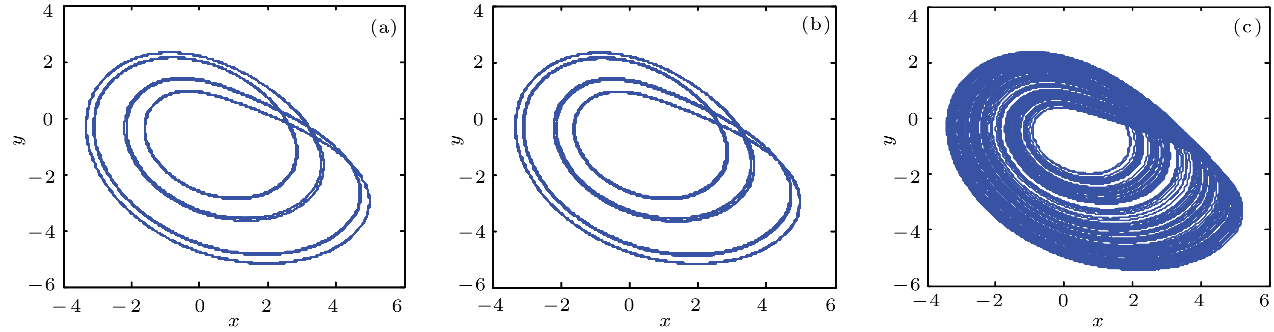


图 13　$a = 0.3825$ 时不同情况下统一混沌吸引子相图　(a) 原系统相图; (b) 算法 1 切换结果; (c) 算法 2 切换结果

Fig. 13. Phase diagram of the Rössler chaotic system with $\tilde{a} = 0.3825$ under different cases: (a) The original one; (b) switching result of algorithm 1; (c) switching result of algorithm 2.

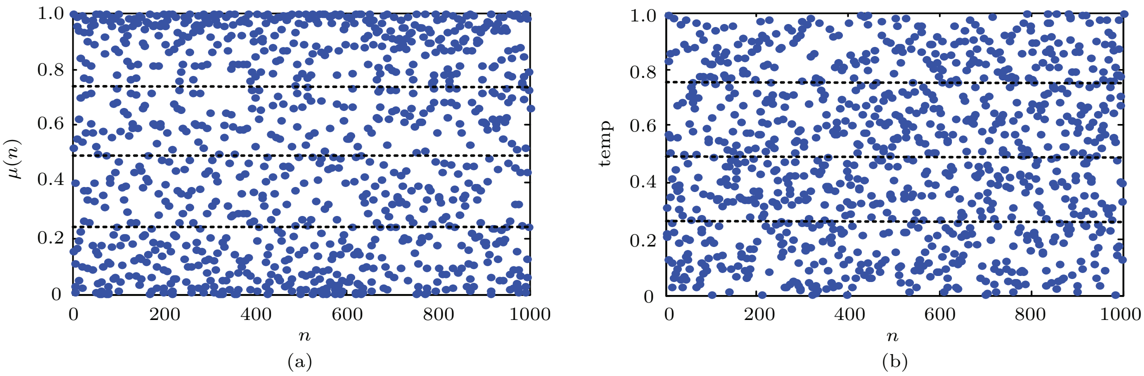


图 14　Logistic 映射序列值分布图　(a) 原始序列值图; (b) 改造后的序列图

Fig. 14. Sequence value distribution of the Logistic map: (a) The original values; (b) the modified result.

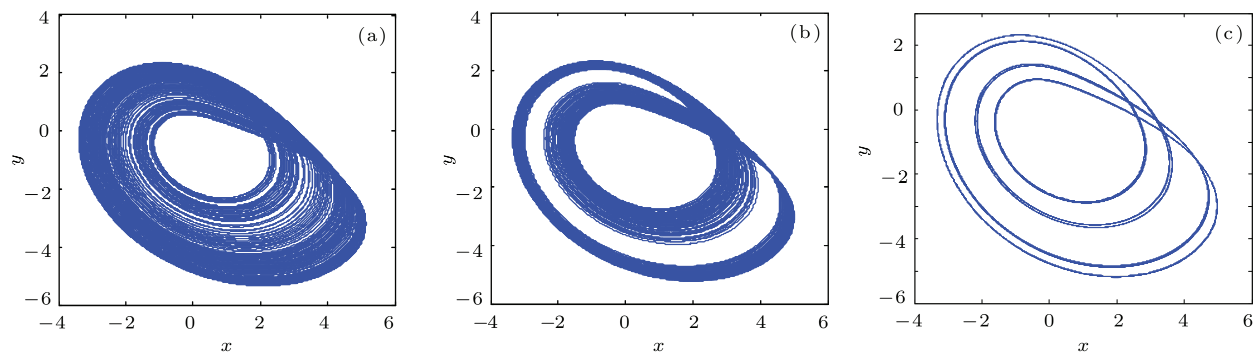


图 15　不同情况下系统吸引子相图　(a) $a = 0.39670655$ 时原系统相图; (b) 算法 2 切换相图, $\tilde{a}$ 的实际均值为 $0.38248457 \approx 0.3825$; (c) $a = 0.38248457$ 时原系统相图

Fig. 15. Phase diagram of the Rössler chaotic system under different cases: (a) The original phase diagram with $a = 0.39670655$; (b), (c) switching result of algorithm 2, the value of $\tilde{a} = 0.38248457 \approx 0.3825$; (c) the original phase diagram with $a = 0.38248457$.

4　切换系统电路仿真实现

本文采用 Multisim 软件进行 Rössler 混沌系统参数切换电路仿真, 这里采用的切换算法为算法 1, 切换率为 $W = [1\ 1]$, $P = [0.25\ 0.55]$, 即电路参数在 0.25 和 0.55 之间切换. 为了达到这一目的, 本文在模拟电路中引入方波 $F(t)$, 设计的模拟电路如图 16 所示.

当开关 S 接至点 1 时, 对应 Rössler 混沌系统的一般模拟电路, 此时图 16 对应的电路方程为

$$\begin{cases}\dot{x}=-\dfrac{1}{C_1}\left(\dfrac{y}{R_1}+\dfrac{z}{R_2}\right),\\ \dot{y}=\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{x}{R_3}+\dfrac{y}{R_4}\right),\\ \dot{z}=-\dfrac{1}{C_3}\left(\dfrac{-1}{R_5}+\dfrac{z}{R_6}+\dfrac{-xz}{R_7}\right).\end{cases}\tag{9}$$

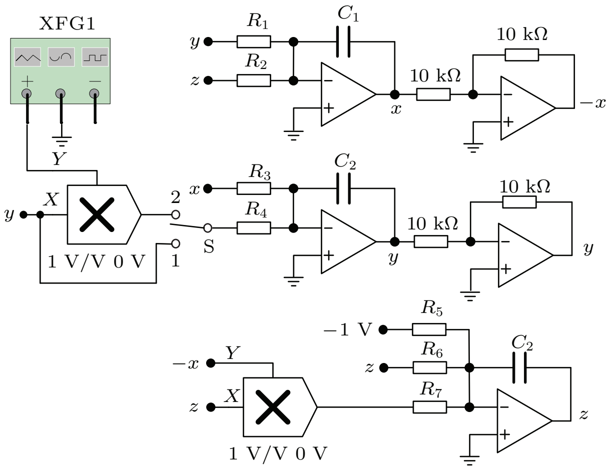


图 16　Rössler 混沌系统参数切换电路图

Fig. 16. Parameters switching circuit of the Rössler chaotic system.

与系统方程(6)对比可得关系式: $R_1=R_2=R_3=R_7$, $R_4=R_1/a$, $R_5=R_1/b$, $R_6=R_1/c$, $C_1=C_2=C_3$. 令 $R_1=10$ kΩ, $C_1=10$ nF, $b=2$, $c=4$. 当 a 取 0.25, 0.4 和 0.55 时, R_4 分别为 40, 25 和 18.18182 kΩ, 系统的模拟电路结果分别如图 17 (a)—(c) 所示. 当开关 S 接至点 2 时, 对应的是 Rössler 混沌系统的参数切换电路, 此时图 16 对应的电路方程变为

$$\begin{cases}\dot{x}=-\dfrac{1}{C_1}\left(\dfrac{y}{R_1}+\dfrac{z}{R_2}\right),\\ \dot{y}=\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{x}{R_3}+\dfrac{F(t)y}{R_4}\right),\\ \dot{z}=-\dfrac{1}{C_3}\left(\dfrac{-1}{R_5}+\dfrac{z}{R_6}+\dfrac{-xz}{R_7}\right),\end{cases}\tag{10}$$

其中, $R_1=R_2=R_3=R_4=R_7=10$ kΩ, $R_5=5$ kΩ, $R_6=2.5$ kΩ, $C_1=C_2=C_3=10$ nF, $F(t)$ 为方波信号. 方波信号发生器参数设为: 补偿值为 400 mV, 幅度为 150 mV, 占空比为 50%. 不同方波频率下, 切换电路仿真结果如图 18 所示, 可见当频率为 10 kHz 时, 切换电路仿真结果与数值仿真结果最接近, 而频率小时, 得到的吸引子与 $a=0.55$

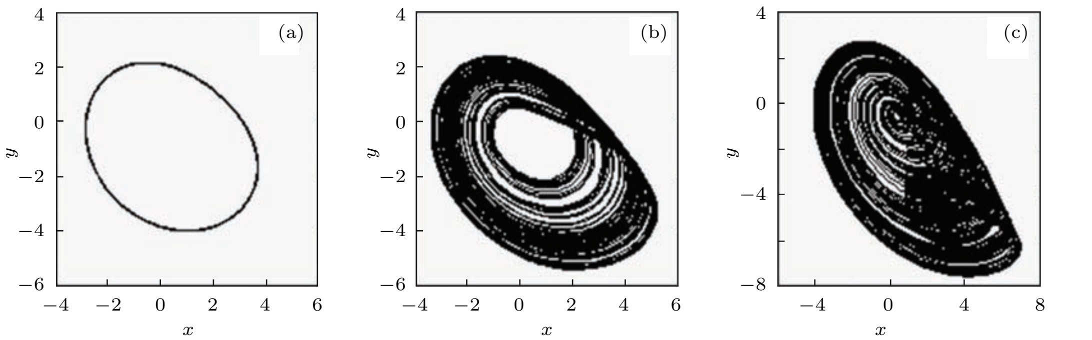


图 17　Rössler 混沌系统电路仿真结果　(a) $R_4=40$ kΩ ($a=0.25$); (b) $R_4=25$ kΩ ($a=0.4$); (c) $R_4=18.18182$ kΩ ($a=0.55$)

Fig. 17. Circuit simulation results of the Rössler chaotic system: (a) $R_4=40$ kΩ ($a=0.25$); (b) $R_4=25$ kΩ ($a=0.4$); (c) $R_4=18.18182$ kΩ ($a=0.55$).

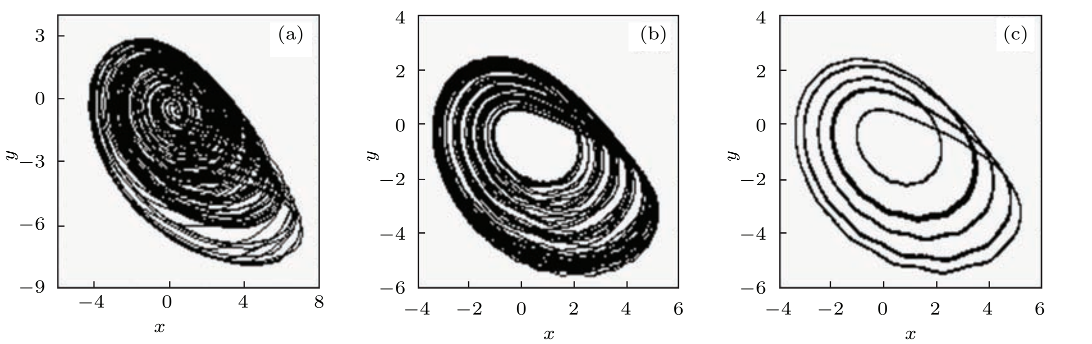


图 18　Rössler 混沌系统参数切换系统电路仿真图　(a) $f=1$ kHz; (b) $f=10$ kHz; (c) $f=100$ kHz

Fig. 18. Simulation results of the parameters switching circuit: (a) $f=1$ kHz; (b) $f=10$ kHz; (c) $f=100$ kHz.

吸引子接近, 当频率大时, 得到的吸引子为周期吸引子, 向$a = 0.25$吸引子靠近. 可见, 在实际应用时, 这种参数切换电路可以根据方波的频率大小控制系统的状态. 相比于切换不同混沌系统而得到的切换电路, 本文中参数切换电路不需要修改原有系统的电路结构, 只需要引入乘法器和合适的方波发生器即可, 在设计上更为简单, 具有非常好的应用前景.

5 结 论

本文基于参数切换算法设计了基于离散混沌系统的参数切换算法, 以统一混沌系统和Rössler混沌系统为例, 分别采用参数切换算法和基于离散混沌系统的参数切换算法, 通过设定切换参数和切换率, 进行切换仿真. 结果表明: 1) 参数切换算法的切换结果与系统原状态一致, 可以比较准确地还原得到指定状态下系统的吸引子, 如两周期状态参数可以切换得到混沌吸引子, 两混沌状态参数切换可以得到周期吸引子; 2) 基于离散混沌系统的切换算法结果只可以近似得到指定参数下的吸引子, 其得到系统状态较指定状态下系统更为复杂; 3) 硬件电路仿真结果表明, 加入方波发生器和乘法器即可得到参数切换电路, 且系统状态与方波频率相关, 在合适的频率下, 系统可近似切换到指定的状态. 本文研究为切换混沌系统在信息安全领域的应用提供了实验与理论依据.

参考文献

[1] Duan S M, Wu G Z 2013 *Appl. Mech. Mater.* **392** 232
[2] Xiao X, Zhou L, Zhang Z 2014 *Commun. Nonl. Sci. Num. Simul.* **19** 2039
[3] Wang Z, Huang X, Li Y X 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010504
[4] Jamal S S, Shah T, Hussain I 2013 *Nonl. Dyn.* **73** 1469
[5] Zhang Y, Chen T L 2006 *J. Electr. Sci. Tech.* **34** 763 (in Chinese) [张勇, 陈天麒 2006 电子科技大学学报 **34** 763]
[6] Corporation H P 2014 *J. Nonl. Dyn.* **2014** 918586
[7] Sun C C, Xu Q C, Ying S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030507
[8] Liu Y Z, Jiang C S, Ling C S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3107 (in Chinese) [刘扬正, 姜长生, 林长圣 2007 物理学报 **56** 3107]
[9] Liu Y Z, Jiang C S, Ling C S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 707 (in Chinese) [刘扬正, 姜长生, 林长圣 2007 物理学报 **56** 707]
[10] Qi A, Han C, Wang G 2010 *Communications, Circuits and Systems (ICCCAS) International Conference on. IEEE* 2010 p417
[11] Chen Z Y, Xue Z H, Zhang C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 010504 (in Chinese) [陈章耀, 雪增红, 张春 2014 物理学报 **63** 010504]
[12] Almeida J, Peralta-Salas D, Romera M 2005 *Physica D* **200** 124
[13] Danca M F 2013 *Commu. Nonl. Sci. Num. Simul.* **18** 500
[14] Danca M F, Romera M, Pastor G 2012 *Nonl. Dyn.* **67** 2317
[15] Mao Y, Tang W K S, Danca M 2010 *Appl. Math. Comp.* **217** 355
[16] Foias C, Jolly M S 1995 *Nonlinearity* **8** 295
[17] Lu J, Wu X, Han X, Lü J 2004 *Phys. Lett. A* **329** 327
[18] Rössler O E 1976 *Phys. Lett. A* **57** 397

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 64, No. 20 (2015) 200508

Approximations of chaotic attractors and its circuit design based on the parameter switching algorithm*

Luo Shao-Xuan[1)†] He Bo-Xia[2)] Qiao Ai-Min[1)] Wang Yan-Chun[1)]

1) (*Mechanical and Electronic Engineering Department, Bengbu College, Bengbu 233030, China*)

2) (*Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China*)

(Received 23 March 2015; revised manuscript received 8 June 2015)

Abstract

Based on the parameter switching algorithm and the discrete chaotic system, a new chaotic system based parameter switching algorithm is proposed. The principles of parameter switching algorithm and chaotic system based parameter switching algorithm are presented in detail by means of flow chart and step description. By applying phase diagram observation method, chaotic attractor approximation of the unified chaotic system is investigated based on parameter switching algorithm and chaotic system based parameter switching algorithm. It shows that chaos can be obtained by switching two periodic parameters and periodic state can be observed by switching two chaotic parameters. Thus the formulas chaos + chaos = periodic and period + period = chaos are proved to be workable in this paper. Chaotic attractor approximation of Rössler chaotic system is also studied by employing the two switching methods. Two cases are investigated. Firstly, a chaotic switching system is obtained by switching a chaotic parameter and a periodic parameter. Then a more complex switching scheme is carried out. Periodic system is switched by two periodic parameters and a chaotic parameter. So, the formulas chaos + periodic = chaos and periodic + period + chaos = periodic are proved to be workable. It shows that the switching system is the approximation of the original system under specified parameter, and the attractor is in accordance with the attractor of the targeting system. The outputs of the Logistic map based parameter switching algorithm are more complex than those of existing parameter switching algorithm. As the distribution of logistic map is not uniform, the approximate attractor does not consist of the targeting system and shows more complicated structure. But approximate attractors can be obtained when the distribution of discrete sequence is uniform. In addition, the chaotic map based parameter switching algorithm has larger secret key space since it has the initial values and parameter of the chaotic map. Finally, the parameter switching circuit of Rössler system is designed by introducing a square wave generator. Compared with the traditional switching chaotic circuit (switching between different systems), the design of parameter switch circuit is simpler as it does not need to change the original structure of the system. The output is affected by the frequency of the square wave. By adding an appropriate frequency square wave generator, the circuit simulation agrees with the numerical simulation. It presents a theoretical and experimental base for the practical application of the parameter switching chaotic systems.

Keywords: parameter switching algorithm, unified chaotic system, Rössler chaotic system, switching circuit

PACS: 05.45.Tp, 05.45.Gg **DOI:** 10.7498/aps.64.200508

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51175276), the Key Program of the Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Anhui Province, China (Grant No. KJ2013Z193), and the Foundation for Outstanding Young Teachers in University of Anhui Province, China (Grant No. 2012SQRL212).

† Corresponding author. E-mail: Lsx_main@163.com