

矩形肋片热沉焯耗散率最小与最大热阻最小构形优化的比较研究

杨爱波 陈林根 谢志辉 孙丰瑞

Comparative study on constructal optimizations of rectangular fins heat sink based on entransy dissipation rate minimization and maximum thermal resistance minimization

Yang Ai-Bo Chen Lin-Gen Xie Zhi-Hui Sun Feng-Rui

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 204401 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.204401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.204401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I20>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于超材料的定向传热结构研究与设计

[Research and design of directional heat transmission structure based on metamaterial](#)

物理学报.2015, 64(8): 084401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.084401>

基于(火积)理论的轧钢加热炉壁变截面绝热层构形优化

[Constructal optimization of variable cross-section insulation layer of steel rolling reheating furnace wall based on entransy theory](#)

物理学报.2015, 64(5): 054402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054402>

基于拉普拉斯方程的任意形状热斗篷研究与设计

[Research and design of thermal cloak with arbitrary shape based on Laplace's equation](#)

物理学报.2014, 63(19): 194402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194402>

亚表面异质缺陷对功能梯度材料表面温度场的影响

[Influence of inclusion in functionally graded materials on the surface temperature distributions](#)

物理学报.2014, 63(19): 194401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194401>

硅功能化石墨烯热导率的分子动力学模拟

[Molecular dynamics simulation of the thermal conductivity of silicon functionalized graphene](#)

物理学报.2014, 63(7): 074401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.074401>

# 矩形肋片热沉焠耗散率最小与最大热阻 最小构形优化的比较研究\*

杨爱波 陈林根<sup>†</sup> 谢志辉 孙丰瑞

(海军工程大学热科学与动力工程研究室, 武汉 430033)

(海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室, 武汉 430033)

(海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033)

(2015年1月30日收到; 2015年5月24日收到修改稿)

针对矩形肋片热沉, 分别以最大热阻最小化和基于焠耗散定义的当量热阻最小化为优化目标, 采用二维传热模型并结合有限元数值仿真对其进行构形优化, 比较了两种目标下的热沉最优构形, 并分析了全局参数(综合了对流换热系数、肋片占据的总面积及其热导率的函数)和材料占比对两种目标(最大热阻、当量热阻)及其对应最优构形的影响. 结果表明: 热沉外形固定时, 两种目标下均不存在最优的肋片厚度; 热沉外形自由变化时, 两种目标下的最优构形存在一定的差异. 此外, 全局参数对两种目标下的最优构形均没有影响, 而材料占比对两种目标下的最优构形均有较大影响. 提高全局参数和材料占比均可以减小最大热阻最小值和当量热阻最小值, 但对两种目标的减小程度不同. 总体上, 调节热沉结构参数使当量热阻最小, 可以同时获得很好的局部极限性能; 而调节热沉结构参数使最大热阻最小, 获得的整体平均散热性能却较差. 因此, 对本文热沉模型进行优化时, 以当量热阻最小化为优化目标更合理.

**关键词:** 构形理论, 焠耗散极值原理, 热沉, 广义热力学优化

**PACS:** 44.27.+g, 44.10.+i, 05.70.Ce

**DOI:** 10.7498/aps.64.204401

## 1 引言

现代工业和科技的快速发展使各种微机械、芯片和微电子的集成度越来越高, 散热性能的优劣不仅影响到系统整体性能的发挥, 更会对系统的安全性造成严重威胁. 因此, 热沉的散热性能及其优化设计<sup>[1]</sup>成为国内外众多学者研究的焦点.

因矩形直肋热沉具有简单的结构、合理的制造成本和良好散热性能等特点而得到广泛应用和研究<sup>[2-7]</sup>. Jones和Smith<sup>[8]</sup>在给定基底面积的约束下, 以最大换热率为优化目标, 优化了水平放置矩形直肋热沉的最优肋片间距. Culham和Muzychka<sup>[9]</sup>采用非线性非约束优化方法, 以焠产最小

化为目标, 对矩形直肋热沉进行了优化. Shih和Liu<sup>[10]</sup>以焠产最小化为目标, 对处于层流流动中水平放置的板翅式热沉进行了研究, 并分析了冷却流方向对结果的影响. 之后Zhou等<sup>[11]</sup>在湍流条件下对相同结构进行了研究. Zhang和Liu<sup>[12]</sup>在等温层流自然对流条件下, 以最大换热密度为目标, 优化了垂直放置的矩形直肋热沉的肋间距. Arularasan等<sup>[13]</sup>以最大散热量为优化目标, 采用CFD仿真软件研究了矩形直肋热沉, 得到了热沉的最优几何参数, 并用实验验证了仿真结果的正确性. Li等<sup>[14]</sup>实验研究了采用压电风扇冷却的板肋热沉的热-流特性, 并分析了风扇形状、位置和热沉尺寸对热阻的影响. Lindstedt等<sup>[15]</sup>以质量最小为优化目标, 在强迫对流条件下对矩形、三角形和梯

\* 国家自然科学基金(批准号: 51206184, 51176203, 51356001, 51579244)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [lingenchen@hotmail.com](mailto:lingenchen@hotmail.com)

形肋片热沉进行了研究, 并比较了不同肋片形状的热沉散热性能.

构形理论<sup>[16-27]</sup>自1996年由Bejan<sup>[16]</sup>提出以来, 在热沉的优化设计中逐渐得到了应用<sup>[28-33]</sup>. Muzychka<sup>[28]</sup>在给定热沉体积的约束下, 以最大换热率密度为目标, 对强迫对流条件下的微通道热沉进行了构形优化, 并对热沉进行了热力学和水动力学特性分析. Moreno和Tao<sup>[29]</sup>在给定热沉体积的约束条件下, 以最大温差最小为目标, 对微对流条件下的三维热沉进行了构形优化. Muzychka<sup>[30]</sup>在给定热沉材料总体积的约束下, 以最大换热率密度为目标, 对微管热沉进行了多尺度构形优化. Bello-Ochende等<sup>[31]</sup>在给定热沉单元体积和导热材料体积的约束下, 以全局热导率最大为目标, 对矩形微通道热沉进行了三维构形优化设计, 得到了矩形微通道单元的最优纵横比和体积分数, 之后又进一步优化了轴向长度和单元厚度比<sup>[32]</sup>. Xie等<sup>[33]</sup>以总热阻最小化为目标, 对多级分叉微通道热沉进行了构形优化.

上述对热沉的构形优化本质上是以传热率最大化或最大热阻最小化为目标, 这并不能满足热沉在传热过程中对整体散热性能的需求. 为了寻求反映传热本质属性的物理量, 过增元等<sup>[34,35]</sup>引入了描述物体所具有的热量传递总能力的新物理量——焓(该物理量曾被称为热量传递势容<sup>[36]</sup>), 并以此为基础提出了焓耗散极值原理和最小热阻原理等理论, 使传热优化有了新的理论依据和评判准则, 并应用于诸多领域<sup>[37-50]</sup>. 当以降低平均传热温差、提高热沉整体平均散热性能为目标时, 应该采用基于焓耗散率定义的当量热阻为优化目标. 将焓耗散极值原理应用于矩形直肋热沉中得到了学者的关注. 郑建林和罗小兵<sup>[51]</sup>以焓耗散率最小为优化目标, 在自然对流条件下采用解析法对矩形直肋热沉的传热性能进行了研究, 结果表明在一定的肋高范围内, 存在最佳肋片间距使得矩形肋片无量纲当量热阻取得最小值. 贾琳等<sup>[52]</sup>进一步比较了焓耗散率最小和熵产最小下的矩形直肋热沉传热性能, 结果表明在恒壁温条件下, 熵产最小原理不再适用, 而焓耗散极值原理仍具有较好的适用性. Cheng等<sup>[53]</sup>以基于焓耗散概念定义的当量热阻为优化目标, 在对流换热条件下对二维矩形肋片进行了优化, 得到了肋片的最优纵横比, 讨论了换

热系数和材料热导率对平板肋片最优纵横比的影响. 结果表明, 当加热表面温度固定时, 最小当量热阻对应最大换热率; 当加热表面的热流固定时, 最小当量热阻对应加热表面的最小平均温度. Wu等<sup>[54]</sup>将纵向涡流器和开缝翅片相结合提出了复合肋片, 数值研究了空气侧的换热性能和流体流动性能, 并采用场协同理论和焓耗散理论分析了换热增强的机理. 文献<sup>[55-59]</sup>将焓耗散极值原理与构形理论结合起来进行研究, 得到了整体性能更优的肋片构形.

虽然将构形理论与焓理论相结合对肋片进行优化已取得了众多研究成果<sup>[55-59]</sup>, 对热源也有了相关研究<sup>[60]</sup>, 但对热沉的研究还相对缺乏. 本文将构形理论与焓理论相结合, 以矩形直肋热沉为研究对象, 考虑在实际肋片传热中温度的不均匀分布, 基于Matlab对二维传热微分方程进行有限元数值计算, 分别以最大热阻最小化和基于焓耗散定义的当量热阻最小化为目标, 对其进行构形优化, 对比两种目标下的优化结果, 并分析不同参数对热沉最优构形的影响.

## 2 焓耗散的基本定义

文献<sup>[35]</sup>中定义了物体具有的热量传递的总能力的物理量——焓( $E_{vh}$ )

$$E_{vh} = \frac{1}{2} Q_{vh} T, \quad (1)$$

式中 $Q_{vh}$ 为物体定容热容量,  $T$ 为物体温度. 由此得到单位时间内单位体积的焓耗散率, 即焓耗散函数为

$$\phi_h = -\dot{\mathbf{q}} \cdot \nabla T = k(\nabla T)^2, \quad (2)$$

式中 $\dot{\mathbf{q}}$ 为热流密度矢量,  $\nabla T$ 为温度梯度,  $k$ 为物体的导热系数.

整个体积内的焓耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi} = \int_V \phi_h dV, \quad (3)$$

以此为基础, 对于多维导热问题, 基于焓耗散率定义的物体当量热阻为

$$R_h = \frac{(\Delta T)^2}{\dot{E}_{vh\phi}} = \frac{\dot{E}_{vh\phi}}{\dot{Q}^2}, \quad (4)$$

式中 $\Delta T$ 为温差,  $\dot{Q}$ 为边界上的热流.

### 3 数学物理模型

图1所示为典型的矩形肋片热沉模型<sup>[1]</sup>,  $L$ 为热沉长度,  $W$ 为热沉宽度,  $t_0$ 为热沉基底厚度,  $H$ 为肋片高度,  $S$ 为肋片间距,  $t_1$ 为肋片厚度.

为简化物理模型, 突出优化方法, 本文在计算时做如下假设: 1) 不考虑各参数在  $L$  方向上的变化, 并取热沉长度为单位长度, 模型简化为二维情形; 2) 肋片材料各向同性, 其导热系数  $k$  为常数, 肋片外表面对流换热系数  $h$  均匀一致, 并忽略辐射换热的影响; 3) 热沉基底总传热率  $q$  一定; 4) 环境温度  $T_\infty$  一定.

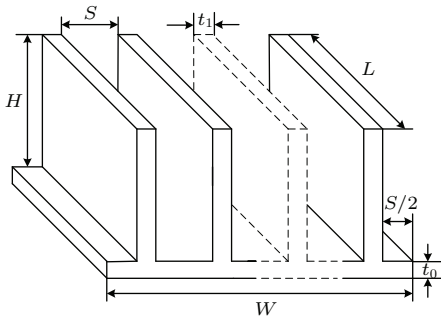


图1 矩形肋片热沉模型<sup>[1]</sup>

Fig. 1. Rectangular fin heat sink model<sup>[1]</sup>.

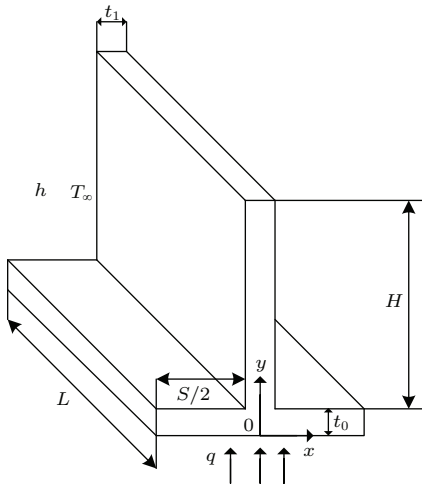


图2 肋片单元模型

Fig. 2. Fin element model.

固定热沉所占体积和总体积, 以此作为本文的约束条件<sup>[61]</sup>. 根据本文假设条件1), 图1所示热沉正面占据总面积和热沉纵剖面积一定.

热沉正面占据总面积为

$$A = (H + t_0)W. \quad (5)$$

取如图2所示的肋片单元模型, 其纵剖面积为

$$A_f = Ht_1 + t_0(S + t_1). \quad (6)$$

热沉纵剖总面积为

$$A_h = nA_f = Wt_0 + \frac{HWt_1}{S + t_1}, \quad (7)$$

式中  $n = W/(S + t_1)$ , 为组成热沉的肋片单元个数.

定义无量纲量为

$$\tilde{T} = \frac{T - T_\infty}{q/(k \cdot L)}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{t}_0, \tilde{t}_1, \tilde{H}, \tilde{W}, \tilde{S} \\ = \frac{x, y, t_0, t_1, H, W, S}{A^{1/2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

约束条件(5)和(7)式可无量纲化为

$$\tilde{A} = (\tilde{H} + \tilde{t}_0)\tilde{W} = 1, \quad (10)$$

$$\phi = \tilde{W}\tilde{t}_0 + \frac{\tilde{H}\tilde{W}\tilde{t}_1}{\tilde{S} + \tilde{t}_1}, \quad (11)$$

式中  $\phi = A_h/A$  为材料占比.

肋片单元内部的无量纲二维导热微分方程为

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} = 0. \quad (12)$$

肋根底部边界条件为

$$-\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{W}}. \quad (13)$$

肋片单元表面边界条件为

$$-\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = \frac{a^2}{2}\tilde{T}, \quad -\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{a^2}{2}\tilde{T}, \quad (14)$$

式中  $a = (2hA^{1/2}k^{-1})^{1/2}$ <sup>[61]</sup>, 是本文所有讨论分析的一个重要全局参数. 假定热沉横截面  $A^{1/2} \sim 1$  cm, 热沉材料为铝或铜等常见金属材料, 其热导率量级为  $10^2$  W/(m·K), 表面换热系数  $h$  在气体强迫对流换热时的量级为  $10^2$  W/(m<sup>2</sup>·K), 故  $a \sim 10^{-1}$ <sup>[61]</sup>.

肋片单元在基底两侧的绝热边界条件为

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0. \quad (15)$$

由(8)式可知, 热沉无量纲最大热阻为

$$\begin{aligned} \tilde{R}_t &= \frac{T_{\max} - T_\infty}{nq/(k \cdot L)} \\ &= \frac{(T_{\max} - T_\infty)(S + t_1)}{qW/(k \cdot L)} \\ &= \frac{(\tilde{S} + \tilde{t}_1)\tilde{T}_{\max}}{\tilde{W}}. \end{aligned} \quad (16)$$

由(3)式可知肋片单元导热部分和对流部分的焓耗散率分别为

$$\dot{E}_{\text{vh}\phi,1} = L \int_x \int_y k(\nabla T)^2 dx dy, \quad (17)$$

$$\dot{E}_{\text{vh}\phi,2} = L \int_s h(T - T_\infty)^2 ds, \quad (18)$$

式中  $s$  为除肋根底边和肋片单元基底两端面外的肋片包络线.

由(4)式可知热沉当量热阻为

$$R_h = \frac{W(\dot{E}_{\text{vh}\phi,1} + \dot{E}_{\text{vh}\phi,2})}{q^2(S + t_1)}, \quad (19)$$

对应的无量纲当量热阻为

$$\begin{aligned} \tilde{R}_h &= R_h \cdot (kL) \\ &= \frac{\tilde{W}}{\tilde{S} + \tilde{t}_1} \left[ \int_{\tilde{x}} \int_{\tilde{y}} [(\partial \tilde{T} / \partial \tilde{x})^2 + (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{y})^2] d\tilde{x} d\tilde{y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^2}{2} \int_{\tilde{s}} \tilde{T}^2 d\tilde{s} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

## 4 数值计算与结果讨论

### 4.1 计算方法

基于 Matlab 对二维偏微分方程(12)进行数值求解. 在边界条件(13)—(15)式下, 可求得肋片单元的无量纲温度和温度梯度分布, 由(16)和(20)式可分别求得热沉的无量纲最大热阻  $\tilde{R}_t$  和无量纲当量热阻  $\tilde{R}_h$ . 对肋片单元求解区域网格依次加密, 直到第  $j$  次加密获得的无量纲热阻  $\tilde{R}^j$  与第  $j-1$  次加密获得的无量纲热阻  $\tilde{R}^{j-1}$  满足控制精度

$$\left| (\tilde{R}^j - \tilde{R}^{j-1}) / \tilde{R}^{j-1} \right| < 0.005.$$

表1给出了计算  $\tilde{R}_h$  的网格独立性检验.

表1 网格独立性检验 ( $a = 0.3, \phi = 0.3, \tilde{t}_1 = 0.01, \tilde{S}/\tilde{t}_1 = 3.5, \tilde{W}/\tilde{t}_0 = 10$ )

Table 1. Grid independence test ( $a = 0.3, \phi = 0.3, \tilde{t}_1 = 0.01, \tilde{S}/\tilde{t}_1 = 3.5, \tilde{W}/\tilde{t}_0 = 10$ ).

计算次数	单元数	$\tilde{R}_h$	$ (\tilde{R}_h^{j+1} - \tilde{R}_h^j) / \tilde{R}_h^j  < 0.005$
1	328	1.5739	—
2	1312	1.5793	0.0034
3	5248	1.5819	0.0016
4	20992	1.5831	0.0008

由(10), (11), (16)和(20)式可知, 无量纲当量热阻  $\tilde{R}_h$  函数和无量纲最大热阻  $\tilde{R}_t$  函数受无量纲高度  $\tilde{H}$ 、无量纲肋片厚度  $\tilde{t}_1$ 、无量纲肋片间距  $\tilde{S}$ 、无

量纲基底厚度  $\tilde{t}_0$  和无量纲宽度  $\tilde{W}$  五个变量影响. 本文选取  $\tilde{t}_1, \tilde{S}/\tilde{t}_1$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  为优化变量, 给定热沉体积和材料占比, 对热沉进行构形优化, 计算并分析  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  在不同参数条件下随  $\tilde{t}_1, \tilde{S}/\tilde{t}_1$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  的变化规律. 因本文将基底厚度也作为一个优化变量, 同时需考虑肋片单元个数为整数这一约束条件, 因此, 在仿真计算中各变量的变化并不一定均匀.

### 4.2 结果讨论

首先在热沉外形固定时进行优化. 此时, 给定基底厚度  $\tilde{t}_0$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ , 通过(10)和(11)式可求得  $\tilde{H}$  和  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ , 优化变量为肋片厚度  $\tilde{t}_1$  (或  $\tilde{S}$ ).

给定参数  $\tilde{t}_0 = 0.1$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0 = 10$ , 研究在  $\tilde{t}_1 = 0.01-0.25$  范围内, 全局参数和材料占比对无量纲最大热阻和无量纲当量热阻随肋片厚度变化规律的影响. 图3为  $\phi = 0.3$  时, 全局参数  $a$  对最大热阻  $\tilde{R}_t$  和当量热阻  $\tilde{R}_h$  随肋片厚度  $\tilde{t}_1$  变化规律的影响; 图4为  $a = 0.3$  时, 材料占比  $\phi$  对最大热阻  $\tilde{R}_t$  和当量热阻  $\tilde{R}_h$  随肋片厚度  $\tilde{t}_1$  变化规律的影响.

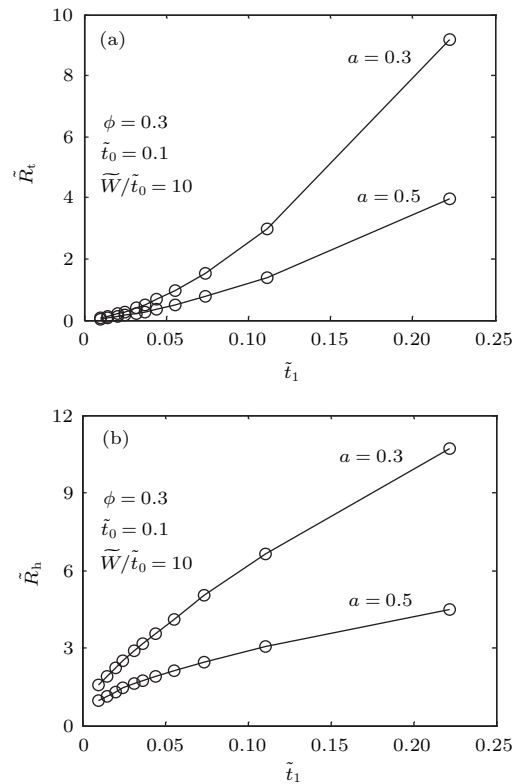


图3  $a$  对  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  与  $\tilde{t}_1$  关系的影响

Fig. 3. Influences of  $a$  on the  $\tilde{R}_t$  and  $\tilde{R}_h$  versus  $\tilde{t}_1$  characteristics.



由图3和图4可知: 在不同的 $a$ 和 $\phi$ 下, 随肋片厚度 $\tilde{t}_1$ 的增大,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 均逐渐增大, 但 $\tilde{R}_t$ 增速逐渐增加, 而 $\tilde{R}_h$ 增速逐渐降低. 在相同的肋片厚度 $\tilde{t}_1$ 下,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 均随全局参数 $a$ 和材料占比 $\phi$ 的增大而减小; 肋片厚度 $\tilde{t}_1$ 较小时, 不同 $a$ 和 $\phi$ 的 $\tilde{R}_t$ 之间的差别和 $\tilde{R}_h$ 之间的差别较小; 随肋片厚度 $\tilde{t}_1$ 的增大时, 不同 $a$ 和 $\phi$ 的 $\tilde{R}_t$ 之间和 $\tilde{R}_h$ 之间的差别均逐渐增大, 但 $\tilde{R}_t$ 之间的差别增速加快, 而 $\tilde{R}_h$ 之间的差别增速减缓.

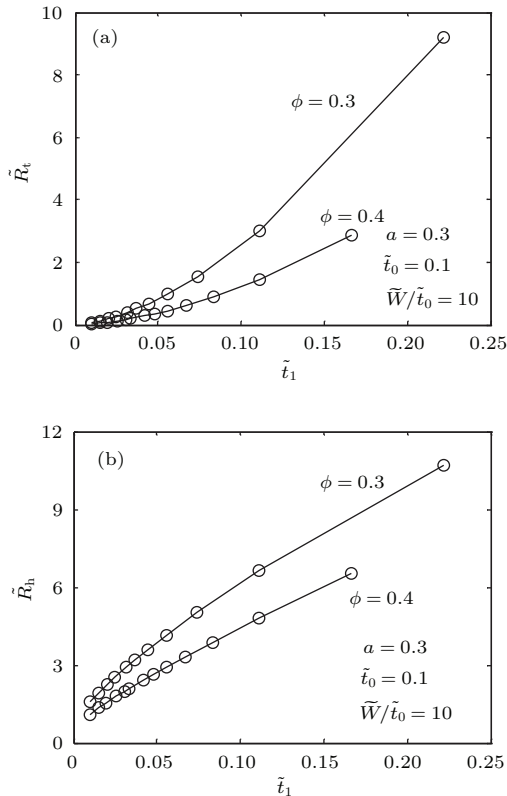


图4  $\phi$  对  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  与  $\tilde{t}_1$  关系的影响  
Fig. 4. Influences of  $\phi$  on the  $\tilde{R}_t$  and  $\tilde{R}_h$  versus  $\tilde{t}_1$  characteristics.

由以上分析可知, 在本文的约束条件下, 并不存在最佳的 $\tilde{t}_1$ 使 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 取得极小值, 因此, 优化 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 和 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 时, 需给定肋片厚度 $\tilde{t}_1$ , 此时热沉外形可自由变化. 首先对 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 进行单自由度优化, 然后对 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 和 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 进行双自由度优化.

在 $\tilde{S}/\tilde{t}_1 = 2-8$ 范围内, 计算 $a = 0.3, \phi = 0.3, \tilde{W}/\tilde{t}_0 = 10, \tilde{t}_1 = 0.01$ 时,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 随 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 的变化规律, 如图5所示. 由图5可知, 无量纲最大热阻(反映局部极限性能)  $\tilde{R}_t$ 和无量纲当量热阻(反映整体散热性能)  $\tilde{R}_h$ 随间距与厚度比 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 的变化规律具有明显的不同. 存在最佳的 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 使 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$

取得一次最小值 $\tilde{R}_{t,m}$ 和 $\tilde{R}_{h,m}$ , 但 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 取得极值所对应的 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 最佳值不同, 即两种目标下的热沉最优构形不同. 由数值计算结果可知:  $\tilde{R}_{t,m}$ 所对应的 $(\tilde{S}/\tilde{t}_1)_{opt} = 3.44$ , 此时对应的 $\tilde{R}_h = 1.5793$ , 与 $\tilde{R}_{h,m}$ 相比增加了5.16%, 即此参数下整体平均散热性能与最优的整体平均散热性能相比降低了5.16%;  $\tilde{R}_{h,m}$ 所对应的 $(\tilde{S}/\tilde{t}_1)_{opt} = 4.42$ , 此时对应的 $\tilde{R}_t = 0.0714$ , 与 $\tilde{R}_{t,m}$ 相比仅增加了0.99%, 即此参数下局部极限性能与最优的局部极限性能相比仅降低了0.99%. 这体现了以焓耗散意义下的当量热阻为优化目标的优越性.

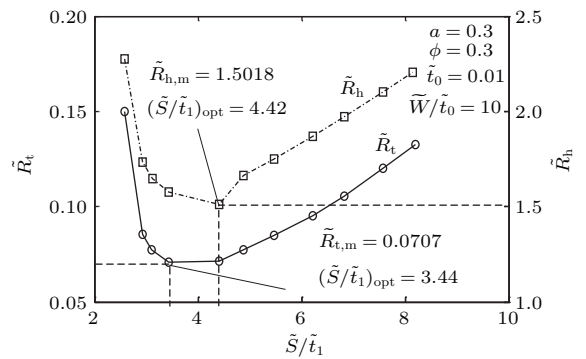


图5  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  随  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  的变化规律  
Fig. 5.  $\tilde{R}_t$  and  $\tilde{R}_h$  versus  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  characteristics.

进一步释放自由度 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ , 对 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 和 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 进行双自由度优化. 在 $\tilde{S}/\tilde{t}_1 = 2-8$ 和 $\tilde{W}/\tilde{t}_0 = 3-20$ 范围内, 计算 $a = 0.3, \phi = 0.3$ 和 $\tilde{t}_1 = 0.01$ 时,  $\tilde{R}_{t,m}$ 和 $\tilde{R}_{h,m}$ 及对应的 $(\tilde{S}/\tilde{t}_1)_{opt}$ 随 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 的变化规律, 如图6所示. 由图可知:  $\tilde{R}_{t,m}$ 随 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 的增大而逐渐减小, 且降速减缓, 不存在最优的 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 使 $\tilde{R}_t$ 取得二次最小值, 即不存在以 $\tilde{R}_{t,m}$ 为目标的最优构形.  $\tilde{R}_{h,m}$ 随 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 的增大具有逐渐减小的趋势, 变化曲线具有波动性, 但仍存在最优的 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 使 $\tilde{R}_h$ 取得二次最小值, 即存在以 $\tilde{R}_{h,m}$ 为目标的最优构形. 在此参数条件下,  $\tilde{R}_{h,mm} = 0.6773$ , 与一次最小值 $\tilde{R}_{h,m}$ 相比降低了54.90%;  $\tilde{R}_t = 0.0562$ , 与一次最小值 $\tilde{R}_{t,m}$ 相比降低了20.51%. 这说明对热沉进行二次构形优化可以进一步大幅降低当量热阻, 改善热沉的整体平均散热性能, 同时可以较大程度地降低热沉最大热阻, 改善热沉的局部极限性能.

为分析 $a$ 和 $\phi$ 对 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 随 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 变化规律的影响, 需给定参数 $\tilde{W}/\tilde{t}_0 = 10$ 和 $\tilde{t}_1 = 0.01$ . 图7为 $\phi = 0.3$ 时, 全局参数 $a$ 对 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 随优化变量 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 变化规律的影响, 图8为 $a = 0.3$ 时, 材料占比 $\phi$ 对 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 随优化变量 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 变化规律的影响.

由图7可知, 其他参数相同时, 全局参数 $a$ 越大, 无量纲最大热阻 $\tilde{R}_t$ 和无量纲当量热阻 $\tilde{R}_h$ 越小; 不同的全局参数 $a$ ,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 取得最小值时的 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 相同. 这说明全局参数 $a$ 对两个目标下的最优构形无影响. 由数值计算结果可知:  $a = 0.5$ 时, 无量纲最大热阻最小值和无量纲当量热阻最小值分别为 $\tilde{R}_{t,m} = 0.0424$ 和 $\tilde{R}_{h,m} = 0.8797$ , 与 $a = 0.3$ 时的 $\tilde{R}_{t,m} = 0.0707$ 和 $\tilde{R}_{h,m} = 1.5018$ 相比分别下降

了40.03%和41.42%. 这说明全局参数 $a$ 对热沉换热性能有较大影响, 提高全局参数 $a$ 可以在较大程度上降低 $\tilde{R}_{t,m}$ 和 $\tilde{R}_{h,m}$ , 从而改善热沉的局部极限性能和整体平均散热性能, 且改善程度基本相同.

由图8可知, 其他参数相同时,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 均随材料占比 $\phi$ 的增大而减小; 不同的材料占比 $\phi$ ,  $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 取得最小值时的 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 均不同. 这说明材料占比 $\phi$ 对两种目标下的最优构形均有较大影响. 由数值

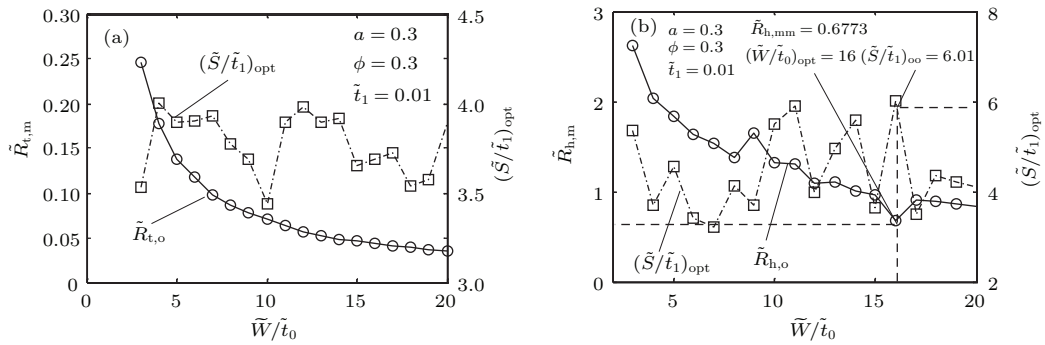


图6  $\tilde{R}_{t,m}$ 和 $\tilde{R}_{h,m}$ 及相应 $(\tilde{S}/\tilde{t}_1)_{opt}$ 随 $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ 的变化规律

Fig. 6.  $\tilde{R}_{t,m}$ ,  $\tilde{R}_{h,m}$  and the corresponding  $(\tilde{S}/\tilde{t}_1)_{opt}$  versus  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  characteristics.

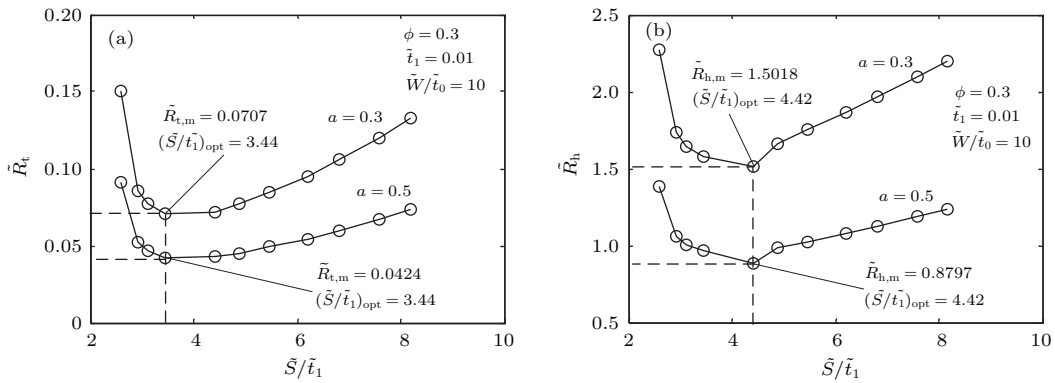


图7  $a$ 对 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 与 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 关系的影响

Fig. 7. Influences of  $a$  on the  $\tilde{R}_t$  and  $\tilde{R}_h$  versus  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  characteristics.

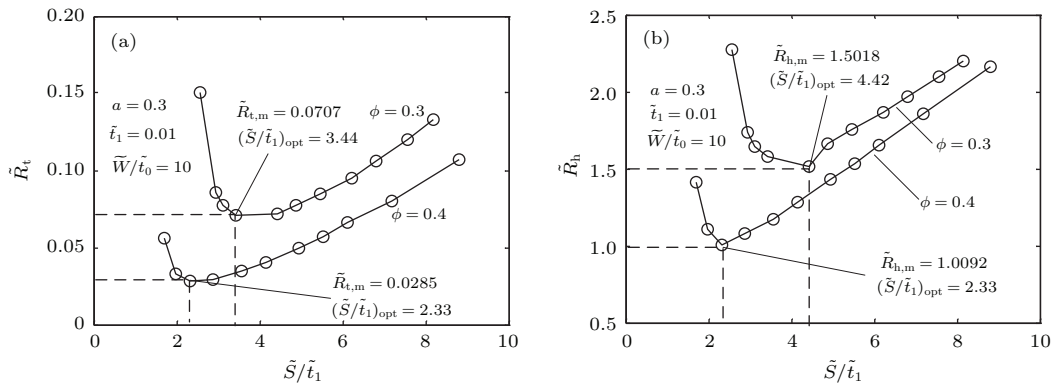


图8  $\phi$ 对 $\tilde{R}_t$ 和 $\tilde{R}_h$ 与 $\tilde{S}/\tilde{t}_1$ 关系的影响

Fig. 8. Influences of  $\phi$  on the  $\tilde{R}_t$  and  $\tilde{R}_h$  versus  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  characteristics.

计算结果可知:  $\phi = 0.4$  时, 无量纲最大热阻最小值  $\tilde{R}_{t,m} = 0.0707$  和当量热阻最小值  $\tilde{R}_{h,m} = 1.5018$  相比分别下降了 59.69% 和 32.80%. 这说明材料占比  $\phi$  对热沉换热性能有较大影响, 提高材料占比  $\phi$  可以在较大程度上降低  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$ , 从而改善热沉的局部极限性能和整体平均散热性能, 且改善程度差别较大.

## 5 结 论

本文采用有限元数值仿真方法, 分别以最大热阻最小化和基于焓耗散定义的当量热阻最小化为优化目标, 对二维矩形肋片热沉进行了构形优化, 对比了两种目标下的优化结果, 并分析了全局参数和材料占比对最大热阻最小值和当量热阻最小值及其对应最优构形的影响.

研究表明, 对肋片厚度进行单自由度优化时, 热沉外形固定, 给定全局参数  $a$  和材料占比  $\phi$ , 最大热阻  $\tilde{R}_t$  和当量热阻  $\tilde{R}_h$  均随着肋片厚度  $\tilde{t}_1$  的增大而增大, 但  $\tilde{R}_t$  增速逐渐增加, 而  $\tilde{R}_h$  增速逐渐降低, 即不存在最佳的  $\tilde{t}_1$  使  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  取得极小值. 因此, 优化肋片间距与厚度比  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  时, 需给定肋片厚度  $\tilde{t}_1$ , 此时热沉外形可自由变化. 对肋片间距与厚度比  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  进行单自由度优化时,  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  均随间距与厚度比  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  的增大先减小后增大. 存在最佳的  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  使  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  取得一次最小值  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$ , 但  $\tilde{R}_t$  和  $\tilde{R}_h$  取得极值所对应的  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  最佳值不同, 即两种目标下的热沉最优构形不同, 热沉的局部传热性能和整体散热性能不能同时达到最优. 但以  $\tilde{R}_{h,m}$  为优化目标而得到的热沉  $\tilde{R}_t$  与  $\tilde{R}_{t,m}$  相比仅增加了 0.99%, 而以  $\tilde{R}_{t,m}$  为优化目标而得到的热沉  $\tilde{R}_h$  与  $\tilde{R}_{h,m}$  相比增加了 5.16%. 因此, 以  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  为优化变量对本文热沉模型进行优化时, 以  $\tilde{R}_{h,m}$  为优化目标更合理. 释放自由度  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$ , 对  $\tilde{S}/\tilde{t}_1$  和  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  对热沉模型进行双自由度优化时, 发现不存在最优的  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  使  $\tilde{R}_t$  取得二次最小值, 但仍然存在最优的  $\tilde{W}/\tilde{t}_0$  使  $\tilde{R}_h$  取得二次最小值.  $\tilde{R}_h$  的二次最小值  $\tilde{R}_{h,mm}$  比一次最小值  $\tilde{R}_{h,m}$  降低了 54.90%, 进一步改善了热沉的整体平均散热性能, 且此时的  $\tilde{R}_t = 0.0562$ , 比其一次最小值  $\tilde{R}_{t,m}$  降低了 20.51%. 对热沉进行二次构形优化可以同时改善热沉的整体平均散热性能和局部极限性能.

通过研究  $a$  和  $\phi$  对热沉最优构形的影响可以发

现: 全局参数  $a$  对两种目标下的热沉最优构形没有影响, 而材料占比  $\phi$  对两种目标下的热沉最优构形均有较大影响. 提高全局参数  $a$  和材料占比  $\phi$  均可有效降低  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$ , 从而改善热沉的局部极限性能和整体平均散热性能, 但  $a$  和  $\phi$  对  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$  的降低程度均不同,  $a$  对  $\tilde{R}_{h,m}$  的改善程度更大, 相对于  $a = 0.3$  时的  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$ , 在  $a = 0.5$  时,  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$  分别下降了 40.03% 和 41.42%, 相差 1.39%;  $\phi$  对  $\tilde{R}_{t,m}$  的改善程度更大, 相对于  $\phi = 0.3$  时的  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$ , 在  $\phi = 0.4$  时,  $\tilde{R}_{t,m}$  和  $\tilde{R}_{h,m}$  分别下降了 59.69% 和 32.80%, 相差 26.89%. 因此, 对本文热沉模型进行优化时, 以当量热阻最小化为优化目标更合理.

热沉的结构优化设计中, 不能仅仅考虑其局部极限性能(最大热阻)或整体平均传热性能(当量热阻), 实际工程中, 需同时考虑其局部性能和整体性能. 另外, 结构强度也是热沉设计中需要考虑的重要因素. 因此, 在今后的研究中还应以最大热阻和当量热阻的复合函数以及结构强度为目标对热沉进行结构优化设计.

## 参考文献

- [1] Harahap F, Mcmanus H N 1967 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **89** 32
- [2] Ahmed I, Krane R J, Parsons J R 1994 *Trans. ASME J. Electr. Pack.* **116** 60
- [3] Baskaya S, Sivrioglu M, Ozek M 2000 *Int. J. Therm. Sci.* **39** 797
- [4] Narasimhan S, Bar-Cohen A, Nair R 2003 *IEEE Trans. Compon. Pack. Tech.* **26** 136
- [5] Suryawanshi S D, Sane N K 2009 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **131** 082501
- [6] Song W M, Meng J A, Li Z X 2011 *Chin. Sci. Bull.* **56** 263
- [7] Taji S G, Parishwad G V, Sane N K 2014 *Int. J. Heat Mass Transfer* **72** 250
- [8] Jones C D, Smith L F 1970 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **2** 6
- [9] Culham J R, Muzychka Y S 2001 *IEEE Trans. Compon. Pack. Tech.* **24** 159
- [10] Shih C J, Liu G C 2004 *IEEE Trans. Compon. Pack. Tech.* **27** 551
- [11] Zhou J H, Yang C X, Zhang L N 2009 *Appl. Therm. Eng.* **29** 1872
- [12] Zhang X H, Liu D W 2010 *Energy Convers. Manage.* **51** 2449
- [13] Arularasan R, Dhanushkodi G, Velraj R 2011 *Int. J. Comput. Aid. Eng. Tech.* **3** 526
- [14] Li H Y, Chao S M, Chen J W, Yang J T 2103 *Int. J. Heat Mass Transfer* **57** 722



- [15] Lindstedt M, Lampio K, Karvinen R 2015 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **137** 61006
- [16] Bejan A 1996 *J. Adv. Transp.* **30** 85
- [17] Bejan A 1997 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **40** 799
- [18] Bejan A, Lorente S 2010 *Phil. Trans. R. Soc. B: Biol. Sci.* **365** 1335
- [19] Bejan A, Lorente S 2008 *Design with Constructal Theory* (New Jersey: Wiley)
- [20] Bejan A, Lorente S 2103 *Phys. Life Rev.* **8** 209
- [21] Bejan A, Zane P J 2012 *Design in Nature* (New York: Doubleday)
- [22] Chen L G 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 802
- [23] Miguel A F 2013 *Phys. Life Rev.* **10** 168
- [24] Bejan A, Lorente S 2103 *J. Appl. Phys.* **113** 151301
- [25] Luo L 2013 *Heat and Mass Transfer Intensification and Shape Optimization* (New York: Springer)
- [26] Rocha L A O, Lorente S, Bejan A 2013 *Constructal Law and the Unifying Principle of Design* (Berlin: Springer)
- [27] Bejan A 2015 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **137** 61003
- [28] Muzychka Y S 2005 *ASME International Conference on Microchannels and Minichannels* Toronto, Canada, June 13–15 2005 p1
- [29] Moreno R M, Tao Y X 2006 *Trans. ASME J. Heat Transfer* **128** 740
- [30] Muzychka Y S 2007 *Int. J. Therm. Sci.* **46** 245
- [31] Bello-Ochende T, Liebenberg L, Meyer J P 2007 *Sou. Afr. J. Sci.* **103** 483
- [32] Bello-Ochende T, Meyer J P 2009 *Int. J. Emerging Multidiscip. Fluid Sci.* **1** 61
- [33] Xie G N, Zhang F L, Sundén B, Zhang W H 2014 *Appl. Therm. Eng.* **62** 791
- [34] Guo Z Y, Liang X G, Zhu H Y 2006 *Prog. Natural Sci.* **16** 1288 (in Chinese) [过增元, 梁新刚, 朱宏晔 2006 自然科学进展 **16** 1288]
- [35] Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G 2007 *Int. J. Heat Mass Transfer* **50** 2545
- [36] Guo Z Y, Cheng X G, Xia Z Z 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 406
- [37] Xia S J, Chen L G, Sun F R 2009 *Chin. Sci. Bull.* **54** 3587
- [38] Wei S H, Chen L G, Sun F R 2009 *Sci. China: Tech. Sci.* **52** 2981
- [39] Cheng X T, Xu X H, Liang X G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 118103 (in Chinese) [程雪涛, 徐向华, 梁新刚 2011 物理学报 **60** 118103]
- [40] Cheng X T, Dong Y, Liang X G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114402 (in Chinese) [程雪涛, 董源, 梁新刚 2011 物理学报 **60** 114402]
- [41] Chen L G 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 4404
- [42] Li Q Y, Chen Q 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 299
- [43] Chen Q, Liang X G, Guo Z Y 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **63** 65
- [44] Xu Y C, Chen Q 2013 *Energy* **60** 464
- [45] Cheng X T, Liang X G 2013 *Energy & Buildings* **67** 387
- [46] Cheng X T, Liang X G 2013 *J. Thermal Sci. Tech.* **8** 337
- [47] Cheng X T, Liang X G 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 5309
- [48] Chen L G 2014 *Sci. China: Tech. Sci.* **57** 2305
- [49] Wang W H, Cheng X T, Liang X G 2015 *Sci. China: Tech. Sci.* **58** 630
- [50] Zhang L, Liu X, Zhao K, Jiang Y 2015 *Int. J. Heat Mass Transfer* **85** 228
- [51] Zheng J L, Luo X B 2011 *Chinese Society of Engineering Thermophysics* Xi'an, China, October, Paper No. 113019 (in Chinese) [郑建林, 罗小兵 2011 中国工程热物理学会论文编号: 113019 西安 10 月]
- [52] Jia L, Mao Z M, Luo X B 2011 *Chinese Society of Engineering Thermophysics* Xi'an, China, October, 2011 Paper No. 113537 (in Chinese) [贾琳, 毛章明, 罗小兵 2011 中国工程热物理学会论文 西安, 中国, 2011 年 10 月 编号: 113537]
- [53] Cheng X T, Zhang Q Z, Xu X H, Liang X G 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020503
- [54] Wu X, Zhang W, Gou Q, Luo Z, Lu Y 2014 *Int. J. Heat Mass Transfer* **75** 414
- [55] Xie Z H, Chen L G, Sun F R 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 1249
- [56] Xiao Q H, Chen L G, Xie Z H, Sun F R 2012 *J. Eng. Thermophys.* **33** 1465 (in Chinese) [肖庆华, 陈林根, 谢志辉, 孙丰瑞 2012 工程热物理学报 **33** 1465]
- [57] Feng H J, Chen L G, Sun F R 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 515
- [58] Feng H J, Chen L G, Xie Z H, Sun F R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 34701 (in Chinese) [冯辉君, 陈林根, 谢志辉, 孙丰瑞 2015 物理学报 **64** 34701]
- [59] Xiao Q H, Chen L G, Sun F R 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 211
- [60] Gong S W, Chen L G, Xie Z H, Feng H J, Sun F R 2014 *Chin. Sci. Bull.* (in Chinese) [龚舒文, 陈林根, 谢志辉, 冯辉君, 孙丰瑞 2014 科学通报 **59** 3609]
- [61] Bejan A, Almgöbel M 2000 *Int. J. Heat Mass Transfer* **43** 2101

# Comparative study on constructal optimizations of rectangular fins heat sink based on entransy dissipation rate minimization and maximum thermal resistance minimization\*

Yang Ai-Bo Chen Lin-Gen<sup>†</sup> Xie Zhi-Hui Sun Feng-Rui

(Institute of Thermal Science and Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(Military Key Laboratory for Naval Ship Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

( Received 30 January 2015; revised manuscript received 24 May 2015 )

## Abstract

Constructal optimization of a rectangular fin heat sink with two-dimensional heat transfer model is carried out through using numerical simulation by finite element method, in which the minimized maximum thermal resistance and the minimized equivalent thermal resistance based on entransy dissipation are taken as the optimization objectives, respectively. The optimal constructs based on the two objectives are compared. The influences of a global parameter ( $a$ ) which integrates convective heat transfer coefficient, overall area occupied by fin and its thermal conductivity, and the volume fraction ( $\phi$ ), on the minimized maximum thermal resistance, the minimized equivalent thermal resistances and their corresponding optimal constructs are analyzed. The results show that there does not exist optimal thickness of fins for the two objectives when the shape of the heat sink is fixed, and the optimal constructs based on the two objectives are different when the shape of the heat sinks can be changed freely. Besides, the global parameter has no influence on the optimal constructs based on the two objectives, but the volume fraction does. The increases of the global parameter and the volume fraction reduce the minimum values of the maximum thermal resistance and the equivalent thermal resistance, but the degrees are different. The reduce degree of the global parameter to the minimized equivalent thermal resistance is larger than that to the minimized maximum thermal resistance. The minimized equivalent thermal resistance and the minimized maximum thermal resistance are reduced by 40.03% and 41.42% for  $a = 0.5$ , respectively, compared with those for  $a = 0.3$ . However, the reduce degree of the volume fraction to the minimized maximum thermal resistance is larger than that to the minimized equivalent thermal resistance. The minimized equivalent thermal resistance and the minimized maximum thermal resistance are reduced by 59.69% and 32.80% for  $\phi = 0.4$ , respectively, compared with those for  $\phi = 0.3$ . As a whole, adjusting the parameters of the heat sink to make the equivalent thermal resistance minimum can make the local limit performance good enough at the same time; however, the overall average heat dissipation performance of the heat sink becomes worse when the parameters of the heat sink are adjusted to make the maximum thermal resistance minimum. Thus, it is more reasonable to take the equivalent thermal resistance minimization as the optimization objective when the heat sink is optimized.

**Keywords:** constructal theory, entransy dissipation extremum principle, heat sink, generalized thermodynamic optimization

**PACS:** 44.27.+g, 44.10.+i, 05.70.Ce

**DOI:** 10.7498/aps.64.204401

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51206184, 51176203, 51356001, 51579244).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lingenchen@hotmail.com](mailto:lingenchen@hotmail.com)