

涨落作用下周期驱动的分数量过阻尼棘轮模型的混沌输运现象

刘德浩 任芮彬 杨博 罗懋康

Chaotic transport of fractional over-damped ratchet with fluctuation and periodic drive

Liu De-Hao Ren Rui-Bin Yang Bo Luo Mao-Kang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 220501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.220501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.220501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

带反馈的分数量耦合布朗马达的定向输运

Transport properties of fractional coupled Brownian motors in ratchet potential with feedback

物理学报.2015, 64(12): 120501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.120501>

非对称耦合粒子链在棘齿势中的确定性定向输运

Deterministic directional transport of asymmetrically coupled nonlinear oscillators in a ratchet potential

物理学报.2015, 64(7): 070501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070501>

乘性色噪声激励下三稳态 van der Pol-Duffing 振子随机 P-分岔

Stochastic P-bifurcations in tri-stable van der Pol-Duffing oscillator with multiplicative colored noise

物理学报.2015, 64(6): 060501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060501>

群体迁移行为的理论与实证研究

Theoretical and empirical studies on group behaviors

物理学报.2015, 64(3): 030502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030502>

非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振研究

System size stochastic resonance in asymmetric bistable coupled network systems

物理学报.2014, 63(22): 220503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220503>

涨落作用下周期驱动的分数量过阻尼棘轮模型的混沌输运现象*

刘德浩 任芮彬 杨博 罗懋康†

(四川大学数学学院, 成都 610064)

(2015年5月13日收到; 2015年7月10日收到修改稿)

考虑涨落作用下周期驱动的过阻尼分数量棘轮模型, 通过模型的数值求解, 研究确定性棘轮的混沌特性与噪声的作用对输运行为的影响, 进而讨论过阻尼分数量分子马达反向输运的机理. 分析表明: 随着势垒高度、势不对称性与模型记忆性的变化, 随机棘轮的反向输运并不必然地要求确定性棘轮也反向输运; 随着模型阶数的减小, 亦即分数量阻尼介质记忆性的增强, 确定性棘轮在反向输运之前会经历一个周期倍化导致的混沌状态, 但在噪声作用下, 反向流的发生会提前, 即混沌状态的确定性棘轮在噪声的作用下即可进行反向输运. 也就是说, 噪声能定性地改变棘轮的输运状态: 从无噪声时的混沌运动到有噪声时的定向输运. 这是过阻尼随机棘轮反向输运的一种机理, 也是噪声在定向输运过程中发挥积极作用的一个体现.

关键词: 分数量分子马达, 混沌, 分数量高斯噪声, 定向输运反向流

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj

DOI: 10.7498/aps.64.220501

1 引言

分子马达是广泛存在于细胞内部和细胞表面的一类具有马达功能的蛋白质分子^[1,2], 它既具有酶的活性又具有运动性, 能高效地将贮藏在三磷酸腺苷(ATP)分子中的化学能转化为机械能. 它在生物体内的生命活动中起着至关重要的作用, 细胞内部几乎所有的生命活动, 如细胞分裂、肌肉收缩、细胞核的移动、囊泡的定位输运等, 都与分子马达沿蛋白质微管或微丝在微观尺度上做定向运动有关^[3].

近年来, 随着单分子操作技术的飞速发展, 人工纳米机器的构建与应用成为21世纪最具挑战性的热点课题之一, 人工制造分子马达方面已取得许多突破^[4-7], 分子马达工作机理问题已引起人们的极大关注. 至今为止, 摇摆棘轮模型、涨落棘轮模型等多种棘轮模型已经被提出并用于解释分子马达的定向输运现象^[8-11], 这些早期的棘轮

模型的讨论还可参见Hänggi和Marchesoni的综述文献^[12]. 考虑到早期的棘轮模型在解释分子马达输运效率等方面有所不足, 近年来也提出了一些考虑到分子马达结构的新的棘轮模型^[13,14]. 与此同时, 由于分子马达的双头甚至多头构造, 对由多个Langevin方程描述的棘轮模型的耦合输运进行了大量研究^[15-17]. 由许多外加因素如负载、周期驱动、外界扰动、反馈等导致的棘轮模型的复杂的输运现象与随机共振现象也引起了人们的关注^[18-22]. 例如, Ai等^[18]研究了外界驱动力对定向流的影响, 发现外力的频率对马达的运动方向有重要影响; 文献^[19, 20]发现用Logistic映射生成混沌序列并以此驱动确定性棘轮模型也能实现定向输运. 不过这些文献的研究大多是基于整数阶Langevin方程, 也就是假设Brown粒子在理想介质中运动. 而事实上细胞液等黏性介质具有“长记忆性”, 与理想性假设并不相符. 此时分数量微积分因为具有时间长期记忆性和空间长程相关性, 比整数阶微积分能更好地描述这一类具有长记忆

* 国家自然科学基金(批准号: 11171238)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: makaluo@scu.edu.cn

性的物理过程和生化反应过程^[23,24]. 因此分数阶分子马达模型成为近年来关注的热点. 分数阶分子马达的一个可能最令人感兴趣的结果是模型的记忆性会导致输流反转^[25,26]. 与此同时, 由于确定性惯性棘轮的混沌与反向流之间可能存在的密切联系, 定向输运中的混沌现象也越来越引起人们的重视^[22,27,28]. 例如, Mateos^[22] 讨论了确定性惯性棘轮的混沌输运现象, 发现随着外部驱动力强度的变化, 定向流反转之前会经历一个混沌状态, 因此认为混沌是确定性惯性棘轮反向输运的原因; Fereydoon 和 Larrondo^[27] 利用确定性棘轮的混沌特性控制输流的方向, 该结果可以应用于生物粒子的分离.

需要指出的是, 目前所见文献讨论混沌与反向流之间的关系时, 均只考虑确定性棘轮, 不考虑噪声的影响; 然而蛋白质分子在细胞内的运输必然会受到热涨落的作用, 这时用确定性棘轮描述粒子的运动过程有一定的局限性. 因此, 在本文中我们不仅关注确定性棘轮的混沌特性, 也关注噪声的作用. 另一方面, 大量文献已经表明分数阶分子马达模型的记忆性能导致 Brown 粒子反向输运, 但反向输运的机理, 也就是在 Brown 粒子反向输运时, 分数阶分子马达的工作方式是一个值得关注的问题, 目前却未见有相关文献讨论. 因此本文中, 我们关注分数阶过阻尼随机棘轮(即含噪声影响的确定性棘轮), 尤其是对应的确定性棘轮处于混沌状态的随机棘轮的输运性质, 进而讨论过阻尼分数阶马达反向输运的可能的机理. 通过数值求解, 我们发现随机棘轮的反向输运并不必然地要求确定性棘轮也反向输运; 而且随着模型参数的变化, 过阻尼确定性棘轮在反向输运之前也会经历一个周期倍化导致的混沌状态, 但在噪声作用下, 反向流的发生会提前, 即混沌状态的确定性棘轮在噪声的作用下即可实现反向输运, 也就是说噪声能定性地改变棘轮的输运状态, 从无噪声时的混沌运动到有噪声时的定向输运. 这不仅是过阻尼随机棘轮反向输运的一种可能的机理, 也是噪声在定向输运的研究中发挥积极作用的一个体现.

2 系统模型

2.1 分数阶 Langevin 方程

在黏性介质中 Brown 粒子受到的阻尼力与历史速度有关, 其动力学特性用广义 Langevin 方程

描述:

$$m\ddot{x} + \int_0^t \gamma(t-\tau)\dot{x}(\tau)d\tau = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + \sqrt{2D}\xi(t), \quad (1)$$

式中, m 是粒子质量; $\gamma(\cdot)$ 是阻尼核函数; $V(x,t)$ 是势函数; D 是噪声强度; $\xi(\cdot)$ 是零均值 Gauss 噪声, 且满足涨落耗散定理: $\langle \xi(t)\xi(s) \rangle = k_B T \gamma(|t-s|)$, 其中, T 是介质温度, k_B 是 Boltzmann 常数.

在许多物理和生化环境中, 幂律记忆的阻尼核函数能较好地刻画 Brown 粒子的阻尼力演化特性. 分数阶 Langevin 方程是一个含幂律记忆核的广义 Langevin 方程^[24], 即(1)式中取

$$\gamma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-p)}|t|^{-p}, \quad 0 < p < 1, \quad (2)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数. 再根据 Caputo 分数阶微分的定义

$${}_0^C D_t^p x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t (t-\tau)^{-p} \dot{x}(\tau) d\tau,$$

其中 ${}_0^C D_t^p x(t)$ 表示 $x(t)$ 在区间 $[0,t]$ 上的 p 阶 Caputo 微分. 分数阶 Langevin 方程可以写为

$$m\ddot{x} + {}_0^C D_t^p x(t) = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + \sqrt{2D}\xi(t). \quad (3)$$

2.2 周期驱动的过阻尼分数阶分子马达模型

分子马达的几何尺度很小, 一般在 10 nm 左右, 分子量在几万到几十万道尔顿, 而且标识惯性力与黏滞力比值的雷诺数(Regnolds number)很小, 惯性对马达的作用远小于阻尼作用^[12]. 因此可以合理地将方程(3)中的惯性项忽略, 即考虑过阻尼情形下的分数阶 Langevin 方程:

$${}_0^C D_t^p x(t) = -\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + \sqrt{2D}\xi(t). \quad (4)$$

在分子马达的噪声整流工作机理中, 时间或空间的不对称性不可或缺. 取势函数为空间不对称势:

$$U(x) = U_0 \left(\sin \frac{2\pi x}{L} + \frac{\alpha}{4} \sin \frac{4\pi x}{L} \right), \quad \alpha > 0,$$

其中, L 是势函数周期, U_0 反映了势垒高度, α 反映了势的不对称性, 且仅当 $\alpha = 0$ 或 $\alpha \rightarrow \infty$ 时, $U(x)$ 是对称势函数. $U_0 = 4, L = 1$, 时, $U(x)$ 的示意图见图 1.

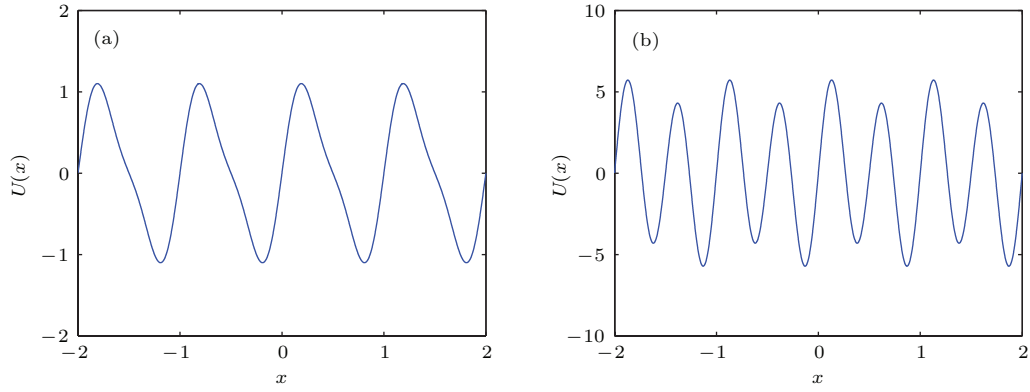


图1 不同 α 对应的空间不对称势函数 (a) $\alpha = 1$; (b) $\alpha = 20$

Fig. 1. Spatial asymmetric potential function corresponding to different α values: (a) $\alpha = 1$; (b) $\alpha = 20$.

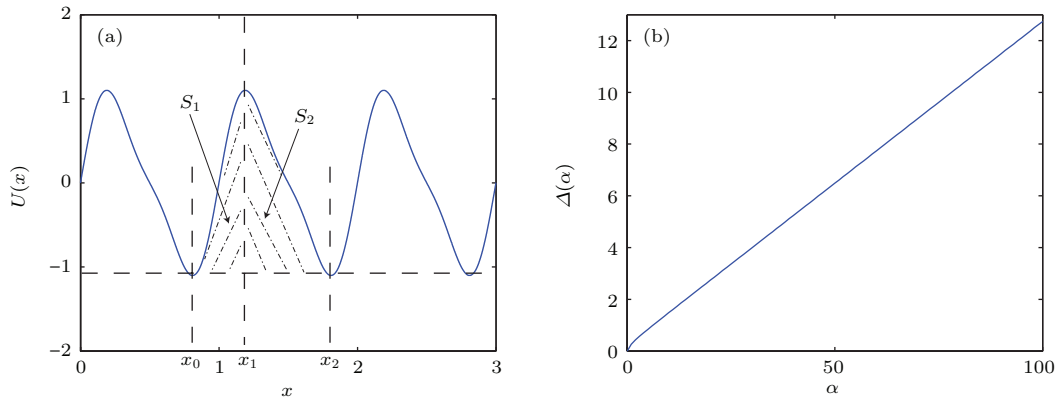


图2 $U(x)$ 不对称性的度量 (a) 不对称程度 Δ ; (b) Δ 与 α 的关系

Fig. 2. Measurement of asymmetry of $U(x)$: (a) The measurement Δ ; (b) function relationship between Δ and the parameter α .

进一步, 如图2(a)所示, 定义 $U(x)$ 的不对称度为

$$\Delta = S_2 - S_1 = \int_{x_1}^{x_2} (U(x) - U_{\min}) dx - \int_{x_0}^{x_1} (U(x) - U_{\min}) dx,$$

其中, $x_0, x_2 = L + x_0$ 是相邻两个势垒最低点, x_1 是 x_0 与 x_2 之间的势垒最高点, $U_{\min} = \min_x \{U(x)\}$. 图2(b)给出了不对称度 Δ 与参数 α 的关系: α 增加时, 势函数 $U(x)$ 的不对称度近乎线性增加.

于是在外加周期函数 $A \cos(\omega t)$ 驱动下的过阻尼分数阶 Langevin 方程可以写为

$${}_0^C D_t^p x(t) = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + A \cos(\omega t) + \sqrt{2D} \xi(t), \quad (5)$$

其中, A 是驱动强度, ω 是驱动函数的频率. 方程(5)去掉噪声项即得到与之对应的确定性棘轮系统:

$${}_0^C D_t^p x(t) = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + A \cos(\omega t). \quad (6)$$

为叙述方便, 也称确定性棘轮系统(6)为“确定系统”, 称随机棘轮系统(5)为“分子马达”.

3 仿真与分析

3.1 数值算法

方程(5)是分数阶非线性随机微分方程, 理论求解困难, 考虑数值求解. 根据分数阶导数的 Grunwald-Letnikov 定义, 可以得到方程(5)的差分格式:

$$x_n = -\sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \binom{p}{k} x_{n-k} - T_s^p U'(x_{n-1}) + T_s^p A \sin(\omega t_n) + T_s^p \sqrt{2D} \xi_n, \quad (7)$$

其中, T_s 是采样时间; $t_k = T_s(k-1)$, $k = 1, \dots, n$; $x_k = x(t_k)$; $\xi_k = \xi(t_k)$; $\binom{p}{k} = \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-k+1)k!}$. 将(7)式中的噪声项 $T_s^p \sqrt{2D} \xi_n$ 去掉, 即得确定性系统(6)对应的差分格式.

方程(7)中分数阶高斯色噪声 ξ_n 通过分数差分序列模拟:

$$(1-B)^d \xi_n = a_n \quad \left(d = \frac{1-p}{2}, \quad 0 < p < 1 \right), \quad (8)$$

其中, a_n 是 Gaussian 白噪声; B 是延迟算子, 即 $B^k \xi_n = \xi_{n-k}$, $B^k c = c$, c 是一个常数, 且 $(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{d}{k} B^k$.

采用 Monte-Carlo 方法, 取 200 次仿真的平均值作为粒子的平均位移. 又由于粒子的平均速度 $\langle \dot{x} \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle x(t) \rangle / t$, 因此用 $\langle x(t) \rangle / t$ (t 充分大) 近似马达的平均运输速度 v . 仿真时, 取采样时间 $T_s = 0.005$ s, 仿真时间 $T = 10$ s, 空间势周期 $L = 1$, 驱动频率 $\omega = 2\pi$, 驱动强度 $A = 0.1$.

3.2 结果与分析

3.2.1 势的不对称程度对运输速度的影响

参数 α 刻画了势的不对称程度. 图 3 所示为取 $p = 0.78$, $U_0 = 4$ 时, 不同噪声强度下分子马达的平均运输速度 v 与 α 的关系. 易见, $\alpha = 0$ 时, 由于没有时间或空间不对称性的破缺, 马达不会形成定向流. α 较小时, $U(x)$ 的不对称程度较弱, 由于介质的记忆性, 阻尼力对粒子的影响大于势场力, 粒子更容易反向运动, 形成反向流; 而随着 α 的增大, 势场力对粒子的影响将会逐渐占主导地位, 因此粒子更易于沿着势场的倾斜方向运动, 进而形成正向流. 当然, α 取值过大时,

$$U(x) \approx \frac{\alpha}{4} U_0 \sin \frac{4\pi x}{L},$$

近似为一个周期为 $L/2$ 的对称势函数, 马达不会出现定向流.

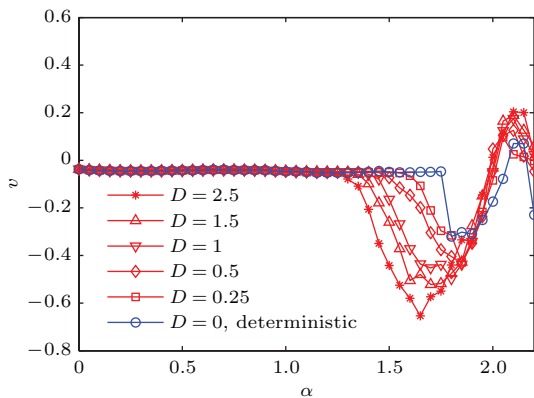


图 3 (网刊彩色) 不同噪声强度 D 下棘轮的平均运输速度 v 与参数 α 的关系

Fig. 3. (color online) Average transport velocity v versus parameter α under different noise intensity D values.

由图 3 还可以观察到, 在一定的范围内, 噪声强度越大, 反向流开始出现的参数 α 越小, 例如, 噪声强度 $D = 2.5$ 时, 马达 (随机棘轮) 在 $\alpha \approx 1.25$ 开

始出现反向流, 而 $D = 0$ 时 (即确定性系棘轮), 在 $\alpha \approx 1.75$ 才开始出现反向流. 这表明不具有反向流的确定性棘轮也能导致马达反向运输, 当然具有反向流的确定性棘轮系统更能促使随机棘轮反向运输 (例如 $\alpha = 2$).

3.2.2 势垒高度对运输速度的影响

参数 U_0 刻画了不对称势的势垒高度. U_0 越大, 势垒高度越大. 图 4 给出了固定 $p = 0.78$, $\alpha = 0.5$ 时, 不同噪声强度下马达的运输速度与参数 U_0 的关系. 由图 4 (a) 可以发现: 由于介质的记忆性, U_0 取值较小时, 阻尼力对粒子的影响大于势场力, 此时更容易形成反方向的粒子流; U_0 取值较大时, 势场力逐渐起到主导作用, 粒子更容易形成正向流; 当然, U_0 过大时, 势场力对粒子的作用远远大于热涨落的作用, 热涨落不足以使 Brown 粒子越过势垒最高点, 马达不会形成定向流. 图 4 (b) 是图 4 (a) 中 $4.5 < U_0 < 6$ 的部分. 由图 4 (b) 亦可发现, 在合

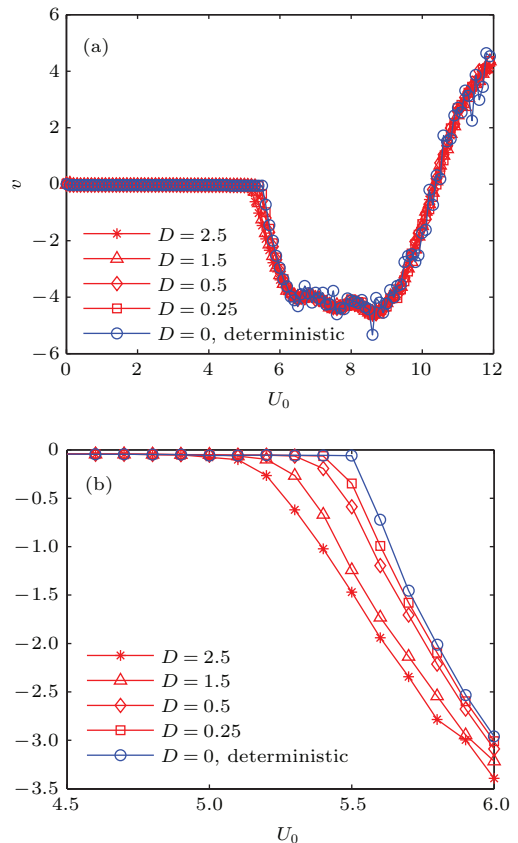


图 4 (网刊彩色) 不同噪声强度 D 下棘轮的平均运输速度 v 与参数 U_0 的关系 (a) $0 \leq U_0 \leq 12$; (b) $4.5 \leq U_0 \leq 6$

Fig. 4. (color online) Average transport velocity v versus parameter U_0 under different noise intensity D values: (a) $0 \leq U_0 \leq 12$; (b) $4.5 \leq U_0 \leq 6$.

适的参数下, 噪声强度越大, 随机棘轮更容易出现反向流 (开始出现反向流的势垒高度越小). 这也说明随机棘轮出现反向流并不必然地要求确定性棘轮也出现反向流.

3.2.3 介质记忆性对运输速度的影响

阶数 p 刻画了介质的记忆性, p 越小, 阻尼核衰减得越慢, 历史速度对现在的影响越大. 图 5 给出了固定 $U_0 = 4, \alpha = 0.5$ 时, 不同噪声强度下马达的运输速度与模型阶数 p 的关系. 图 5 (a) 表明, 随着 p 的减小, 阻尼核函数 $\gamma(\cdot)$ 衰减得越慢, 历史速度对现在的影响越大, Brown 粒子受到的阻尼力也较大, 粒子的正向运输速度就会变小, 甚至足够长的“记忆性”能促使粒子反向越过势垒, 形成反向定向流. 图 5 (b) 是图 5 (a) 中 $0.65 < p < 0.75$ 的部分. 由图 5 (b) 也可以观察到, 在合适的参数下, 随着 p 的减小, 噪声强度越大, 随机棘轮出现反向流更容易. 这也表明马随机棘轮出现反向流并不必然地要求确定棘轮也出现反向流.

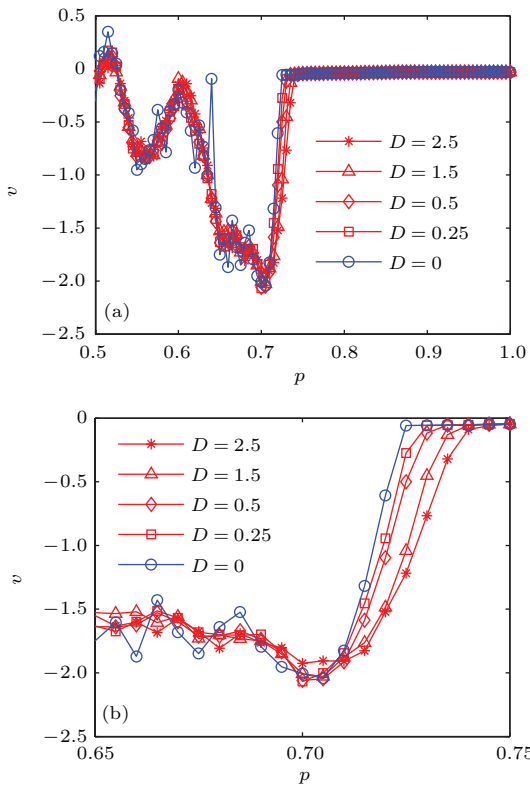


图 5 (网刊彩色) 不同噪声强度下棘轮的平均运输速度 v 与阶数 p 的关系 (a) $0.5 \leq p \leq 1$; (b) $0.65 \leq p \leq 0.75$
 Fig. 5. (color online) Average transport velocity v versus parameter p under different noise intensity D values: (a) $0.5 \leq p \leq 1$; (b) $0.65 \leq p \leq 0.75$.

上述数值模拟的结果表明: 随机棘轮出现反向流并不必然地要求对应的确定性棘轮系统也出现反向流. 其原因可以归结为两方面: 一是热涨落 (噪声) 的作用, 因为热涨落使得 Brown 粒子更容易翻越势垒, 进而形成定向运动; 另一个可能更重要的原因是确定性棘轮系统具有的某种性质, 因为一个显然的事实是, 并不是任何确定系统在噪声作用下都会形成反向流, 比如极端的特例定常稳定系统 $\dot{x} = 0$. 换言之, 过阻尼分数阶分子马达的反向运输存在这样一类可能的机理: 确定性棘轮系统的某种性质 (后会说明这种性质是混沌) 与噪声的作用能导致分子马达反向运输.

3.3 确定系统的混沌对马达运输速度的影响

图 6 给出了 $U_0 = 4, \alpha = 0.5$ 时, 随着模型阶数 p 的变化, 确定性棘轮系统 (6) 的轨道 x 与随机棘轮 (5) 的运输速度 v 之间的关系. 由图 6 (b) 可见, 随着 p 的减小 (即反向流更易于发生的方向), 确定性棘轮系统 ($D = 0$) 从 $p = p_D \approx 0.7215$ 开始出现反向流, 而随机棘轮 ($D = 1.5$) 从 $p = p_M \approx 0.7360$ 开始就出现反向流. 因此不具有反向流的确定性棘轮系统在噪声作用下也可以实现反向运输; 而由图 6 (a) 还可以发现, $0.7 < p < p_D$ 时, 确定性棘轮反向运输, 而在此之前, 即 $p > p_D$ 时, 确定性棘轮会经历一个倍周期分岔导致的混沌状态; 进一步图 6 (c) 给出了用 Wolf 法计算的确定性棘轮系统轨道的最大 Lyapunov 指数, 发现在阶数 $p_D < p < p_M$ 时, 最大 Lyapunov 指数均大于 0, 即 $p_D < p < p_M$ 时, 确定性棘轮的轨道是混沌的. 以上的分析说明具有混沌轨道的分数阶确定性棘轮系统在噪声的作用下即可实现反向运输.

进一步, 考察随机棘轮的轨道. 仿真时, 固定模型阶数 $p = 0.73$, 驱动强度 $A = 1$ 以及 $U_0 = 4, \alpha = 0.5$. 图 7 (a) 为确定性棘轮系统 (6) 的轨道, 图 7 (b) 为对应的随机棘轮 (5) (其中, 噪声项的噪声强度 $D = 1.5$) 的 500 次仿真的平均位移. 如图 7 (a) 所示, 确定性棘轮在这一组参数下的轨道是混沌的; 如图 7 (b) 所示, 在噪声强度 $D = 1.5$ 的噪声作用下, Brown 粒子反向运动. 这也说明具有混沌轨道的确定性棘轮系统在噪声作用下可以实现反向运输.

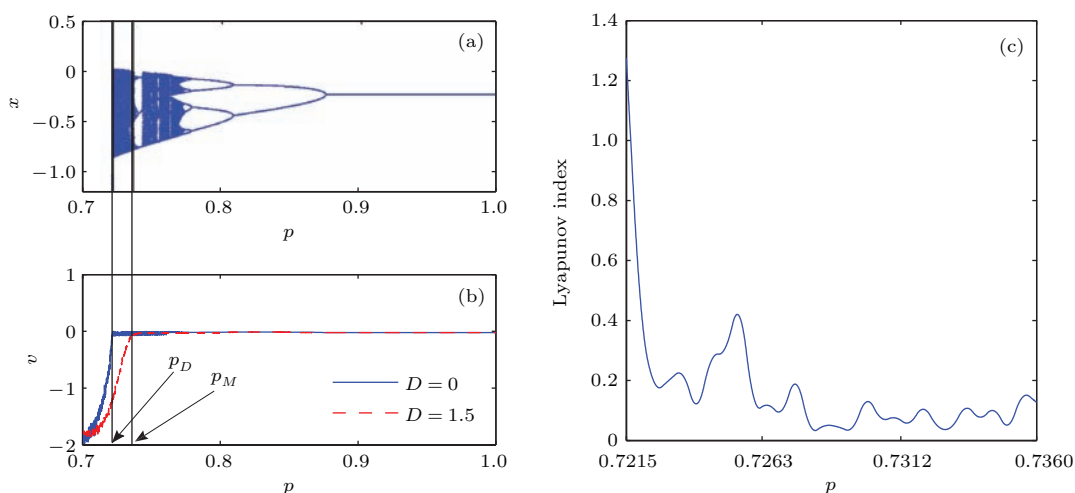


图6 (网刊彩色) 分数阶分子马达关于阶数 p 的混沌运输现象 (a) 确定系统的分岔图; (b) 运输速度; (c) 确定系统轨道的最大 Lyapunov 指数

Fig. 6. (color online) Chaotic transport phenomena of fractional molecular motors with respect to the order p : (a) The bifurcation diagram of the deterministic ratchet; (b) the transport velocity v ; (c) the largest Lyapunov exponent of the deterministic ratchet.

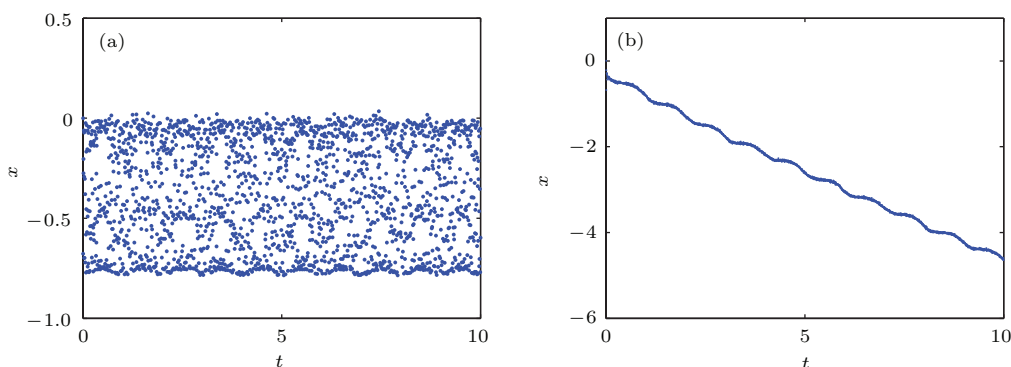


图7 确定性棘轮与随机棘轮的轨道 (a) 确定性棘轮; (b) 随机棘轮

Fig. 7. Trajectory of deterministic and stochastic ratchets: (a) Deterministic ratchet; (b) stochastic ratchet.

4 结 论

本文讨论了涨落作用下周期驱动的过阻尼分数阶棘轮模型的混沌运输现象. 通过对模型的数值求解, 我们分析了分数阶过阻尼随机棘轮(即含噪声影响的确定性棘轮), 尤其是对应的确定性棘轮处于混沌状态的随机棘轮的运输性质, 进而讨论过阻尼分数阶分子马达反向运输的可能的机理. 数值分析结果表明: 在固定系统其他参数时, 随着模型阶数 p (或者势垒高度因子 U_0 、势不对称性因子 α) 的变化, 在反向流易于发生的方向 (p 减小, 或者 U_0, α 增大), 随机棘轮系统先于确定性棘轮系统出现反向流; 而且其他参数固定时, 随着模型阶数 p 的变化, 在随机棘轮出现反向流, 而确定性棘轮不出现反向流的参数范围(即 $p_D < p < p_M$), 确定

性棘轮出现倍周期分岔导致的混沌现象. 这揭示了随机棘轮的反向运输并不必然地要求确定性棘轮也反向运输; 无噪声作用时, 确定性棘轮在反向运输之前会经历一个周期倍化导致的混沌状态, 但在噪声作用下, 反向流的发生会提前, 即混沌状态的确定性棘轮在噪声的作用下即可实现反向运输, 也就是说噪声能定性地改变棘轮的运输状态: 从无噪声时的混沌运动到有噪声时的定向运输. 这不仅是在过阻尼随机棘轮反向运输的一种可能的机理, 也是噪声在运输过程中发挥积极作用的一个体现.

参考文献

- [1] Vale R D, Milligan R A 2000 *Science* **288** 88
- [2] Nishiyama M, Muto E, Inoue Y 2002 *Nature Cell Biology* **3** 425

- [3] Zhan Y 2011 *Biophysics* (Beijing: Science Press) pp53–58 (in Chinese) [展永 2011 生物物理学 (北京: 科学出版社) 第53—58页]
- [4] Liu H, Schmidt J J, Bachand G D, Rizk S S, Looger L L, Hellinga H W, Montemagno C D 2002 *Nature Mater.* **1** 173
- [5] Ren Q, Zhao Y P, Yue J C, Cui Y B 2006 *Biomed. Microdev.* **8** 201
- [6] Su T, Cui Y B, Zhang X A, Liu X, Yue J C, Liu N, Jiang P 2006 *Biochem. Biophys. Res. Commun.* **350** 1013
- [7] Deng Z T, Zhang Y, Yue J C, Tang F Q, Wei Q 2007 *J. Phys. Chem. B* **111** 12024
- [8] Zhao T J, Zhan Y, Yu H, Song Y L, An H L 2003 *Commun. Theor. Phys.* **39** 653
- [9] Han Y R, Zhao T J, Zhan Y, Yan W L 2005 *Commun. Theor. Phys.* **43** 377
- [10] Qian M, Wang Y, Zhang X J 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 810
- [11] Wang H Y, He H S, Bao J D 2005 *Commun. Theor. Phys.* **43** 229
- [12] Hänggi P, Marchesoni F 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 387
- [13] Xie P 2010 *Int. J. Biol. Sci.* **6** 665
- [14] Xie P, Dou S X, Wang P Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 536
- [15] Souza S, Van V J, Morelle M 2006 *Nature* **440** 651
- [16] Igarashi A, Tsukamoto S, Goko H 2001 *Phys. Rev. E* **64** 051908
- [17] Wang H Y, Bao J D 2004 *Physica A* **337** 13
- [18] Ai B Q, He Y F, Zhong W R 2011 *Phys. Rev. E* **83** 1179
- [19] Hondou T, Sawada Y 1996 *Phys. Rev. E* **54** 3149
- [20] Zhou X W, Lin L F, Ma H, Luo M K 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110501 (in Chinese) [周兴旺, 林丽烽, 马洪, 罗懋康 2014 物理学报 **63** 110501]
- [21] Gao T F, Zheng Z G, Chen J C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 080502
- [22] Mateos J L 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 258
- [23] Tarasov V E 2010 *Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles Fields and Media* (Beijing: Higher Education Press) p442
- [24] Bao J D 2012 *An Introduction to Anomalous Statistical Dynamics* (Beijing: Science Press) pp127–184 (in Chinese) [包景东 2012 反常统计动力学导论 (北京: 科学出版社) 第127—184页]
- [25] Baiwen S M, Peng H, Tu Z, Ma H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210501 (in Chinese) [白文斯密, 彭皓, 屠浙, 马洪 2012 物理学报 **61** 210501]
- [26] Wang F, Deng C, Tu Z, Ma H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 040501 (in Chinese) [王飞, 邓翠, 屠浙, 马洪 2013 物理学报 **62** 040501]
- [27] Fereydoon F, Larrondo H A 2005 *J. Phys.: Condens. Matter* **17** 47
- [28] Jung P, Kissner J G 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3436

Chaotic transport of fractional over-damped ratchet with fluctuation and periodic drive^{*}

Liu De-Hao Ren Rui-Bin Yang Bo Luo Mao-Kang[†]

(Department of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

(Received 13 May 2015; revised manuscript received 10 July 2015)

Abstract

The fractional over-damped ratchet model with thermal fluctuation and periodic drive is introduced by using the damping kernel function of general Langevin equation in the form of power law based on the assumption that cytosol in biological cells has characteristics of power-law memory. On basis of the Grunwald-Letnikov definition of fractional derivative, the numerical solution of this ratchet model is obtained. And furthermore, according to the numerical solution, the transport behaviors of stochastic ratchet and corresponding deterministic ratchet (especially when the deterministic ratchet has chaotic trajectory) are investigated, based on which we try to analyze how chaotic properties of the deterministic ratchet and the actions of noise influence the transport properties of molecular motors and moreover find the possible mechanism of current reversal of fractional molecular motor. Numerical results show that, as barrier height, barrier asymmetry and memorability of model change, the current reversal in deterministic ratchet is not necessarily required to appear when happening indeed in corresponding stochastic ratchet; moreover, with the decrease of order p , there exists a chaotic regime in deterministic ratchet model before current reversal, but with the disturbance of noise, current reversal will happen more earlier, namely, chaotic current direction in deterministic ratchet model can be reversed when disturbance of noise exists. This also demonstrates that noise can essentially change the transport behavior of a ratchet; current can change from chaotic state in a ratchet with no noise to directed transport with noise. This is a possible mechanism of current reversal of a fractional stochastic ratchet, and also a reflection that noise plays an active role in directed transport.

Keywords: fractional molecular motors, chaos, fractional Gaussian noise, current reversal

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj

DOI: [10.7498/aps.64.220501](https://doi.org/10.7498/aps.64.220501)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11171238).

[†] Corresponding author. E-mail: makaluo@scu.edu.cn