

利用高阶拉盖尔-高斯横模精确测量法布里-珀罗腔内原子的运动轨迹

王延娜 赵迪 方爱平 蒋臣威 高韶燕 李福利

Precision measurement of single-atom trajectories in higher-order Laguerre-Gaussian transverse modes of a Fabry-Perot cavity

Wang Yan-Na Zhao Di Fang Ai-Ping Jiang Chen-Wei Gao Shao-Yan Li Fu-Li

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 224214 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.224214

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224214>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于回音壁微腔拉曼激光的纳米粒子探测

[Nano-particle sensing based on Raman laser in the whispering gallery mode microresonators](#)

物理学报.2015, 64(16): 164212 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164212>

一种基于BLT方程的孔缝箱体屏蔽效能计算方法

[A BLT equation-based approach for calculating the shielding effectiveness of enclosures with apertures](#)

物理学报.2015, 64(1): 010701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010701>

强耦合腔量子电动力学中单原子转移的实验及模拟

[Single-atom transfer in a strongly coupled cavity quantum electrodynamics: experiment and Monte Carlo simulation](#)

物理学报.2014, 63(24): 244205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244205>

激光回馈引起的微片Nd:YAG激光器频差调制

[Frequency difference modulation of microchip Nd:YAG laser induced by laser feedback](#)

物理学报.2014, 63(10): 104208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104208>

超高精细度微光学腔共振频率及有效腔长的精密测量

[Precision measurement of resonance frequency and the effective cavity length of the high finesse optical micro-cavity](#)

物理学报.2013, 62(19): 194203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.194203>

利用高阶拉盖尔-高斯横模精确测量法布里-珀罗腔内原子的运动轨迹*

王延娜 赵迪[†] 方爱平 蒋臣威 高韶燕 李福利[‡]

(西安交通大学理学院应用物理系, 西安 710049)

(2015年5月20日收到; 2015年6月18日收到修改稿)

研究了冷原子与法布里-珀罗腔内拉盖尔-高斯横模强耦合相互作用体系的透射光谱, 分析了透射光谱与原子在腔中运动轨迹的关系. 结果表明, 与厄米特-高斯横模相比, 拉盖尔-高斯横模的腔场与原子的最大耦合系数几乎不随阶数的增加而变化, 使得探测光谱的对比度受模式阶数的影响较小. 在拉盖尔-高斯横模场分布的圆环边缘附近, 原子运动轨迹的微小偏移会引起透射光谱的很大变化, 因此在这些位置可以实现原子运动轨迹的高精度探测.

关键词: 光学微腔, 拉盖尔-高斯光, 原子轨迹

PACS: 42.55.Sa, 07.05.Tp, 37.10.Gh

DOI: 10.7498/aps.64.224214

1 引言

腔场与原子耦合量子体系是腔量子电动力学研究的主要内容之一. 在强耦合条件下, 原子的存在对光腔透过率有很大的影响, 利用这一特性可以实现腔内单原子的诱捕和原子轨迹的测量, 这对研究光和原子的相互作用^[1,2]、量子态的制备^[3-5]、量子纠缠^[6,7]等有重要意义. 一方面, Kimble等利用激光冷却和诱捕技术将单个铯原子囚禁在腔内 28 ms^[8], 并利用探测到的光腔透过率反馈调节囚禁激光的强度来控制原子在腔中的径向运动^[9,10]. 同时, Rempe等^[11-14]利用“反馈-控制”的方法实现了原子在腔内囚禁时间的延长, 并成功地在实验上将原子在腔内的囚禁时间延长到 400 ms. 国内刘涛等^[15]提出在高精细光学微腔中多维势阱可以延长俘获时间. Liu等^[16]则发现在高精细光学微腔中三能级原子较二能级原子更有利于原子的俘获和冷却. 另一方面, Kimble等^[17-19]发现用

零阶厄米特-高斯横模, 可以实时探测原子的运动轨迹信息. Puppe等^[20]则发现高阶厄米特-高斯横模也可以实现原子运动轨迹的探测. 但是, 以上实验中厄米特-高斯横模的对称分布导致不同的原子运动轨迹可能具有相同的透射谱, 从而无法有效分辨原子运动轨迹. 张天才等^[21-23]提出用模的节线(nodal lines)与水平轴成 45° 的厄米特-高斯 TEM₁₀ 模实现原子运动轨迹的有效分辨. 同时, 他们指出高阶厄米特-高斯横模的场分布在受限的空间内具有更多的模式节点(mode nodes), 可以为观测原子下落过程提供更精细的空间信息, 提高探测精度^[24,25]. 但是, 需要指出的是, 随着模式数的增加, 腔场与原子之间相互作用的耦合系数减小, 降低了透射光谱的对比度, 限制了原子运动轨迹的探测精度. 本文提出利用高阶拉盖尔-高斯横模研究原子在法布里-珀罗腔内下落的轨迹. 分析表明, 与厄米特-高斯横模相比, 由于拉盖尔-高斯横模的场分布是圆环形的, 当原子运动轨迹靠近拉盖

* 国家自然科学基金(批准号: 11374239, 21203144, 11074199)和国家教育部博士点专项基金(批准号: 20120201120056)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: dzhao@mail.xjtu.edu.cn

[‡] 通信作者. E-mail: fli@mail.xjtu.edu.cn

尔-高斯横模场分布的圆环边缘时,其运动轨迹的微小偏移都会导致透射光谱发生明显变化,从而通过透射光谱可以更为精确地测定原子的运动轨迹.拉盖尔-高斯横模的阶数越高,对原子轨迹的测量精度越高.另一方面,拉盖尔-高斯横模模式数的增加对腔场与原子之间的耦合系数影响较小,因此,透射光谱的对比度几乎不随阶数的增加而变化.

本文的结构如下:在第二部分,介绍了原子和腔场相互作用的理论模型和分析;在第三部分讨论了理论模拟的结果;第四部分为本文的结论.

2 理论模型

我们研究了原子与法布里-珀罗腔内高阶拉盖尔-高斯横模发生强耦合相互作用时的透射光谱性质.理论模型如图1所示,其中法布里-珀罗腔由两个高抛光的球面镜组成,其曲率半径均为 R .在腔中心上方放置一个磁光陷阱,处于磁光陷阱中的铯原子经过偏振梯度冷却后落入腔中.探测光的波长为852 nm,与原子能级共振.在基模条件下,腔与原子的最大耦合系数为 $g_0 = -e \langle e | \mathbf{r} | g \rangle \sqrt{\hbar \omega_c / (2 \epsilon_0 V_m)} / \hbar = \sqrt{\mu^2 \omega_c / (2 \hbar \epsilon_0 V_m)}$,其中, V_m 为腔的模体积, ϵ_0 为真空介电常数, ω_c 为腔场的频率, $\mu = e \langle e | \mathbf{r} | g \rangle$ 表示原子的跃迁偶极矩.原子下落与腔模发生强耦合相互作用的过程中,由于原子自身速度较大,吸收、放出光子对原子自身的速度影响非常小,可以近似认为探测光对原子的运动没有影响,即不考虑原子在 z 方向的运动.我们研究原子在 $z = 0$ 平面内的运动.

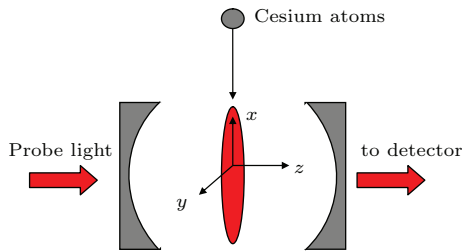


图1 法布里-珀罗腔和原子相互作用的示意图

Fig. 1. Sketch of the interaction between Fabry-Perot cavity and single atom.

原子和腔场相互作用的主方程为

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H + H_p, \rho] + L[\rho], \quad (1)$$

其中,

$$H = \hbar \omega_a \sigma^+ \sigma^- + \hbar \omega_c a^\dagger a + \hbar g_e^* a^\dagger \sigma^-$$

$$+ \hbar g_e \sigma^+ a, \quad (2)$$

$$H_p = \hbar \eta \left(a e^{i\omega_p t} + a^\dagger e^{-i\omega_p t} \right), \quad (3)$$

$$L[\rho] = \kappa (2a\rho a^\dagger - a^\dagger \rho - \rho a^\dagger a) + \gamma (2\sigma^- \rho \sigma^+ - \sigma^+ \sigma^- \rho - \rho \sigma^+ \sigma^-), \quad (4)$$

其中, H 为无耗散情况下原子-腔系统的哈密顿量; $\sigma^+ = |e\rangle \langle g|$, $\sigma^- = |g\rangle \langle e|$, $\sigma_z = |e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|$; a^\dagger 和 a 为光子的产生和湮灭算符; $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别表示原子的激发态和基态. g_e^* 和 g_e 为有效耦合系数,是腔模分布和原子在腔内的具体位置有关的函数,由下式给出

$$g_e(x, y) = g_0 LG_{l,p}(r, \phi) / LG_{0,0}(0, 0), \quad (5)$$

这里腔模表达式为

$$LG_{l,p}(r, \phi) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi (|l| + p)!}} \frac{1}{w_0} L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right) \times \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right)^{|l|} \exp \left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right) \times \exp(i l \phi), \quad (6)$$

式中, l 为拉盖尔-高斯横模的拓扑电荷数; p 为径向节点数; $r = x^2 + y^2$; $\phi = \arctan(y/x)$; $L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right)$ 是广义拉盖尔多项式; w_0 为拉盖尔-高斯横模的束腰半径,与腔长和腔曲率半径有关, $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda h}{2\pi} \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}}}$,其中, h 是腔长^[26], $\xi = 1 - h/R$; H_p 为探测光的哈密顿量, η 为探测光的强度, ω_p 为探测光的频率; $L[\rho]$ 为刘维尔算符,(4)式代表腔和原子相互作用过程中的衰减, κ 为腔的衰减率, γ 为原子的衰减率.在此,定义 $\Delta_{ca} = \omega_c - \omega_a$ 为腔共振频率与原子共振频率之间的失谐. $\Delta_{pa} = \omega_p - \omega_a$ 为探测光与原子共振频率之间的失谐, $\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$ 为探测光与腔共振频率之间的失谐.

根据主方程可以得到 a , σ^- 和 σ_z 的平均值演化方程

$$\langle \dot{a} \rangle = -i\omega_c \langle a \rangle - \kappa \langle a \rangle - ig_e^* \langle \sigma^- \rangle - i\eta e^{-i\omega_p t}, \quad (7)$$

$$\langle \dot{\sigma}^- \rangle = -i\omega_a \langle \sigma^- \rangle + ig_e \langle \sigma_z a \rangle - \gamma \langle \sigma^- \rangle, \quad (8)$$

$$\langle \dot{\sigma}_z \rangle = -2ig_e \langle \sigma^+ a \rangle + 2ig_e^* \langle a^\dagger \sigma^- \rangle - \gamma(1 + \langle \sigma_z \rangle). \quad (9)$$

设系统的初态为基态,在弱激发条件下,即探测光非常弱时,近似认为腔中的原子只被激发一次,可

只考虑 $|g, 0\rangle$, $|g, 1\rangle$ 和 $|e, 0\rangle$ 这三个态, 在此条件下, $\langle\sigma_z\rangle = -1$, $\langle\sigma_z a\rangle = -\langle a\rangle$. (7)–(9) 式可以简化为

$$\begin{aligned} \langle\dot{a}\rangle &= -i\omega_c \langle a\rangle - \kappa \langle a\rangle - ig_e^* \langle\sigma^-\rangle \\ &\quad - i\eta e^{-i\omega_p t}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\langle\dot{\sigma}^-\rangle = -i\omega_a \langle\sigma^-\rangle - ig_e \langle a\rangle - \gamma \langle\sigma^-\rangle. \quad (11)$$

我们取 $\alpha = \langle a\rangle e^{i\omega_p t}$ 和 $\beta = \langle\sigma^-\rangle e^{i\omega_p t}$, 可以得到

$$\dot{\alpha} = (i\Delta_{pc} - \kappa) \alpha - ig_e^* \beta - i\eta, \quad (12)$$

$$\dot{\beta} = (i\Delta_{pa} - \gamma) \beta - ig_e \alpha. \quad (13)$$

由 $\dot{\alpha} = 0$ 和 $\dot{\beta} = 0$ 求其稳态解,

$$\alpha = \frac{(\Delta_{pa} + i\gamma)\eta}{(\Delta_{pc} + i\kappa)(\Delta_{pa} + i\gamma) - |g_e|^2}, \quad (14)$$

$$\beta = \frac{\eta g_e}{(\Delta_{pc} + i\kappa)(\Delta_{pa} + i\gamma) - |g_e|^2}. \quad (15)$$

那么腔的透射系数

$$\begin{aligned} T &= \frac{\kappa^2}{\eta^2} |\langle a\rangle|^2 = \frac{\kappa^2}{\eta^2} |\alpha|^2 \\ &= \kappa^2 (\Delta_{pa}^2 + \gamma^2) \left[(|g_e|^2 + \gamma\kappa - \Delta_{pa}^2 + \Delta_{ca}\Delta_{pa})^2 \right. \\ &\quad \left. + (\kappa\Delta_{pa} + \gamma\Delta_{pa} - \gamma\Delta_{ca})^2 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

腔透射系数是耦合系数的函数, 与腔模分布和原子在腔内的具体位置有关. 结合腔模分布与透射光谱可以得到原子的位置信息.

3 结果与讨论

李文芳等^[23]的结果表明, 利用高阶厄米特-高斯横模, 可以提高原子运动轨迹的探测精度, 但其最大耦合系数随着模式阶数的提高而减小, 从而使探测光谱的对比度降低. 而在高阶拉盖尔-高斯横模下, 由(5)式可知, 其最大耦合系数是 l, p 的函数. 图2给出了 $l = 0, 1, 2, 3$ 时原子与腔场之间的最大耦合系数与模式数的关系. 我们发现, 在 p 值不变增大 l 时, 最大耦合系数是减小的. 而 l 值不变增大 p 时, 最大耦合系数几乎不变, 从而探测光谱的对比度几乎不变. 例如 $l = 0$ 时,

$$|g_e(x, y, z)| = g_0 L_p^0 \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right),$$

与 p 值无关. 拉盖尔-高斯横模的这一特性是厄米特-高斯横模所不具备的, 因此, 这使利用高阶拉盖尔-高斯横模更为精确地观测原子运动轨迹成为可能.

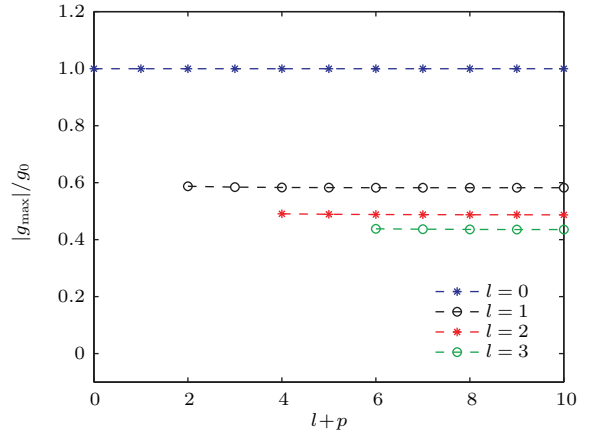


图2 (网刊彩色) 最大耦合系数随着模式数 $l+p$ 的变化. g_{\max} 是原子与腔模 $l+p$ 相互作用的最大耦合系数, g_0 是当腔模为 $l=0, p=0$ 时的最大耦合系数

Fig. 2. (color online) The maximum coupling efficiency as a function of the mode orders $l+p$. g_{\max} is the maximum coupling between the atom and the corresponding $l+p$ mode. g_0 is the maximum coupling efficiency in the $l=0, p=0$ mode.

由(16)和(5)式可知, 拉盖尔-高斯横模场分布决定了耦合系数, 进而影响透射光谱的性质. 例如, 原子感受到的场强度较弱时, 耦合系数较小, 相应的透射率较大. 图3是在不同拉盖尔-高斯横模下的圆环型场分布及对应的透射光谱. 其中图3(a)–(c)分别为 $l=0, p=1, 3, 5$ 模式下的场分布; 图3(d)–(f)分别为 $l=0, p=1, 3, 5$ 模式下的透射光谱图. 对比可知, 透射光谱中透射率较大(透射峰)的位置对应于拉盖尔-高斯横模场分布中强度较弱的位置. 当原子从不同位置穿过腔时所感受到的场分布的圆环数对应着透射光谱中透射峰的数目, 根据透射峰的数目可以判断出原子的下落位置. 相比厄米特-高斯横模, 拉盖尔-高斯横模在相同的模式阶数下, 原子下落经过拉盖尔-高斯横模产生的透射峰的数目可以高达厄米特-高斯横模的两倍, 用拉盖尔-高斯横模可提供比同阶厄米特-高斯横模更为详细的原子运动轨迹信息. 更重要的是, 随着拉盖尔-高斯横模模式数的增加, 其最大耦合系数受模式阶数的影响较小, 利用高阶拉盖尔-高斯横模, 可以得到更加精密的原子运动空间信息. 在图3(d)–(f)透射谱圆环的边缘(即场分布的圆环边缘), 原子轨迹的微小变化都可能引起透射谱性质(如峰数目)的明显改变, 从而可以实现原子轨迹的高精度探测. 根据以上特点, 我们将研究在高阶拉盖尔-高斯横模下原子运动轨迹及下落位置与透射光谱的关系.

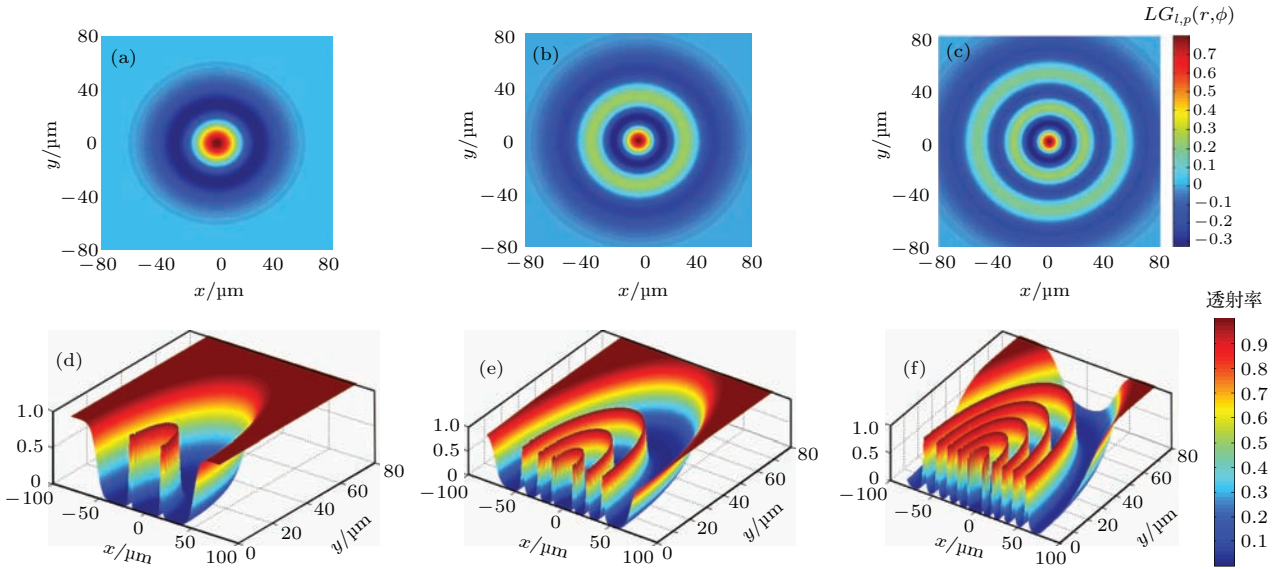


图3 (网刊彩色) 不同拉盖尔-高斯横模下的圆环型场分布及对应的透射光谱 (a)–(c) 分别为 $l = 0, p = 1; l = 0, p = 3; l = 0, p = 5$ 模式下的场分布; (d)–(f) 是与之相对应的透射光谱图; 系统的参数为 $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz; $\Delta_{ca} = \Delta_{pa} = 0, w_0 = 23.8 \mu\text{m}, R = 100 \text{mm}$

Fig. 3. (color online) Panels (a)–(c) are the ring shape of the electric field distribution in the modes of $l = 0, p = 1; l = 0, p = 3; l = 0, p = 5$ Laguerre-Gaussian transverse modes, respectively. Panels (d)–(f) are the corresponding cavity transmission spectra. The parameters of our system are as follows: $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{ca} = \Delta_{pa} = 0, \omega_0 = 23.8 \mu\text{m}, R = 100 \text{mm}$.

研究原子下落的运动轨迹, 需要知道原子的坐标 (x, y) . 由于原子自身速度较大, 吸收、放出光子对原子自身的速度影响非常小, 原子经偏振梯度冷却后在重力的作用下落入腔中, 其运动轨迹可认为是与 x 轴平行的一条直线. y 为原子的下落位置, x 为原子下落过程所处的位置, x 与下落速度的关系为 $x = x_0 - vt$ ($x_0 = 100 \mu\text{m}$). 由之前的分析可知, 原子从不同位置下落经过的拉盖尔-高斯横模场圆环的数目和位置是不同的, 导致透射光谱中透射峰的数目和位置也是不同的, 根据透射峰的数目和位置, 可以得到原子下落轨迹的信息. 图4(a) 为 $l = 0, p = 1$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从 $y = 2, 15, 20 \mu\text{m}$ 分别下落时的透射光谱. 当原子从 $y = 2 \mu\text{m}$ 下落穿越腔模时 (图4(a) 上图), 透射光谱在 $t = 0.179 \text{ ms}$ 和 $t = 0.248 \text{ ms}$ 时刻处有两个透射峰. 而当原子从 $y = 15 \mu\text{m}$ 下落时 (图4(a) 中图), 两个透射峰的间距变小. 进一步, 当原子从 $y = 20 \mu\text{m}$ 下落时 (图4(a) 下图), 透射光谱中没有透射峰. 图4(b) 为 $l = 0, p = 3$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从 $y = 4, 11, 20 \mu\text{m}$ 下落时的透射光谱. 图4(c) 为 $l = 0, p = 5$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从 $y = 4, 12, 18 \mu\text{m}$ 下

落时的透射光谱. 我们发现, 随着原子下落位置 (即 y 值) 的变化, 透射峰的数目和位置发生变化. 根据透射峰的数目和位置可以得到原子的下落位置; 同时, 随着所用拉盖尔-高斯横模模式阶数的提高, 更多的透射峰可以为原子下落过程提供更详细的运动轨迹信息.

进一步地, 如果原子运动轨迹在拉盖尔-高斯横模场分布的圆环边缘, 其轨迹的微小偏移都会引起透射光谱的剧烈变化, 由此可以实现原子下落位置的高精度探测. 图5(a) 为 $l = 0, p = 1$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从 $y = 16, 16.4, 16.8 \mu\text{m}$ 分别下落时的透射光谱. 可以看到原子从 $y = 16 \mu\text{m}$ 下落时 (图5(a) 上图), 其透射光谱中有两个透射峰, 但在 $t = 0.213 \text{ ms}$ 时刻 (即中心位置 $x = 0 \mu\text{m}$ 处) 的透射系数较小. 当原子从 $y = 16.4 \mu\text{m}$ 下落时 (图5(a) 中图), 两个透射峰之间的时间间隔缩短, 在 $t = 0.213 \text{ ms}$ 时刻的透射系数增高. 当原子下落位置进一步远离圆环边缘, 从 $y = 16.8 \mu\text{m}$ 下落时 (图5(a) 下图), 其透射峰的数目减小为一个. 图5(b) 为 $l = 0, p = 3$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从 $y = 10, 10.4, 10.8 \mu\text{m}$ 下落时的透射光谱. 图5(c) 为 $l = 0, p = 5$ 模式下, 原子以同样的速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从

$y = 7.9, 8.3, 8.7 \mu\text{m}$ 下落时的透射光谱. 可以看出随着 p 值的增大, 透射峰的数目增多. 而原子运动轨迹的微小偏移, 透射光谱中透射峰的数目、位置以及 $t = 0.213 \text{ ms}$ 时刻的透射系数均发生较大变化, 从而实现原子下落位置的高分辨率探测. 而在倾斜 45° 的高阶厄米特-高斯横模下, 原子下落

位置的微小偏移, 透射光谱中透射峰的数目和位置变化均很小 [23], 难以有效分辨原子轨迹的微小变化. 此外, 拉盖尔-高斯横模的另一个优点是在有限空间内可以实现高精分辨率观测的圆环数目随阶数的提高而增多, 且光谱的对比度几乎不受影响.

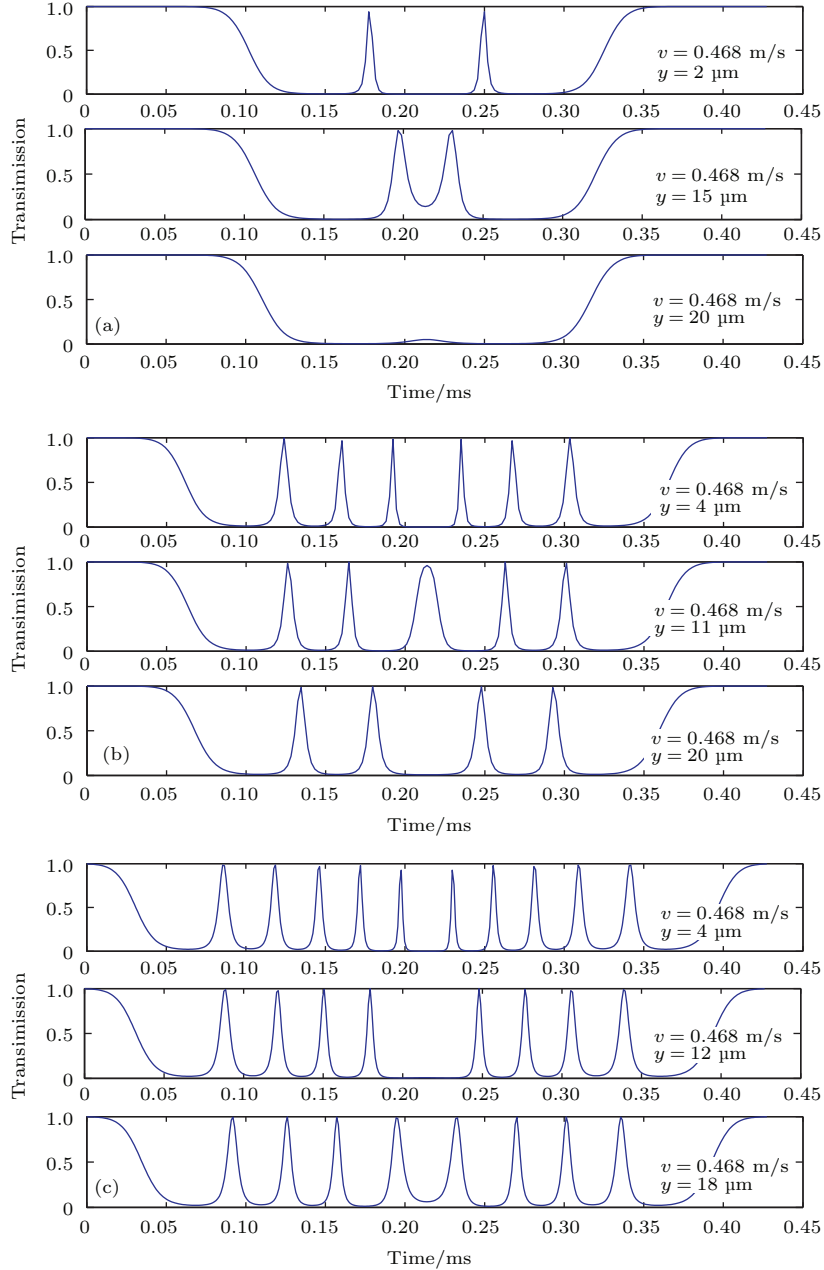


图4 在不同拉盖尔-高斯横模下, 原子从不同位置下落时的透射光谱图 (a)—(c) 分别为 $l = 0, p = 1; l = 0, p = 3; l = 0, p = 5$ 模式下, 以速度 $v = 0.468 \text{ m/s}$ 从不同位置下落的原子的透射光谱图; 系统的参数为 $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6) \text{ MHz}$, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $\omega_0 = 23.8 \mu\text{m}$, $R = 100 \text{ mm}$

Fig. 4. The cavity transmission spectra of atom when falling from the different positions in different Laguerre-Gaussian transverse modes: (a)—(c) are the cavity transmission spectra of atom falling with the speed $v = 0.468 \text{ m/s}$ from different positions coupled to the modes of $l = 0, p = 1; l = 0, p = 3; l = 0, p = 5$, respectively. The parameters of our system are as follows: $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6) \text{ MHz}$, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $\omega_0 = 23.8 \mu\text{m}$, $R = 100 \text{ mm}$.

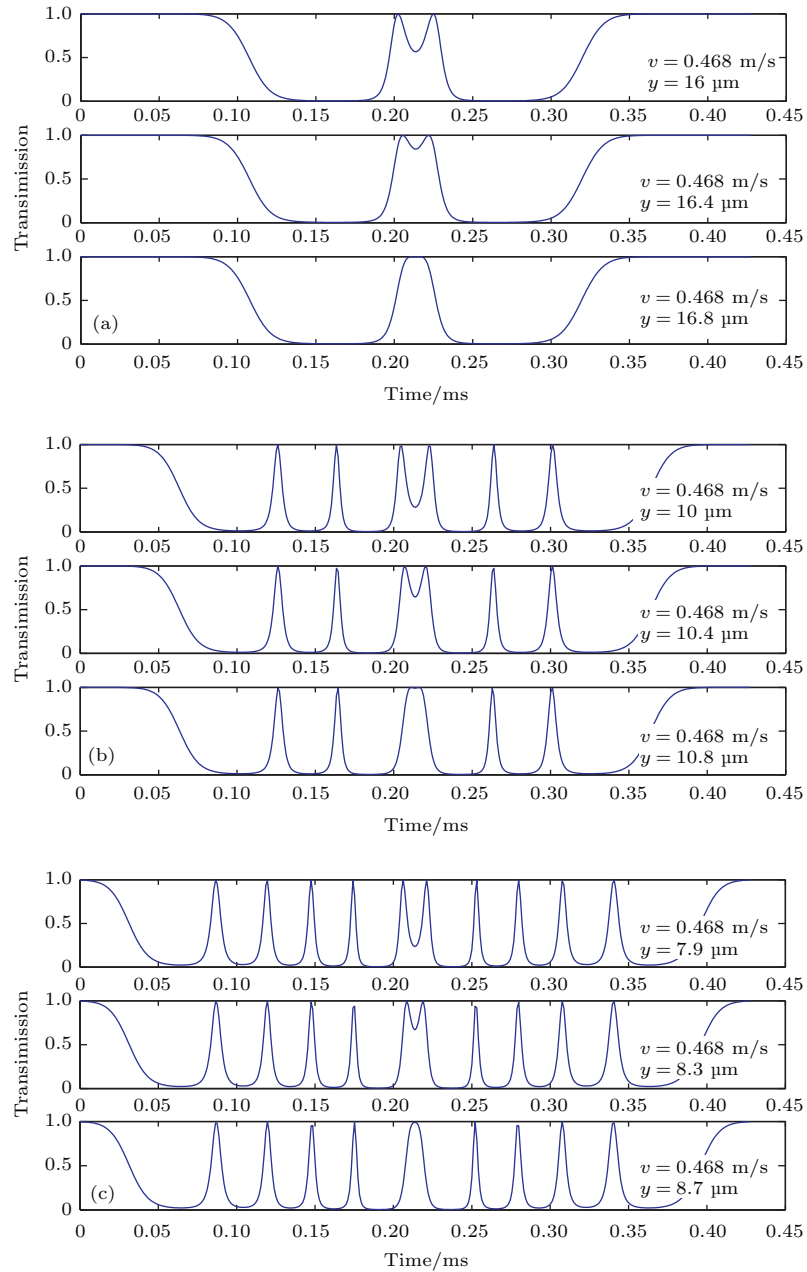


图5 在不同拉盖尔-高斯横模下, 靠近圆环边缘的原子运动轨迹的透射光谱图 (a)–(c) 分别为 $l = 0, p = 1$; $l = 0, p = 3$; $l = 0, p = 5$ 模式下, 以速度 $v = 0.468$ m/s 从圆环边缘附近下落的原子的透射光谱图; 系统的参数为 $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{ca} = \Delta_{pa} = 0$, $w_0 = 23.8$ μm , $R = 100$ mm

Fig. 5. The cavity transmission spectra of atom motion trajectories near the edge of the circle in different Laguerre-Gaussian transverse modes: (a)–(c) are the cavity transmission spectra of atom with the speed $v = 0.468$ m/s from the edge of the circle falling in the modes of $l = 0, p = 1$; $l = 0, p = 3$; $l = 0, p = 5$, respectively. The parameters of our system are as follows: $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{ca} = \Delta_{pa} = 0$, $w_0 = 23.8$ μm , $R = 100$ mm.

由于 $l = 0$ 模式的场分布在腔模中心强度最强, 透射光谱在腔模中心附近没有透射峰的存在, 这就造成经过腔模中心区域的原子轨迹的分辨率不高. 而在 $l \neq 0$ 的情况下, 在腔模中心处场强度为零透射峰的出现使腔模中心区域原子下落位置的高精度探测成为可能. 图 6(a) 为 $l = 3, p = 5$ 模式下的场分布, 图 6(b) 为 $l = 3, p = 5$ 模式下腔的透射

光谱图. 由图 2 可知, 随着 l 的增大, 原子与腔场相互作用的最大耦合系数降低. 与图 3(c) 所示 $l = 0, p = 5$ 的透射光谱图相比, 其透射光谱的对比度有所降低, 但是, 在靠近腔模中心的位置出现了一个透射峰. 这个透射峰的出现, 解决了 $l = 0$ 模式下, 原子下落位置在腔模中心区域探测精度不高的问题. 图 7(a) 给出了 $l = 3, p = 5$ 模式下原子以同样

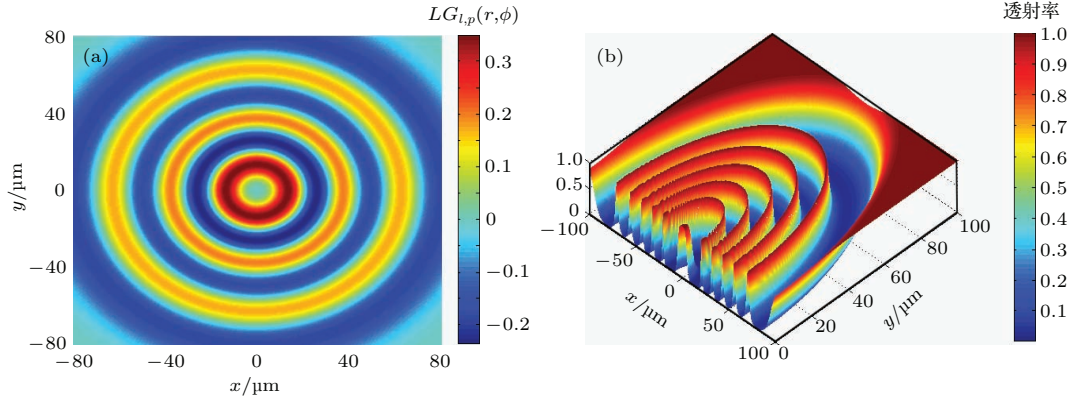


图6 (网刊彩色) 在 $l = 3, p = 5$ 拉盖尔-高斯横模下的 (a) 圆环型场分布及 (b) 透射光谱. 系统的参数为 $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $w_0 = 23.8 \mu\text{m}$, $R = 100 \text{ mm}$

Fig. 6. (color online) Panel (a) is the ring shape of the electric field distribution in the mode of $l = 3, p = 5$ Laguerre-Gaussian transverse mode; panel (b) is the corresponding cavity transmission spectra. The parameters of our system are as follows: $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $\omega_0 = 23.8 \mu\text{m}$, $R = 100 \text{ mm}$.

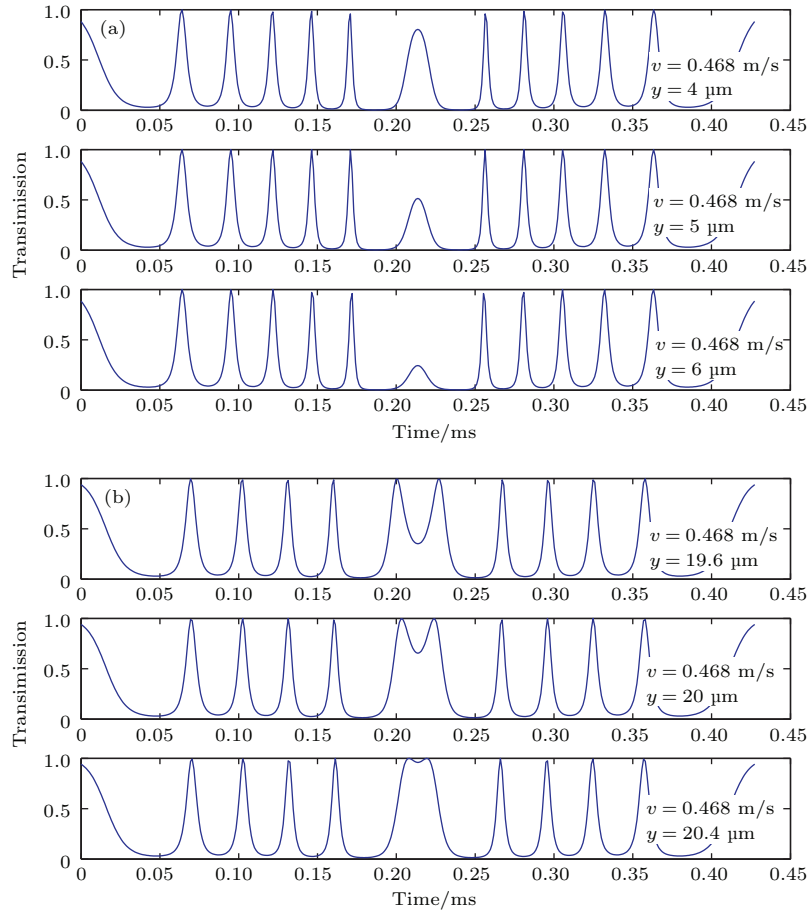


图7 (a) $l = 3, p = 5$ 拉盖尔-高斯横模靠近圆环边缘的原子运动轨迹的透射光谱图; (b) $l = 3, p = 5$ 拉盖尔-高斯横模靠近腔模中心的原子运动轨迹的透射光谱图; 系统的参数为 $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $w_0 = 23.8 \mu\text{m}$, $R = 100 \text{ mm}$

Fig. 7. Panel (a) is the cavity transmission spectra of atomic motion trajectories near the edge of the circle in the mode of $l = 3, p = 5$ Laguerre-Gaussian transverse mode; panel (b) is the cavity transmission spectra of atomic motion trajectories close to the center of the modes in the mode of $l = 3, p = 5$ Laguerre-Gaussian transverse mode. The parameters of our system are as follows: $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (23.9, 2.6, 2.6)$ MHz, $\Delta_{\text{ca}} = \Delta_{\text{pa}} = 0$, $\omega_0 = 23.8 \mu\text{m}$.

的速度 $v = 0.468$ m/s 从 $y = 4, 5, 6$ μm 分别下落时的透射光谱. 可以看到, 随着 y 值的增大, $t = 0.213$ ms 时刻的透射系数迅速减小. 根据中心位置透射系数的大小, 可以精确地分辨经过场分布中心区域的原子运动轨迹. 同样地, 原子下落位置在场圆环边缘也具有较高的分辨率, 图 7(b) 给出了 $l = 3, p = 5$ 模式下原子以同样的速度 $v = 0.468$ m/s 从 $y = 19.6, 20, 20.4$ μm 分别下落时的透射光谱, 在拉盖尔-高斯横模场分布的圆环边缘, 根据透射峰的数目和中心位置透射系数可以判断原子的下落位置.

4 结 论

本文利用高阶拉盖尔-高斯横模观测自由下落的原子穿过法布里-珀罗腔的运动轨迹. 首先, 我们数值研究了在 l 值不变、增大 p 值时, 拉盖尔-高斯横模下的透射光谱与原子运动轨迹的关系, 发现根据透射光谱中透射峰的数目和位置可以得到原子的运动轨迹信息, 在场分布圆环边缘附近, 原子运动轨迹的微小偏移, 其相应的透射光谱都会发生明显变化, 利用这一特性可以实现对原子运动轨迹的高分辨率探测. 随着模式阶数的提高, 原子与腔场相互作用的最大耦合系数(探测光谱的对比度)几乎不变, 因此可以用更高阶的拉盖尔-高斯横模探测原子的运动轨迹. 此外, 我们还研究了 $l \neq 0$ 时, 腔模中心区域的透射光谱. 发现透射光谱在中心区域会有一个透射峰出现, 这个透射峰的存在, 使腔模中心区域原子运动轨迹的探测精度得到极大的提高. 综上, 拉盖尔-高斯横模具有探测光谱对比度几乎不受模式阶数影响、圆环边缘运动轨迹灵敏探测等特点, 使原子运动轨迹的高精度分辨成为可能. 但是, 需要注意的是, 拉盖尔-高斯横模的场分布是对称的, 即在 x 轴两边, $+y$ 和 $-y$, 得到的透射光谱和原子轨迹是简并的. 我们可以采用椭圆拉盖尔-高斯横模观测单个原子与法布里-珀罗腔内拉盖尔-高斯横模强耦合作用时系统的透射谱^[27], 并借鉴参考文献^[21—23]中的方法, 将椭圆的长轴与腔的水平轴成一定角度, 例如 45° , 从而消除由圆环型场分布的左右对称性所引起的透射光谱(原子运动轨迹)的简并.

参考文献

- [1] McKeever J, Boca A, Boozer A D, Miller R, Buck J R, Kuzmich A, Kimble H J 2004 *Science* **303** 1992
- [2] Mücke M, Bochmann J, Hahn C, Neuzner A, Nölleke C, Reiserer A, Rempe G, Ritter S 2013 *Phys. Rev. A* **87** 063805
- [3] Kuhn A, Hennrich M, Rempe G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 067901
- [4] Kimble H J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 249801
- [5] Hijlkema M, Weber B, Specht H P, Webster S C, Kuhn A, Rempe G 2007 *Nat. Phys.* **3** 253
- [6] Kimble H J 2008 *Nature* **453** 1023
- [7] Wilk T, Webster S C, Kuhn A, Rempe G 2007 *Science* **317** 488
- [8] Ye J, Vernoooy D W, Kimble H J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 4987
- [9] Miller R, Northup T E, Birnbaum K M, Boca A, Boozer A D, Kimble H J 2005 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38** S551
- [10] Lynn T W, Birnbaum K, Kimble H J 2005 *J. Opt. B* **7** S215
- [11] Fischer T, Maunz P, Pinkse P W H, Puppe T, Rempe G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 163002
- [12] Puppe T, Schuster T, Grothe A, Kubanek A, Murr K, Pinkse P W H, Rempe G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 013002
- [13] Kubanek A, Koch M, Sames C, Ourjoumtsev A, Pinkse P W H, Murr K, Rempe G 2009 *Nature* **462** 898
- [14] Kubanek A, Koch M, Sames C, Ourjoumtsev A, Wilk T, Pinkse P W H, Rempe G 2011 *Appl. Phys. B* **102** 433
- [15] Liu T, Zhang T C, Wang J M, Peng K C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1346 (in Chinese) [刘涛, 张天才, 王军民, 彭堃堦 2004 物理学报 **53** 1346]
- [16] Liu L W, Tan L, Huang G 2011 *Chin. Phys. B* **20** 014205
- [17] Mabuchi H, Turchette Q A, Chapman M S, Kimble H J 1996 *Opt. Lett.* **21** 1393
- [18] Hood C J, Chapman M S, Lynn T W, Kimble H J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4157
- [19] Kimble H J 1998 *Phys. Scr.* **T76** 127
- [20] Puppe T, Maunz P, Fischer T, Pinkse P W H, Rempe G 2004 *Phys. Scr.* **T112** 7
- [21] Zhang P F, Zhang Y C, Li G, Du J J, Zhang Y F, Guo Y Q, Wang J M, Zhang T C, Li W D 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 044203
- [22] Zhang P F, Guo Y Q, Li Z H, Zhang Y C, Zhang Y F, Du J J, Li G, Wang J M, Zhang T C 2011 *Phys. Rev. A* **83** 031804(R)
- [23] Li W F, Du J J, Wen R J, Zhang P F, Li G, Zhang T C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 244205 (in Chinese) [李文芳, 杜金锦, 文瑞娟, 杨鹏飞, 李刚, 张天才 2014 物理学报 **63** 244205]
- [24] Du J J, Li W F, Zhang P F, Li G, Wang J M, Zhang T C 2012 *Front Phys.* **7** 435
- [25] Du J J, Li W F, Wen R J, Li G, Zhang P F, Zhang T C 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 083117
- [26] Du J J, Li W F, Wen R J, Li G, Zhang T C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194203 (in Chinese) [杜金锦, 李文芳, 文瑞娟, 李刚, 张天才 2013 物理学报 **62** 194203]
- [27] Kotlyar V V, Khonina S N, Almazov A A, Soifer V A, Jefimovs K, Turunen J 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 43

Precision measurement of single-atom trajectories in higher-order Laguerre-Gaussian transverse modes of a Fabry-Perot cavity*

Wang Yan-Na Zhao Di[†] Fang Ai-Ping Jiang Chen-Wei
Gao Shao-Yan Li Fu-Li[‡]

(Department of Applied Physics, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 20 May 2015; revised manuscript received 18 June 2015)

Abstract

A coupled quantum system composed of cavity field and atoms is one of the main research contents of cavity quantum electrodynamics. It can be used to realize single atom manipulation and measurement, and has important significance for studying the interaction between light and the atom, preparing quantum states and quantum entanglement. Current research work mainly focuses on two aspects. One is to achieve the atom trapping via the feedback control of the trapping laser intensity. The other is to measure the single atomic motion in a Fabry-Perot cavity by using Hermite-Gaussian transverse modes. The detection of the atomic trajectories has been realized via the observation of transmission spectra of the strong coupling system composed of cold atoms and Hermite-Gaussian transverse modes in a Fabry-Perot cavity. In order to observe the atomic motion trajectories in the cavity, we theoretically study the transmission spectrum of a strong coupling system composed of cold atoms and Laguerre-Gaussian transverse modes in a Fabry-Perot cavity in this paper. We calculate the relationship between the coupling coefficient and the mode number of Laguerre-Gaussian transverse modes. The result shows that with the increase of Laguerre-Gaussian transverse mode number, the maximum coupling coefficient between the atoms and cavity fields is almost unchanged, so the contrast of the detected spectrum is nearly independent of the mode number. Analysis shows that Laguerre-Gaussian transverse mode provides more abundant information about atomic motion trajectory than Hermite-Gaussian transverse mode. The field distribution of Laguerre-Gaussian transverse mode is ring-shaped. Owing to the ring shape, the atoms dropped at different positions experience different electric field intensities, and the detected transmission spectra are changed. Therefore, we can implement the high precision distinguishment of the atomic trajectories by observing the features of the transmission spectra such as the number of the transmission peaks and their positions. Furthermore, a small deviation of the atomic motion trajectories, on the edges of the rings of the electric field, may induce great change in transmission spectrum, and then we can very accurately detect the atomic motion around these positions.

Keywords: microcavity, Laguerre-Gaussian light, atomic trajectories

PACS: 42.55.Sa, 07.05.Tp, 37.10.Gh

DOI: 10.7498/aps.64.224214

* Project supported by the Natural Science Foundation of China (Grants Nos. 11374239, 21203144, 11074199) and the Doctoral Fund of Ministry of Education of China (Grant No. 20120201120056).

[†] Corresponding author. E-mail: dzhao@mail.xjtu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: fli@mail.xjtu.edu.cn