

非均匀采样的功率谱反演大气湍流相位屏的快速模拟

蔡冬梅 逯培培 贾鹏 王东 刘建霞

Fast simulation of atmospheric turbulence phase screen based on non-uniform sampling

Cai Dong-Mei Ti Pei-Pei Jia Peng Wang Dong Liu Jian-Xia

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 224217 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.224217

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224217>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于粒子谱的多波长激光雷达近场大气光学参数校正方法

Correction to near-range multiwavelength lidar optical parameter based on the measurements of particle size distribution

物理学报.2015, 64(12): 124208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124208>

变形镜高斯函数指数对迭代法自适应光学系统的影响

Influence of Gaussian function index of deformable mirror on iterative algorithm adaptive optical system

物理学报.2015, 64(9): 094207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094207>

多波长激光雷达探测多种天气气溶胶光学特性与分析

Detections and analyses of aerosol optical properties under different weather conditions using multi-wavelength Mie lidar

物理学报.2014, 63(24): 244206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244206>

Mach-Zehnder干涉仪条纹成像多普勒激光雷达风速反演及视场展宽技术

Wind velocity retrieval and field widening techniques of fringe-imaging Mach-Zehnder interferometer for Doppler lidar

物理学报.2014, 63(22): 224205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224205>

激光波长对拉曼散射水温遥感系统测温精度及探测深度的影响

Effects of laser wavelength on both water temperature measurement precision and detection depth of Raman scattering lidar system

物理学报.2014, 63(16): 164209 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164209>

非均匀采样的功率谱反演大气湍流相位屏的快速模拟*

蔡冬梅^{1)†} 遆培培¹⁾ 贾鹏¹⁾ 王东¹⁾ 刘建霞²⁾

1)(太原理工大学物理与光电工程学院, 太原 030024)

2)(太原理工大学信息工程学院, 太原 030024)

(2015年3月27日收到; 2015年6月5日收到修改稿)

对大气湍流功率谱非均匀采样可以有效改善传统功率谱反演法低频采样严重不足的缺陷, 实现高精度的大气湍流相位屏的模拟. 但采用的直接求和运算计算复杂度高, 相位屏的模拟速度极慢. 将非均匀快速傅里叶变换 (NUFFT) 引入到大气湍流相位屏的模拟, 可以实现相位屏的快速模拟. 从随机过程的谱分解出发, 将大气湍流相位随机过程表示为有限谐波分量叠加和的均方极限. 通过一个高斯核函数的卷积, 将非均匀分布的谐波复振幅映射到均匀网格空间, 进而利用快速傅里叶变换, 降低计算复杂度, 加快大气湍流相位屏的模拟速度. 以大气湍流的 Kolmogorov 谱为例, 利用 NUFFT 仿真得到大气湍流相位屏, 并对相位屏的模拟精度、模拟速度和误差进行统计分析. 结果表明, NUFFT 的引入可以实现快速、高精度的大气湍流相位屏的模拟.

关键词: 大气湍流, 相位屏, 功率谱反演, 非均匀快速傅里叶变换

PACS: 42.68.Wt, 42.25.Hz, 42.30.-d

DOI: 10.7498/aps.64.224217

1 引言

大气湍流相位屏模拟是研究大气光通信、天文观测、激光大气传输和自适应光学等的重要手段^[1-3]. 根据湍流的“冻结”理论, 大气湍流对光波相位的影响可以用随机相位屏来模拟. 模拟大气湍流相位屏的方法中, 从湍流功率谱得到大气湍流相位屏的“功率谱反演”法, 具有不受功率谱模型限制的优点^[4-6].

对功率谱反演法, 若采样频率间隔均匀, 则可以直接利用快速傅里叶变换 (FFT) 算法加快计算速度. 但生成的大气湍流相位屏低频严重不足, 且具有空间周期性^[5,6]. 实际的大气湍流能量主要集中在低频区域, 随机起伏且不具有空间周期性. 根据大气湍流功率谱的频率分布特征, 对湍流功率谱非均匀采样, 得到的大气湍流相位屏的模拟精度

高, 但不能直接利用 FFT 算法, 计算量大, 模拟速度极慢, 还需要对其做进一步的完善, 提高相位屏的模拟速度^[7].

非均匀快速傅里叶变换 (NUFFT) 首先由 Dutt 和 Rokhlin^[8] 提出, 能够对非均匀离散数据进行 FFT, 已成功用于计算机断层扫描、核磁共振成像的图像重建^[9]. NUFFT 大致分为三类: 第一类是对非均匀分布的数据进行傅里叶变换得到均匀分布的数据; 第二类是从均匀分布的数据变换到非均匀分布的数据; 第三类是非均匀的数据变换到非均匀的数据.

本文将大气湍流引入的相位随机过程进行谱分解, 将其表示为有限谐波分量叠加和的均方极限, 给出谐波复振幅满足的条件; 对功率谱非均匀采样得到非均匀离散分布的复振幅数值. 将 NUFFT 算法引入, 通过定义一个高斯卷积核函数, 将非均匀

* 山西省自然科学基金 (批准号: 2013011006-4)、中国科学院自适应光学重点实验室基金 (批准号: LAOF201301) 和微细加工光学国家重点实验室 (批准号: KFS4) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dm_cai@163.com

离散分布的复振幅数值处理成均匀网格点上的数值, 最后进行FFT计算, 提高非均匀采样大气湍流相位屏的模拟速度. 以大气湍流的Kolmogorov功率谱为例, 利用NUFFT仿真得到大气湍流相位屏, 计算其相位结构函数的统计值, 并与理论值和直接求和法的模拟结果进行比较, 分析了NUFFT方法引入的误差. 最后, 通过仿真实验比较了NUFFT和直接求和法的相位屏模拟时间, 并进行讨论.

2 原理

2.1 大气湍流相位随机过程的谱分解

在局地平均、各向同性区域G内, 大气湍流引入的相位随机过程 $\varphi(x)$ 是零均值、均方连续的广义平稳随机过程, 则 $\varphi(x)$ 的谱分解式为

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi fx} dZ(f), \quad (1)$$

其中, $Z(f)$ 是 $\varphi(x)$ 的随机谱, 其增幅满足

$$E(dZ(f)) = 0, \quad (2)$$

$$E(dZ(f_1)dZ^*(f_2)) = \Phi_{\varphi}(f_1)\delta(f_1 - f_2)df_1df_2, \quad (3)$$

这里, $\Phi_{\varphi}(f)$ 为 $\varphi(x)$ 的功率谱密度; $\delta(\cdot)$ 表示狄拉克函数.

二维条件下模拟屏长为 L 、网格点为 $N \times N$ 的大气湍流相位屏. 在频域区间 $[-N/(2L), N/(2L)]$ 取 $2N$ 个不同的频点. 由均方积分定义, 将(1)式改写为二维离散形式:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{n=-N+1}^N \sum_{m=-N+1}^N e^{j2\pi(xf_{xm} + yf_{ym})} \\ &\quad \times c(f_{xm}, f_{ym}), \\ &\quad -\infty < x, y < \infty, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $dZ(f)$ 为 $c(f_x, f_y)$. (4)式表明, 相位随机过程 $\varphi(x, y)$ 可看成复振幅为 $c(f_{xm}, f_{ym})$ 、频率为 (f_{xm}, f_{ym}) 的有限谐波分量叠加和的均方极限. (4)式构造的相位分布是一个复随机过程, 而实际的相位分布是实数. 对实平稳随机过程进行谱分解, 可以证明, 复振幅的实部和虚部均是零均值、方差相等且相互独立的随机变量.

令

$$\begin{aligned} &c(f_{xm}, f_{ym}) \\ &= A(f_{xm}, f_{ym}) + B(f_{xm}, f_{ym}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &(A(f_{xm}, f_{ym}), B(f_{xm}, f_{ym})) \\ &\sim N\left(0, 0, E\left(|c(f_{xm}, f_{ym})|^2\right)/2, \right. \\ &\quad \left. E\left(|c(f_{xm}, f_{ym})|^2\right)/2, 0\right), \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $N(\cdot)$ 表示正态分布, $E(\cdot)$ 表示方差. 其联合概率密度函数 $p(a, b)$ 为

$$\begin{aligned} p(a, b) &= \left[1/\left(\pi E\left(|c(f_{xm}, f_{ym})|^2\right)\right)\right] \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{E\left(|c(f_{xm}, f_{ym})|^2\right)}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

用(4)式数值模拟大气湍流相位屏, 其中的 L 和 N 是有限大小的, 因此相位屏的模拟性能与功率谱的采样精度密切相关.

目前有多种描述大气湍流的功率谱模型, 例如Kolmogorov谱、Von Karman谱、Hill谱等. 从这些谱模型曲线中可以看出, 湍流功率随空间频率非线性变化. 对湍流功率谱等间距采样, 数值模拟得到的相位屏误差大. 以Kolmogorov谱为例, 湍流能量主要集中在低频区域; 而等间距采样模拟的大气湍流相位屏几乎不包含湍流低频成分. 但是等间距采样模式下, (4)式可以直接用FFT, 相位屏的模拟速度非常快.

根据湍流功率谱在频域上的变化特征, 在功率谱函数变化快的频段密集采样, 变化慢的其他频段稀疏采样, 全频段非均匀采样, 有效提高湍流功率谱的采样精度, 实现高精度的湍流相位屏模拟. 非均匀采样后的湍流功率谱为

$$\begin{aligned} &\Phi_{\varphi}(f_m, f_n) \\ &= \Phi_{\varphi}(f_x, f_y)\delta(f_x - f_{xm})\delta(f_y - f_{ym}), \end{aligned} \quad (8)$$

其复振幅 $c'(f_{xm}, f_{ym})$ 满足

$$\begin{aligned} &E\left(|c'(f_{xm}, f_{ym})|^2\right) \\ &= \Phi_{\varphi}(f_{xm}, f_{ym}) \cdot \Delta f_{xm} \Delta f_{ym}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\Delta f_{xi} \neq \Delta f_{xj}$; $\Delta f_{yi} \neq \Delta f_{yj}$; f_{xm} 和 f_{ym} 表示采样频率序列; Δf_{xm} 和 Δf_{ym} 表示相应的采样频率间距.

将复振幅 $c'(f_{xm}, f_{ym})$ 代入(4)式, M, N 取有限大小的数值, 得到

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \sum_{m=-M+1}^M \sum_{n=-N+1}^N c'(f_{xm}, f_{ym}) \\ &\quad \times e^{j2\pi(xf_{xm} + yf_{ym})}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中, M, N 是 x, y 方向的采样频点数; (x, y) 表示大气湍流相位屏的空间坐标.

由于随机复振幅为非均匀分布的离散数据, (10) 式不能直接利用 FFT 实现快速计算. 最直接的算法就是对所有谐波分量的数值直接求和. 直接求和得到的大气湍流相位屏的模拟精度高, 包含充足的低频和足够的高频量, 但计算速度极慢.

2.2 非均匀采样的湍流相位屏的 NUFFT

NUFFT 将非均匀的频率空间点的数值用均匀空间里该点的邻域点近似表达, 近似的过程可通过卷积核函数插值获得 [10].

定义高斯卷积核函数 g_τ ,

$$g_\tau(f_x, f_y) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(f_x - 2l\pi)^2}{4\tau_x} - \frac{(f_y - 2l'\pi)^2}{4\tau_y} \right], \quad (11)$$

其中 τ_x, τ_y 为高斯卷积核函数在 x 和 y 方向的宽度.

非均匀频率空间的复振幅 $c'(f_x, f_y)$ 与 g_τ 卷积, 将其投影到均匀频率空间,

$$c_\tau(m' \Delta f_x, n' \Delta f_y) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} c'(f_{xi}, f_{yj}) \times g_\tau(m' \Delta f_x - f_{xi}, n' \Delta f_y - f_{yj}), \quad (12)$$

其中 $\Delta f_x = \frac{2\pi}{M_r}$; $\Delta f_y = \frac{2\pi}{N_r}$; $N_r = NR$; $M_r = MR$; Δf_x 和 Δf_y 为 x 和 y 方向的采样间隔; R 为过采样系数 (原来采样频率的倍数, $R \geq 2$); (m', n') 为均匀分布的空间坐标.

对 (12) 式做傅里叶变换, 得到均匀分布空间的 $\varphi_\tau(m', n')$,

$$\varphi_\tau(m', n') = \frac{1}{M_r N_r} \sum_{m'=0}^{M_r-1} \sum_{n'=0}^{N_r-1} c_\tau(m' \Delta f_x, n' \Delta f_y) \times e^{j(m' \Delta f_x f_{xm'} + n' \Delta f_y f_{yn'})}. \quad (13)$$

注意到高斯核函数 g_τ 的傅里叶变换 $G_\tau(x, y)$ 为

$$G_\tau(x, y) = 2\tau_x e^{-(x^2+y^2)\tau_x}, \quad (14)$$

对 (13) 式的模拟结果进行修正, 得到大气湍流相位屏,

$$\varphi(m', n') = \frac{\pi}{\tau_x} e^{(m'^2+n'^2)\tau_x} \varphi_\tau(m', n'). \quad (15)$$

3 仿真与讨论

以大气湍流 Kolmogorov 谱为例, 在频域对湍流功率谱非均匀采样, 得到非均匀离散分布的复振幅值 $c'(f_x, f_y)$, 将其代入 (11)–(15) 式生成大气湍流相位屏. 仿真条件为: 相位屏长 $L = 1$ m, 大气相干长度 $r_0 = 0.1$ m, 采样频率数 $N = 128/\text{m}$, 相位屏网格数 128×128 . (11) 式中, 高斯卷积核函数的宽度满足

$$\tau_x = \tau_y = \frac{\pi M_{\text{sp}}}{N^2 R (R - 0.5)}, \quad (16)$$

其中 M_{sp} 为浮点数精度, 单精度取 6, 双精度取 12. 本文取双精度浮点数 12, 过采样系数 $R = 2$.

大气湍流相位屏模拟结果见图 1. 图 1(a) 和图 1(b) 分别为生成的大气湍流相位屏的二维和三维分布. 图中相位屏的细节成分丰富, 同时包含充足的低频信息, 反映了大气湍流能量主要集中在低频区域的特征.

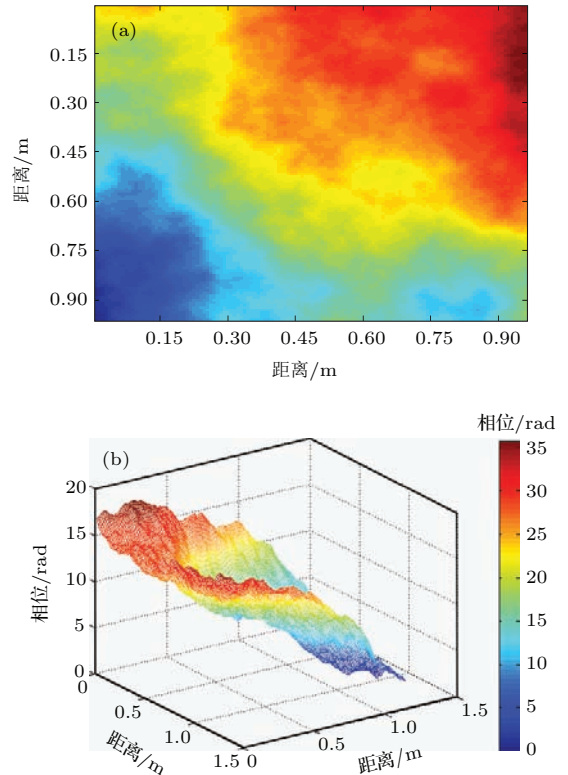


图 1 (网刊彩色) Kolmogorov 湍流相位屏的模拟结果 (a) 相位屏的二维分布; (b) 相位屏的三维分布

Fig. 1. (color online) Example of a Kolmogorov phase screen: (a) Two dimensional image; (b) three dimensional image.

定量分析引入 NUFFT 算法后非均匀采样模式下功率谱反演大气湍流相位屏的性能. 对 (10) 式直接求和生成大气湍流相位屏, 尽管计算量大、

计算时间长, 但得到的相位屏性能最好, 可以作为 NUFFT 算法的对照标准. 利用直接求和法得到 1000 幅大气湍流相位屏, 计算其相位结构函数的统计平均值, 结果见图 2(a). 其中大气湍流相位结构函数的理论曲线满足下式:

$$D_\varphi = 6.88 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (17)$$

其中, r 为空间任意两点间距离, r_0 为大气相干长度. 直接求和法生成的大气湍流相位屏的相位结构函数的统计曲线与理论值曲线在低、中、高频部分都符合得很好.

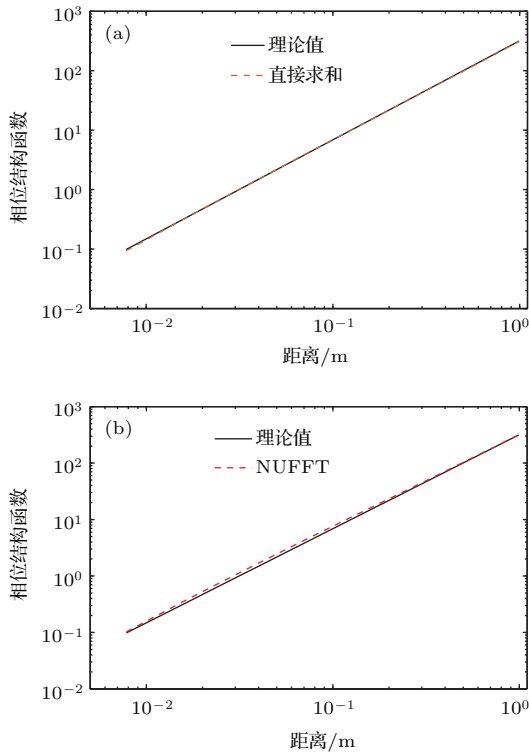


图 2 (网刊彩色) 大气湍流相位屏相位结构函数统计值与理论值的比较 (a) 直接求和法; (b) NUFFT

Fig. 2. (color online) The associated theoretical and simulated structure functions: (a) Direct summing; (b) NUFFT.

利用 (11)—(15) 式, 将 NUFFT 算法引入到大气湍流相位屏的模拟, 同样得到 1000 幅相位屏, 计算其相位结构函数曲线, 见图 2(b). 图中, 模拟相位屏的结构函数值与理论值曲线的拟合比直接求和法略差, 但整体较相符, 说明产生的相位屏具有各种频率成分.

定义相位结构函数的相对误差 $R_e(r)$, 分析模拟相位屏的相位结构函数与理论值的拟合性能.

$$R_e(r) = \frac{D_{\text{sim}}(r)}{D_{\text{theory}}(r)} - 1,$$

$$E_{\text{ave}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (R_{e_i}(r)), \quad (18)$$

式中, $D_{\text{sim}}(r)$ 为模拟相位屏的相位结构函数值; $D_{\text{theory}}(r)$ 为相位结构函数的理论值; E_{ave} 为相对误差的绝对值平均, 其中直接求和法为 0.012, NUFFT 为 0.023, NUFFT 方法的引入给大气湍流相位屏的模拟带来一定的误差.

图 3 为上述两种方法生成的大气湍流相位屏的相位结构函数相对理论值的相对误差曲线. 图中直接求和法的误差曲线变化平缓, 误差的绝对值不超过 0.025, 拟合精度高, 但是其计算复杂度高, 导致计算速度很慢. NUFFT 算法模拟的大气湍流相位屏具有足够的低频分量, 误差小; 从低频到高频, 误差曲线明显增高, 相位屏的模拟误差增大. 这是由于 NUFFT 算法的引入造成的, 非均匀采样法将采样频点压缩在低频区, 高频区采样频点稀少. 按照 (11) 和 (12) 式, 非均匀分布的离散采样数据与高斯核函数卷积, 在二维笛卡尔坐标上重新采样, 获得频域空间数据在均匀分布网格点上的取值, 然后再对其进行 FFT. 从低频到高频, 非均匀采样频点越来越稀疏. 采样频点越少的区域, 通过高斯核函数卷积重新采样的数据就越多, 重新采样数值与湍流功率谱值间的误差就越大. 模拟相位屏在高频区的误差增大恰好反映了该误差的积累. 因此需要谨慎选择卷积核函数, 本文综合考虑相位屏的模拟精度与计算速度, 选择高斯核函数, 在模拟速度大幅度提高的同时, 实现了较高的模拟精度.

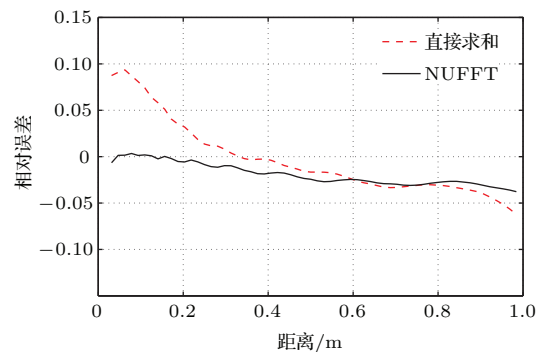


图 3 模拟大气湍流相位屏的相对误差

Fig. 3. Relative error of simulated atmosphere turbulence phase screen.

分析不同强度的大气湍流条件下随机相位屏的模拟性能. 固定大气湍流相位屏长 $L = 1$ m, 相位屏网格点为 64×64 , 改变大气相干长度 r_0 . 随着 r_0 的减小, 大气湍流强度增大. 根据 (11) 和 (16) 式,

高斯核函数的宽度参数 τ_x 和 τ_y 与浮点数精度 M_{sp} 、过采样系数 R 有关. 图 4 为不同湍流强度下, M_{sp} , R 与大气湍流相位屏模拟性能的关系. 图中浮点数精度为双精度时, 即 $M_{sp} = 12$, 过采样系数 $R = 2$ 的模拟误差比 $R = 4$ 明显更小. 当 $R = 4$ 时, 随着大气相干长度的增大, 湍流强度减小, 相位屏模拟误差减小. 当 $R = 2$ 时, 相位屏的模拟精度与湍流强度之间没有明确的变化关系, 由于相位屏模拟的随机性, 近似可以认为在浮点精度 $M_{sp} = 12$ 时, NUFFT 方法对不同强度的大气湍流有相同的模拟精度. $R = 2$ 时, 双精度 ($M_{sp} = 12$) 的模拟误差明显小于单精度 ($M_{sp} = 6$). 综合以上分析, 双精度条件下相位屏的模拟精度高于单精度; 过采样系数 $R = 2$ 时模拟精度较高. 因此, 本文的数值模拟中, 选取 $M_{sp} = 12$, $R = 2$.

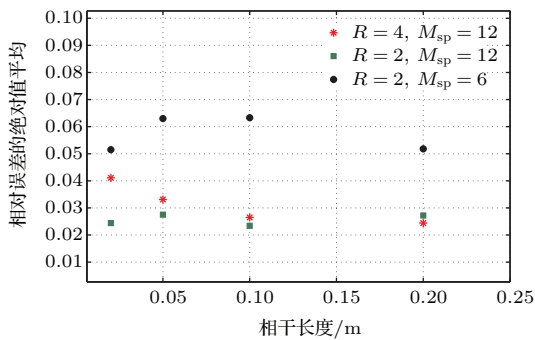


图 4 大气湍流相位屏模拟精度与 M_{sp} , R 和 r_0 的关系
Fig. 4. The performance of simulated phase screens versus M_{sp} , R and r_0 .

4 相位屏的计算时间

上述模拟方法通过高斯卷积核函数将非均匀离散分布的湍流功率谱数据映射到均匀网格空间,

再进行二维 FFT, 降低了计算复杂度, 缩短了运算时间. 设非均匀采样频点为 $N \times N$ (空间网格点等于采样频点), 过采样系数为 R , NUFFT 模拟相位屏的计算复杂度为

$$flops = O(RN \log(RN)). \quad (19)$$

直接求和法的计算复杂度为 $O(N^2)$, 两者相比, NUFFT 的引入使相位屏的计算复杂度下降, 计算速度提高.

为评估大气湍流相位屏的计算速度, 在硬件条件为 2.93 GHz Intel(R)i7, 8 G 内存, 软件 Matlab 7.1 条件下进行了 10 组实验, 比较直接求和法和 NUFFT 方法模拟大气相位屏的计算时间. 实验中, 采样频点数目与相位屏的网格点数目相同, 过采样因子 $R = 2$, 结果见表 1. 与直接求和法比较, NUFFT 的计算时间大幅减低, 采样频率点和相位屏格点均为 500×500 时, 直接求和法需要的时间约为 NUFFT 的 800 倍. (19) 式和实验结果表明, 随着采样频点数目的增加, 计算复杂度增大, 相应的运算时间上升. 例如表 1 中, 当采样频点超过 400×400 , 单幅相位屏的模拟时间会超过 1 s. 因此, 要进一步提高相位屏的模拟速度, 需要尽可能降低采样频率点的数目. 固定采样频点数目为 30×30 , 分别模拟不同网格点数目的大气相位屏, 计算时间分别为 $100 \times 100@0.014$ s, $200 \times 200@0.04$ s 和 $300 \times 300@0.09$ s. 与表 1 的计算时间相比, 相位屏的计算时间降低 6—7 倍, 可以实现相位屏的快速模拟.

表 1 单幅大气湍流相位屏的计算时间 (单位为 s)
Table 1. The simulation time of single phase screen (the unit is s).

	采样频点									
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
NUFFT	0.041	0.087	0.16	0.29	0.41	0.57	0.80	1.03	1.28	1.58
直接求和	0.18	2.03	8.50	26.23	62.17	129.21	239.41	468.99	784.34	1266.1

注意到前面的分析, 采样频点数目减少会增加重新采样数据的误差, 最终造成相位屏的模拟性能下降. 仿真条件不变, 采样频点固定为 30×30 , 分别模拟网格点为 100×100 , 200×200 和 100×100 的大气湍流相位屏, 计算相位结构函数的统计值,

见图 5. 增加空间格点数目, 模拟结果的相位结构函数在低频区仍然非常相符, 模拟精度高. 高频区随着网格点数目增加, 相位结构函数的模拟值偏离理论值, 模拟精度降低. 但与均匀采样的功率谱反演法 [11], 以及在此基础上的谐波补偿算法相比,

减少采样频点的 NUFFT 得到的相位屏整体仍具有较好的模拟性能, 反映了湍流功率主要集中在低频区的特征.

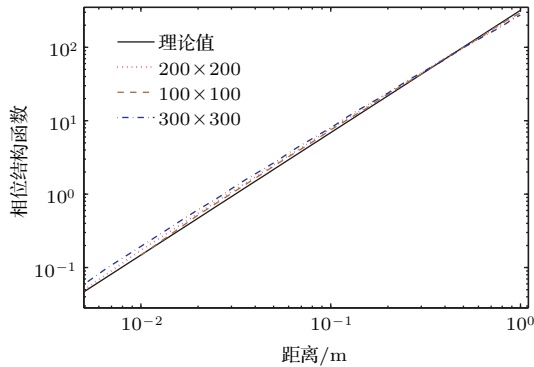


图5 相位屏网格数目对结构函数的影响

Fig. 5. Grid of phase screen versus structure function.

5 结 论

非均匀采样模式下湍流功率谱反演大气湍流相位屏, 具有很高的模拟精度. 但直接求和计算存在计算复杂度高, 计算速度极慢的缺陷. 本文将 NUFFT 算法引入到非均匀采样的大气湍流相位屏的模拟中, 极大地提高了计算速度, 计算时间约提高了 800 倍. 与直接求和法相比, NUFFT 方法模拟的相位屏的性能有所下降. 相对于理论值, 网格点为 128×128 的模拟相位屏的相位结构函数的 E_{ave} 为 0.023, 比直接求和的模拟精度略低, 但仍具有很

好的模拟性能. 因此, NUFFT 的应用将非均匀采样的功率谱反演大气湍流相位屏方法的优点很好地体现出来, 可以实现快速、高精度的大气湍流的计算机仿真. 本文中, 仿真实验及讨论均以大气湍流的 Kolmogorov 谱为例, 对其他谱模型, 只要选择合适的非均匀采样方法, NUFFT 完全可以实现不同功率谱的大气湍流相位屏的快速、高精度模拟.

参考文献

- [1] Liu Y Y, Lü Q B, Zhang W X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124201 (in Chinese) [刘杨阳, 吕群波, 张文喜 2012 物理学报 **61** 124201]
- [2] Zhao P T, Zhang Y C, Wang L, Zhao Y F, Su J, Fang X, Cao K F, Xie J, Du X Y 2007 *Chin. Phys. B* **16** 2486
- [3] Du J, Ren D M, Zhao W J, Qu Y C, Chen Z L, Geng L J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 024211
- [4] Fleck Jr J A, Morris J R, Feit M D 1976 *Appl. Phys.* **10** 129
- [5] Lane R G, Glindeman A, Dainty J C 1992 *Waves Random Media* **2** 209
- [6] Sedmak G 1998 *Appl. Opt.* **37** 4605
- [7] Cai D M, Wang K, Jia P, Wang D, Liu J X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104217 (in Chinese) [蔡冬梅, 王昆, 贾鹏, 王东, 刘建霞 2014 物理学报 **63** 104217]
- [8] Dutt A, Rokhlin V 1993 *SIAM J. Sci. Comput.* **14** 1368
- [9] Fessler J A, Sutton B P 2003 *IEEE Trans. Signal Process.* **14** 560
- [10] Greengard L, Lee J Y 2004 *Siam Rev.* **46** 443
- [11] Roddier N 1990 *Opt. Eng.* **29** 1174

Fast simulation of atmospheric turbulence phase screen based on non-uniform sampling*

Cai Dong-Mei^{1)†} Ti Pei-Pei¹⁾ Jia Peng¹⁾ Wang Dong¹⁾ Liu Jian-Xia²⁾

1) (College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

2) (College of Information Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

(Received 27 March 2015; revised manuscript received 5 June 2015)

Abstract

The generation of atmosphere turbulence wave-front is important for studying the light propagation and imaging through the atmosphere, and correcting the atmosphere turbulence, such as the adaptive optics system. The power spectral density method generates phase screens quickly for using the fast Fourier transform (FFT). The main drawback to this approach is that lower order aberrations such as tilt are often under represented. The reason is that the low frequency is sampled inadequately. Since the low order aberrations include a major percentage of the atmospheric energy spectrum, the error of simulated phase screens makes this method less desirable to use. To overcome this shortcoming, a non-uniform sampling method is proposed to generate phase screens accurately. Unfortunately, when the sampling is nonuniform, the FFT does not apply directly. Generating such a phase screen is computation intensive which greatly reduces simulation speed. In this paper, we develop a fast, more accurate method to generate atmospheric turbulence phase screens, according to non-uniform sampling.

The nonequispaced fast Fourier transform (NUFFT) arises in a variety of application areas, ranging from medical imaging to radio astronomy to the numerical solution of partial differential equations. Speeding up the simulation of atmospheric turbulence phase screens is possible by using the non-uniform fast Fourier transform. In this paper, the atmospheric turbulence phase screen is decomposed into a series of harmonics. Then the non-uniform distributed harmonics are projected onto over-sampled uniform grid by using the Gaussian kernel function. Atmospheric turbulence phase screen will be generated using the standard fast Fourier transform on the over-sampled uniform grid. The atmospheric turbulence phase screens can be generated quickly. Using Kolmogorov spectrum model in this paper, the phase screens can be generated quickly. The performances of generated phase screens are analyzed through their phase structure functions. The statistical results are in very good agreement with the theoretical values. The relative error curve of simulation phase screens is calculated and analyzed. The more the oversampling grid, the more the relative error is. Compared with the result from the direct harmonics summation method, the error here mainly concentrates in high-frequency region where the sampling frequency points are sparse. However, the atmosphere turbulence phase screen is simulated in high accuracy on the whole. Compared with the time cost of the harmonics summation, the time using NUFFT is decreased to about 800 times. The simulated phase screens indicate that non-uniform fast Fourier transform is able to generate atmospheric turbulence phase screen with high accuracy and fast speed.

Keywords: atmospheric turbulence, phase screen, power spectrum inversion, nonequispaced fast Fourier transform

PACS: 42.68.Wt, 42.25.Hz, 42.30.-d

DOI: 10.7498/aps.64.224217

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2013011006-4), the Foundation of Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences (Grant No. LAOF201301), and the State Key Laboratory of Optical Technologies for Micro-fabrication, China (Grant No. KFS4).

† Corresponding author. E-mail: dm_cai@163.com