

管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响

高广健 邓明晰 李明亮 刘畅

Influence of the interfacial properties on guided circumferential wave propagation in the circular tube structure

Gao Guang-Jian Deng Ming-Xi Li Ming-Liang Liu Chang

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 224301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.224301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I22>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

声脉冲法空间电荷测量系统的研究

[Measurement of space charges in air based on sound pulse method](#)

物理学报.2015, 64(16): 164301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164301>

一种含横向圆柱形空腔的声学覆盖层的去耦机理分析

[Analysis of decoupling mechanism of an acoustic coating layer with horizontal cylindrical cavities](#)

物理学报.2015, 64(15): 154301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154301>

局域共振型声学超材料机理探讨

[Mechanism for local resonant acoustic metamaterial](#)

物理学报.2015, 64(15): 154302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154302>

基于高级统计能量分析的周期加筋板振动特性研究

[Study of vibration propagation in periodic rib-stiffened plates using advanced statistical energy analysis](#)

物理学报.2015, 64(13): 134301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134301>

研究激光激发的声表面波与材料近表面缺陷的振荡效应

[Research on the oscillation effect of near-surface metal defect based on laser-generated acoustic surface wave](#)

物理学报.2015, 64(13): 134302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134302>

## 管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响\*

高广健 邓明晰† 李明亮 刘畅

(后勤工程学院, 重庆 401331)

(2015年7月9日收到; 2015年8月25日收到修改稿)

采用界面弹簧模型对圆管结构的管间界面特性进行描述, 推导出含弱界面的圆管结构中声波沿周向传播时的位移场及应力场的数学表达式. 在此基础上采用导波的模式展开分析方法, 给出了与管间界面特性及激励源密切相关的周向超声导波模式展开系数的解析表达式. 数值分析了管间界面特性的变化对周向超声导波的频散和声场产生的影响. 理论与数值分析结果表明, 通过选择适当的驱动频率及周向导波模式, 可使周向超声导波的相速度及圆管外表面的位移场随管间界面特性的变化表现出非常敏感且单调的性质. 这一结果有助于采用周向超声导波方法准确确定圆管结构的管间界面特性.

**关键词:** 周向超声导波, 管间界面特性, 模式展开分析, 频散

**PACS:** 43.20.+g, 43.20.Mv, 43.35.+d

**DOI:** 10.7498/aps.64.224301

## 1 引言

圆管结构因其优异的力学性能在工程技术领域得到了广泛应用<sup>[1]</sup>. 因使用过程中的疲劳、老化或其他原因, 圆管结构管间界面层的力学性能将降低, 从而形成所谓的弱界面. 弱界面的形成将严重影响圆管结构的力学性能<sup>[2]</sup>. 已有研究表明, 板状结构弱界面性质的变化将导致超声导波的频散特性发生改变, 据此可对其界面特性进行准确定征<sup>[3-5]</sup>.

国内外对周向超声导波在圆管结构中的传播特性已开展了大量的研究工作. Valle等<sup>[6]</sup>理论分析和数值计算了双层空心圆柱体中周向超声导波的传播及频散特性; 张慧玲和尹晓春<sup>[7]</sup>分析了管间界面光滑接触条件下双层复合圆筒中周向超声导波的传播特性; 何存富等<sup>[8]</sup>深入研究了用于空心圆柱体检测和评价的周向超声导波检测技术, 确定了影响空心圆柱体中周向超声导波传播及频散的有关因素. 以上工作对于推动周向超声导波的理论及应用研究具有重要的参考价值.

关于界面特性对圆管结构中的轴向超声导波以及板状结构中的超声兰姆波所产生的影响, 迄今已对其开展了较深入的研究<sup>[6,7,9-11]</sup>, 但管间界面特性与周向导波之间相互关系的研究仍相对较少. 周向导波沿圆管的周向传播, 其传播路径闭合, 并在管径方向形成驻波, 尤其适宜于检测较大管径圆管壁的径向及轴向裂纹<sup>[12,13]</sup>. 研究管间界面特性与周向导波传播特性之间的内在关系, 对于进一步完善周向导波的理论研究工作, 以及开展管间界面特性周向超声导波定征方法的应用研究, 具有重要的理论和实际意义.

本文借鉴柱状固体媒质间弱界面的物理模型<sup>[14,15]</sup>, 分析层状圆管结构的管间界面特性对周向超声导波传播特性所产生的影响, 这是超声检测中的一个基本核心问题. 具体包括: 给出含弱界面的圆管结构中声波沿周向传播时的位移场及应力场的数学表达式, 在此基础上采用导波的模式展开分析方法<sup>[16-18]</sup>, 推导出与管间界面特性及激励源密切相关的周向超声导波模式展开系数的解析表达式, 为严格分析弱界面圆管结构中周向超声导波的传播特性奠定理论基础. 基于所给出的理论模

\* 国家自然科学基金(批准号: 11474361, 11274388)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dengmx65@yahoo.com

型, 数值分析管间界面特性的改变对周向超声导波的频散和声场所产生的影响, 给出周向超声导波的相速度及圆管结构外表面的位移场随管间界面特性变化的关系曲线. 理论和数值分析表明, 对于特定驱动频率的周向超声导波模式, 其相速度和位移场随管间界面特性的变化表现出非常敏感且单调的性质. 这一结果有助于采用周向超声导波方法准确确定征圆管结构的管间界面特性.

## 2 理论分析

中空双层圆管结构及在其中沿顺时针方向传播的周向超声导波的计算坐标系如图 1 所示, 坐标  $z$  轴垂直于圆管结构的横截面. 为简化分析过程, 设管材各向同性且不计其频散和衰减. 当不考虑体力时, 固体媒质中的波动方程为<sup>[19]</sup>

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2\mathbf{U} + \mu\nabla \times \nabla \times \mathbf{U} = \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{U}$  为质点位移矢量,  $\rho_0$  为质量密度,  $\lambda$  和  $\mu$  为二阶弹性常数.

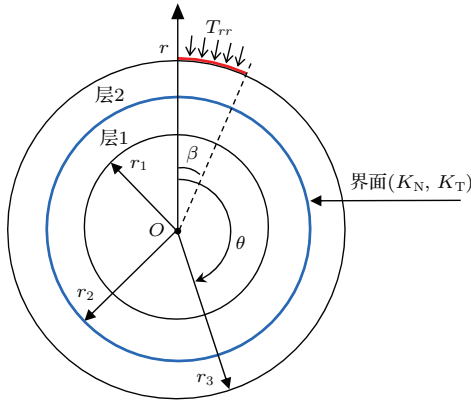


图 1 含弱界面的双层圆管结构

Fig. 1. Two-layered hollow cylindrical structures with a weak interface.

根据平面应变假设和柱坐标梯度表达式<sup>[20]</sup>, 质点位移分量与标势函数  $\phi$  及矢势函数  $\psi$  之间存在以下关系:

$$\begin{aligned} U_r &= (\nabla\phi)_r + (\nabla\psi)_\theta = \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \\ U_\theta &= (\nabla\phi)_\theta - (\nabla\psi)_r = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} - \frac{\partial\psi}{\partial r}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $U_r$  和  $U_\theta$  分别为  $\mathbf{U}$  沿径向和周向的分量. 势函数  $\phi$  和  $\psi$  的控制方程如下<sup>[19]</sup>:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\phi = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2},$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\psi = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (3)$$

其中  $c_L$  和  $c_T$  分别为固体媒质的横波和纵波声速. 柱坐标系下的应力分量可表示为<sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned} P_{rr} &= \lambda \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}\right) + 2\mu \frac{\partial U_r}{\partial r}, \\ P_{\theta r} &= \mu \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta}\right), \\ P_{\theta\theta} &= \lambda \left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}\right) \\ &\quad + 2\mu \left(\frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

沿圆管周向传播的周向超声导波的声场仅与柱坐标  $(r, \theta)$  有关, 即含有因子  $\exp(jn\theta - j\omega t)$  ( $n$  为无量纲的角波数,  $\omega$  为角频率), 故势函数在形式上可表示为

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi(r) \exp(jn\theta - j\omega t), \\ \psi &= \Psi(r) \exp(jn\theta - j\omega t). \end{aligned} \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (3) 式, 得到

$$\begin{aligned} \Phi(r) &= AJ_n \left(\frac{\omega r}{c_L}\right) + BY_n \left(\frac{\omega r}{c_L}\right), \\ \Psi(r) &= CJ_n \left(\frac{\omega r}{c_T}\right) + DY_n \left(\frac{\omega r}{c_T}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $A, B, C$  和  $D$  是 4 个待定常数;  $J_n$  和  $Y_n$  分别为第一和第二类  $n$  阶贝塞尔函数.

综合 (2)–(6) 式, 得到柱坐标系下第  $j$  ( $j = 1, 2$ ) 层圆管中的位移场表达式

$$\begin{aligned} U_{r,j} &= (K_{1,j}A_j + K_{2,j}B_j + K_{3,j}C_j + K_{4,j}D_j) \\ &\quad \times \exp(jn\theta - j\omega t), \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} U_{\theta,j} &= (L_{1,j}A_j + L_{2,j}B_j + L_{3,j}C_j + L_{4,j}D_j) \\ &\quad \times \exp(jn\theta - j\omega t); \end{aligned} \quad (7b)$$

以及第  $j$  ( $j = 1, 2$ ) 层圆管中的应力分量表达式:

$$\begin{aligned} P_{rr,j} &= (M_{1,j}A_j + M_{2,j}B_j + M_{3,j}C_j + M_{4,j}D_j) \\ &\quad \times \exp(jn\theta - j\omega t), \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} P_{\theta r,j} &= (N_{1,j}A_j + N_{2,j}B_j + N_{3,j}C_j + N_{4,j}D_j) \\ &\quad \times \exp(jn\theta - j\omega t), \end{aligned} \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} P_{\theta\theta,j} &= (T_{1,j}A_j + T_{2,j}B_j + T_{3,j}C_j + T_{4,j}D_j) \\ &\quad \times \exp(jn\theta - j\omega t). \end{aligned} \quad (8c)$$

其中, 物理量  $K_{i,j}, L_{i,j}, M_{i,j}, N_{i,j}$  和  $T_{i,j}$  ( $i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2$ ) 的数学表达式见附录 A. 双层圆管的

内外表面满足应力为零的边界条件, 即有

$$\begin{aligned} P_{rr,1}|_{r=r_1} &= 0, & P_{\theta r,1}|_{r=r_1} &= 0, \\ P_{rr,2}|_{r=r_3} &= 0, & P_{\theta r,2}|_{r=r_3} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

据界面弹簧模型可知<sup>[14,15]</sup>, 在一定条件下可采用法向和切向界面劲度系数(分别以 $K_N$ 和 $K_T$ 表示)描述管间界面性质. 对于理想连接界面,  $K_N$ 和 $K_T$ 之值均为无穷大; 对于滑移连接界面,  $K_N$ 和 $K_T$ 之值分别为无穷大和零; 对于弱界面情形,  $K_N$ 和 $K_T$ 取有限值. 在图1所示的管间界面 $r = r_2$ 处, 边界条件表示如下<sup>[14,15]</sup>:

$$\begin{aligned} P_{rr,1}|_{r=r_2} &= P_{rr,2}|_{r=r_2}, \\ P_{\theta r,1}|_{r=r_2} &= P_{\theta r,2}|_{r=r_2}, \\ P_{rr,2}|_{r=r_2} &= K_N (U_{r,1} - U_{r,2})|_{r=r_2}, \\ P_{\theta r,2}|_{r=r_2} &= K_T (U_{\theta,1} - U_{\theta,2})|_{r=r_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

将(7)和(8)式代入到边界条件(9)和(10)式中, 可得到以 $A_j, B_j, C_j$ 和 $D_j$  ( $j = 1, 2$ )为未知数的8阶齐次线性方程组, 其矩阵形式如下:

$$[\mathbf{D}(n, \omega)][A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2]^T = 0, \quad (11)$$

其中 $[\mathbf{D}(n, \omega)]$ 是一 $8 \times 8$ 阶系数矩阵, 欲使该线性方程组有非零解, 其系数行列式必须为零, 即有

$$|\mathbf{D}(n, \omega)| = 0. \quad (12)$$

(12)式即为含弱界面的圆管结构中周向超声导波的频散方程, 据其可计算出周向超声导波的相速度随频率变化的关系曲线(频散曲线).

将(12)式的解代入到(11)式中, 可求出非零特征矢量 $\mathbf{A} = [A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2]^T$ . 将非零特征矢量 $\mathbf{A}$ 代入到(7)式中, 即可得到第 $j$  ( $j = 1, 2$ )层圆管中周向超声导波的位移场.

据(7)–(12)式可知, 当管间界面特性发生改变时, 势必改变周向超声导波的频散和声场. 在周向超声导波的激励源(见图1)保持不变的条件下, 采用导波的模式展开分析方法<sup>[16–18]</sup>, 可计算出不同管间界面状态下周向超声导波的模式展开系数, 进而可准确了解周向超声导波的位移场与界面特性之间的相互关系.

为便于具体分析, 设处于圆管外表面的角频率为 $\omega$ 的面驱动激励源仅提供径向应力分量 $T_{rr}$ , 且其仅存在于角度 $\beta$ 范围之内(见图1); 其所激发

出的周向导波, 通常可沿顺时针或逆时针方向传播, 本文仅考虑周向导波沿顺时针方向传播的情形. 根据导波的模式展开分析方法, 该激励源所激发的声场(包括位移场 $\mathbf{U} = \mathbf{U}(r, \theta)$ , 速度场 $\mathbf{V} = \mathbf{V}(r, \theta)$ 和应力场 $\mathbf{P} = \mathbf{P}(r, \theta)$ ), 可视为由一系列角波数 $n$ 取不同分离值的周向超声导波模式叠加而成<sup>[16–18]</sup>, 即有

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \sum_m A_m(\theta) \times \mathbf{U}_m(r), \\ \mathbf{V} &= -j\omega \mathbf{U} = \sum_m A_m(\theta) \times \mathbf{V}_m(r), \\ \mathbf{P} &= \sum_m A_m(\theta) \times \mathbf{P}_m(r), \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $A_m(\theta)$ 是 $m$ 阶周向超声导波的模式展开系数;  $\mathbf{U}_m(r)$ ,  $\mathbf{P}_m(r)$ 和 $\mathbf{V}_m(r)$ 分别表示其位移场、应力场和速度场;  $m$ 阶周向导波模式的角波数以 $n^{(m)}$ 表示. 因管内无彻体力, 根据互易原理及模式正交性<sup>[16]</sup>, 存在以下关系:

$$\nabla \cdot [\times] = \frac{\partial}{\partial r} ([\times] \cdot \hat{r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial [\times]}{\partial \theta} \cdot \hat{\theta} = 0, \quad (14)$$

其中,  $\hat{r}$ 和 $\hat{\theta}$ 分别表示沿径向和周向的单位矢量;  $[\times] = [-\tilde{\mathbf{V}}_m(r) \cdot \mathbf{P} - \mathbf{V} \cdot \tilde{\mathbf{P}}_m(r)]$ . 将(13)式代入到(14)式之后, 沿径向方向进行积分运算(沿 $z$ 轴方向取单位长度), 即可得到周向超声导波的模式展开系数 $A_m(\theta)$ 的控制方程:

$$\left( \frac{\partial}{\partial \theta} - jn^{(m)} \right) A_m(\theta) = \frac{f_m^{\text{surf}}(\theta)}{4P_{mm}}, \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} P_{mm} &= \frac{1}{2} \text{Re} \int_{r_1}^{r_2} \left[ -\frac{1}{r} j\omega (\tilde{U}_{r,1}^{(m)}(r) \cdot P_{r\theta,1}^{(m)}(r) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{U}_{\theta,1}^{(m)}(r) \cdot P_{\theta\theta,1}^{(m)}(r) \right] dr \\ &\quad + \frac{1}{2} \text{Re} \int_{r_2}^{r_3} \left[ -\frac{1}{r} j\omega (\tilde{U}_{r,2}^{(m)}(r) \cdot P_{r\theta,2}^{(m)}(r) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{U}_{\theta,2}^{(m)}(r) \cdot P_{\theta\theta,2}^{(m)}(r) \right] dr \end{aligned} \quad (16)$$

是 $m$ 阶周向超声导波模式的平均功率流(沿 $z$ 轴方向取单位长度),  $U_r^{(m)}(r) = \mathbf{U}_m(r) \cdot \hat{r}$ ,  $U_\theta^{(m)}(r) = \mathbf{U}_m(r) \cdot \hat{\theta}$ ,  $P_{r\theta}^{(m)}(r) = \hat{r} \cdot \mathbf{P}_m(r) \cdot \hat{\theta}$ ,  $P_{\theta\theta}^{(m)}(r) = \hat{\theta} \cdot \mathbf{P}_m(r) \cdot \hat{\theta}$ . (15)式中的 $f_m^{\text{surf}}(\theta)$ 为面驱动应力张量 $T_{rr}$ 所提供的面驱动源, 其在形式上可表示为

$$f_m^{\text{surf}}(\theta) = j\omega \tilde{U}_r^{(m)}(r) \cdot T_{rr} |_{r=r_3}. \quad (17)$$

面驱动源在 0 至  $\beta$  范围内非零, 据 (15) 式可推得  $A_m(\theta)$  的如下形式解<sup>[16]</sup>:

$$A_m(\theta) = \left[ \frac{1}{4P_{mm}} \int_0^\beta f_m^{\text{surf}}(\xi) \times \exp(-jn^{(m)}\xi) d\xi \right] \times \exp(jn^{(m)}\theta). \quad (18)$$

需说明的是, (18) 式中的积分遍及整个面驱动源, 其适用于对沿顺时针方向传播、且  $\theta > \beta$  范围的声场进行描述. 对于  $T_{rr}$  沿周向均匀分布的情形 ( $T_{rr}$  与  $\theta$  无关), (18) 式还可进一步表示为

$$A_m(\theta) = \beta_m \left[ \exp(-jn^{(m)}\beta) - 1 \right] \times \exp(jn^{(m)}\theta), \quad (19)$$

其中,

$$\beta_m = -\frac{\tilde{U}_r^{(m)}(r) \cdot T_{rr} |_{r=r_3}}{4P_{mm}} \cdot \frac{\omega}{n^{(m)}}. \quad (20)$$

由 (7)—(12) 式可知, 周向导波的位移场、应力场及频散等, 均与管间的界面劲度系数密切相关. 图 1 所示圆管结构的界面特性发生变化, 必将影响到周向导波的位移场及频散特性, 进而影响到  $P_{mm}$  的大小及 (20) 式中的  $\beta_m$ . 因此, 在激发源给定的条件下, (13) 和 (18) 式给出了与管间界面特性密切相关的周向超声导波声场的数学表达式, 据此可定量分析界面特性变化对周向导波声场所产生的影响. 需说明的是, 尽管以上分析仅针对双层圆管结构, 但其分析思路及方法对于含弱界面的多层圆管结构仍是适用的.

### 3 数值计算

鉴于管间界面特性与周向导波的频散及声场之间不存在简单的解析关系, 故无法直接揭示其内在联系. 基于上述理论分析结果, 进行数值计算分析, 对于洞察界面特性变化对周向导波的频散及声场所产生的影响十分必要. 设图 1 所示的双层圆管结构从内到外依次为: 钢管-界面 ( $K_N$  和  $K_T$ )-铝管, 其相关材料参数如表 1 所列, 管径  $r_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 110 \text{ mm}$ ,  $r_3 = 120 \text{ mm}$ .

管间界面 ( $r = r_2$ ) 处的切向界面劲度系数  $K_T$  是描述界面承受剪切应力的主要参数, 管间界面特性的变化与  $K_T$  的改变密切相关<sup>[3,14,15]</sup>. 通过 (12) 式可计算得到双层圆管结构中周向超声导波的频散曲线. 具体过程为: 设定一个角频率值, 采用

二分法可计算得到使 (12) 式成立的一系列角波数  $n^{(m)}$ , 进而得到圆管结构外表面 ( $r = r_3$ ) 处的  $m$  阶周向导波模式的相速度  $c_P$  ( $c_P$  与角波数  $n^{(m)}$  之间存在如下关系:  $c_P = \omega r_3 / n^{(m)}$ <sup>[6]</sup>); 改变角频率  $\omega$  的取值并重复以上过程, 即可得到周向超声导波模式的相速度  $c_P$  随角频率  $\omega$  变化的频散曲线.

表 1 双层复合圆管的材料参数

Table 1. Material parameters of two-layered hollow cylindrical structure.

材料	横波声速 $c_T/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	纵波声速 $c_L/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	密度 $\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
钢	3200	5800	7800
铝	3100	6350	3400

数值计算结果表明: 当  $K_N = \infty$  时,  $K_T$  取  $10^{14.5}$  和  $10^{9.5} \text{ N/m}^3$  所对应的周向超声导波的频散曲线, 分别趋近于理想界面 ( $K_N = \infty$ ,  $K_T = \infty$ ) 和滑移界面 ( $K_N = \infty$ ,  $K_T = 0$ ) 条件下的频散曲线. 将滑移界面和理想界面之间的管间界面状态称为弱界面, 其界面特性用  $K_T$  予以描述<sup>[3,11]</sup>. 对于  $K_T$  几个典型的取值, 图 2 给出了前两个周向超声导波模式 ( $m = 1, 2$ ) 的相速度  $c_P$  随角频率  $\omega$  变化的频散曲线.

图 2 表明, 一阶 ( $m = 1$ ) 和二阶 ( $m = 2$ ) 周向超声导波模式的相速度随界面特性的变化均表现出较为敏感的性质; 当  $K_N = \infty$  且  $K_T$  由  $10^{14.5} \text{ N/m}^3$  单调减至  $10^{9.5} \text{ N/m}^3$  时, 周向超声导波的频散曲线也单调地从理想界面情形过渡至滑移界面情形; 弱界面条件下周向超声导波相速度的大小介于理想界面和滑移界面所对应的相速度值之间. 滑移界面是弱界面的一种极端形式, 为准确确定征圆管结构的界面特性, 应尽可能选择相速度  $c_P$  随界面特性的改变而发生较显著变化的周向导波模式及驱动频率. 当周向超声导波模式的阶数  $m$  确定之后, 不同驱动频率所对应的相速度随界面特性的变化表现出不同的敏感特性, 频率的选取将直接影响到对弱界面特性的准确定征. 为此目的, 针对给定的周向超声导波模式, 定义其相速度的相对变化率如下:

$$\frac{\Delta c_P}{c_P} = \frac{c_{1P} - c_{2P}}{c_{1P}}, \quad (21)$$

其中  $c_{1P}$  和  $c_{2P}$  分别为某一周向超声导波模式在理想界面和滑移界面条件下的相速度值. 对于给定

的周向导波模式, 据 (21) 式可计算出  $\Delta c_P/c_P$  随频率变化的关系曲线. 选择适当的频率可使  $\Delta c_P/c_P$  取极大值, 表明在此频率下滑移界面与理想界面所对应的周向导波模式的相速度相差最为明显, 即该频率下周向导波模式的相速度对  $K_T$  的变化最为敏感.

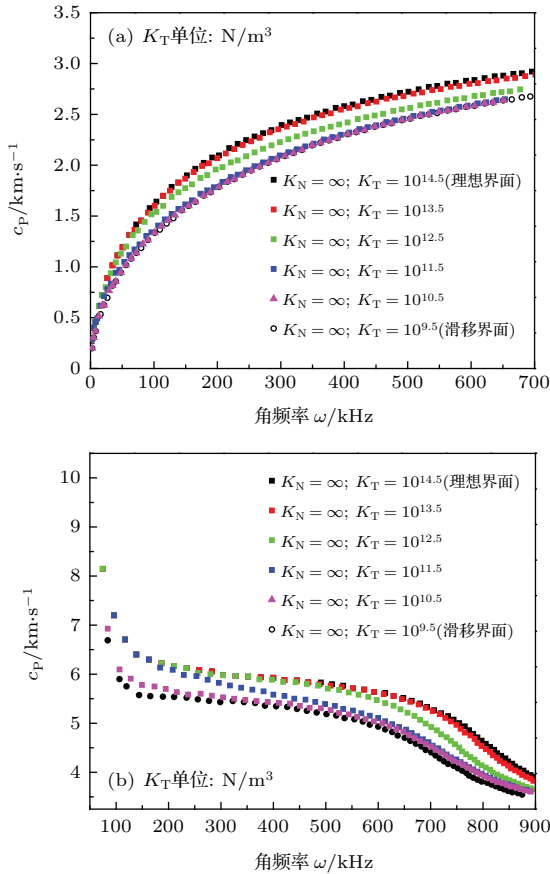


图2 切向刚度系数  $K_T$  对频散曲线的影响 (a) 一阶模式 ( $m = 1$ ); (b) 二阶模式 ( $m = 2$ )

Fig. 2. Effect of shear stiffness constant  $K_T$  on dispersion curves of ultrasonic guided circumferential waves: (a) The first mode ( $m = 1$ ); (b) the second mode ( $m = 2$ ).

图3给出了一阶 ( $m = 1$ ) 和二阶 ( $m = 2$ ) 周向导波模式的  $\Delta c_P/c_P$  随角频率的变化. 显而易见, 点  $P$  处的  $\Delta c_P/c_P$  取极大值, 即在垂直虚线  $V$  所对应的角频率处, 一阶和二阶周向导波模式的相速度对界面特性的变化最为敏感.

比较图3(a)和图3(b)可知, 点  $P$  所对应的二阶周向导波模式的  $\Delta c_P/c_P$  之值要大于一阶导波模式, 且相关研究表明 [7,12], 二阶周向导波模式的能量主要集中于管间界面附近, 故从提高管间界面检测灵敏度的角度考虑, 可优先选择二阶

周向导波模式, 并以垂直虚线  $V$  所对应的角频率 ( $\omega = 750$  kHz) 作为驱动频率. 在找到最为适当的驱动频率和周向导波模式之后, 图4给出了在该驱动频率下二阶周向导波的相速度随  $K_T$  的变化.

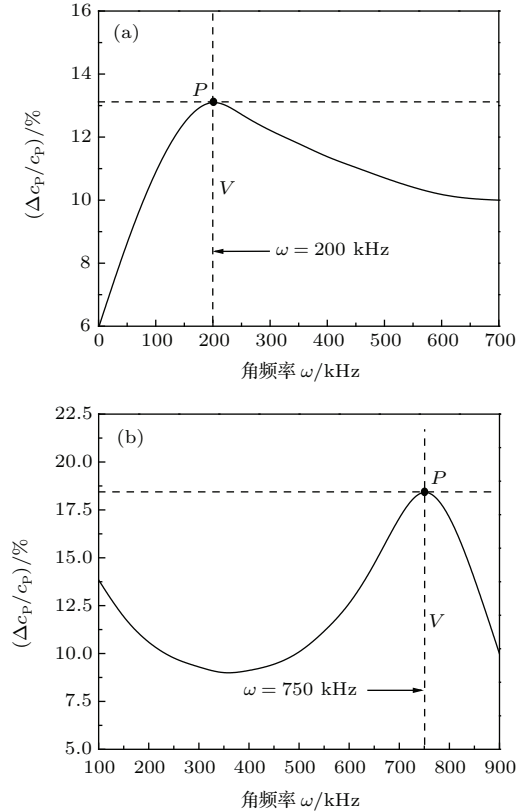


图3 相速度的相对变化率随角频率的变化 (a) 一阶模式 ( $m = 1$ ); (b) 二阶模式 ( $m = 2$ )

Fig. 3. Curve of relative change rate of phase velocity versus angular frequency: (a) The first mode ( $m = 1$ ); (b) the second mode ( $m = 2$ ).

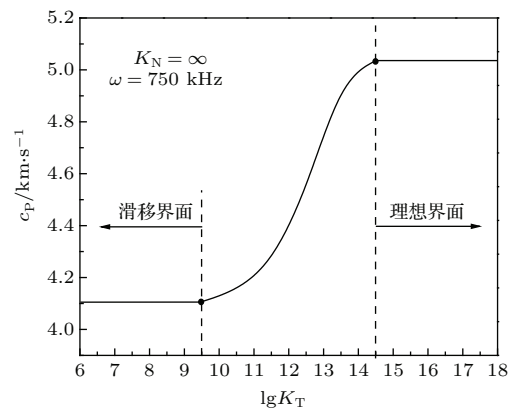


图4 二阶周向导波模式的相速度  $c_P$  随  $K_T$  (单位  $N/m^3$ ) 的变化

Fig. 4. Curve of phase velocity of the second ultrasonic guided circumferential wave versus  $K_T$  (unit:  $N/m^3$ ).

根据图4给出的计算结果可知: 当 $K_T$ 大于 $10^{14.5} \text{ N/m}^3$ 时, 周向超声导波的相速度值趋近于理想界面条件下的相速度值; 当 $K_T$ 小于 $10^{9.5} \text{ N/m}^3$ 时, 周向超声导波的相速度值趋近于滑移界面情形下的相速度值. 当 $K_T$ 在 $10^{9.5} \text{ N/m}^3$ 至 $10^{14.5} \text{ N/m}^3$ 的取值范围时, 二阶周向超声导波模式的相速度随 $K_T$ 的增加而单调增大. 当 $K_T$ 的

取值由 $10^{11.5} \text{ N/m}^3$ 增至 $10^{13.5} \text{ N/m}^3$ 时, 二阶周向导波的相速度急剧增大; 对于 $K_T$ 的其他取值范围, 周向导波相速度的变化相对较平缓. 以图3(b)中竖直虚线 $V$ 所对应的角频率( $\omega = 750 \text{ kHz}$ )为例, 图5给出了 $K_T$ 取不同值时二阶周向超声导波模式的位移分量振幅随 $r$ 的变化.

据图5给出的计算结果可知: 当管间界面状态

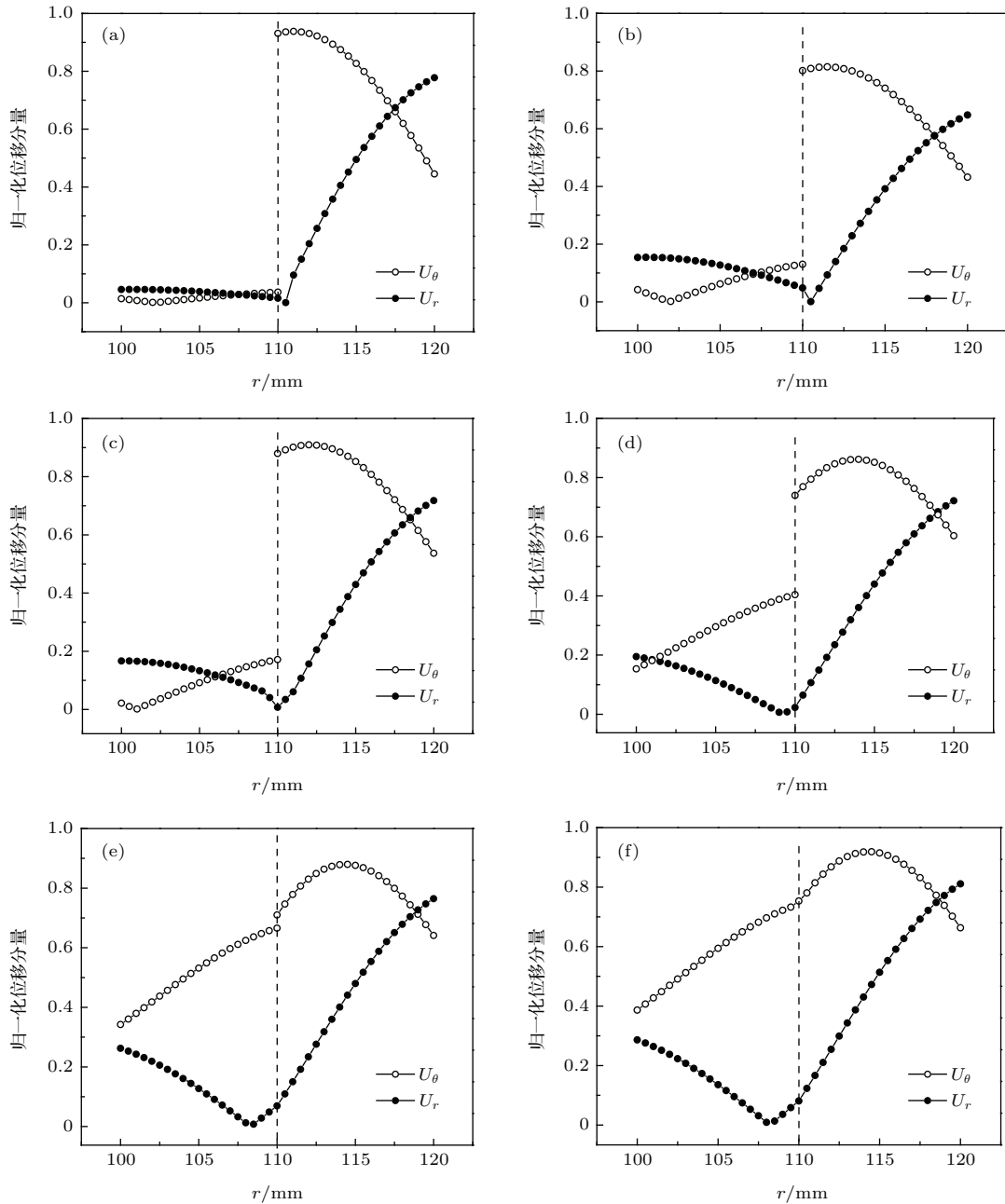


图5  $K_T$ 取不同值时, 二阶周向超声导波位移分量的振幅随 $r$ 的变化 (a)  $K_N = \infty, K_T = 0 \text{ N/m}^3$  (滑移界面); (b)  $K_N = \infty, K_T = 10^{10.5} \text{ N/m}^3$ ; (c)  $K_N = \infty, K_T = 10^{11.5} \text{ N/m}^3$ ; (d)  $K_N = \infty, K_T = 10^{12.5} \text{ N/m}^3$ ; (e)  $K_N = \infty, K_T = 10^{13.5} \text{ N/m}^3$ ; (f)  $K_N = \infty, K_T = \infty \text{ N/m}^3$  (理想界面)

Fig. 5. Curves of displacement components of the second ultrasonic guided circumferential wave versus  $r$  under different  $K_T$ : (a)  $K_N = \infty, K_T = 0 \text{ N/m}^3$  (sliding interface); (b)  $K_N = \infty, K_T = 10^{10.5} \text{ N/m}^3$ ; (c)  $K_N = \infty, K_T = 10^{11.5} \text{ N/m}^3$ ; (d)  $K_N = \infty, K_T = 10^{12.5} \text{ N/m}^3$ ; (e)  $K_N = \infty, K_T = 10^{13.5} \text{ N/m}^3$ ; (f)  $K_N = \infty, K_T = \infty \text{ N/m}^3$  (perfect interface).

为滑移界面时,周向位移分量在界面处不连续的程度最大;当管间界面状态为理想界面时,周向位移分量在界面处连续;当管间界面状态为弱界面时,随着 $K_T$ 的增大,管间界面处( $r = 110$  mm)的周向位移分量逐渐趋于连续,而法向位移分量总是保持连续的.从图5还可发现一有趣的现象,随着 $K_T$ 取值的增大,径向位移分量取最小值的位置逐渐由外层向内层移动.

在对管间界面特性进行实际超声检测时,通常需将超声换能器置于圆管结构的外表面,因此了

解圆管外表面的位移场随管间界面特性的变化规律很有必要.当图1中的面激励源保持不变时(为简单起见,设 $T_{rr}$ 恒定且与 $\theta$ 无关),对于不同的管间界面特性,据(13)和(18)式可计算出相应的周向超声导波模式在圆管外表面的位移振幅,如此可直接了解不同管间界面特性所导致的圆管外表面的位移场变化规律.对于不同的管间界面特性,据(18)式计算出的二阶周向导波的模式展开系数如表2所列,其中表面驱动应力张量 $T_{rr}$ 的激励角度 $\beta = 30^\circ$ ,角频率 $\omega = 750$  kHz,  $K_N = \infty$ .

表2  $K_T$ 取不同值时的二阶周向导波的模式展开系数

Table 2. Mode expansion coefficients for the second guided circumferential wave under different  $K_T$ .

	$K_T/N \cdot m^{-3}$					
	0	$10^{10.5}$	$10^{11.5}$	$10^{12.5}$	$10^{13.5}$	$\infty$
$n$	21.914	21.687	21.147	19.850	18.142	17.871
$P_{mm}/10^{-7}/arb. units$	4.447	4.302	3.981	3.565	2.944	2.889
$\omega/n/kHz$	34.225	34.583	35.466	37.783	41.341	41.967
$ \beta_{sm} /T_{rr}/arb. units$	15.701	16.425	23.771	38.490	66.105	68.928
$ A_m(\theta) /T_{rr}/arb. units$	16.313	18.692	32.304	68.128	132.077	137.787

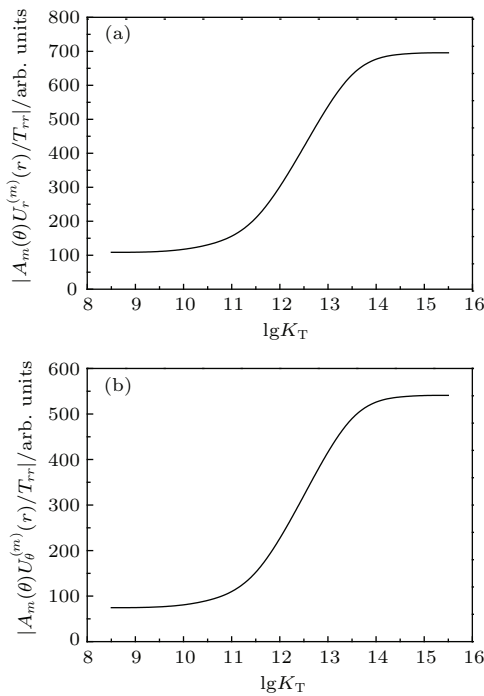


图6 当 $K_T$ 取不同值时,圆管外表面的二阶周向导波位移分量的振幅 (a) 径向分量; (b) 周向分量

Fig. 6. Amplitude of displacement component of the second ultrasonic guided circumferential wave on the outer surface of tube under different  $K_T$ : (a) Radial component; (b) circumferential component.

从实际测量角度出发,预先了解圆管外表面周向超声导波的位移场随 $K_T$ 的变化规律十分必要.当角频率 $\omega = 750$  kHz和 $K_N = \infty$ 时,图6给出了

二阶周向超声导波模式在圆管外表面的位移分量振幅值随 $K_T$ 的变化规律.

据图6给出的计算结果可知,随着 $K_T$ 的增大,二阶周向超声导波模式的周向位移分量和径向位移分量的振幅均表现出单调增大的趋势,且周向和径向位移分量的振幅随 $K_T$ 的变化表现出非常敏感的特点(当管间界面特性从滑移变至理想时,径向和周向位移分量的振幅值分别增加了5.40倍和6.25倍).

根据图3—图6给出的数值计算结果可知,通过选择适当的周向导波模式及驱动频率,可使周向导波的相速度及圆管外表面的位移场随管间界面特性的变化表现出非常敏感的性质.这一结论十分有助于采用周向超声导波方法准确确定征圆管结构的管间界面性质.

## 4 结 论

根据界面弹簧模型,分析了含弱界面的圆管结构中周向超声导波的频散特性及位移场.在激发源给定的条件下,采用导波的模式展开分析方法,推导出与管间界面特性密切相关的周向超声导波的模式展开系数的数学表达式,为严格分析含弱界面的圆管结构中周向超声导波的激发及传播问题奠



定了理论基础. 通过所定义的周向超声导波相速度的相对变化率以及其随频率变化的关系曲线, 可确定出相速度随界面特性变化最为敏感的周向导波模式及驱动频率; 针对该周向导波模式及驱动频率, 通过数值分析发现, 在圆管结构外表面的位移场随界面特性的变化也表现出非常敏感且单调的性质. 理论与数值分析表明, 通过选择适当的导波模式及驱动频率, 可使周向超声导波的相速度及圆管外表面的位移场随管间界面特性的变化最为敏感且单调, 这一结论非常有助于采用周向超声导波方法准确确定征圆管结构的管间界面特性.

附录 A

对于 (7) 和 (8) 式中的物理量  $K_{i,j}$ ,  $L_{i,j}$ ,  $M_{i,j}$ ,  $N_{i,j}$  和  $T_{i,j}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 1, 2$ ), 其具体数学形式分别表示

如下:

$$\begin{cases} K_{1,j} = \frac{1}{r} (\alpha_j r J_{n-1}(\alpha_j r) - n \cdot J_n(\alpha_j r)), \\ K_{2,j} = \frac{1}{r} (\alpha_j r Y_{n-1}(\alpha_j r) - n \cdot Y_n(\alpha_j r)), \\ K_{3,j} = j \frac{n}{r} J_n(\beta_j r), \\ K_{4,j} = j \frac{n}{r} Y_n(\beta_j r); \end{cases} \quad (A1)$$

$$\begin{cases} L_{1,j} = j \frac{n}{r} J_n(\alpha_j \cdot r), \\ L_{2,j} = j \frac{n}{r} Y_n(\alpha_j \cdot r), \\ L_{3,j} = \frac{1}{r} (n J_n(\beta_j r) - \beta_j r J_{n-1}(\beta_j r)), \\ L_{4,j} = \frac{1}{r} (n Y_n(\beta_j r) - \beta_j r Y_{n-1}(\beta_j r)); \end{cases} \quad (A2)$$

$$\begin{cases} M_{1,j} = \left\{ \left[ n(1+n) - \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] J_n(\alpha_j r) - \alpha_j r J_{n-1}(\alpha_j r) \right\} \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ M_{2,j} = \left\{ \left[ n(1+n) - \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] Y_n(\alpha_j r) - \alpha_j r Y_{n-1}(\alpha_j r) \right\} \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ M_{3,j} = j n [\beta_j r J_{n-1}(\beta_j r) - (1+n) J_n(\beta_j r)] \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ M_{4,j} = j n [\beta_j r Y_{n-1}(\beta_j r) - (1+n) Y_n(\beta_j r)] \frac{2}{r^2} \mu_j; \end{cases} \quad (A3)$$

$$\begin{cases} N_{1,j} = j n [\alpha_j r J_{n-1}(\alpha_j r) - (1+n) J_n(\alpha_j r)] \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ N_{2,j} = j n [\alpha_j r Y_{n-1}(\alpha_j r) - (1+n) Y_n(\alpha_j r)] \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ N_{3,j} = \left\{ - \left[ n(1+n) - \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] J_n(\beta_j r) + \beta_j r J_{n-1}(\beta_j r) \right\} \frac{2}{r^2} \mu_j, \\ N_{4,j} = \left\{ - \left[ n(1+n) - \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] Y_n(\beta_j r) + \beta_j r Y_{n-1}(\beta_j r) \right\} \frac{2}{r^2} \mu_j; \end{cases} \quad (A4)$$

$$\begin{cases} T_{1,j} = \left\{ \alpha_j r J_{n-1}(\alpha_j r) - \left[ n(n+1) - \alpha_j^2 r^2 + \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] J_n(\alpha_j r) \right\} \frac{2\mu_j}{r^2}, \\ T_{2,j} = \left\{ \alpha_j r Y_{n-1}(\alpha_j r) - \left[ n(n+1) - \alpha_j^2 r^2 + \frac{\beta_j^2 r^2}{2} \right] Y_n(\alpha_j r) \right\} \frac{2\mu_j}{r^2}, \\ T_{3,j} = j n [-\beta_j r J_{n-1}(\beta_j r) + (n+1) J_n(\beta_j r)] \frac{2\mu_j}{r^2}, \\ T_{4,j} = j n [-\beta_j r Y_{n-1}(\beta_j r) + (n+1) Y_n(\beta_j r)] \frac{2\mu_j}{r^2}. \end{cases} \quad (A5)$$

在 (A1)—(A5) 式中,  $\alpha_j = \omega/c_{L(j)}$ ,  $\beta_j = \omega/c_{T(j)}$  ( $j = 1, 2$ );  $c_{L(j)}$  和  $c_{T(j)}$  分别为第  $j$  层圆管管材的纵波和横波声速.

(13) 式中  $m$  阶周向导波模式的应力场  $\mathbf{P}_m(r)$  的分量, 在形式上表示如下:

$$P_{rr}^{(m)}(r) = \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{P}_m(r) \cdot \hat{\mathbf{r}} = \lambda \left( \frac{\partial}{\partial r} U_r^{(m)}(r) + \frac{U_r^{(m)}(r)}{r} + \frac{j n^{(m)} U_\theta^{(m)}(r)}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial}{\partial r} U_r^{(m)}(r), \quad (A6)$$

$$P_{\theta r}^{(m)}(r) = \hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \mathbf{P}_m(r) \cdot \hat{\mathbf{r}} = \mu \left( \frac{\partial}{\partial r} U_\theta^{(m)}(r) - \frac{U_\theta^{(m)}(r)}{r} + \frac{j n^{(m)} U_r^{(m)}(r)}{r} \right), \quad (A7)$$

其中,  $U_r^{(m)}(r) = \mathbf{U}_m(r) \cdot \hat{\mathbf{r}}$ ,  $U_\theta^{(m)}(r) = \mathbf{U}_m(r) \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}$ , 分别表示  $m$  阶周向导波模式的位移场  $\mathbf{U}_m(r)$  沿径向和周向的位移分量.

参考文献

- [1] Packer J A, Henderson J E (translated by Cao J J) 1997 *Hollow Structural Section Connections and Trusses: A Design Guide* (Beijing: Science Press) pp1–4 (in Chinese) [帕克 J A, 亨德森 J E 著 (曹俊杰 译) 1997 空心管结构连接设计指南 (北京: 科学出版社) 第 1—4 页]
- [2] Peng F, Hu S Y 2009 *Chin. J. Appl. Mech.* **26** 55 (in Chinese) [彭飞, 胡时岳 2009 应用力学学报 **26** 55]
- [3] Du G S, Wang Y J, Yuan Y F, Zhao Q C 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 27 (in Chinese) [杜光升, 王耀俊, 袁忆丰, 赵庆昌 1998 物理学报 **47** 27]
- [4] Deng M X 2005 *Acta Acust.* **30** 542 (in Chinese) [邓明晰 2005 声学学报 **30** 542]
- [5] Wu C P, Syu Y S, Lo J Y 2007 *Int. J. Mech. Sci.* **49** 669
- [6] Valle C, Qu J M, Jacobs L J 1999 *Int. J. Eng. Sci.* **37** 1369
- [7] Zhang H L, Yin X C 2010 *J. Ship Mech.* **14** 930 (in Chinese) [张慧玲, 尹晓春 2010 船舶力学 **14** 930]
- [8] He C F, Li L T, Wu B 2004 *Chin. J. Mech. Eng.* **40** 7 (in Chinese) [何存富, 李隆涛, 吴斌 2004 机械工程学报 **40** 7]
- [9] Huang P P, Yao Y W, Wu F G, Zhang X, Li J, Hu A Z 2015 *Chin. Phys. B* **24** 054301
- [10] Yang W, Fung T C, Chian K S 2007 *J. Biomech.* **40** 481
- [11] Zhang R, Wan M X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1297 (in Chinese) [张锐, 万明习 2000 物理学报 **49** 1297]
- [12] Liu G, Qu J M 1998 *ASME J. Appl. Mech.* **65** 424
- [13] Liu Y, Li Z, Gong K Z 2012 *Mech. Syst. Signal Process.* **30** 157
- [14] Lu P, Wang Y J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 697 (in Chinese) [陆鹏, 王耀俊 2001 物理学报 **50** 697]
- [15] Wang Y J 2004 *Acta Acust.* **29** 97 (in Chinese) [王耀俊 2004 声学学报 **29** 97]
- [16] Auld B A 1973 *Acoustics Fields and Wave in Solids* (Vol. 2) (New York: John Wiley & Sons, Inc.) pp151–162
- [17] Deng M X, Xiang Y X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 114302
- [18] Deng M X 2006 *Nonlinear Lamb Waves Propagate in the Solid Plates* (Beijing: Science Press) pp12–40 (in Chinese) [邓明晰 2006 固体板中的非线性兰姆波 (北京: 科学出版社) 第 12—40 页]
- [19] Walsley R J 1973 *Stress Wave Propagation in Solids* (New York: Marcel Dekker, Inc.) pp128–159
- [20] Rose J L 1999 *Ultrasonic Waves in Solid Media* (Cambridge: Cambridge University Press) pp35–41

# Influence of the interfacial properties on guided circumferential wave propagation in the circular tube structure\*

Gao Guang-Jian Deng Ming-Xi<sup>†</sup> Li Ming-Liang Liu Chang

(Logistics Engineering University, Chongqing 401331, China)

( Received 9 July 2015; revised manuscript received 25 August 2015 )

## Abstract

The mathematical expressions both of displacement and stress fields of circumferential wave propagation in circular tube structure with a weak interface are derived on condition that the interfacial properties between the two circular tubes are characterized by the interfacial spring model. Based on the said displacement and stress expressions derived, the dispersion equation of ultrasonic guided circumferential wave (UGCW) modes is formally presented by using the corresponding mechanical boundary conditions. According to the technique of modal expansion analysis for waveguide excitation, for a given excitation source used to generate circumferential wave in circular tube structure, the corresponding field of circumferential wave propagation can be decomposed into a series of UGCW modes. Using the reciprocity relations and mode orthogonality, the analytical expression of UGCW mode expansion coefficient is derived, which is closely related to the given excitation source for UGCW generation and the interfacial properties between the two tubes. The influences of change in the interfacial property on dispersion and acoustic field of the UGCW propagation are numerically analyzed. In the cases of perfect and sliding interfaces, for a given UGCW mode, the relative change rate of phase velocity is defined, and then its curve versus frequency is calculated, through which the specific frequency can be determined where the UGCW phase velocity appears to be most sensitive to the change in the interfacial property. For a given UGCW mode and driving frequency, it is numerically found that the displacement field on the outside surface of the circular tube structure changes sensitively and monotonically with change in interfacial property between the tubes. Clearly, through choosing the appropriate driving frequency and the mode of UGCW propagation, both the UGCW phase velocity and the displacement field on the outside surface of the circular tube structure will be monotonic and sensitive to change in interfacial property. It is expected that the results obtained in this paper will be of significance for accurately characterizing the interfacial properties of composite circular tube structures by using the UGCW technique.

**Keywords:** ultrasonic guided circumferential wave, interfacial properties between two tubes, modal expansion analysis, dispersion

**PACS:** 43.20.+g, 43.20.Mv, 43.35.+d

**DOI:** 10.7498/aps.64.224301

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11474361, 11274388).

† Corresponding author. E-mail: [dengmx65@yahoo.com](mailto:dengmx65@yahoo.com)