物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

基于双缘调制的数字电压型控制Buck变换器离散迭代映射建模与动力学分析

刘啸天 周国华 李振华 陈兴

Discrete iterative-map modeling and dynamical analysis of digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation

Liu Xiao-Tian Zhou Guo-Hua Li Zhen-Hua Chen Xing

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 228401 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.228401
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.228401
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I22

基于双缘调制的数字电压型控制Buck变换器离散迭代映射建模与动力学分析*

刘啸天 周国华† 李振华 陈兴

(西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2015 年 4 月 28 日收到; 2015 年 7 月 9 日收到修改稿)

建立了双缘调制数字电压型控制Buck变换器的离散迭代映射模型. 在该模型的基础上, 详细研究了双缘调制数字电压型控制Buck变换器的非线性动力学行为. 以输入电压、负载电阻等电路参数作为分岔参数, 绘制了输出电压和电感电流的分岔图, 并通过分岔图的分析发现了两种相似却又不同的Hopf分岔现象. 采用庞加莱截面、时域仿真波形和相轨图, 对比分析了两种不同的Hopf分岔和低频振荡现象, 并引入离散迭代映射模型的雅克比矩阵的特征值分析方法, 从理论上证明了两种Hopf分岔的存在性和差异性. 首次观察到基于双缘调制的数字电压型控制Buck变换器出现了奇数倍周期分岔现象, 并通过时域仿真波形和相轨图验证了该现象的真实性. 为更加接近实际电路, 考虑电容和电感的等效串联电阻, 使用Psim进行仿真, 其结果与理论仿真结果基本一致, 验证了理论仿真的正确性.

关键词: 开关变换器, 双缘调制, 数字控制, 奇数倍周期分岔

PACS: 84.30.Jc, 05.45.–a **DOI:** 10.7498/aps.64.228401

1 引 言

开关DC-DC变换器是一种典型的强非线性动力学系统, 开关器件的导通和关断使得变换器的拓扑结构发生变化, 可以用分段光滑系统描述[1−5]. 开关DC-DC变换器包含了丰富的非线性动力学现象, 存在降频工作[6]、低频振荡[2,7−13]、倍周期分岔[14−16]、边界碰撞分岔[2,3,17]和混沌等[18,19]现象. 这些非线性现象严重影响了开关变换器的稳定性和可靠性, 使得开关变换器性能的提升受到了极大限制. 因此, 研究开关DC-DC变换器的非线性动力学现象及其产生原理和控制方法, 对于开关DC-DC变换器的设计具有十分重要的指导意义和实际价值.

随着电力电子装置的飞速发展, 开关DC-DC变换器的数字控制受到越来越多的关注和重视. 相对于模拟控制, 数字控制的设计更加灵活, 具有更高的可靠性和更短的设计周期[20]. 开关DC-DC变换器的数字电压型控制是较简单的控制技术, 被广泛地运用于实际工程中, 其调制方式可分为单缘(后缘、前缘)调制和双缘(三角后缘、三角前缘)调制. 双缘调制结合了前缘调制和后缘调制的优点, 同时避开了它们的缺点[20].

目前, 基于双缘调制的数字电压型控制开关DC-DC变换器的研究主要是从电路的工作性能方面展开, 而对电路的非线性动力学研究鲜有报道. 本文以双缘调制数字电压型控制Buck变换器为研究对象, 建立其离散迭代映射模型, 根据该模型进行相应的动力学行为分析, 并通过与单缘调制数字电压型控制对比, 揭示变换器存在的特有非线性动力学现象.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61371033)、全国优秀博士学位论文作者专项资金 (批准号: 201442)、霍英东教育基金会高等院校青年教师基金 (批准号: 142027) 和四川省青年科技基金 (批准号: 2014JQ0015, 2013JQ0033) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

2 双缘调制数字电压型控制Buck变换器的工作原理

双缘调制数字电压型控制Buck变换器的电路图和稳态工作波形分别如图1(a)和图1(b)所示. Buck变换器由输入电压源$V_{\rm in}$、开关管S、二极管D、电感L、电感等效串联电阻$r_{\rm L}$、电容C、电容等效串联电阻$r_{\rm C}$和负载电阻R构成, 数字控制电路由模数转换器(ADC)、采样时钟clock、数字补偿器(D-PID)、数字比较器和数字三角波$V_{\rm ramp}$构成.

双缘调制数字电压型控制Buck变换器的工作原理为: 每个开关周期(亦即时钟周期T)开始时, ADC对输出电压$v_{\rm o}$采样得到采样值$v_{\rm s}$; 采样值$v_{\rm s}$与数字参考电压$V_{\rm dref}$经过数字补偿器运算后得到控制信号$v_{\rm c}$; 控制信号$v_{\rm c}$与数字三角波$V_{\rm ramp}$进行比较, 产生脉冲控制信号$V_{\rm P}$, 控制开关管S的导通与关断. 当$v_{\rm c} \geqslant V_{\rm ramp}$时, $V_{\rm P}$为高电平, 开关管S导通, 由于调制波为对称三角波, 所以导通时间均匀分布在开关周期的开始段和结束段; 当$v_{\rm c} < V_{\rm ramp}$时, $V_{\rm P}$为低电平, 开关管S关断. 经过时间T后, 采样时钟使ADC再次采样, 电路进入下一个周期.

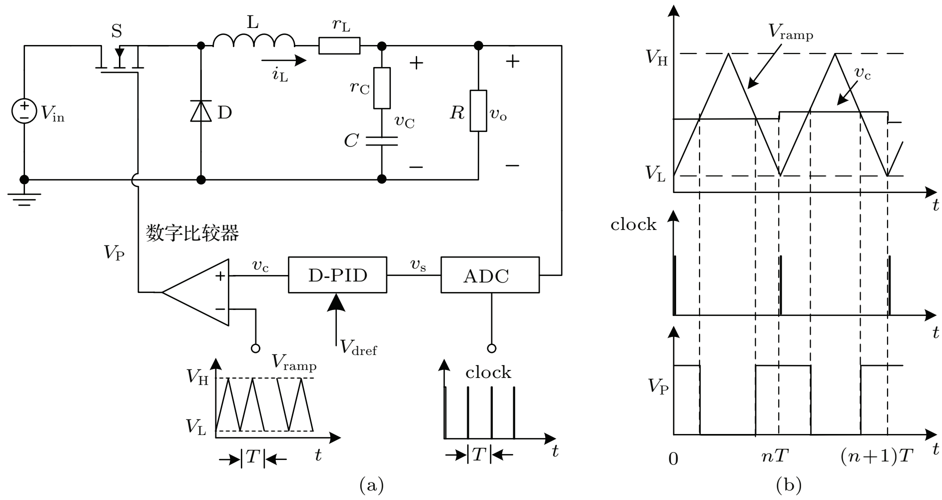

图1 双缘调制数字电压型控制Buck变换器 (a)电路图; (b)稳态工作波形

Fig. 1. Digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation: (a) Circuit diagram; (b) steady-state operation waveforms.

记第n个开关周期开始时输出电压的采样值为$v_{\rm s}(n)$, 若数字补偿器仅考虑比例环节, 则控制信号$v_{\rm c}$可表示为

$$v_{\rm c} = A\left(V_{\rm dref} - v_{\rm s}(n)\right), \tag{1}$$

其中A为数字补偿器的放大倍数.

假定数字处理器的时钟频率很高, 即不考虑时钟频率引起的时间量化误差, 基于计数器的数字三角波$V_{\rm ramp}$与模拟三角波形状相似, 可以用下式表示:

$$V_{\rm ramp} = V_{\rm L} + 2\left(V_{\rm H} - V_{\rm L}\right)F(t/T), \quad F(t/T) \leqslant 0.5, \tag{2a}$$

$$V_{\rm ramp} = 2V_{\rm H} - V_{\rm L} - 2\left(V_{\rm H} - V_{\rm L}\right)F(t/T), \quad F(t/T) > 0.5, \tag{2b}$$

其中, $F(t/T)$表示t/T对1取余数, $V_{\rm L}$和$V_{\rm H}$分别表示数字三角波的谷值和峰值.

在一个稳定的开关周期中, 当电感电流恒大于零时, Buck变换器电路工作在连续导电模式(continuous conduction mode, CCM); 当电感电流下降到零且继续保持一段时间时, 电路工作在断续导电模式(discontinuous conduction mode, DCM). 采用电感电流$i_{\rm L}$和电容电压$v_{\rm C}$作为状态变量, 根据工作模式和开关管的状态, 在一个开关周期内将电路分为3种工作状态, 可以得到相应的状态方程. 为了简化分析, 忽略电容和电感的等效串联电阻(equivalent series resistances, ESR), 即忽略$r_{\rm C}$和$r_{\rm L}$.

状态1 开关管导通时, 电路的状态方程为

$$\frac{{\rm d}x}{{\rm d}t} = A_1 x + B_1 V_{\rm in}. \tag{3}$$

状态2 开关管关断且电感电流大于零时, 电路的状态方程为

$$\frac{{\rm d}x}{{\rm d}t} = A_2 x. \tag{4}$$

状态3 开关管关断且电感电流等于零时, 电路的状态方程为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A_3 x, \tag{5}$$

其中,

$$x = \begin{pmatrix} i_{\mathrm{L}} \\ v_{\mathrm{C}} \end{pmatrix}, A_1 = A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/(RC) \end{pmatrix},$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/(RC) \end{pmatrix}.$$

当电路工作在CCM时, 一个开关周期由状态1和状态2构成; 当电路工作在DCM时, 一个开关周期由状态1、状态2和状态3构成.

3 离散迭代映射建模

为了分析双缘调制数字电压型控制Buck变换器的动力学行为, 需要根据不同的工作状态, 建立该电路的离散迭代映射模型.

在第n个周期内, 记i_n为周期开始时的电感电流值, v_n为周期开始时的输出电压值(亦即电容电压值), 电路工作在开关管导通的时间为$2t_{n,1}$(平均分布在周期的开始段和结束段), 工作在开关管关断并且电感电流不为零的时间为$t_{n,2}$, 工作在电感电流为零的时间为$t_{n,3}$, 采样时钟的周期与数字三角波周期相同(均为T), 存在如下关系:

$$t_{n,1} + t_{n,2} + t_{n,3} + t_{n,1} = T. \tag{6}$$

图2所示为电感电流、数字三角波和控制信号v_{c}在第n个开关周期中可能存在的6种工作情形. 通过不断求解(3), (4)和(5)三个状态方程, 可以推导出每种工作情形下所对应的离散迭代映射模型.

情形1 如图2(a)所示, 在该工作情形下, 整个周期内开关管一直处于导通状态. 此时的迭代映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = a(T)i_n + b(T)v_n + k(T), \\ v_{n+1} = c(T)i_n + d(T)v_n + l(T), \end{cases} \tag{7}$$

其中,

$$a(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{\alpha}{\omega}\sin(\omega t) + \cos(\omega t)\right],$$

$$b(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{-\sin(\omega t)}{\omega L}\right], \quad c(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega C}\right],$$

$$d(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[-\frac{\alpha}{\omega}\sin(\omega t) + \cos(\omega t)\right],$$

$$l(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}V_{\mathrm{in}}\left[\frac{-\alpha}{\omega}\sin(\omega t) - \cos(\omega t)\right] + V_{\mathrm{in}},$$

$$k(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[V_{\mathrm{in}}\left(\frac{1}{\omega L} - \frac{\alpha}{\omega R}\right)\sin(\omega t) - \frac{V_{\mathrm{in}}}{R}\cos(\omega t)\right] + \frac{V_{\mathrm{in}}}{R},$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{LC} - \left(\frac{1}{2RC}\right)^2}.$$

情形2 如图2(b)所示, 该工作情形分为如下三个过程.

过程1: 开关管导通$t_{n,1}$时间, 电感电流i_{L}增大, 由初始状态(i_n, v_n)到中间状态$(i_{n,1}, v_{n,1})$的映射为

$$\begin{cases} i_{n,1} = a(t_{n,1})i_n + b(t_{n,1})v_n + k(t_{n,1}), \\ v_{n,1} = c(t_{n,1})i_n + d(t_{n,1})v_n + l(t_{n,1}), \end{cases} \tag{8}$$

其中, $i_{n,1}$和$v_{n,1}$分别表示经过第一段$t_{n,1}$时间后的电感电流值和电容电压值.

过程2: 开关管关断$t_{n,2}$时间, 电感电流i_{L}减小, 但大于零, 由中间状态$(i_{n,1}, v_{n,1})$到中间状态$(i_{n,2}, v_{n,2})$的映射为

$$\begin{cases} i_{n,2} = a(t_{n,2})i_{n,1} + b(t_{n,2})v_{n,1}, \\ v_{n,2} = c(t_{n,2})i_{n,1} + d(t_{n,2})v_{n,1}, \end{cases} \tag{9}$$

其中, $i_{n,2}$和$v_{n,2}$分别表示经过$t_{n,2}$时间后的电感电流值和电容电压值.

过程3: 开关管再导通$t_{n,1}$时间, 电感电流i_{L}增大, 由中间状态$(i_{n,2}, v_{n,2})$到末状态(i_{n+1}, v_{n+1})的映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = a(t_{n,1})i_{n,2} + b(t_{n,1})v_{n,2} + k(t_{n,1}), \\ v_{n+1} = c(t_{n,1})i_{n,2} + d(t_{n,1})v_{n,2} + l(t_{n,1}). \end{cases} \tag{10}$$

情形3 如图2(c)所示, 该工作情形分为如下四个过程.

过程1和过程2均和情形2相似, 此时

$$i_{n,2} = 0. \tag{11}$$

过程3: 开关管关断$t_{n,3}$时间, 此时电感电流为零, 电容向负载电阻供电, 由中间状态$(i_{n,2}, v_{n,2})$到中间状态$(i_{n,3}, v_{n,3})$的映射为

$$\begin{cases} i_{n,3} = 0, \\ v_{n,3} = v_{n,2}\,\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}, \end{cases} \tag{12}$$

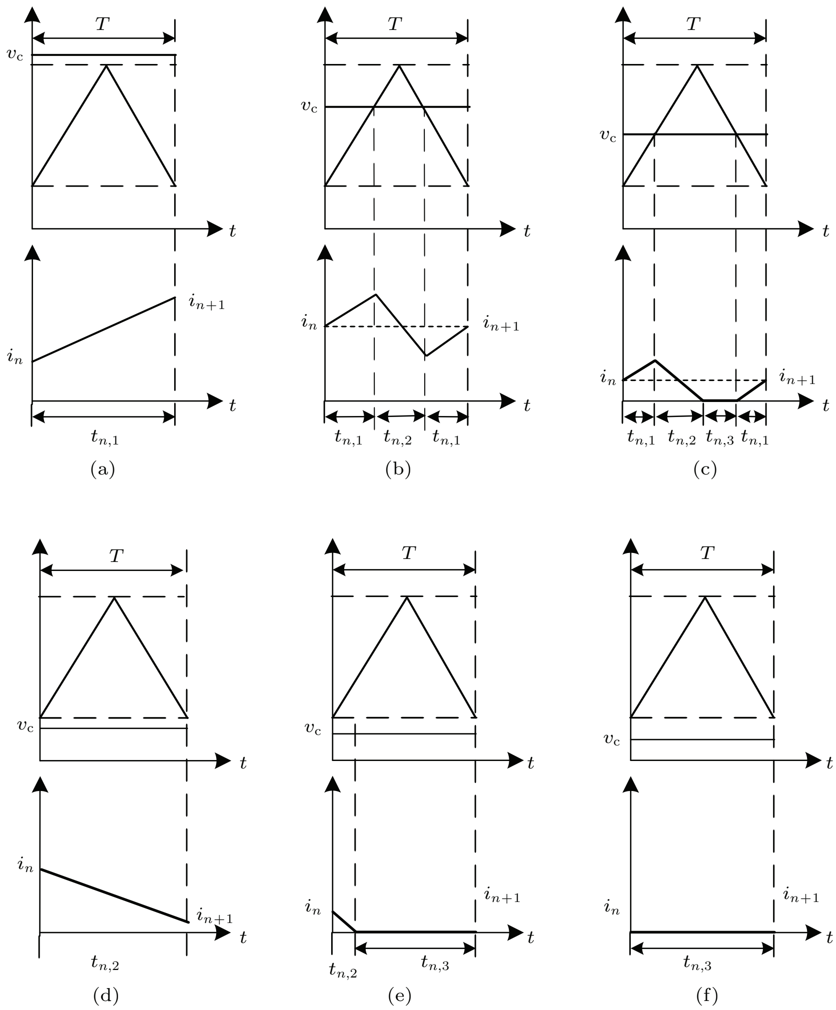

图 2 电感电流和控制信号在第 n 个开关周期中可能存在的 6 种工作情形

Fig. 2. Six possible evolutions of inductor current and control signal during n-th switching cycle.

其中, $i_{n,3}$ 和 $v_{n,3}$ 分别表示经过 $t_{n,3}$ 时间后的电感电流值和电容电压值.

过程 4 与情形 2 的过程 3 相似, 过程 4 的映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = a(t_{n,1})i_{n,3} + b(t_{n,1})v_{n,3} + k(t_{n,1}), \\ v_{n+1} = c(t_{n,1})i_{n,3} + d(t_{n,1})v_{n,3} + l(t_{n,1}). \end{cases} \tag{13}$$

情形 4 如图 2 (d) 所示, 此工作情形与情形 2 的过程 2 相似, 情形 4 的映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = a(t_{n,2})i_n + b(t_{n,2})v_n, \\ v_{n+1} = c(t_{n,2})i_n + d(t_{n,2})v_n. \end{cases} \tag{14}$$

情形 5 如图 2 (e) 所示, 此工作情形与情形 3 的过程 2 和过程 3 相似, 情形 5 的映射为

$$\begin{cases} i_{n,2} = a(t_{n,2})i_n + b(t_{n,2})v_n = 0, \\ v_{n,2} = c(t_{n,2})i_n + d(t_{n,2})v_n; \end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases} i_{n+1} = 0, \\ v_{n+1} = v_{n,2}\,\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}. \end{cases} \tag{16}$$

情形 6 如图 2 (f) 所示, 此工作情形与情形 3 的过程 3 相似, 情形 6 的映射为

$$\begin{cases} i_{n+1} = 0, \\ v_{n+1} = v_n\,\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}. \end{cases} \tag{17}$$

在上述 6 种工作情形中, 如何确定时间 $t_{n,1}$, $t_{n,2}$ 和 $t_{n,3}$ 是十分关键的. 设 ADC 的位数为 N, 有 $v_s(n) = 2^N v_n$, 根据双缘调制数字电压型控制 Buck 变换器的工作原理可知, 时间 $t_{n,1}$ 由下式确定:

$$\begin{aligned} &A\left(V_{\mathrm{dref}} - 2^N v_n\right) \\ &= V_{\mathrm{L}} + 2\left(V_{\mathrm{H}} - V_{\mathrm{L}}\right) F(t_{n,1}/T), \end{aligned} \tag{18}$$

其中, $t_{n,1}$ 需满足 $0 \leqslant t_{n,1} \leqslant T/2$. 当 $t_{n,1} < 0$ 时, 说明整个周期内开关管不导通, 此时应令 $t_{n,1} = 0$; 当 $t_{n,1} > T/2$ 时, 说明整个周期内开关管恒导通, 此

时应令 $t_{n,1}=T$.

在确定时间 $t_{n,2}$ 和 $t_{n,3}$ 之前, 需要先判断第 n 个开关周期内变换器所处的工作模式. 设开关管关断后, 电感电流下降到零所需要的时间为 $t_{n,x}$, 其大小可由下式求解出:

$$i_{n,2}=a(t_{n,x})i_{n,1}+b(t_{n,x})v_{n,1}=0. \tag{19}$$

当 $t_{n,x}\geqslant T-2t_{n,1}$ 时, 变换器工作在CCM, 此时 $t_{n,2}=T-2t_{n,1}$, 且 $t_{n,3}=0$; 当 $t_{n,x}<T-2t_{n,1}$ 时, 变换器工作在DCM, 此时 $t_{n,2}=t_{n,x}$, 且 $t_{n,3}=T-2t_{n,1}-t_{n,2}$.

4 分岔行为分析

根据上文建立的离散迭代映射模型 (6)—(19) 式, 可以对双缘调制数字电压型控制Buck变换器的分岔行为进行分析.

参考文献 [2, 21], 选择两组参数. 参数I: $L=20$ mH, $C=47$ μF, $R=10$ Ω, $T=100$ μs, $V_{\rm dref}=11264$ (对应的模拟参考电压为11 V), $A=8.5$, $V_{\rm L}=3.8$ 和 $V_{\rm H}=8.2$; 参数II: $L=10$ mH, $C=22$ μF, $R=5$ Ω, $T=200$ μs, $V_{\rm dref}=5325$ (对应的模拟参考电压为5.2 V), $A=10$, $V_{\rm L}=0.6$ 和 $V_{\rm H}=5.7$. 得到不同参数时的输出电压分岔图和庞加莱截面, 如图3所示. ADC的位数为 $N=10$, 为了显示输出电压的实际值, 本文中所有输出电压分岔图的纵坐标数值都是根据ADC 的量化增益进行了缩放 (即缩小 2^N 倍) 的值, 不考虑量化误差.

如图3 (a1) 所示, 分岔图以输入电压 $V_{\rm in}$ 为分岔参数, 变化范围为19—24 V. 从图3 (a1) 可观察到: 当输入电压在19—20 V之间变化时, 电路工作在稳定的周期一状态; 输入电压大于20.8 V时, 变换器因发生Hopf分岔而呈现周期振荡现象, 并随着输入电压的增大振荡幅度逐渐增大. 为了进一步揭示该振荡现象, 图3 (a2) 给出了 $V_{\rm in}=21.5$ V时的庞加莱截面. 根据文献 [7—13] 可知, 当庞加莱截面为一个圆形时, 系统发生了低频振荡.

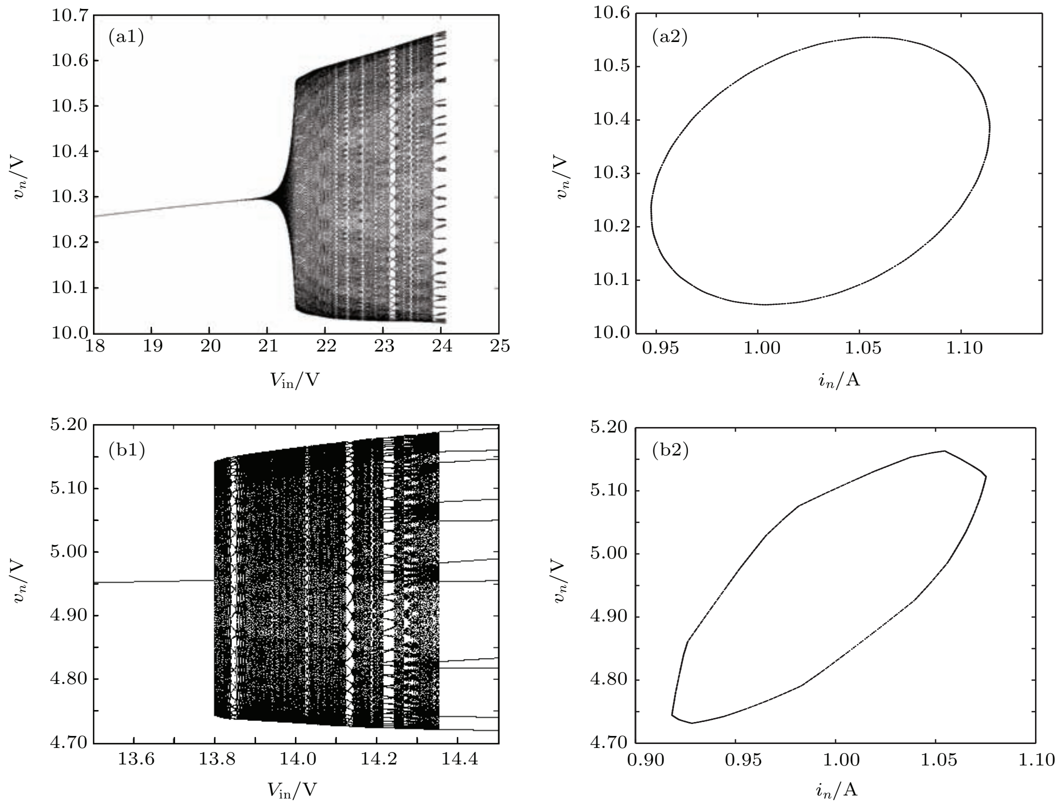

图3 输出电压分岔图和庞加莱截面 (a1), (b1) 输出电压分岔图; (a2), (b2) 庞加莱截面; (a1) 参数I, (a2) $V_{\rm in}=21.5$ V; (b1) 参数II, (b2) $V_{\rm in}=14$ V

Fig. 3. Output voltage bifurcation diagrams and Poincaré sections. Panels (a1) and (b1) are output voltage bifurcation diagrams. Panels (a2) and (b2) are Poincaré sections: (a1) parameter I, (a2) $V_{\rm in}=21.5$ V; (b1) parameter II, (b2) $V_{\rm in}=14$ V.

当电路参数不同时, 双缘调制数字电压型控制Buck变换器将会出现特殊的非线性动力学现象. 仍然以输入电压V_{in}为分岔参数, 变化范围为13.5—14.5 V, 得到的输出电压分岔图如图3(b1)所示. 与图3(a1)相似, 图3(b1)所示的分岔图在$V_{\mathrm{in}} = 13.81$ V时发生了Hopf分岔, 电路出现了周期性振荡现象, 但是电路在发生Hopf分岔处由周期一到周期性振荡的变化为一个突变过程, 而不是如图3(a1)中显示的渐变过程, 也没有振幅的逐渐增加过程. 为了揭示这种不同的周期振荡现象, 观察$V_{\mathrm{in}} = 14$ V时的庞加莱截面, 如图3(b2)所示. 此时的庞加莱截面为一个类似多边形构成的圆, 与图3(a2)所示的庞加莱截面有所不同.

若以负载电阻为分岔参数, 变换器系统具有类似的非线性现象. 选择与图3(b1)相同的额定参数, 当输入电压$V_{\mathrm{in}} = 9$ V, 负载电阻R变化范围为6.5—8 Ω时的分岔图如图4(a)所示.

图4(a)所示的分岔图和图3(b1)相似, 当R增大到7.4 Ω时, 电路发生了Hopf分岔, 由周期一状态变为周期性振荡. 类似地, 当$R = 7.5$ Ω时, 观察如图4(b)所示的庞加莱截面可知, 它的形状趋于长方形, 与图3(a2)和图3(b2)均不相同.

双缘调制数字电压型控制Buck电路在电路参数变化时, 还会发生奇数倍周期分岔现象. 参考文献[2], 选择电路参数: $L = 200$ μH, $C = 47$ μF, $R = 5.5$ Ω, $T = 150$ μs, $V_{\mathrm{dref}} = 5325$, $A = 1.5$, $V_{\mathrm{L}} = 0.6$和$V_{\mathrm{H}} = 5.7$. 以输入电压V_{in}为分岔参数, 变化范围为5.5—14 V, 得到分岔图如图5所示.

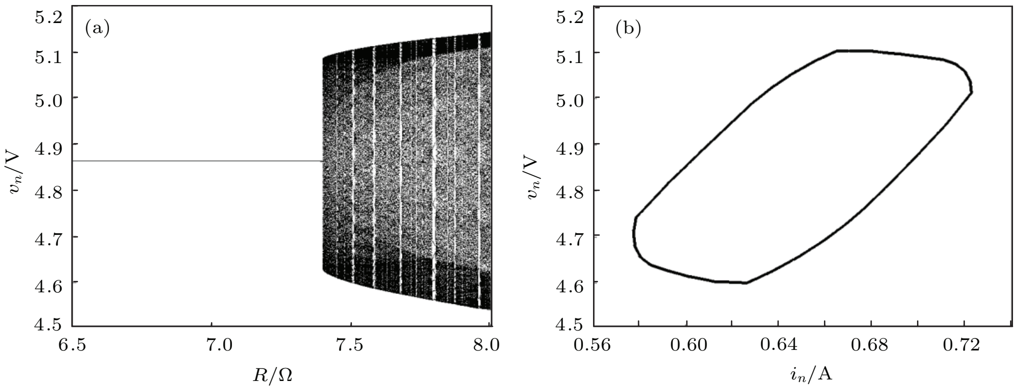

图4 负载电阻变化时的分岔图和庞加莱截面 (a)输出电压分岔图; (b) $R = 7.5$ Ω时的庞加莱截面

Fig. 4. Bifurcation diagram and Poincaré section with variation of load resistance: (a) Output voltage bifurcation diagram; (b) Poincaré section with $R = 7.5$ Ω.

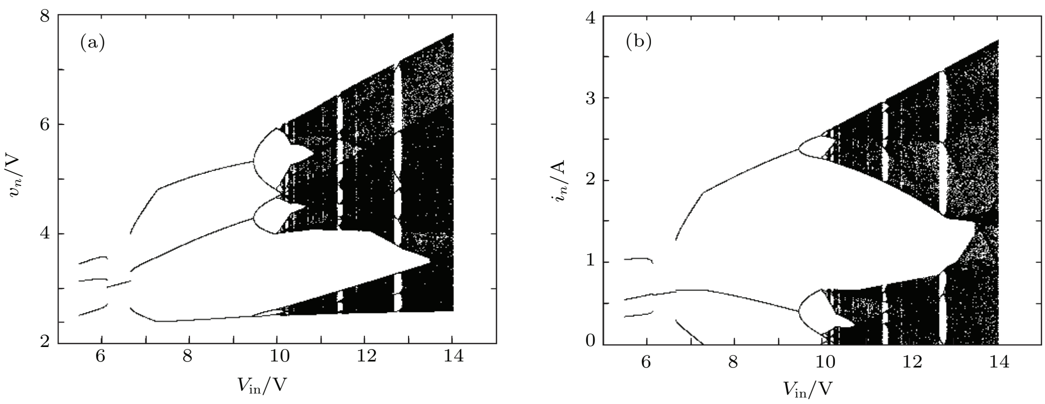

图5 输入电压变化时的分岔图 (a)输出电压分岔图; (b)电感电流分岔图

Fig. 5. Bifurcation diagrams with variation of input voltage: (a) Output voltage; (b) inductor current.

从图5可观察到, 当输入电压在6.13 V到6.67 V变化时, 电路工作在周期一状态. 随着输入电压的减小, 当输入电压为6.13 V时, 电路出现了奇数倍周期分岔现象, 由周期一状态变化到周期三状态, 不同于现有文献中的倍周期分岔(由周期一变化到周期二), 并且在发生奇数倍周期分岔时, 没有渐变过程, 而是由周期一突然跳变到周期三. 随着输入电压的增加, 当输入电压为6.67 V时, 电

路也会发生奇数倍周期分岔, 由周期一跳变到周期三. 当输入电压为7.29 V时, 在电感电流分岔图中, 出现电感电流采样值为零的分支. 随着输入电压的进一步增大, 当输入电压为9.47 V时, 系统再次发生了分岔. 观察输出电压分岔图可知: 三条支路均发生倍周期分岔, 由三支路变为六支路. 观察电感电流分岔图可知: 两条非零支路发生倍周期分岔, 由三支路分为五支路. 由此可知, 其中存在电感电流恒为零的一个开关周期. 系统随着输入电压的逐渐增大而工作不稳定, 并最终进入混沌状态.

5 雅可比矩阵的特征值运动分析

为了验证分岔行为分析的正确性, 引入离散迭代映射系统的雅克比矩阵特征值进行分析. 图1所示的Buck电路为二阶系统, 对应的雅克比矩阵特征值有两个. 使用数值计算方法, 通过公式 $\boldsymbol{x}_{n+1}=\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}}$, 得到不动点为 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}}=[I_{\mathrm{L}}\ V_{\mathrm{C}}]^T$, 在不动点处的离散映射系统的雅克比矩阵为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}})=\left.\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12}\\ J_{21} & J_{22}\end{bmatrix}\right|_{\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}}}, \tag{20}$$

其中,

$$J_{11}=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n},\quad J_{12}=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial v_n},$$
$$J_{21}=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial i_n},\quad J_{22}=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial v_n}.$$

通过求解雅克比矩阵的特征方程, 得到其特征值 λ:

$$\det\left[\lambda\mathbf{1}-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}})\right]=0. \tag{21}$$

根据离散迭代映射模型, 图2中的情形(b)和(c)存在不动点. 在图2(b)所示的情形下, 根据(8), (9)和(10)式有

$$\begin{aligned}
J_{11}&=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n}=a(t_{n,1})\frac{\partial i_{n,2}}{\partial i_n}+i_{n,2}\frac{\partial a(t_{n,1})}{\partial i_n}\\
&\quad+b(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,2}}{\partial i_n}+v_{n,2}\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial i_n}+\frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial i_n},\\
J_{12}&=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial v_n}=a(t_{n,1})\frac{\partial i_{n,2}}{\partial v_n}+i_{n,2}\frac{\partial a(t_{n,1})}{\partial v_n}\\
&\quad+b(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,2}}{\partial v_n}+v_{n,2}\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial v_n}+\frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial v_n},\\
J_{21}&=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial i_n}=c(t_{n,1})\frac{\partial i_{n,2}}{\partial i_n}+i_{n,2}\frac{\partial c(t_{n,1})}{\partial i_n}\\
&\quad+d(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,2}}{\partial i_n}+v_{n,2}\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial i_n}+\frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial i_n},\\
J_{22}&=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial v_n}=c(t_{n,1})\frac{\partial i_{n,2}}{\partial v_n}+i_{n,2}\frac{\partial c(t_{n,1})}{\partial v_n}\\
&\quad+d(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,2}}{\partial v_n}+v_{n,2}\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial v_n}+\frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial v_n},
\end{aligned} \tag{22}$$

其中, 中间变量以及求解过程均在附录A中给出.

在图2(c)所示的情形下, 根据(11)—(14)式有

$$\begin{aligned}
J_{11}&=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial i_n}\\
&=b(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,3}}{\partial i_n}+v_{n,3}\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial i_n}+\frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial i_n},\\
J_{12}&=\frac{\partial i_{n+1}}{\partial v_n}\\
&=b(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,3}}{\partial v_n}+v_{n,3}\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial v_n}+\frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial v_n},\\
J_{21}&=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial i_n}\\
&=d(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,3}}{\partial i_n}+v_{n,3}\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial i_n}+\frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial i_n},\\
J_{22}&=\frac{\partial v_{n+1}}{\partial v_n}\\
&=d(t_{n,1})\frac{\partial v_{n,3}}{\partial v_n}+v_{n,3}\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial v_n}+\frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial v_n},
\end{aligned} \tag{23}$$

其中, 中间变量以及求解过程均在附录A中给出.

选择与图3(a1)所示分岔图相同的参数, 输入电压变化范围是19—22 V, 利用MATLAB仿真软件画出不同输入电压所对应的雅克比特征值, 如图6(a1)所示. 此时的特征值为两个共轭的复数, 位于坐标轴的右半平面, 并且随着输入电压 V_{in} 的增大, 特征值向单位圆外运动.

图6(a2)所示为雅克比矩阵特征值穿过单位圆的放大图, 在 $V_{\mathrm{in}}=20.8484$ V 时, 其相应的特征值恰好穿过单位圆, 方向为从右向左, 与单位圆的交点在单位圆右半平面上. 此结果对应于图3(a1)所示的分岔图, 并与现有参考文献[7—13]相同, 验证了系统确实发生了Hopf分岔.

为了对比图3(a1)和图3(b1)所示的分岔图, 给出图3(b1)所示分岔图所对应的雅克比矩阵特征值, 如图6(b)所示. 输入电压在13.8—13.9 V之间变化, 随着输入电压的增大, 特征值向单位圆外移动, 如箭头所示; 且在 $V_{\mathrm{in}}=13.819$ V时, 其相应的特征值恰好穿过单位圆. 与文献[7—13]中的Hopf分岔不同, 此时的特征值均位于坐标轴的左半平面, 并且其穿过单位圆的方向为从左向右.

由以上的分析可知, 电路随着输入电压的增加, 将发生两种有区别的Hopf分岔和低频振荡现象.

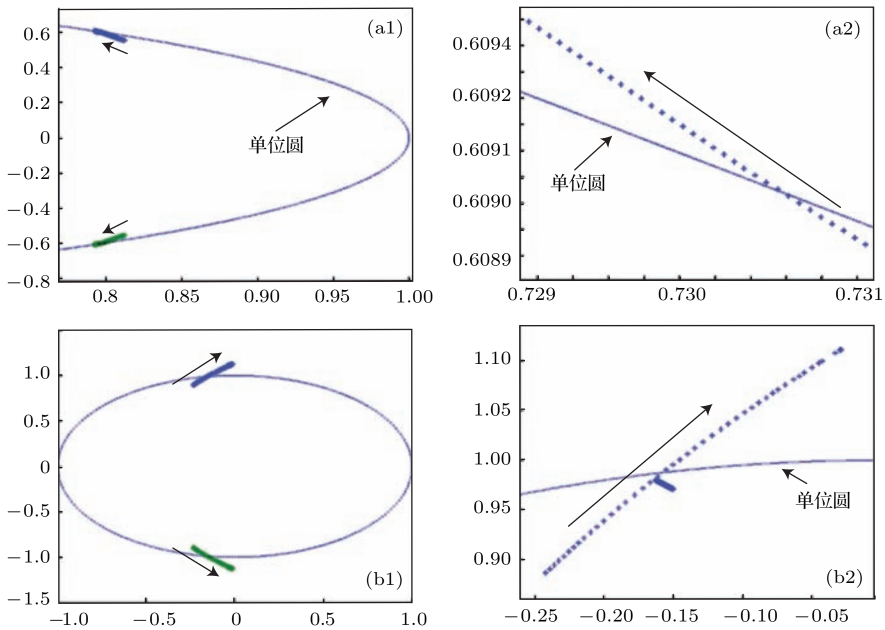

图6 雅克比矩阵特征值的走向 (a1) 和 (b1) 为雅克比矩阵特征值, (a2) 和 (b2) 为特征值的放大图: (a) 参数 I; (b) 参数 II

Fig. 6. Movement of eigenvalues of Jacobi matrix. Panels (a1) and (b1) are eigenvalues of Jacobi matrix. Panels (a2) and (b2) are close-up view of eigenvalues: (a) Parameter I; (b) parameter II.

6 时域仿真分析

为了进一步比较图3(a)和图3(b)所示分岔图和庞加莱截面的差异, 分别选择与图3(a2)和图3(b2)相同的电路参数, 通过时域仿真, 得到电感电流与电容电压(亦即输出电压)的波形以及电容电压v_C与电感电流i_L的相轨图, 如图7(a)所示.

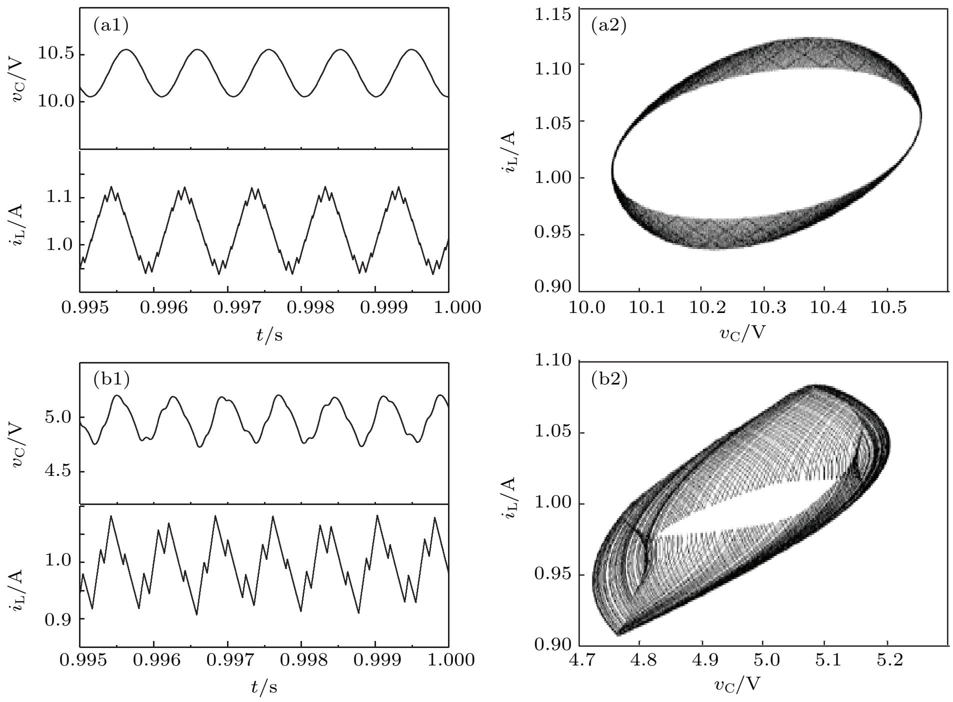

图7 时域波形与v_C-i_L相轨图 (a1) 和 (b1) 为电感电流与电容电压波形, (a2) 和 (b2) 为v_C-i_L相轨图: (a) 参数与图3(b)相同; (b) 参数与图4(b)相同

Fig. 7. Time-domain waveforms and phase portraits. Panels (a1) and (b1) are the time-domain waveforms of capacitor voltage and inductor current, and panels (a2) and (b2) are the v_C-i_L phase portraits: (a) Parameters are the same as Fig. 3. (b); (b) parameters are the same as Fig. 4. (b).

由图7(a1)可知: 电容电压呈现周期状态, 但该周期远大于数字三角波周期; 电感电流有低频振荡现象发生, 并在峰值和谷值附近均有较严重的振荡现象. 图7(a2)所示的v_C-i_L相轨图呈现出一个较为光滑的椭圆环; 在水平轴方向的最大值和最小值附近, 电容电压和电感电流的振幅均较小; 在竖直轴方向的最大值和最小值附近, 电容电压和电感电流的振幅均较大, 振荡现象明显. 图7(a)所示现象与文献[2, 21]中单缘调制的现象相似.

相比于图7(a1), 图7(b1)所示的电容电压有明显的振荡现象发生, 且电感电流中出现振荡的幅值较大. 图7(b2)所示的v_C-i_L相轨图由多条曲线构成一个封闭的椭圆环, 电容电压和电感电流均发生振幅较大的振荡, 且振荡较图7(a2)更为激烈. 由上述分析可知, 图7(a)和图7(b)所示的低频振荡现象有明显区别.

为了更加直观地分析Buck变换器发生分岔时的动力学现象, 并验证分岔图的正确性, 选择与图5所示分岔图相同的参数, 输入电压分别选择为6.5, 8.0和9.8 V, 得到电容电压与电感电流波形以及电容电压v_C与电感电流i_L的相轨图, 如图8中实线所示. 为了更加接近实际电路, 考虑电感和电容的ESR, 其参数为$r_C = 10\ \mathrm{m\Omega}$, $r_L = 5\ \mathrm{m\Omega}$, 其余参数均与图5参数相同, 使用Psim仿真, 结果如图8 中虚线所示.

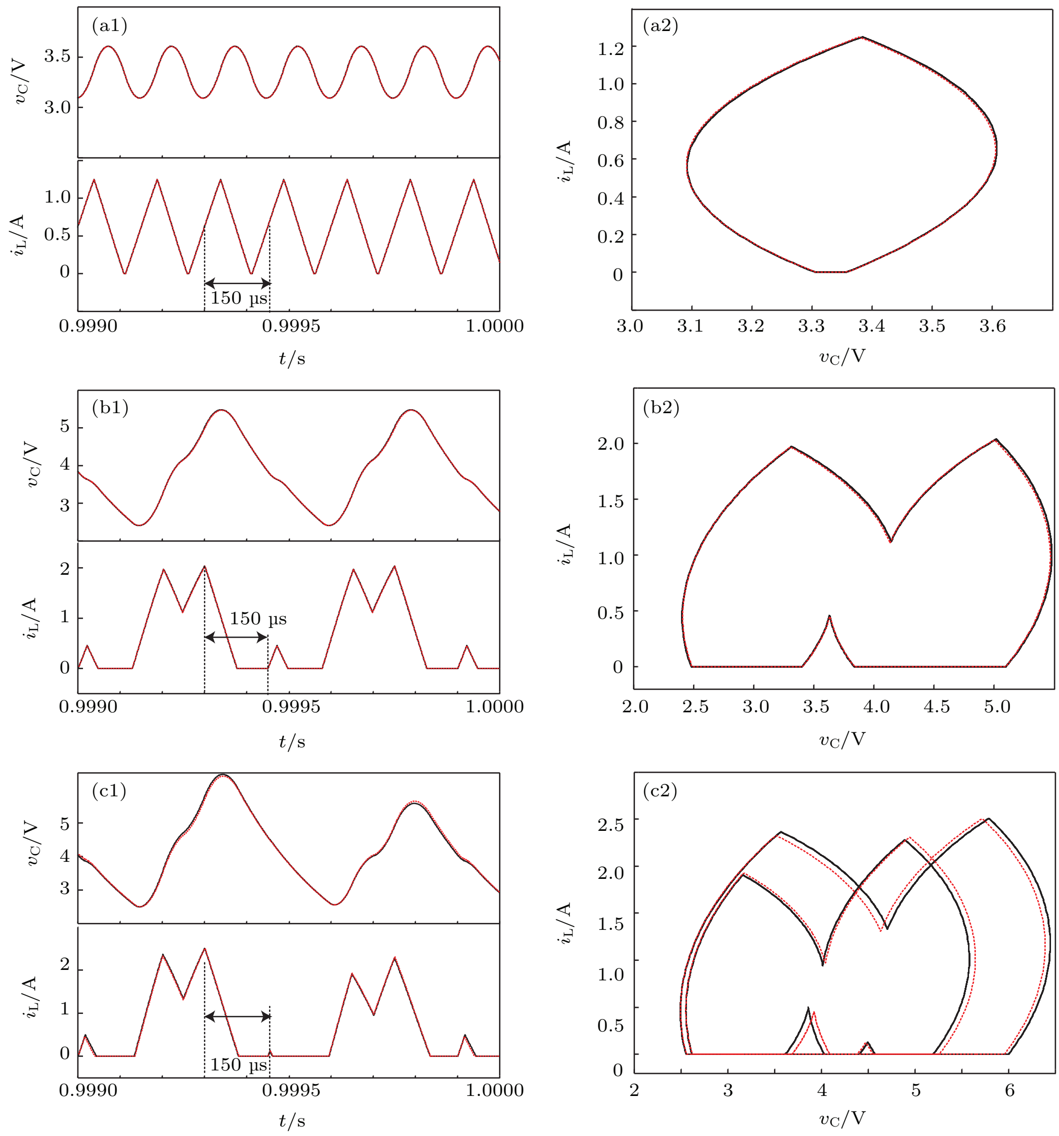

图8　电容电压与电感电流波形以及v_C-i_L相轨图　(a1), (b1), (c1)为电容电压与电感电流波形, (a2), (b2), (c2)为v_C-i_L相轨图: (a) $V_{in} = 6.5$ V; (b) $V_{in} = 8$ V; (c) $V_{in} = 9.8$ V

Fig. 8. The time-domain waveforms of capacitor voltage and inductor current, v_C-i_L phase portraits. (a1), (b1) and (c1) are the time-domain waveforms of capacitor voltage and inductance current, and (a2), (b2), (c2) are the v_C-i_L phase portraits: (a) $V_{in} = 6.5$ V; (b) $V_{in} = 8$ V; (c) $V_{in} = 9.8$ V.

输入电压的选择分别对应图5所示分岔图中的几种工作状态, 三角波周期T为150 μs. 当$V_{\text{in}}=6.5$ V时, 得到图8(a)所示的波形, 此时电路工作在预期的最佳状态, 即周期一状态, 电容电压和电感电流的工作周期与三角波周期相同, 其相轨图为一个单环, 环中一部分电流为零, 表示此时电路工作在DCM. 当输入电压继续增大到$V_{\text{in}}=8$ V时, 观察图8(b)可知: 电路工作在周期三状态, 存在一个周期内, 控制信号小于三角调制波, 所以该周期开关管全关断; 观察电感电流波形, 在开关管恒关断的周期内, 电感电流一直下降到零, 并保持到下一个周期开始, 即出现图2(e)所示的工作情形. 当输入电压为9.8 V时, 电路再次分岔, 如图8(c)所示, 工作在周期六状态, 此时电路由多个环构成, 电感电流和电容电压的振幅均增大, 电路逐渐变得混沌.

由图8可知: 理论仿真和实际电路仿真存在一定的差异, 输入电压$V_{\text{in}}=9.8$ V时的差异较大, 但仅仅是幅值上的不同, 变换器的工作状态没有改变; 输入电压$V_{\text{in}}=6.5$ V和$V_{\text{in}}=8$ V时, 两种仿真基本没有差异. 由此可知电路仿真结果与理论仿真结果基本一致, 验证了理论仿真的正确性.

图8所示的时域仿真结果与图5所示的分岔图一致, 验证了分岔图的正确性以及奇数倍周期分岔的存在性.

7 结　论

基于开关管导通与关断的状态方程, 本文建立了双缘调制数字电压型控制Buck变换器的离散迭代映射模型, 并研究了它的非线性动力学行为, 发现变换器出现了两种不同的Hopf分岔现象. 分析了两种不同Hopf分岔现象所对应的雅克比矩阵特征值和庞加莱截面, 结果表明: 两者的特征值穿过单位圆的位置和方向均不同, 且两者的庞加莱截面的形状也不同, 即对应了两种不同的低频振荡. 通过分析电感电流和电容电压的时域波形, 进一步观察到两种低频振荡现象的差异. 此外, 本文首次发现基于双缘调制的数字电压型控制Buck变换器存在从周期一跳变到周期三的奇数倍周期分岔现象; 并通过时域波形和相轨图验证了奇数倍周期分岔现象的存在. 本文的研究工作对基于双缘调制的数字电压型控制开关变换器的设计具有指导意义和实际价值.

附录A

求解计算雅克比矩阵的中间变量:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial i_{n,2}}{\partial i_n} &= a(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial i_n} + i_{n,1}\frac{\partial a(t_{n,2})}{\partial i_n} + b(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial i_n} \\
&\quad + v_{n,1}\frac{\partial b(t_{n,2})}{\partial i_n} + \frac{\partial k(t_{n,2})}{\partial i_n}, \\
\frac{\partial i_{n,2}}{\partial v_n} &= a(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial v_n} + i_{n,1}\frac{\partial a(t_{n,2})}{\partial v_n} + b(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial v_n} \\
&\quad + v_{n,1}\frac{\partial b(t_{n,2})}{\partial v_n} + \frac{\partial k(t_{n,2})}{\partial v_n}, \\
\frac{\partial v_{n,2}}{\partial i_n} &= c(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial i_n} + i_{n,1}\frac{\partial c(t_{n,2})}{\partial i_n} + d(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial i_n} \\
&\quad + v_{n,1}\frac{\partial d(t_{n,2})}{\partial i_n} + \frac{\partial l(t_{n,2})}{\partial i_n}, \\
\frac{\partial v_{n,2}}{\partial v_n} &= c(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial v_n} + i_{n,1}\frac{\partial c(t_{n,2})}{\partial v_n}, + d(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial v_n} \\
&\quad + v_{n,1}\frac{\partial d(t_{n,2})}{\partial v_n} + \frac{\partial l(t_{n,2})}{\partial v_n}; \\
\frac{\partial i_{n,1}}{\partial i_n} &= a(t_{n,1}) + i_n\frac{\partial a(t_{n,1})}{\partial i_n} + v_n\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial i_n} + \frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial i_n}, \\
\frac{\partial i_{n,1}}{\partial v_n} &= i_n\frac{\partial a(t_{n,1})}{\partial v_n} + b(t_{n,1}) + v_n\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial v_n} + \frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial v_n}, \\
\frac{\partial v_{n,1}}{\partial i_n} &= c(t_{n,1}) + i_n\frac{\partial c(t_{n,1})}{\partial i_n} + v_n\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial i_n} + \frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial i_n}, \\
\frac{\partial v_{n,1}}{\partial v_n} &= i_n\frac{\partial c(t_{n,1})}{\partial v_n} + d(t_{n,1}) + v_n\frac{\partial d(t_{n,1})}{\partial v_n} + \frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial v_n};
\end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial a(t)}{\partial t} &= -\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\frac{\omega^2+\alpha^2}{\omega}\sin(\omega t), \\
\frac{\partial b(t)}{\partial t} &= \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{1}{L}\cos(\omega t) - \frac{\alpha}{\omega L}\sin(\omega t)\right], \\
\frac{\partial c(t)}{\partial t} &= \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{\alpha}{\omega C}\sin(\omega t) - \frac{1}{C}\cos(\omega t)\right], \\
\frac{\partial d(t)}{\partial t} &= \mathrm{e}^{-\alpha t}\left[\frac{\alpha^2-\omega^2}{\omega}\sin(\omega t) - 2\alpha\cos(\omega t)\right], \\
\frac{\partial k(t)}{\partial t} &= \mathrm{e}^{-\alpha t}V_{in}\left[\frac{\omega^2 L - \alpha R - L\alpha^2}{\omega R L}\sin(\omega t)\right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{L}\cos(\omega t)\right], \\
\frac{\partial l(t)}{\partial t} &= \mathrm{e}^{-\alpha t}V_{in}\frac{\omega^2+\alpha^2}{\omega}\sin(\omega t), \\
\frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial i_n} &= 0, \ \frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial i_n} = 0, \ \frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial v_n} = \frac{\partial k(t_{n,1})}{\partial t_{n,1}}\frac{\partial t_{n,1}}{\partial v_n}, \\
\frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial v_n} &= \frac{\partial l(t_{n,1})}{\partial t_{n,1}}\frac{\partial t_{n,1}}{\partial v_n}, \ \frac{\partial k(t_{n,2})}{\partial i_n} = 0, \ \frac{\partial l(t_{n,2})}{\partial i_n} = 0, \\
\frac{\partial k(t_{n,2})}{\partial v_n} &= \frac{\partial k(t_{n,2})}{\partial t_{n,2}}\frac{\partial t_{n,2}}{\partial v_n}, \ \frac{\partial l(t_{n,2})}{\partial v_n} \\
&= \frac{\partial l(t_{n,2})}{\partial t_{n,2}}\frac{\partial t_{n,2}}{\partial v_n}, \ \frac{\partial t_{n,1}}{\partial v_n} = -\frac{A\times T}{2(V_H-V_L)}.
\end{aligned}$$

图2(b)所示工作情形时, 中间变量$t_{n,2}$与i_n, v_n的关系:

$$\frac{\partial t_{n,2}}{\partial v_n} = \frac{A\times T}{(V_{\mathrm{H}}-V_{\mathrm{L}})}, \quad \frac{\partial t_{n,2}}{\partial i_n} = 0.$$

图2(c)所示工作情形时,中间变量$t_{n,3}$与$t_{n,2}$, $t_{n,1}$的关系:

$$\frac{\partial v_{n,3}}{\partial i_n}=\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}\frac{\partial v_{n,2}}{\partial i_n}-\frac{v_{n,2}\,\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}}{RC}\frac{\partial t_{n,3}}{\partial i_n},$$
$$\frac{\partial v_{n,3}}{\partial v_n}=\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}\frac{\partial v_{n,2}}{\partial v_n}-\frac{v_{n,2}\,\mathrm{e}^{-t_{n,3}/(RC)}}{RC}\frac{\partial t_{n,3}}{\partial v_n},$$
$$\frac{\partial t_{n,3}}{\partial i_n}=-2\frac{\partial t_{n,1}}{\partial i_n}-\frac{\partial t_{n,2}}{\partial i_n},$$
$$\frac{\partial t_{n,3}}{\partial v_n}=-2\frac{\partial t_{n,1}}{\partial v_n}-\frac{\partial t_{n,2}}{\partial v_n}.$$

中间变量$t_{n,2}$与i_n, v_n的关系可根据下列的隐函数求得

$$F(t_{n,2},i_{n,1},v_{n,1})=a(t_{n,2})i_{n,1}+b(t_{n,2})v_{n,1}=0.$$

求其偏微分有

$$\frac{\partial F}{\partial i_n}=a(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial i_n}+b(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial i_n},$$
$$\frac{\partial F}{\partial v_n}=a(t_{n,2})\frac{\partial i_{n,1}}{\partial v_n}+b(t_{n,2})\frac{\partial v_{n,1}}{\partial v_n},$$
$$\frac{\partial F}{\partial t_{n,2}}=i_{n,1}\frac{\partial a(t_{n,1})}{\partial i_n}+v_{n,1}\frac{\partial b(t_{n,1})}{\partial i_n}.$$

故有

$$\frac{\partial t_{n,2}}{\partial i_n}=-\frac{\partial F}{\partial i_n}\Big/\frac{\partial F}{\partial t_{n,2}},$$
$$\frac{\partial t_{n,2}}{\partial v_n}=-\frac{\partial F}{\partial v_n}\Big/\frac{\partial F}{\partial t_{n,2}}.$$

参考文献

[1] Zhou G H, Xu J P, Bao B C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2272 (in Chinese) [周国华, 许建平, 包伯成 2010 物理学报 **59** 2272]

[2] Maity S, Tripathy D, Bhattacharya T K, Banerjee S 2007 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **54** 1120

[3] Zhou G H, Bao B C, Xu J P, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050509

[4] Deivasundari P, Uma G, Poovizhi R 2013 *IET Power Electr.* **6** 763

[5] Xie F, Yang R, Zhang B 2011 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **58** 2269

[6] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2842 (in Chinese) [王发强, 张浩, 马西奎 2008 物理学报 **57** 2842]

[7] Dai D, Li S N, Zhang B, Ma X K 2008 *Proc. CSEE* **28** 1 (in Chinese) [戴栋, 李胜男, 张波, 马西奎 2008 中国电机工程学报 **28** 1]

[8] Aroudi A E, Benadero L, Toribio E, Olivar G 1999 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **46** 1374

[9] Aroudi A E, Benadero L, Toribio E, Machiche S 2000 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **10** 359

[10] Zhang X T, Ma X K, Zhang H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6174 (in Chinese) [张笑天, 马西奎, 张浩 2008 物理学报 **57** 6174]

[11] Huang M, Wong S C, Tse C K, Ruan X B 2013 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **60** 1062

[12] Aroudi A E, Leyva R 2001 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **48** 967

[13] Zhou G H, Bao B C, Xu J P 2013 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **23** 1350062

[14] Zhou Y F, Tse C K, Qiu S S, Chen J N 2005 *Chin. Phys.* **14** 0061

[15] Yang N N, Liu C X, Wu C J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 080503

[16] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020505

[17] He S Z, Xu J P, Zhou G H, Bao B C, Yan T S 2015 *Chin. J. Electron.* **24** 295

[18] Xie F, Zhang B, Yang R 2013 *IEEE Tran. Ind. Electron.* **60** 3145

[19] Zhao Y B, Feng J C, Chen Y F 2013 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **23** 1350113

[20] Zhou G H 2011 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: Southwest Jiaotong University) (in Chinese) [周国华 2011 博士学位论文 (成都: 西南交通大学)]

[21] Tse C K 2004 CRC Press Data pp96–132

Discrete iterative-map modeling and dynamical analysis of digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation*

Liu Xiao-Tian Zhou Guo-Hua† Li Zhen-Hua Chen Xing

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 28 April 2015; revised manuscript received 9 July 2015)

Abstract

The operation principle of digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation is analyzed in this paper. Based on the state equation of buck converter and six possible evolutions in one switching cycle, the discrete iterative-map model of digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation is established. Ignoring the quantization error of analog-digital converter and on the basis of its discrete iterative-map model, the nonlinear dynamical behavior of digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation is investigated in detail. Taking the input voltage and the load resistance as bifurcation parameters, the output voltage bifurcation diagram and the inductor current bifurcation diagram are plotted. Through analyzing the bifurcation diagrams, it is indicated that there are two kinds of similar but different Hopf bifurcation phenomena. By use of Poincaré section, time-domain simulation waveforms and phase portraits, two different Hopf bifurcations and low-frequency oscillation phenomena are compared and studied. Observing the inductor current and capacitor voltage waveforms respectively, it is obviously found that their oscillation frequencies and amplitudes are different, the shapes of two Poincaré sections and phase portraits are also different. In order to verify the correctness of the simulation and theoretical analysis, the eigenvalues of Jacobian matrix of the discrete iterative map model are introduced and solved in two kinds of stable evolutions. Through analyzing variation of eigenvalues of Jacobi matrix with input voltage, the existence and difference of two kinds of Hopf bifurcation phenomena are proved theoretically. Moreover, it is observed in this paper that the odd period-doubling bifurcation phenomenon exists in digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation for the first time, where the operation state of the buck converter turns from period-one into period-three. Its authenticity is verified by using the time-domain simulation waveforms and phase portraits. In order to approach to the actual circuit, the equivalent series resistances of capacitor and inductor are considered. The actual circuit is simulated by using the software Psim. A comparison shows that there are little differences between the theoretical simulation and the actual circuit simulation. So the theoretical simulation can be used to analyze the performances of the actual circuit. The research results in this paper have guiding significance and practical value for designing the digital voltage-mode controlled buck converter with dual-edge modulation.

Keywords: switching converter, dual-edge modulation, digital control, odd period-doubling bifurcation

PACS: 84.30.Jc, 05.45.–a **DOI:** 10.7498/aps.64.228401

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61371033), the Foundation for the Author of National Excellent Doctoral Dissertation of China (Grant No. 201442), the Fok Ying-Tung Education Foundation for Young Teachers in the Higher Education Institutions of China (Grant No. 142027), and the Sichuan Provincial Youth Science and Technology Fund, China (Grant Nos. 2014JQ0015, 2013JQ0033).

† Corresponding author. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com