

Pearcey 光束簇的实验产生和光学结构研究

任志君 李晓东 金洪震

Generation of a family of Pearcey beams and their optical structure

Ren Zhi-Jun Li Xiao-Dong Jin Hong-Zhen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 234205 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.234205

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234205>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I23>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

背景辐射对被动测距精度影响分析及实验研究

[Influence of background radiation on the precision of passive ranging](#)

物理学报.2015, 64(3): 034216 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034216>

大气环境下基于目标照明回光的视轴误差校正实验研究

[Experimental research of boresight error correction using returning signals from the illuminated targets through atmosphere](#)

物理学报.2015, 64(2): 024216 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024216>

温度、湿度及压强对激光在水中衰减特性的影响

[Influences of temperature humidity and pressure on the attenuation characteristics of laser beam in water](#)

物理学报.2015, 64(2): 024215 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024215>

湍流介质折射率结构常数 C_n^2 对双半高斯空心光束传输特性影响的研究

[Effects of turbulent medium refractive index structure constant \$C_n^2\$ on the propagation characteristics of double-half hollow Gaussian beams](#)

物理学报.2014, 63(16): 164208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164208>

自加速类贝塞尔-厄米-高斯光束的理论和实验研究

[Theoretical and experimental study on self-accelerating Bessel-like Hermite-Gaussian beams](#)

物理学报.2014, 63(4): 044204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.044204>

Pearcey 光束簇的实验产生和光学结构研究*

任志君^{1)2)†} 李晓东²⁾ 金洪震¹⁾²⁾

1) (浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室, 浙江师范大学, 金华 321004)

2) (浙江师范大学信息光学研究所, 金华 321004)

(2015年4月15日收到; 2015年7月16日收到修改稿)

基于微分几何理论和衍射光学理论, 给出了决定 Pearcey 光束光学结构的因素. 通过数值模拟和实验, 理论构造并实际产生了一簇光学拓扑结构不同的 Pearcey 光束. 随后, 它们的基本光学性质被研究. 研究表明, Pearcey 光束的结构灵活可控, 因而有望在科学实验中发挥新的作用.

关键词: Pearcey 光束, 渐屈线, 衍射, 光学结构

PACS: 42.68.Ay, 42.60.Jf, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.64.234205

1 引言

激光作为工具, 主要是作为能源和探针用于科学研究. 此时, 人们主要关注激光束的空间形态和传输特性. 控制激光束的空间形态是激光技术的重要研究范畴. 在科学研究中, 人们总是希望能控制激光束的空间结构以满足实验要求. 近年来, 通过寻找波动方程的某些近轴近似特解, 一些具有特定空间分布和传输特性的光束被实验产生并应用于科学研究.

比如, 1987年, Durnin 发现了波动方程的一类新颖解——Bessel 函数形式解, 随后实验产生了这种光束^[1]. 零阶 Bessel 光束主瓣直径约为波长量级, 和普通焦点尺寸相近, 在传输过程中, 能量能始终高度局域化, 是一种空域聚焦模式波(在自由空间传输过程中, 中心主瓣不展宽, 即始终处于聚焦状态). 即 Bessel 光束在传输过程中, 空间形态能始终保持不变, 具有“无衍射”的传输特性, 因而在很多研究领域发挥着独有的作用. 事实上, 从 Bessel 光束诞生至今近 30 年时间, 人们对无衍射 Bessel 光束(含高阶 Bessel 光束, 包括涡旋光束等)的应用热潮一浪高过一浪. 直到今天, 在很多研究领域,

Bessel 光束仍发挥着重要作用, 并根本上改变了这些领域的工作方式^[2-4].

另一项重要的研究工作是, 早在 1979 年, Berry 等在量子力学的背景下, 理论上推得另一个 Airy 波包解^[5]. 随后很多研究者证实了 Airy 函数形式解是波动方程在近轴条件下的一个特解, 这意味着存在一个像 Bessel 光束一样的无衍射光束——Airy 光束. 2007 年, 在实验上首次实现了这类无衍射光源——Airy 光束^[6], 随后, Airy 光束的传输特性, 包括有限能量 Airy 光束的传输特性被一些学者研究^[7-9]. 从光学结构上看, Airy 光束和 Bessel 光束有很多不同. 首先, Bessel 光束既是中心对称光束也是轴对称光束, 而 Airy 光束只是一种轴对称光束. 此外, Bessel 光束的能量围绕中心, 分布在空间. 而 Airy 光束仅在空间的 1/4 个象限范围有能量分布. 利用 Airy 光束在空间分布的高度不对称的特性, Airy 光束能被用作“吹雪机”清扫微观粒子^[10].

近来, 理论证实 Pearcey 函数也是波动方程傍轴近似条件下的特解, 相应的 Pearcey 光束也被实验产生^[11]. 2015 年, 甚至半 Pearcey 光束也被实验产生^[12]. 本文基于解析几何理论, 在推导了一般抛

* 国家自然科学基金(批准号: 11274278)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: renzhijun@zjnu.cn

物函数分歧点集的基础上, 构造并实验产生了光学拓扑结构更为灵活可控的一簇 Pearcey 光束, 其基本的光学结构和传输特性也被研究.

2 理 论

由微分几何理论^[13], 我们知道, 空间曲线 R , 相对它的渐开线(也被称作渐伸线) A 而言就是渐屈线, 也就是说, 渐屈线是渐开线的一族法线的包络. 如果曲线 R 的方程为 $y = f(x)$, 对曲线 R 上任意一点 $C(x_0, f(x_0))$ 而言, 渐开线 $A(\xi, \eta)$ 的表达式为

$$\xi(x_0) = x_0 - y'(1 + y'^2)/y'', \quad (1a)$$

$$\eta(x_0) = y_0 + (1 + y'^2)/y'', \quad (1b)$$

消除参量后, $\xi = \xi(\eta)$ 即为渐开线 A 的表达式.

下面我们基于方程(1), 来计算抛物线的渐屈线. 抛物线的一般标准方程可写为

$$x = y^2/2p, \quad (2)$$

p 为标准抛物线方程的系数.

(2) 式代入(1)式并由 $x_0 = y_0^2/2p$, 消去 x_0 和 y_0 , 可得到标准抛物线的渐屈线方程为

$$\eta^2 = \frac{8(\xi - p)^3}{27p}. \quad (3)$$

不难看出, 标准抛物线方程的渐屈线是顶点在 $M(p, 0)$ 的半立方抛物线. 改变系数 p , 不仅改变

渐屈线的顶点 M 位置, 同时也改变半立方线的系数. 典型的, 如果 $p > 0$ 且当 $p = 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4$ 时, 如图 1 所示为抛物线和它相对应的渐屈线. 既然渐屈线是以顶点为 $M(p, 0)$ 的尖点, 因此下文利用抛物线产生的 Pearcey 光束, 无疑是一种尖点光束.

光束的传输与变换, 本质上是光的衍射过程. 理论计算光在自由空间的传输, 需要借助光学衍射理论. 自然, 计算光波分布为标准抛物线光束的传输, 也需要衍射理论. 在傍轴条件下, 惠更斯-菲涅耳原理的数学表达式可写为^[14]

$$U(\xi, \eta, z) = c \int_{-\infty}^{\infty} \int O(x, y) \frac{ik e^{ikr}}{r} dx dy, \quad (4)$$

式中, c 为常数, 并不影响光强分布, 因此在下面的推导过程中, 常数项均被忽略; k 是波数, $O(x, y)$ 为物光波复振幅分布, $U(\xi, \eta, z)$ 为在自由空间传输距离 z 后, 接收面的光波复振幅分布, r 是物面上任意一点到接收面任意一点的距离, 可写为

$$r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{1/2}. \quad (5)$$

如果物光波是标准抛物线方程(2), 则有

$$O(x, y) = \delta[x - y^2/2p], \quad (6)$$

δ 代表 δ 函数.

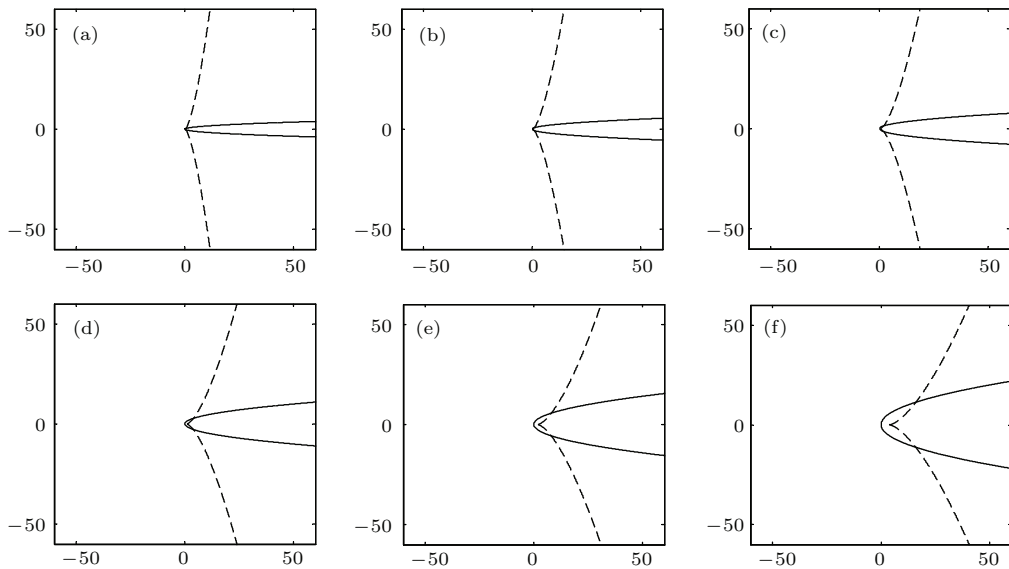


图 1 抛物线和它的渐屈线(实线为抛物线, 虚线为渐屈线) (a)—(f) 对应的抛物线系数分别为 $p = 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4$

Fig. 1. Parabolas and their corresponding evolutes (Solid line represents parabola and dotted line represents evolute). The coefficient of parabola of (a)—(f) respectively is $p = 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4$.

把 (5) 和 (6) 两式代入 (4) 式, 并利用 δ 函数的筛选性质, 可得

$$\begin{aligned}
 & u(\xi, \eta, z) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int \delta[x - y^2/2p] \\
 &\quad \times \exp\{ik[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{1/2}\} \\
 &\quad \times [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{-1/2} dx dy \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{ik[(y^2/2p - \xi)^2 \\
 &\quad + (y - \eta)^2 + z^2]^{1/2}\} \\
 &\quad \times [(y^2/2p - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{-1/2} dy. \quad (7)
 \end{aligned}$$

根据泰勒展开公式

$$\begin{aligned}
 & (1 + x^2/a^2)^{1/2} \\
 &= 1 + x^2/2a^2 - x^4/8a^4 + \dots \quad (8)
 \end{aligned}$$

对 (5) 式做泰勒展开. 在傍轴条件下, 由于

$$z^2 \gg (y^2/2p - \xi)^2 + (y - \eta)^2. \quad (9)$$

则保留 (5) 式泰勒展开式的前两项后, (7) 式为

$$\begin{aligned}
 & U(\xi, \eta, z) \\
 &\approx \frac{\exp(ikz)}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i\pi/\lambda z \\
 &\quad \times [(y^2/2p - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\} dy. \quad (10)
 \end{aligned}$$

整理 (9) 式, 把 (9) 式写为如下 Pearcey 函数的形式:

$$\begin{aligned}
 U(\xi, \eta, z) = \frac{e^{ikz}}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i\pi/\lambda z [My^4 + Ny^2 \\
 \quad \times + Ly + A]\} dy, \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中 $M = 1/4p^2$, $N = 1 - \xi/p$, $L = -2\eta$, $A = \xi^2 + \eta^2$.

(11) 式表明, 抛物线物光波经一定的传输距离 z (z 需满足 (9) 式的傍轴近似条件) 后, 可演化为 Pearcey 光束. 其中, 标准抛物线方程的系数 p 是决定 Pearcey 光束复振幅分布 $U(\xi, \eta, z)$ 的唯一因素. 在下文的数值模拟中, 为利用 Pearcey 函数, 令 $\frac{\pi}{\lambda z} M = 1$, 则有 $z = \pi/4\lambda p^2$, 此时 (11) 式即为 Pearcey 函数的形式.

此外, 由 (11) 式可知, $U(\xi, \eta, z) = U(\xi, -\eta, z)$, 再由光强分布表达式 $I = |U(\xi, \eta, z)|^2$, 容易知道 Pearcey 是轴对称光束, 对称轴为 ξ 轴.

3 数值模拟和实验

与文献 [11, 12] 的实验方法相同, 为产生 Pearcey 光束, 我们构造了如图 2 所示的实验图. 实验所用光源为 He-Ne 激光器, 波长为 632.8 nm 的激光经扩束系统 (L1, L2 组成) 扩束后, 入射至振幅型空间光调制器 (SLM), SLM 上加载振幅图来调制入射光束的波前分布. 波前分布由 (2) 式计算所得, 调制后产生的 Pearcey 光束由科学 CCD 探测. 典型的, 我们分别测量了 $p = 1/4, 1/2, 1$ 的 Pearcey 光束 (本性上讲, p 可取除 0 外的任意实数), 如图 3 (a)–(c). 显然, 实验产生的 Pearcey 光束与基于 (11) 式给出的数值模拟结果一致, 数值模拟结果如图 3 (d)–(f) 所示. $p = 1/2$ 的 Pearcey 光束与文献 [11] 一致, 说明文献 [11] 所述的 Pearcey 光束只是本文给出的 Pearcey 光束簇的一个特例, 也就是说本文的研究结果更具普遍性.

与基于微分几何的理论预期结果一样 (图 1 所示), 观察图 3 的实验图和基于衍射理论的数值模拟图, 不难发现, 虽然不同 p 的抛物线衍射后产生的光束均为 Pearcey 光束, 但系数 p 改变了 Pearcey 光束的光学结构. 首先, 我们发现, 随着 p 增加, Pearcey 光束的主锤 (尖点) 和旁瓣明显变小, 主锤 (尖点) 的截面积越小, 意味着光能量密度越集中. 也就是说, p 能控制 Pearcey 光束主锤 (尖点) 的大小和峰值功率. 同时, p 也改变了 Pearcey 光束主锤 (尖点) 形状. 此外, 随着 p 增加, 我们发现整个 Pearcey 光束略有右移, 相应的 Pearcey 光束尖点主锤位置也随之右移. 最为重要的是, p 的值改变了 Pearcey 光束的扇角. 由于 Pearcey 光束的两翼均为曲边, 不方便定量给出不同 p 所对应的 Pearcey 光束扇角. 但容易知道, 随着 p 的增大, Pearcey 光束扇角减小, 这是 Pearcey 光束不同于 Airy 光束的一个重要的光学性质.

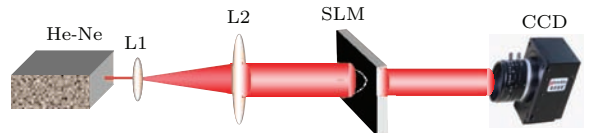


图 2 产生 Pearcey 光束的实验示意图
Fig. 2. Experimental setup of generating Pearcey beams.

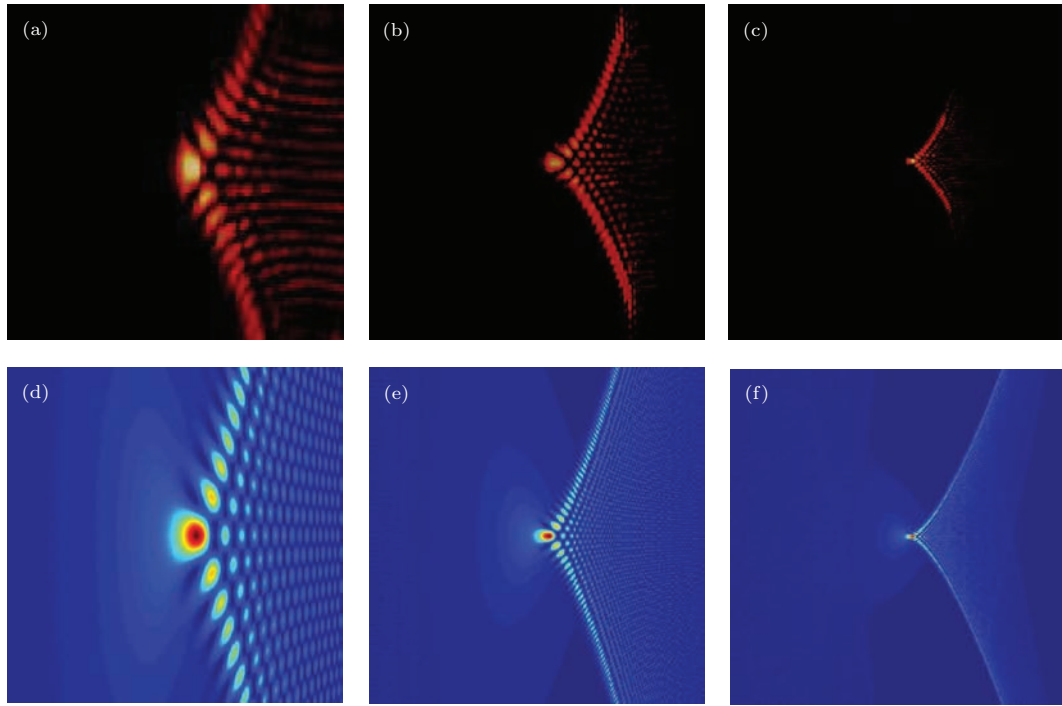


图3 Pearcey 光束截面图 (a)—(c)为抛物线的衍射实验图, 分别对应的抛物线系数 $p = 1/4, 1/2, 1$; (d)—(f) 为对应的数值模拟图

Fig. 3. Section maps of Pearcey beams: (a)—(c) is experimental diffraction pattern with $p = 1/4, 1/2, 1$; (d)—(f) is corresponding numerical simulation results.

为便于对照 Pearcey 光束和 Airy 光束, 参照过去的研究结果 [6], 容易看出, Pearcey 光束与 Airy 光束空间结构非常相似, 也有一个明显的主锤结构和周边的边穗分布, 它们同样都是空间分布高度不对称的光束. 利用 Pearcey 光束的空间分布高度不对称性的光学特点, Pearcey 光束有望和 Airy 光束一样, 作为激光“吹雪机”用于微观粒子的清扫和操纵. 但 Pearcey 光束与 Airy 光束在光学结构上有明显差异. 虽然 Airy 光束的主锤大小也可控制, 但 Airy 光束的主锤形状总为圆形. 此外, Airy 光束只分布于空间的 1/4 象限, 它的扇角总是 90° , 即 Airy 光束的两翼总为直线且二者互相垂直 [6]. 这种特性决定了 Airy 光束用作“吹雪机”, 不能灵活的改变清扫范围 [10]. 本文实验产生的 Pearcey 光束簇, 表明 Pearcey 光束在空间的分布有完全不同于 Airy 光束的特性, 通过改变 p , Pearcey 光束的空间分布发生了明显变化. Pearcey 光束的扇角可调, 是 Pearcey 光束不同于 Airy 光束的重要特点. 将 Pearcey 光束作为“吹雪机”用于粒子清扫, 预期可灵活的控制清扫范围.

此外, 我们也数值模拟和实验产生了, p 取负值的 Pearcey 光束. 限于篇幅, 本文仅典型给出 $p = -1/2$ 的 Pearcey 光束, 如图 4 所示. 显然 p 的

符号并不改变 Pearcey 光束形状, 但会改变 Pearcey 光束的朝向. 即 $p = a$ 和 $p = -a$ (a 为任意非零常数) 的光束相对于 η 轴对称.

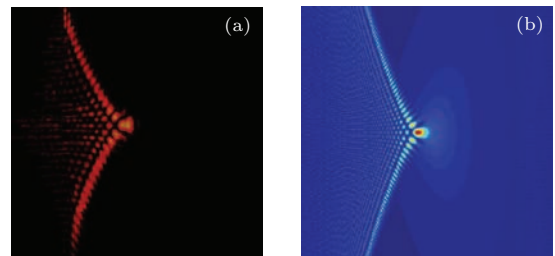


图4 $p = -1/2$ 的 Pearcey 光束截面图 (a) 为实验图; (b) 为对应的数值模拟图

Fig. 4. Section maps of Pearcey beams with $p = -1/2$, (a) is experimental result; (b) is corresponding numerical simulation results.

最后, 需要指出, 本文构造并产生的一簇 Pearcey 光束, 虽然光学拓扑结构各异, 但其分布均为 Pearcey 函数. 在傍轴条件下, 初始条件为 Pearcey 函数的惠更斯-菲涅耳衍射积分表达式, 可见文献 [11] 的 (4) 式. 该式表明, Pearcey 光束并非无衍射光束, 而是与 Gaussian 光束类似, 是一种形式不变光束, 即在传输过程中, 虽然光束形态有所改变, 但其光束分布总能为 Pearcey 函数描述. 文献 [11] 的研究结论, 仍适用于本文形态不同的一簇

Pearcey 光束的传输特性, 即不同抛物线产生的任意一种 Pearcey 光束, 在传输过程中, 光束形态虽然会有所改变, 但总能为 Pearcey 分布函数所描述.

4 结 论

基于微分几何理论, 首先研究了标准抛物线方程的渐屈线方程, 给出了决定 Pearcey 光束光学结构的因素. 然后根据衍射光学理论, 在傍轴近似条件下, 推导了任意抛物线的衍射表达式, 任意抛物线的衍射表达式正是 Pearcey 函数, 这为构造 Pearcey 光束簇奠定了基础. 在理论研究的基础上, 通过数值模拟和实验, 构造并产生了一簇 Pearcey 光束. 随后, Pearcey 光束簇的基本光学特性被研究. 研究表明, 通过改变产生 Pearcey 光束的抛物线参数, Pearcey 光束的整体结构和朝向, 主瓣大小、形状和位置, 以及光束扇角分布范围均可改变. 依据 Pearcey 光束结构可控的特点, 有望拓展 Pearcey 光束在科学实验中的应用领域.

参考文献

[1] Durnin J 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 1499

- [2] Lorensen D, Singe C, Curatolo A, Sampson D D 2014 *Opt. Lett.* **39** 548
- [3] Yan Z, Jureller J E, Sweet J, Guffey M J, Pelton M, Scherer N F 2012 *Nano Lett.* **12** 5155
- [4] Tan P S, Yuan X C, Lin J, Wang Q, Mei T, Burge R E, Mu G G 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 111108
- [5] Berry M V, Balazs N L 1979 *Am. J. Phys.* **47** 264
- [6] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 213901
- [7] Siviloglou G A, Christodoulides D N 2007 *Opt. Lett.* **32** 979
- [8] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, Christodoulides D N 2008 *Opt. Lett.* **33** 207
- [9] Le Y Y, Xiao H, Wang Z X, Wu M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044205 (in Chinese) [乐阳阳, 肖寒, 王子潇, 吴敏 2013 物理学报 **62** 044205]
- [10] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K 2008 *Nat. Photon.* **2** 675
- [11] Ring J D, Lindberg J, Mourka A, Mazilu M, Dholakia K, Dennis M R 2012 *Opt. Express* **20** 18955
- [12] Kovalev A A, Kotlyar V V, Zaskanov S G, Porfirev A P 2015 *J. Opt.* **17** 035604
- [13] Keller J B 1962 *J. Opt. Soc. Am.* **52** 116
- [14] Goodman J W 2005 *Introduction to Fourier optics* (CO: Roberts & Co. Publishers)
- [15] Kaminski D 1989 *SIAM J. Math. Anal.* **20** 987
- [16] Nye J V 2003 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **5** 495

Generation of a family of Pearcey beams and their optical structure*

Ren Zhi-Jun¹⁾²⁾† Li Xiao-Dong²⁾ Jin Hong-Zhen¹⁾²⁾

1) (Key Laboratory of Optical Information Detecting and Display Technology, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

2) (Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

(Received 15 April 2015; revised manuscript received 16 July 2015)

Abstract

Based on differential geometry and optical diffraction theory, the determinants of optical structure of Pearcey beams are examined. We theoretically propose and experimentally observe a bundle of Pearcey beams with different optical topology structures. Besides, we have studied their properties and the results show that the structure of Pearcey beams can be flexibly controlled, hence they will be expected to play a new role in some research fields.

Keywords: Pearcey beams, evolute, diffraction, optical structure

PACS: 42.68.Ay, 42.60.Jf, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.64.234205

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274278).

† Corresponding author. E-mail: renzhijun@zjnu.cn