

用波晶片相位板产生角动量可调的无衍射涡旋空心光束

施建珍 许田 周巧巧 纪宪明 印建平

Generation of no-diffraction hollow vortex beams with adjustable angular momentum by wave plate phase plates

Shi Jian-Zhen Xu Tian Zhou Qiao-Qiao Ji Xian-Ming Yin Jian-Ping

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 234209 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.234209

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234209>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I23>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于双粒子耦合的单层介质柱阵列对电磁波的调控

[Rectifying electromagnetic waves by a single-layer dielectric particle array based on dual-particle coupling](#)

物理学报.2015, 64(22): 224201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224201>

一种双反射壁型二维光子晶体窄带滤波器

[A narrow bandpass filter based on two-dimensional photonic crystals with two reflectors](#)

物理学报.2015, 64(22): 224202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224202>

阿基米德螺旋微纳结构中的表面等离激元聚焦

[Focusing surface plasmon polaritons in archimedes' spiral nanostructure](#)

物理学报.2015, 64(19): 194201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.194201>

电磁波在大面积等离子体片中传播特性的分析

[Analysis of propagation properties of electromagnetic waves through large planar plasma sheets](#)

物理学报.2015, 64(19): 194202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.194202>

用四台阶相位板产生涡旋光束

[Generation of vortex beams by the four-step phase plates](#)

物理学报.2015, 64(18): 184202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184202>

用波晶片相位板产生角动量可调的无衍射 涡旋空心光束*

施建珍¹⁾ 许田¹⁾ 周巧巧¹⁾ 纪宪明^{1)2)†} 印建平²⁾

1)(南通大学理学院, 南通 226019)

2)(华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

(2015年7月25日收到; 2015年8月26日收到修改稿)

本文提出了一种用波晶片产生无衍射涡旋空心光束的新方案. 根据晶体双折射的性质, 设计波晶片的厚度, 在一块晶体薄片上对 o 光和 e 光分别形成各自的四台阶相位板, 线偏振光入射到该相位板后, o 光和 e 光衍射按强度叠加, 利用准伽利略望远镜系统聚焦, 得到近似无衍射涡旋空心光束. 光路简单, 调节方便. 在近轴条件下, 运用菲涅耳衍射理论和经典电磁场角动量理论, 数值模拟计算了周期数不同的两块波晶片相位板衍射光强和角动量的分布, 结果表明: 两块相位板都能在较长距离内产生近似无衍射涡旋空心光束, 光强和轨道角动量的分布与螺旋相位板产生的涡旋光束基本相同. 在衍射光路中加入相位补偿器, 调节 o 光和 e 光的相位差可以调节自旋角动量的大小, 从而可以调节总角动量密度和平均光子角动量的大小. 用这种空心光束导引冷原子或冷分子, 原子在与光子相互作用过程中可获得可调的转动力矩.

关键词: 原子光学, 涡旋光束, 光子角动量, 四台阶相位板

PACS: 42.25.Bs, 42.25.Ja

DOI: 10.7498/aps.64.234209

1 引言

空心光束是在光轴方向上中心光强为零的光束, 又称“暗中空光束”. 空心光束种类很多, 已形成了一个空心光束大家族. 按光束的传播特性, 空心光束可分为“衍射型空心光束”和“无衍射空心光束”, 各种不同类型的空心光束有各自独特的性质及潜在应用, 在原子光学和微观粒子激光操控的研究中, 无衍射型空心光束作为激光导管能够长距离导引冷原子或冷分子, 原子在空心暗管内传输, 避免了自发辐射的影响. 涡旋光束是一种特殊的空心光束, 由于其电场的复振幅中含有相位因子 $\exp(il\varphi)$, 光束中的每个光子携带 lh 的轨道角动量^[1,2](其中 l 称为拓扑荷数, φ 为极坐标系中的极角). 原子与光波相互作用将获得一定的角动

量, 从而涡旋光束在原子光学的研究中更具有应用价值, 除此之外, 涡旋光束在自由空间光通信、量子信息处理、光学图像处理等领域有广泛的和十分重要的应用价值^[3-10], 已引起了研究人员的广泛关注, 成为一个新的研究热点. 产生涡旋光束的方法有很多, 如几何模式转换、计算全息术、螺旋相位板 (spiral phase plate, SPP) 等方法^[11-18], 其中, SPP 是常用的方法, 应用液晶空间光调制器 (spatial light modulation, SLM) 可方便、灵活地制作 SPP, 理论上能够产生任意拓扑荷的涡旋光束. 但实际应用中仍然存在一些不足, 螺旋相位板要求相位连续变化, 由于 SLM 的分辨率有限, 要得到连续的相位分布并非容易, 特别是制作拓扑荷 l 较大的 SPP, 对分辨率要求更高, 目前普遍采用的可编程液晶 SLM 价格昂贵, 当 SPP 达到一定精度时, 略

* 国家自然科学基金 (批准号: 11034002, 11274114)、科技部量子调控重大研究计划项目 (批准号: 2011CB921602)、浙江省重中之重学科开放基金项目 (批准号: xkzwl1522) 和江苏省前瞻性联合研究项目 (批准号: BY2015047-07) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jixm@ntu.edu.cn

微提升成像质量就会大大增加制作成本与难度, 另外, 液晶的损伤阈值较低, 也不利于实际应用. 2014年以来, Luo 课题组提出了多种产生柱矢量涡旋光束的新方法^[19-21], 并进行了实验验证, 该方法基于电介质超表面光轴方向连续变化的特性, 刻蚀方向随方位角而改变的光栅实现空间变化的相位延迟, 与传统方法相比具有光学系统简单, 能量利用效率高, 成本低廉, 稳定可靠以及损伤阈值高等许多优点. 最近我们提出了用简单的四台阶相位板 (the four step phase plate, FSPP) 产生涡旋光束的方案^[22], 借助于 Mach-Zehnder(M-Z) 干涉仪光路, 两相位板产生的衍射光相干叠加, 得到高质量的涡旋光束. 但这一方案只是说明了简单的 FSPP 可以代替 SPP 用于产生涡旋空心光束, 怎样得到无衍射涡旋空心光束还有需要进行进一步的研究, 另外, 方案中所采用的光路较复杂, 调节也不够方便, 需要作进一步的改进. 本文将根据晶体双折射的性质, 提出用波晶片制作 FSPP, 产生无衍射涡旋空心光束的新方案, 利用伽利略望远镜系统聚焦衍射光, 在较长距离内获得无衍射涡旋光束, 我们将模拟计算光强和光角动量的分布及其传播特性.

2 用波晶片产生无衍射涡旋空心光束的基本思想

FSPP 在一个周期内的相位分为四个台阶, 依次为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$, 在整个圆内分为 s 个周期数, s 为整数, 台阶角宽度为 $\pi/2s$. 文献^[22]中把 FSPP 的振幅透射率函数展开为复数形式的傅里叶级数

$$T_1(\rho, \varphi) = \text{Circ}\left(\frac{\rho}{R}\right) \frac{2\sqrt{2}}{\pi} e^{-i\pi/4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4n+1} \times \exp[is(4n+1)\varphi], \quad (1a)$$

其中 $\text{Circ}(\cdot)$ 为圆孔函数, R 为相位板的半径, φ 为极角. (1a) 式右边求和号内每个 n 项与一个拓扑荷数为 $l = (4n+1)s$ 的 SPP 相对应, 透射率系数随 $|n|$ 的增大而减小. 正是由于 FSPP 的相位分布不连续导致了 FSPP 的衍射将是多个 SPP 衍射的叠加, 如果把相位板的台阶数增大为 2^m (m 为整数), 台阶高度减小为 $\pi/2^{m-1}$, (1a) 式为

$$T_{2m}(\rho, \varphi) = \text{Circ}\left(\frac{\rho}{R}\right) \text{sinc}(\pi/2^m) e^{-i\pi/2^m} \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2^m \cdot n + 1}$$

$$\times \exp[is(2^m \cdot n + 1)\varphi], \quad (1b)$$

显然, 随着 m 的增大, $n = 0$ (拓扑荷数为 $l = s$) 级的系数 $\text{sinc}(\pi/2^m)$ 增大, 高级次系数减小, $m \rightarrow \infty$ 时, $\text{sinc}(\pi/2^m) \rightarrow 1$, 高级次趋于消失, 跃变的相位分布变成连续的相位分布, 也就是 SPP. SPP 衍射在垂直于光轴的横向平面上光强呈现轴对称空心分布. m 较小时, 多级次 SPP 衍射的叠加必然会产生干涉现象, 衍射光强偏离轴对称分布, 用这种光束导引冷原子时, 就像盛水的木桶一样, 水会从短板处流出, 冷原子会从低光强处逸出. 增大台阶数可以减小干涉的影响, 但加大了制作相位板的难度. 另一方面, 我们再考虑 SPP 衍射光强分布与拓扑荷数 l 的关系, SPP 衍射光强形成空心圆环分布, 亮环的半径随着 $|l|$ 的增大而增大, 最大光强随 $|l|$ 的增大而减小, (1) 式中不同 n 级衍射光强分布随着的增大快速减小, 高级次衍射可以忽略不计. 用具有轴对称振幅分布的光波直接照射一块 FSPP, 计算表明, (1) 式中多级 SPP 的衍射也只有 $n = 0, \pm 1$ 级衍射有部分重叠, 会产生干涉现象. 我们把 $n = 0$ 级衍射的亮环称为主亮环, 图 1(a) 是用 1 阶空心高斯光束 (光振幅分布见下文 (5) 式) 照射 $s = 1$ 的 FSPP 时, 在透镜焦平面上的衍射光强分布; 图 1(b) 是 (1a) 式中 $n = 0, \pm 1$ 级衍射光强随径向 r 的变化曲线, 由于主亮环与 $n = \pm 1$ 级亮环的光强相差较大, 图中采用了双纵坐标, 左纵坐标是主亮环光强值, 右纵坐标是 $n = \pm 1$ 级光强值. 由图可以看出, -1 级亮环有一部分重叠在主亮环上, $+1$ 级与主亮环几乎完全分开; -1 级与 $+1$ 级虽然也有重叠, 但已远离主亮环, 且光强很小, -1 级的最大光强是主亮环的 $1/24$, $+1$ 级的最大光强仅是主亮环的 $1/128$. 在图 1(a) 中主亮环上的光强沿极角 θ 以 $\pi/2$ 为周期变化, 光强分布有四个最大和四个最小, 最大和最小光强的差是最大光强的 21%. 根据文献^[22]容易理解, 产生这一光强分布的原因是由于 0 级与 -1 级衍射光振幅中含有相位因子 $e^{i\theta}$ 和 $e^{-i3\theta}$, 两者叠加干涉致使光强以 $\pi/2$ 为周期变化. 对于周期数为 s 的 FSPP, 0 级与 -1 级衍射光振幅中含有相位因子 $e^{is\theta}$ 和 $e^{-i3s\theta}$, 干涉光强随极角 θ 变化的周期为 $\pi/2s$. 如果消除了干涉现象, FSPP 的衍射光强分布就与 SPP 一样呈轴对称分布. 容易看出, 把 FSPP 绕中心轴逆时针旋转 $\pi/4s$ 角, 衍射光强分布同样会绕光轴旋转 $\pi/4s$ 角, 再让两 FSPP 衍射光波按光强相加, 则可以消除主亮环

上光强分布不均匀现象. 因此, 我们所要解决的问题就是如何用简单的光路使得上述衍射光按光强进行叠加.

根据晶体的双折射性质, 光轴方向与两表面平行的单轴晶体薄片称为波晶片, 偏振方向与晶体光轴成 45° 角的线偏振光垂直入射到波晶片上, 将被分解成电矢量振幅相等、方向互相垂直的 o 光和 e 光, 在近轴条件下两衍射光按光强叠加. 把一块圆形晶体薄片分为 s 个周期, 每个周期分为 8 个单元, 设计各单元的厚度, 使得整个晶体薄片对 o 光和 e 光可分别形成 FSPP, 两个 FSPP 相互错开 $\alpha = \pi/4s$ 角, 图 2(a) 是 $s = 1$ 的波晶片相位分布,

图中括号内前一个数值是该区域 o 光的相位, 后一个数值是 e 光的相位. 波晶片分别对 o 光和 e 光的相位分布如图 2(b), (c) 所示. 把图 2 所示的波晶片缩成圆心角为 $2\pi/s$ 的扇形, 再进行复制, 就可得到整个圆内分为 s 个周期的 FSPP. e 光 FSPP 的振幅透射率函数为

$$T_2(\rho, \varphi) = \text{Circ}\left(\frac{\rho}{R}\right) \frac{2\sqrt{2}}{\pi} e^{-i\pi/4} \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4n+1} e^{-i(4n+1)\pi/4} \times \exp[is(4n+1)\varphi]. \quad (2)$$

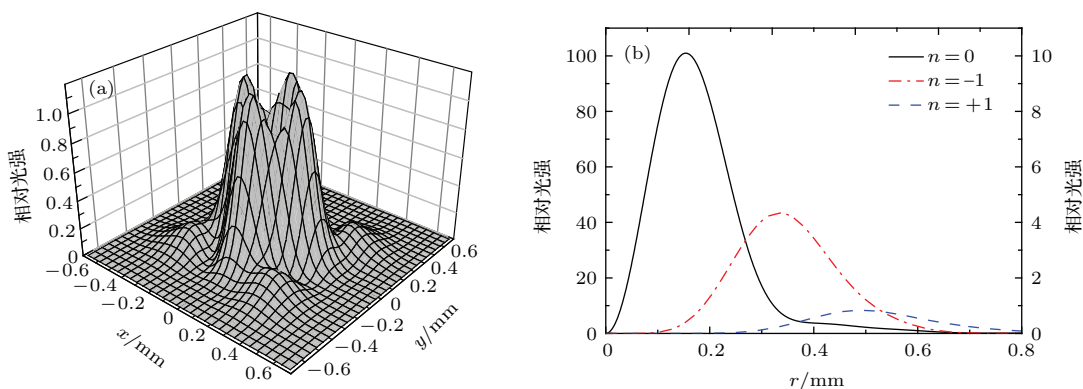


图 1 (网刊彩色) 一块 FSPP 衍射光强分布 ($s = 1$) (a) FSPP 衍射三维光强分布; (b) $n = 0, \pm 1$ 级衍射光强随径向 r 的变化曲线 (左纵坐标是 $n = 0$ 级光强值, 右纵坐标是 $n = \pm 1$ 级光强值)

Fig. 1. (color online) Diffracted light intensity distribution of FSPP($s = 1$): (a) 3D diffracted light intensity distribution of FSPP; (b) change curve of diffraction intensity with r when $n = 0, \pm 1$ (Left vertical coordinate is the intensity when $n = 0$ and right is the intensity when $n = \pm 1$).

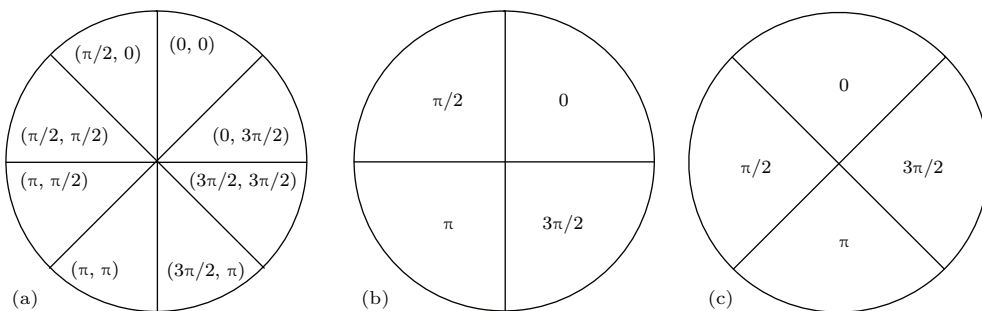


图 2 波晶片示意图 ($s = 1$) (a) 波晶片; (b) o 光相位分布; (c) e 光相位分布

Fig. 2. Schematic diagram of wave plates ($s = 1$): (a) Wave plates; (b) phase distribution of o light; (c) phase distribution of e light.

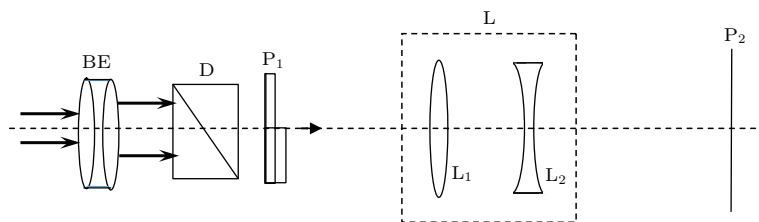


图 3 用波片产生无衍射涡旋空心光束光路图 (BE: 扩束器; D: 相位补偿器; P₁: 波晶片; L: 光具组; P₂: 接收屏)

Fig. 3. Optical path diagram of no-diffraction hollow vortex beams by wave plate phase plates. (BE: Beam expander, D: phase compensator, P₁: wave plates, L: optical system, P₂: receiving screen).

表1 晶片 ($s = 1$) 的厚度和相位分布
Table 1. The thickness and phase distribution of wave plates ($s = 1$).

极角	$0-\pi/4$	$\pi/4-\pi/2$	$\pi/2-3\pi/4$	$3\pi/4-\pi$	$\pi-5\pi/4$	$5\pi/4-3\pi/2$	$3\pi/2-7\pi/4$	$7\pi/4-2\pi$
$d/\mu\text{m}$	222.869	0.000	163.421	178.344	103.972	118.896	44.524	59.448
φ_o/π	0.0017	0.0000	0.5019	0.4994	1.0000	0.9996	1.5002	1.4998
φ_e/π	1.5006	0.0000	0.0005	0.5002	0.4984	1.0001	0.9983	1.5001

用一束线偏振光直接照射波晶片, 则可达到我们的目的. 光路如图 3 所示, 在波晶片后选用合适的光具组聚焦, 可得到无衍射涡旋空心光束. 图中加了相位补偿器 D, 是为了调节 o 光和 e 光的相位差, 使之叠加后变成椭圆偏振光.

晶片对 o 光和 e 光的折射率分别为 n_o 和 n_e , o 光和 e 光通过波晶片时实际产生的相位延迟分别为

$$\begin{cases} \Gamma_o = 2\pi(n_o - 1)d/\lambda, \\ \Gamma_e = 2\pi(n_e - 1)d/\lambda. \end{cases} \quad (3)$$

考虑到相位改变 2π 的整数倍对光波的影响是相同的, 可以令

$$\begin{cases} \varphi_o = \Gamma_o - 2N\pi, \\ \varphi_e = \Gamma_e - 2N'\pi, \end{cases} \quad (4)$$

N 和 N' 取整数, 使得相位值在 $[0, 2\pi]$ 区间内.

选用石英晶体为波晶片的材料, $n_o = 1.54425$, $n_e = 1.55336$, 取激光的波长 $\lambda = 0.5415 \mu\text{m}$, 计算得到各个区域波片 ($s = 1$) 的厚度和相位值如表 1. 表 1 中的相位值 φ_o 和 φ_e 与图 2(a) 中要求的相位有微小差距, 不会对光波带来明显的影响. 在实际使用中, 晶片可以制成圆环形, 这是因为圆心处存在严重的厚度奇异, 制作时难以达到较高的精度, 本文讨论空心高斯光束照明的情况, 中心部分光强很小, 只要适当选取圆环的内外半径, 仍然可充分利用输入光的能量.

3 光强分布的模拟计算

为了方便计算, 我们对坐标系进行如下设置: 波晶片的前表面为输入平面, 以 $\rho-\varphi$ 为坐标, 光的传播方向沿 z 轴方向, 以最后一个透镜的中心为 z 轴的原点, 在透镜后与 z 轴垂直的输出平面上坐标为 $r-\theta$. 以线偏振空心高斯光束为入射光波, 沿 z 方向传播, 电矢量与晶体的光轴方向成 45° 角, 晶体的光轴沿 y 轴 ($\varphi = \pi/2$) 方向, 在输入平面上电矢

量的振幅表示为 $\mathbf{E}_0 = E_{x0}\mathbf{e}_x + E_{y0}\mathbf{e}_y$, 对于空心高斯光束 [23]

$$E_{x0} = E_{y0} = \frac{1}{\sqrt{2}}G_m \left(\frac{\rho_0^2}{w_0^2}\right)^m \exp\left(-\frac{\rho_0^2}{w_0^2}\right), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

w_0 为激光束的束腰半径, m 为空心高斯光束的阶数, G_m 是与阶数 m 和激光功率 P 有关的常数. 为简单起见, 我们讨论 1 阶空心高斯光束的情况, $G_1 = \sqrt{8P/(\pi w_0^2 \epsilon_0 c)}$. ϵ_0 和 μ_0 分别是真空中的介电常数和磁导率, c 为真空中的光速.

我们用正负透镜 L_1 和 L_2 组成透镜组 L, 对输出的光波聚焦. 在近轴条件下, 利用菲涅耳衍射积分公式和柯林公式 [24], 计算透镜组 L 输出的衍射光振动:

$$\begin{aligned} E_x(r, \theta, z) &= \int_{\rho_0}^R \int_0^{2\pi} T_1(\rho, \varphi) E_{x0} \\ &\quad \times L(\rho, \varphi; r, \theta, z) \rho d\rho d\varphi, \\ E_y(r, \theta, z) &= \int_{\rho_0}^R \int_0^{2\pi} T_2(\rho, \varphi) E_{y0} \\ &\quad \times L(\rho, \varphi; r, \theta, z) \rho d\rho d\varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式中 ρ_0 是环形晶片的内半径, R 是外半径, $L(\rho, \varphi; r, \theta, z)$ 是菲涅耳衍射传输函数

$$L(\rho, \varphi; r, \theta, z) = \frac{1}{\lambda B} \exp\left\{\frac{ik}{2B}[A\rho^2 - 2r\rho \cos(\theta - \varphi) + Dr^2]\right\}, \quad (7)$$

其中 $A = 1 - h/f'_1 - z/f'$, $B = h + z(1 - h/f'_2)$, $D = 1 - h/f'_2$, f'_1 和 f'_2 是透镜 L_1 和 L_2 的像方焦距, h 是两透镜间的距离, L_1 与 L_2 组合的像方合焦距 $f' = -f'_2 f'_1 / \Delta$, Δ 是两透镜的光学间隔, $\Delta = h - f'_2 - f'_1$, 像方焦点到透镜 L_2 的距离为 $z_f = f'(1 - h/f'_1)$. 选 L_1 为焦距较长的正透镜, L_2 为焦距较短的负透镜, Δ 取较小值 (两透镜构成倒装的准伽利略望远镜系统), 两透镜组合有较大的合焦距, 同时, 焦点到透镜组的距离又不大, 使得无衍射区域在方便操作的近距离处.

取 $f'_1 = 400$ mm, $f'_2 = -30$ mm, $h = 370.8$ mm, 计算得组合焦距 $f' = 15$ m, 透镜组的焦平面到 L_2 的距离 $z_f = 1.095$ m. 取激光束的束腰半径 $w_0 = 10$ mm, 激光功率 $P = 1$ W, 波长 $\lambda = 541.5$ nm, 同时取晶片的内外半径为 $\rho_0 = 5$ mm, $R = 20$ mm. 对周期数 s 不同的 FSPP 进行数值模拟计算. 取 $s = 1$ 时, 光强分布如图 4 所示. 在 $z = 830\text{--}1150$ mm 的范围内, 可近似看作为无衍射光束, 图 4(a) 是 xoz 平面上的光强分布, 在垂直于 z 轴的横向平面上, 主亮环上和主亮环内光强呈轴对称分布, 远离主亮环, 由于高级次衍射光的干涉现象, 虽然还存在光强随极角 θ 变化的现象, 但光强很小. 在 $z = 960$ mm 的平面上, 最大光强为 $I_{\max} = 3.85$ MW·m⁻², 相应的半径 $r_{\max} = 0.156$ mm, 光强分布如图 4(c). 在这一平面右侧, $z > 960$ mm, 随着 z 的增大, 亮环的半径增大, 光强减小, $z = 1150$ mm 时, 亮环半径增大为 $r_{\max} = 0.183$ mm, 最大光强降为 3.04 MW·m⁻²; $z < 960$ mm 时, 随着 z 的减小, 亮环半径缓慢减小, 但最大光强也减小, 一部分光能量分散到亮环外, 亮环外光强随极角 θ 的变化也较明显, $z = 830$ mm 时, 亮环半径最小, $r_{\max} = 0.147$ mm, 亮环的最大光强降为 3.01 MW·m⁻². 图 4(b), (d) 分别是 $z = 830$ mm 和 $z = 1150$ mm 平面上的光强分布. 我们定义两横向平面上亮环的半径之差 Δr 与两平面间的距离 Δz 之比为光束的平均发散角

$\bar{\gamma}$, 即 $\bar{\gamma} = \Delta r / \Delta z$, 在 $z = 830\text{--}1150$ mm 范围内, $\bar{\gamma} = 1.12 \times 10^{-4}$ rad.

改变波晶片的周期数 s (波晶片的内外半径和光学系统的其他数据都不变) 进行计算, 结果表明, 随着 s 的增大, 亮环的半径增大, 光强减小, 亮环外围的高级次干涉现象减小, 无衍射区域向 z 减小的方向移动. $s = 4$ 时无衍射区域较长, 图 5 是 $s = 4$ 时衍射光强分布, 图 5(a) 是 xoz 平面上的光强分布, 在 $z = 850$ mm 的平面上, 亮环的半径最小, 光强分布如图 5(b), 亮环的半径为 $r_{\max} = 0.399$ mm, 最大光强为 $I_{\max} = 1.01$ MW·m⁻². 在这一平面两侧, 随着离开 $z = 850$ mm 平面的距离增大, 亮环半径缓慢增大, 在 $z = 490$ mm 的平面上, 亮环半径为 $r_{\max} = 0.488$ mm, 最大光强为 $I_{\max} = 0.96$ MW·m⁻²; 在 $z = 1050$ mm 的平面上, 亮环半径为 $r_{\max} = 0.443$ mm, 最大光强也是 0.96 MW·m⁻², 与 $z = 850$ mm 平面相比, 最大光强减小 5%, 图 5(c), (d) 分别是 $z = 490$ mm 和 1050 mm 平面上的光强分布. 以 $z = 850$ mm 为中心光束向两侧的发散角分别为 2.47×10^{-4} rad 和 2.2×10^{-4} rad, 均小于一般单模高斯激光光波的发散角 ($\sim 10^{-3}$ rad 量级). 因此, 在 $z = 490\text{--}1050$ mm 的范围内, 光束是很好的无衍射光束, 在这一范围两侧, 光束发散角增大, 光强减小较快.

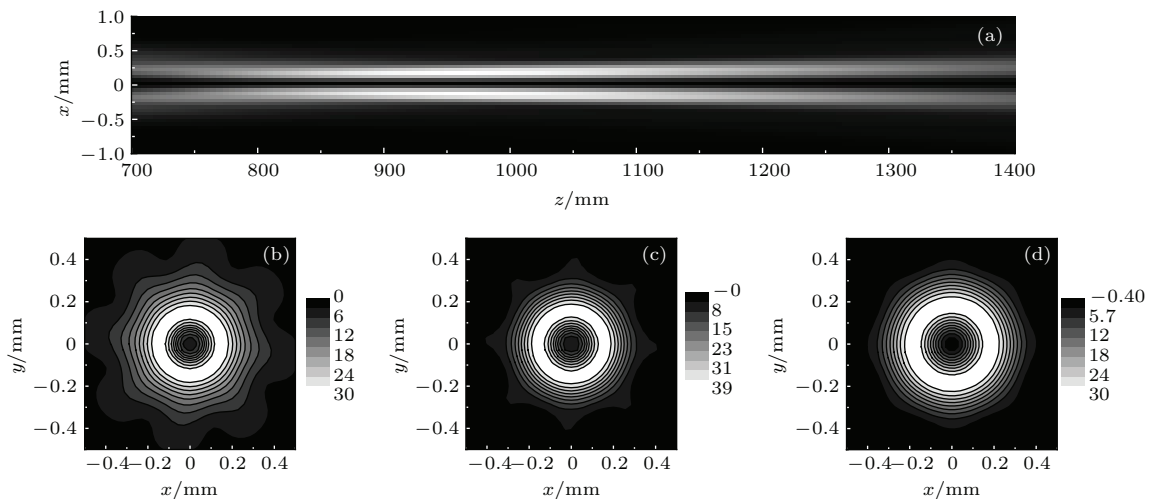


图 4 无衍射涡旋空心光束光强分布 ($s = 1$) (a) xoz 平面上光强分布; (b) $z = 830$ mm; (c) $z = 960$ mm; (d) $z = 1150$ mm 横向平面上光强分布

Fig. 4. The light intensity distribution of the no-diffraction hollow vertex beams ($s = 1$): (a) The light intensity distribution in xoz plane, (b) $z = 830$ mm; (c) $z = 960$ mm; (d) $z = 1150$ mm the light intensity distribution on transverse plane.

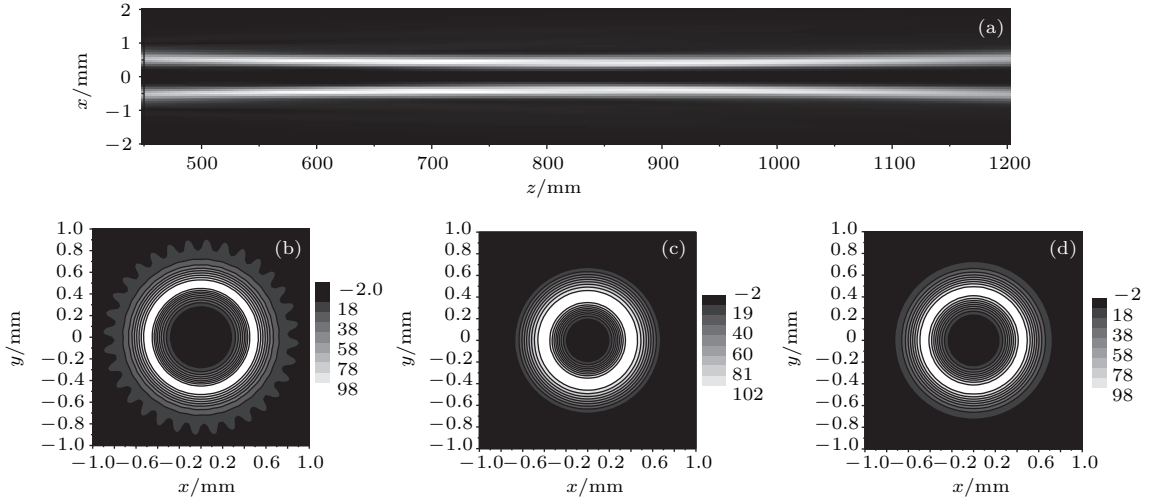


图5 无衍射涡旋空心光束光强分布 ($s = 4$) (a) xoz 平面上光强分布; (b) $z = 490$ mm; (c) $z = 850$ mm, (d) $z = 1050$ mm 横向上光强分布

Fig. 5. The light intensity distribution of the no-diffraction hollow vortex beams ($s = 4$): (a) The light intensity distribution in xoz plane; (b) $z = 490$ mm; (c) $z = 850$ mm; (d) $z = 1050$ mm the light intensity distribution on transverse plane.

4 角动量分布的模拟计算

涡旋光束的一个重要特性是有轨道角动量分布, 根据文献 [25] 的计算方法, 在近轴条件下, 拓扑荷数为 l 涡旋光, 沿光轴 z 方向轨道角动量密度的时间平均值为

$$\langle j_{l_{zom}} \rangle = \frac{l}{\omega} \langle w \rangle, \quad (8)$$

其中 ω 是光波角频率, w 是光场的能量密度, $\langle w \rangle$ 与 $\langle S_z \rangle$ 的关系为 $\langle w \rangle = \langle S_z \rangle / c$, (8) 式可改写为

$$\langle j_{l_{zom}} \rangle = \frac{l \varepsilon_0}{2\omega} |E_l|^2, \quad (9)$$

其中 E_l 是拓扑荷数为 l 的涡旋光矢量振幅. (9) 式中第 n 级衍射光 $l = (4n + 1)s$, 两种振动方向互相垂直光波, 轨道角动量相同, 在 z 方向轨道角动量密度之和为

$$\langle J_{zom} \rangle = \sum_l \langle j_{l_{zom}} \rangle = \sum_l \frac{l \varepsilon_0}{\omega} |E_l|^2. \quad (10)$$

(10) 式右边的每一项均与 $|E_l|^2$ 成正比, 不同级次的 $|E_l|^2$ 不产生干涉现象, $\langle J_{zom} \rangle$ 成轴对称分布, 图 6、图 7 分别作出了与图 4、图 5 对应的不同 z 值平面上 $\langle J_{zom} \rangle$ 沿径向分布. 在图 6、图 7 中, 对于相同的 s , z 值不同的平面上 $\langle J_{zom} \rangle$ 的分布不同, 但 $\langle J_{zom} \rangle$ 对整个平面积分的结果相同, 这说明在传播过程中轨道角动量是守恒量. 与图 4、图 5 比较可以看出, $\langle J_{zom} \rangle$ 主要分布在光强最大的主亮环上, $s = 4$ 的

亮环半径远大于 $s = 1$ 的亮环半径, 但 $\langle J_{zom} \rangle$ 的最大值很接近, 这主要是 $s = 4$ 的拓扑荷数 l 是 $s = 1$ 的 4 倍, $\langle J_{zom} \rangle$ 对整个面积分也是 4 倍关系. 在主亮环外侧轨道角动量为负值, 这是 (10) 式中 l 为负数项所产生的轨道角动量, 但其绝对值很小, 没有实际价值.

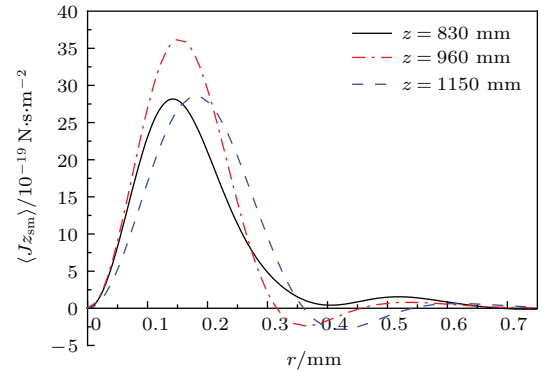


图6 (网刊彩色) $s = 1$ 时, $z = 830$ mm, 960 mm, 1150 mm 平面上 $\langle J_{zom} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 6. (color online) $\langle J_{zom} \rangle$ distribution along the radial direction when $s = 1$ and $z = 830$ mm, 960 mm, 1150 mm.

在图 3 所示的光路中, 我们加入了相位补偿器, 调节 o 光和 e 光相位差, 输出光为椭圆偏振光, 具有自旋角动量, 单个光子沿 z 方向的自旋角动量为 [25]

$$j_{zsp} = \frac{-i\hbar(E_x E_y^* - E_y E_x^*)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \quad (11)$$

j_{zsp} 与光子数密度 (w/hkc) 相乘即可得到自旋角动量密度 J_{zsp} .

$$\langle J_{zsp} \rangle = \frac{1}{k\hbar c^2} j_{zsp} \langle S_z \rangle. \quad (12)$$

z 方向的总角动量密度

$$\langle J_{zsm} \rangle = \langle J_{zom} \rangle + \langle J_{zsp} \rangle.$$

由于 j_{zsp} 的大小与 E_x 与 E_y 的相位差 $\Delta\phi$ 有关, $\langle J_{zsm} \rangle$ 的大小也与 $\Delta\phi$ 有关, 在主亮环外围, $\langle J_{zsm} \rangle$ 随极角 θ 也有微小变化, 在不同半径圆环上, 对 θ 积分, 计算 $\langle J_{zsm} \rangle$ 在圆环上的平均值, 图 8 是 $s = 1$ 、取不同 $\Delta\phi$ 时在 $z = 960$ mm 平面上 $\langle J_{zsm} \rangle$ 沿径向的分布曲线; 图 9 是 $s = 4$ 时、同样取不同 $\Delta\phi$ 在 $z = 850$ mm 平面上 $\langle J_{zsm} \rangle$ 沿径向的分布曲线. 由图 8、图 9 可以看出, 调节 E_x 与 E_y 的相位差 $\Delta\phi$ 可以调节 $\langle J_{zsm} \rangle$ 的分布, $s = 1$ 时, $\langle J_{zsm} \rangle$ 随 $\Delta\phi$ 的变化更为敏感.

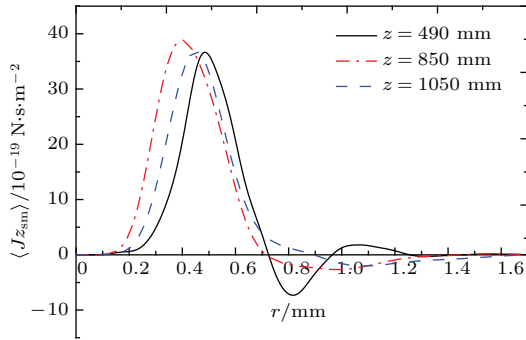


图 7 (网刊彩色) $s = 4$ 时, $z = 490$ mm, 850 mm, 1050 mm 平面上 $\langle J_{zom} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 7. (color online) $\langle J_{zom} \rangle$ distribution along the radial direction when $s = 4$ and $z = 490$ mm, 850 mm, 1050 mm.

在导引微观粒子的研究中, 每个光子携带的平均角动量也是一个重要参数, 应用以下公式, 可以计算光子平均角动量沿径向的分布,

$$\langle j_{zav} \rangle = k\hbar c^2 \frac{\int_0^{2\pi} \langle J_{zsm} \rangle r d\phi}{\int_0^{2\pi} \langle S_z \rangle r d\phi}. \quad (13)$$

与图 8、图 9 相对应, 光子平均角动量 $\langle j_{zav} \rangle$ 沿径向 r 的分布如图 10 和图 11, 由两图可以看到, 在主亮环内, $\langle j_{zav} \rangle$ 不随 r 变化, $\Delta\phi$ 从 $-\pi/4$ 增加到 $3\pi/4$, $\langle j_{zav} \rangle$ 从 $(s-1)\hbar$ 增大到 $(s+1)\hbar$. 对这一变化可以作如下说明: 从 (1) 式和 (2) 式可知, 对于 o 光和 e 光, 两相位板有 $-(n+1/4)\pi$ 相位差, 在主亮环内 $n = 0$, $\Delta\phi$ 从 $-\pi/4$ 变化到 $3\pi/4$, o 光和 e 光

的实际相位差从 $-\pi/2$ 到 $\pi/2$, o 光和 e 光的叠加由左旋变为右旋, 单个光子的自旋角动量 j_{zsp} 从 $-\hbar$ 变化到 \hbar , 图 10 和图 11 中 $\langle j_{zav} \rangle$ 随 $\Delta\phi$ 的变化是由于 j_{zsp} 随 $\Delta\phi$ 的变化, 单个光子的轨道角动量为 $s\hbar$, 恰好与 SPP 产生的涡旋光束一致. 在主亮环外围, $\langle J_{zav} \rangle$ 随 z 快速变化, 不同于 SPP.

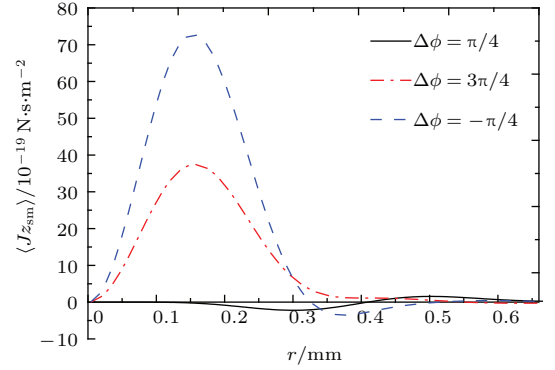


图 8 (网刊彩色) $s = 1$ 时, $z = 960$ mm 平面上不同 $\Delta\phi$ 的 $\langle J_{zom} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 8. $\langle J_{zom} \rangle$ distribution along the radial direction with different $\Delta\phi$ when $s = 1$ and $z = 960$ mm.

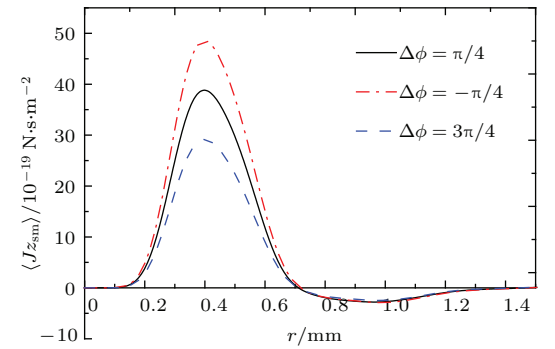


图 9 (网刊彩色) $s = 4$ 时, $z = 850$ mm 平面上不同 $\Delta\phi$ 的 $\langle J_{zom} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 9. (color online) $\langle J_{zom} \rangle$ distribution along the radial direction with different $\Delta\phi$ when $s = 4$ and $z = 850$ mm.

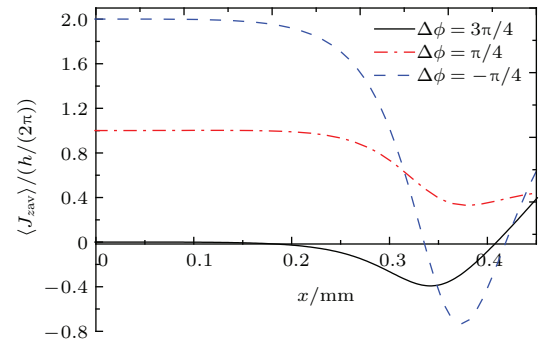


图 10 (网刊彩色) $s = 1$ 时, $z = 960$ mm 平面上不同 $\Delta\phi$ 的 $\langle j_{zav} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 10. $\langle J_{zom} \rangle$ distribution along the radial direction with different $\Delta\phi$ when $s = 1$ and $z = 960$ mm.

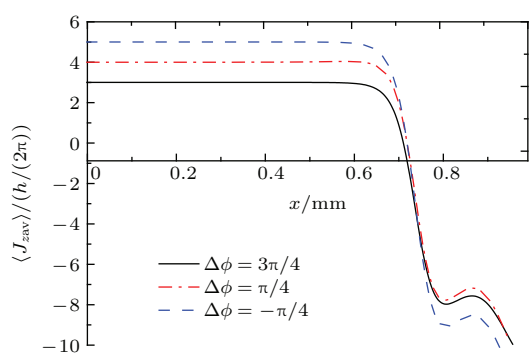


图 11 (网刊彩色) $s = 4$ 时, $z = 850$ mm 平面上不同 $\Delta\phi$ 的 $\langle j_{z\text{av}} \rangle$ 沿径向分布

Fig. 11. (color online) $\langle J_{z\text{om}} \rangle$ distribution along the radial direction with different $\Delta\phi$ when $s = 4$ and $z = 850$ mm.

结合上文的计算, 我们可以看出, 在波晶片相位板衍射的主亮环内, 光强和角动量分布都与 SPP 相同, 在主亮环外两者存在差距, 但光强或光子数密度都很小. 导引冷原子时, 原子只在主亮环内与光子发生相互作用, 主亮环外围的衍射光也就没有实际影响.

5 结 论

我们提出了用波晶片产生无衍射涡旋空心光束的新方案, 根据晶体双折射的性质, 设计波片的厚度, 在一块晶体薄片上对 o 光和 e 光分别形成 FSP, 线偏振光照射 FSP, 衍射光按强度叠加, 利用准伽利略望远镜系统聚焦, 得到近似无衍射涡旋空心光束. 光路简单, 调节方便. 在近轴条件下, 运用菲涅耳衍射理论和经典电磁场角动量理论, 数值模拟计算了周期数为 $s = 1$ 和 $s = 4$ 两种波晶片 FSP 衍射光强和角动量的分布, 结果表明: 两种 FSP 都能在较长距离内产生具有轴对称光强分布的无衍射涡旋空心光束, 主亮环内的光强和轨道角动量分布与 SPP 产生的涡旋光束相同. 由于周期数 s 不同, 两相位板衍射光强和角动量的分布有所不同, 用功率 $P = 1$ W、波长 $\lambda = 541.5$ nm 空心高斯激光照明, $s = 1$ 时, 在 320 mm 的距离内, 衍射主亮环的平均半径为 0.165 mm, 平均发散角约为 10^{-4} rad; $s = 4$ 时, 无衍射距离增大为 560 mm, 衍射主亮环的平均半径增大至 0.45 mm, 平均发散角为 2.3×10^{-4} rad. 随着 s 的增大, 主亮环的半径增大, 但 $\langle J_{z\text{om}} \rangle$ 的最大值基本相同, $s = 4$ 时的总轨道角动量是 $s = 1$ 的 4 倍. 在光路中加入了相位补偿器, 调节 o 光和 e 光相位差, 可以调节自旋角动量

的大小, 从而可以调节总角动量密度和平均光子角动量.

用本方案产生的空心光束除了具有一般空心光束的优势, 即原子在空心光管内传播, 由于光强很小, 原子与光子相互作用产生的自发辐射^[26], 包括瑞利 (Rayleigh) 散射和拉曼 (Raman) 散射的速率很小. 更重要的是空心光束中光子具有可调的角动量, 在原子与光子相互作用中可以获得可调的转动力矩, 应用于原子发动机则可以调节发动机的转速.

参考文献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Prabhakar S, Kumar A, Banerji J, Singh R P 2011 *Opt. Lett.* **36** 4398
- [3] Simpson N, Dholakia K, Allen L, Padgett M 1997 *Opt. Lett.* **22** 52
- [4] Li X, Cao Y, Gu M 2011 *Opt. Lett.* **36** 2510
- [5] Fickler R, Lapkiewicz R, Plick W N, Krenn M, Schaeff C, Ramelow S, Zeilinger A 2012 *Science* **338** 640
- [6] Gecevičius M, Drevinskas R, Beresna M 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 231110
- [7] Chen C R, Yeh C H, Shih M F 2014 *Opt. Express* **22** 3180
- [8] Rodenburg B, Mirhosseini M, Malik M 2014 *N. J. Phys.* **16** 033020
- [9] Zhou Z H, Guo Y K, Zhu L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 044201
- [10] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z 2015 *Chin. Phys. B* **24** 044201
- [11] Guo C S, Liu X, He J L, Wang H T 2004 *Opt. Express* **12** 4625
- [12] Cottrell D M, Davis J A, Hernandez T J 2011 *Opt. Express* **19** 12873
- [13] Kotlyar V V, Kovalev A A, Stafeev S S, Nalimov A G 2013 *J. Opt.* **15** 025712
- [14] Schemmel P, Pisano G, Maffei B 2014 *Opt. Express* **22** 14712
- [15] Ostrovsky A S, Rickenstorff-Parrao C, Arrizon V 2013 *Opt. Lett.* **38** 534
- [16] Rumala Y S, Leanhardt A E 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 615
- [17] Rumala Y S 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** A6
- [18] Wang Y D, Gan X T, Ju P, Pang Y, Yuan L G, Zhao J L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 034204 (in Chinese) [王亚东, 甘雪涛, 俱沛, 庞燕, 袁林光, 赵建林 2015 物理学报 **64** 034204]
- [19] Yi X N, Ling X H, Zhang Z Y, Li Y, Zhou X X, Liu Y C, Chen S Z, Luo H L, Wen S C 2014 *Opt. Express* **22** 17207
- [20] Liu Y C, Ling X H, Yi X N, Zhou X X, Chen S Z, Ke Y G, Luo H L, Wen S C 2015 *Opt. Lett.* **40** 756

- [21] Yi X N, Li Y, Liu Y C, Ling X H, Zhang Z Y, Luo H L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 094203 (in Chinese) [易煦农, 李瑛, 刘亚超, 凌晓辉, 张志友, 罗海陆 2014 物理学报 **63** 094203]
- [22] Shi J Z, Yang S, Zou Y Q, Ji X M, Yin J P 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 184202 (in Chinese) [施建珍, 杨深, 邹亚琪, 纪宪明, 印建平 2015 物理学报 **64** 184202]
- [23] Wu G, Lou Q, Zhou J 2008 *Opt. Express* **16** 6417
- [24] Stuart A C J 1970 *J. Opt. Soc. Am.* **60** 1168
- [25] Allen L, Padgett M J, Babiker M 1999 *Prog. Opt.* **39** 291
- [26] Ji X M, Yin J P 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 1737

Generation of no-diffraction hollow vertex beams with adjustable angular momentum by wave plate phase plates*

Shi Jian-Zhen¹⁾ Xu Tian¹⁾ Zhou Qiao-Qiao¹⁾ Ji Xian-Ming^{1)2)†} Yin Jian-Ping²⁾

1) (Science College, Nantong University, Nantong 226019, China)

2) (State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

(Received 25 July 2015; revised manuscript received 26 August 2015)

Abstract

In this article, a new scheme is proposed to generate approximately no-diffraction hollow vertex beams by wave plates. By selecting the appropriate thickness values of wave plates based on the properties of the double refraction, four-step-phase plates for o-light or e-light are formed. With linearly polarized light irradiated at the phase plate, the diffractions of o-light and e-light would overlap according to their intensities. By focusing effect of quasi-Galileo telescope system, a no-diffraction hollow vertex beam can be generated. In this scheme, the optical path is simple and convenient to adjust. Under the adaxial condition, the distributions of diffraction intensity and angular momentum of two wave plates at the numbers of cycles, $s = 1$ and $s = 4$, are numerically simulated according to Fresnel diffraction theory and classical electromagnetic field angular momentum theory. Simulation results indicate that the approximately no-diffraction hollow vertex beams can be generated by each of two phase plates within a long distance. The distributions of intensity and the angular momentum are essentially the same as those generated by spiral phase plates at the same number of cycles. The distributions of intensity and the angular momentum are different at different numbers of cycles s . If s increases, the diffraction bright ring radius increases, the intensity decreases and the average orbital angular momentum increases. At $s = 4$, the length of no-diffraction region is significantly greater than at $s = 1$ and the average orbital angular momentum is four times that at $s = 1$. Within the no-diffraction region, the distribution of orbital angular momentum intensity varies with distance but the total angular momentum is constant. A phase compensator is inserted in the diffraction path to adjust the phase difference between o-light and e-light. Whereas the spin angular momentum of the diffraction light can be adjusted by them, and thus the total angular momentum intensity and average photon angular momentum can be adjusted. This scheme can be utilized to guide the cold atoms or molecules to obtain the adjustable torque throughout the interacting process of atoms and photons.

Keywords: atom optics, vertex beams, photon angular momentum, four-step phase plate

PACS: 42.25.Bs, 42.25.Ja

DOI: 10.7498/aps.64.234209

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11034002, 11274114), the National Key Basic Research and Development Program of China (Grant No. 2011CB921602), the Open Fund of Key Subject of Physics, Zhejiang Province (Grant No. xkzwl1522), and the Prospective Joint Research Project, Jiangsu Province (Grant No. BY2015047-07).

† Corresponding author. E-mail: jixm@ntu.edu.cn