

基于压缩光的量子精密测量

孙恒信 刘奎 张俊香 鄢江瑞

Quantum precision measurement based on squeezed light

Sun Heng-Xin Liu Kui Zhang Jun-Xiang Gao Jiang-Rui

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 234210 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.234210

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234210>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I23>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于量子相干控制吸收的准 \$\Lambda\$ 型四能级原子局域化研究](#)

[Study on atomic localization of \$\Lambda\$ -type quasi-four level atoms based on absorption with quantum coherent control](#)

物理学报.2015, 64(13): 134204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134204>

[量子相空间分布函数与压缩相干态表示间的变换关系](#)

[Transform relations between squeezed coherent state representation and quantum phase space distribution functions](#)

物理学报.2015, 64(2): 024207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024207>

[飞秒激光脉冲整形技术及其应用](#)

[Femtosecond pulse shaping technology and its applications](#)

物理学报.2014, 63(18): 184201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.184201>

[二能级原子与多模光场简并多光子共振相互作用系统中量子保真度的演化特性](#)

[Evolution of the quantum fidelity in a system of multimode light field interacting resonantly with a two-level atom through degenerate multi-photon process](#)

物理学报.2014, 63(18): 184203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.184203>

[利用冷原子系综制备窄线宽三光子频率纠缠态](#)

[Generation of narrowband triphoton frequency-entangled states via cold-atom ensembles](#)

物理学报.2014, 63(14): 144203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.144203>

综述

基于压缩光的量子精密测量*

孙恒信 刘奎 张俊香 鄢江瑞[†]

(山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

(极端光学协同创新中心, 山西大学, 太原 030006)

(2015年6月2日收到; 2015年10月10日收到修改稿)

对任何物理量的测量都有一定的噪声, 经典测量所能达到的最小噪声一般称为散粒噪声, 对应着测量的标准量子极限。利用压缩光可以突破标准量子极限, 从而提高测量精度。本文介绍了压缩态光场用于突破标准量子极限的基本原理, 以及压缩态光场在相位测量、光学横向小位移及倾斜测量、磁场测量以及时钟同步等精密测量领域的应用和最新进展。

关键词: 量子精密测量, 压缩光, 突破标准量子极限

PACS: 42.50.-p, 06.20.-f, 03.65.Ta, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.64.234210

1 量子精密测量简介

量子精密测量主要研究如何利用量子效应及技术提高物理量测量精度。对任何物理量的测量都会伴随着噪声, 包括系统的经典噪声和量子噪声, 这些噪声限制了测量精度。经典噪声主要来源于技术缺陷、仪器的不理想等因素, 随着科学技术的发展, 系统的经典噪声大大降低, 常常可以忽略不计。由量子力学性质决定的量子噪声逐渐成为主要的噪声来源。

在光学测量中, 由电磁场的真空起伏引入的真空噪声就是一种典型的量子噪声, 导致待测量 p 的测量精度存在一个标准量子极限 (standard quantum limit), 即 $\Delta p \propto 1/\sqrt{N}$ (N 为光场平均光子数), 这是通常采用经典光源所能达到的最大测量精度。基于相干光源的测量可以达到标准量子极限, 而通过一定的量子手段获得的特殊光源, 例如压缩态光场, 则可以突破这一极限。这方面已有大量相关理论和实验研究, 例如通过非线性过程产生

正交压缩光测量相位^[1,2], 利用压缩光增强引力波测量^[3–6], 利用偏振压缩光测量光的偏振^[7]等。此外, 还可以通过产生纠缠光提高测量精度, 例如采用双光子纠缠态打破衍射极限提高光刻精度^[8], 利用双光子纠缠态^[9,10]或四光子纠缠态^[11]提高相位测量精度。

基于某些量子方案, 可以实现海森堡极限 (Heisenberg limit) 的测量, 海森堡极限即 $\Delta p \propto 1/N$, 是在海森堡不确定关系基础上加入能量限制引出的^[12]。例如, 采用双模压缩态^[13,14]或双端注入相同光子数的 Fock 态^[15]的马赫曾德干涉仪、利用无纠缠的单光子态^[16]以及基于非线性干涉仪^[17–22]都可实现海森堡极限的相位测量。此外, 利用 NOON 态可以实现海森堡极限的成像精度^[8]。超越海森堡极限的测量也有报道, 但目前还存在一些争议^[23–29]。

本文主要介绍基于压缩光的精密测量。首先给出压缩光的基本概念及研究进展, 然后介绍压缩光在相位测量、光束的空间平移和倾斜测量、磁场测量和时钟同步方面的应用。

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2010CB923102)和国家自然科学基金(批准号: 61121064, 11274212, 61405108)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: jrgao@sxu.edu.cn

2 压缩态光场

在相空间, 相干态光场的起伏各向同性. 以相干态光场做标准, 压缩态光场某一方向的起伏小于相干态的起伏, 即噪声被“压缩”了. 压缩态光场是一种非经典光场, 根据量子力学不确定关系, 压缩光的另一个共轭力学量的起伏必然大于相干态起伏. 基于压缩参量的不同, 一般的压缩态光场可以分为正交压缩、光子数压缩和强度差压缩等.

图 1 形象地描述了几种基本的压缩态的特点. 对于真空态(图 1(a)), 光场的平均光子数为 0, 但光场的起伏不为零($\Delta^2 X, \Delta^2 Y \neq 0$), 一般把相干态光场正交分量起伏作为标准, 即 $\Delta^2 X = \Delta^2 Y = 1$, 其中, X, Y 分别为光场的正交振幅和正交位相. $\Delta^2 X < 1, \Delta^2 Y > 1$ 为正交振幅压缩真空态(图 1(b)), $\Delta^2 X > 1, \Delta^2 Y < 1$ 为正交位相压缩真空态(图 1(c)), 其平均光子数皆不为 0. 图 1(d)–(f) 分别表示相干态、正交振幅压缩相干态和正交位相压缩相干态. 图 1(g) 和 (h) 中, 其轴向和角向的起伏分别被压缩, 分别称为光子数压缩和相位压缩^[30,31].

压缩光是非常重要的量子资源, 1985 年 Slusher 等^[32], 1986 年 Wu 等^[33] 分别利用四波混

频和光学参量下转换产生了压缩光. 此后, 对压缩态制备研究不断深入, 实现了各种不同类型的压缩, 压缩光的压缩度在不断提高. 山西大学 1998 年利用光学参量过程获得了 9.2 dB 的强度差压缩光场^[34], 德国汉诺威大学分别于 2008 年产生 10 dB 正交压缩^[35], 2010 年 11.5 dB 的宽带正交压缩(带宽 170 MHz)^[36] 和 12.7 dB 正交压缩(目前最大压缩度)^[37]. 2002 年澳大利亚国立大学和法国 LKB 实验室将单模压缩扩展到多模压缩, 并先后产生了高阶模压缩态^[38]、空间压缩态^[39,40]、空间多模压缩^[41–44] 和时间多模压缩态^[45,46]. 最近轨道角动量压缩和偏振压缩^[47–51]、脉冲压缩^[45,52] 等又成为量子光学中的热点. 这些不同类型的压缩可用于对相关物理可测量的精密测量, 在量子测量领域有非常重要的应用.

除产生不同类型压缩、提高压缩度以外, 目前压缩源也朝着集成和芯片化发展. 继 1995 年英国基于半导体材料 ZnS 中的 Kerr 效应产生 2.2 dB 压缩光^[53], 许多实验室开展了这方面研究^[54,55]. 最近, 在纳米光机械系统中, 2013 年美国加州理工学院利用纳米拉链腔获得了 0.2 dB 的压缩^[56], 同年 JILA 大学基于薄膜光机谐振子获得了 1.72 dB 的压缩^[57]. 这一发展趋势更有利压缩光在精密测量、量子信息等方面的实际应用.

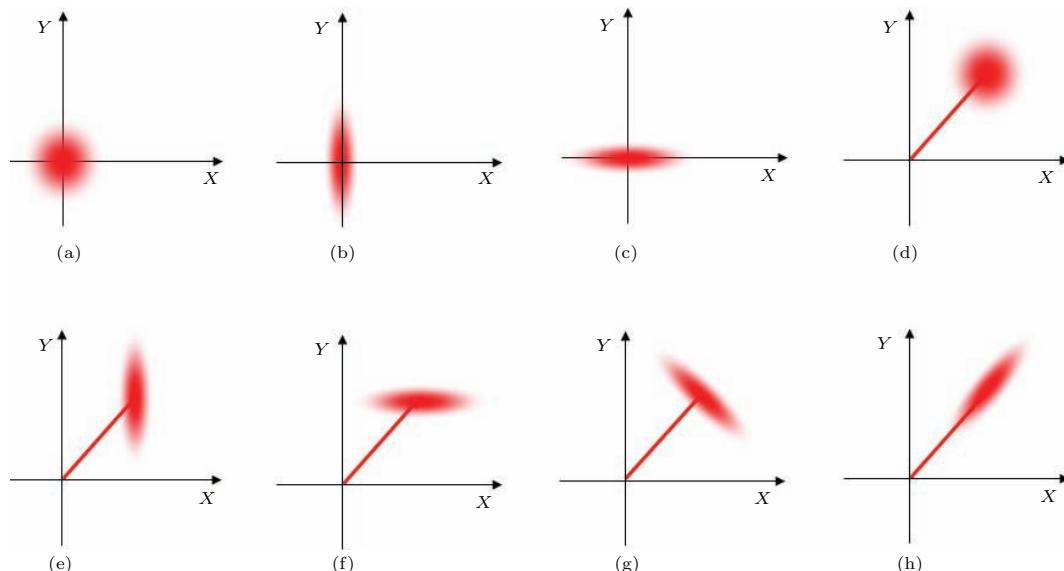


图 1 相空间中各种光场的噪声分布 (a) 真空态; (b) 正交振幅压缩真空态; (c) 正交位相压缩真空态; (d) 相干态; (e) 正交振幅压缩相干态; (f) 正交位相压缩相干态; (g) 光子数压缩态; (h) 相位压缩态

Fig. 1. Quantum states of different light fields in phasor diagrams: (a) Vacuum state; (b) amplitude-squeezed vacuum state; (c) phase-squeezed vacuum state; (d) coherent state; (e) amplitude-squeezed coherent state; (f) phase-squeezed coherent state; (g) photon-number-squeezed state; (h) phase squeezed state.

3 突破散粒噪声极限的测量

压缩光在某一分量上的噪声低于散粒噪声基准, 这一特性使突破散粒噪声极限的量子精密测量成为可能。因此, 压缩光一经产生就被用于提高测量精度。1987年Xiao等利用压缩光提高了相位测量精度^[2], 1998年山西大学彭堃墀小组利用强度差压缩光提高了分子吸收测量精度^[34]。目前压缩光已经用于引力波探测、光与原子相互作用、原子吸收测量和轨道角动量测量以及许多物理量的测量研究。下面分别以相位、光束位移和倾斜、磁场和时钟同步为例, 阐述压缩光在量子精密测量中的应用。

3.1 相位测量

相位测量是光学精密测量的重要内容之一, 它可应用于距离、位置和加速度等物理量的测量^[11]。根据狄拉克最早的规定^[58], 把光的相位与光子数作为一对共轭量, 其不确定关系为

$$\Delta\phi\Delta n \geq 1, \quad (1)$$

其中, $\Delta\phi$ 为相位起伏, Δn 为光子数起伏。对于相干态光场, 其相空间表示如图1(d), 其径向和角向长度分别正比于光子数 n 和相位 ϕ , 其光子数起伏满足 $\Delta n = \sqrt{N}$, 所以相位起伏满足

$$\Delta\phi \geq 1/\sqrt{N}, \quad (2)$$

其中, $1/\sqrt{N}$ 就是人们常用来区分经典与非经典测量的标准量子极限。

Caves最早提出基于压缩光的马赫曾德干涉仪增强相位测量的方案^[1], 如图2所示, 输入光经分束器BS₁分开后在另一分束器BS₂上干涉, BS₂的两个输出端口光强与干涉仪两臂的光程差或相位差 ϕ 有关, 表达式为^[59]

$$I_e = I_a \cos^2(\phi/2), \quad I_f = I_a \sin^2(\phi/2). \quad (3)$$

因此, 通过测量干涉仪输出端口的光强就可以判定相位差。

干涉仪输入相干场和真空场算符分别用 \hat{a} 和 \hat{b} 表示, 干涉仪内部场算符用 \hat{c} 和 \hat{d} 表示, 输出场算符用 \hat{e} 和 \hat{f} 表示, 则

$$\begin{aligned} \hat{c} &= (\hat{a} + \hat{b} e^{i\theta})/\sqrt{2}, \\ \hat{d} &= (\hat{a} - \hat{b} e^{i\theta})/\sqrt{2}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hat{e} &= (\hat{c} + \hat{d} e^{i(\phi+\Delta\phi)})/\sqrt{2}, \\ \hat{f} &= (\hat{c} - \hat{d} e^{i(\phi+\Delta\phi)})/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中, θ 和 ϕ 分别表示两个输入场在BS₁的相位差和干涉仪两臂的初始相位差, $\Delta\phi$ 为初始相位附近的待测的微小相位变化。

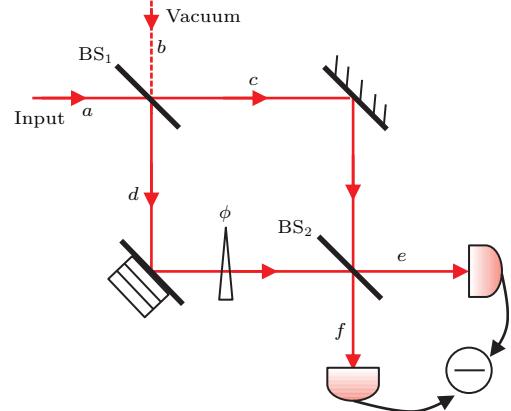


图2 马赫曾德干涉仪测量相位

Fig. 2. Phase measurement with Mach-Zehnder interferometer.

干涉仪输出的两束光的光子数差算符为

$$\begin{aligned} \hat{n}_- &= \hat{e}^\dagger \hat{e} - \hat{f}^\dagger \hat{f} \\ &= (\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b}) \Delta\phi - i(\hat{a}^\dagger \hat{b} e^{i\theta} - \hat{b}^\dagger \hat{a} e^{-i\theta}). \end{aligned} \quad (6)$$

上式中已令初始相位 $\phi = \pi/2$, $\Delta\phi \ll 1$, $\sin \Delta\phi \approx \Delta\phi$, 式中第一项代表待测相位信号, 第二项是由分束器BS₁另一输入口引入的真空噪声。因为真空场的平均光子数为零, 即 $\langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle = 0$, 则有光子数差平均值 $\langle \hat{n}_- \rangle = N \Delta\phi$ 和噪声起伏 $\langle \Delta \hat{n}_-^2 \rangle = N$, 其中 $N = |\alpha|^2$ 为输入光的平均光子数。测量的信噪比和最小可测量(信噪比为1时的待测信号, 下文类同)可表示为^[60]

$$\text{SNR} = |\alpha| \Delta\phi = \sqrt{N} \Delta\phi, \quad (7a)$$

$$\Delta\phi_{\min} = 1/\sqrt{N}. \quad (7b)$$

可以看出, 采用这种方法最小可测相位达到了标准量子极限 $1/\sqrt{N}$ 。

若用压缩真空态代替真空场, 即在图2中用压缩态填补BS₁的真空通道, 可以提高信噪比。对于压缩态, 其平均光子数不再为0, 而是 $\langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle = \sinh^2 r$, $r \geq 0$, 为压缩因子, 反映了压缩态的压缩度, $r = 0$ 对应于相干态。压缩态情况下光子数差算符的平均值 $\langle \hat{n}_- \rangle = (|\alpha|^2 - \sinh^2 r) \Delta\phi$, 相应的噪声起伏可表示为

$$\langle \Delta \hat{n}_-^2 \rangle = |\alpha|^2 \langle [\hat{X}_b(\pi/2 - \theta)]^2 \rangle + \langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle$$

$$= |\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r, \quad (8)$$

式中, $\hat{X}_b(\pi/2 - \theta) = \hat{b} e^{-i(\pi/2 - \theta)} + \hat{b}^+ e^{i(\pi/2 - \theta)}$ 表示正交压缩真空态算符, 压缩方向为 $(\pi/2 - \theta)$.

相应的, 基于压缩态的相位测量信噪比和最小可测量为

$$\text{SNR}^{\text{sqz}} = \frac{(|\alpha|^2 - \sinh^2 r) \Delta\phi}{(|\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r)^{1/2}}, \quad (9a)$$

$$\Delta\phi_{\min}^{\text{sqz}} = \frac{(|\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r)^{1/2}}{|\alpha|^2 - \sinh^2 r}. \quad (9b)$$

通常情况下, 受实验条件限制, 压缩因子有限, 相干光光子数远大于压缩态光子数, 也即 $|\alpha|^2 \gg \sinh^2 r$, 相位测量的最小可测量趋向于 $\Delta\phi \approx 1/(N^{1/2} e^r)$. 相位测量灵敏度 $(1/\Delta\phi)$ 随着压缩因子的增大而提高. 压缩因子 r 的增加导致压缩光光子数 $\sinh^2 r$ 变大, 根据 (9b) 式, 理论上当满足条件 $\sinh^2 r \approx \sqrt{N}/2$ 时, 得最优化的最小可测量 $\Delta\phi \approx N^{-3/4}$ [2, 60, 61]. 对特定的输入光这种方法也可以达到海森堡极限的测量精度 [62].

上述测量方案中 $\phi = \pi/2$, 直接测量输出端光电流差提取相位信息. 另外, 当 $\phi = 0$ 或 π , 在干涉仪暗端口可利用平衡零拍装置进行测量. 在相干光光子数远大于压缩态光子数, 也即 $|\alpha|^2 \gg \sinh^2 r$ 时, 相位测量的最小可测量也趋向于 $\Delta\phi \approx 1/(N^{1/2} e^r)$. 理论上, 压缩因子 r 非常大的理想条件下, 平衡零拍的测量方法原则上可以达到达到海森堡极限 [63, 64].

此外, 若不考虑具体测量方案, 文献 [63] 采用克拉美罗界 (Cramér-Rao bound) 给出了的优化的相位测量精度

$$\Delta\phi^{\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{1}{\sqrt{|\alpha|^2 e^{2r} + \sinh^2 r}}, \\ (0 \leq \phi \leq \pi), \quad (10)$$

其中, p 为独立测量次数. (10) 式表明, 优化的测量精度不依赖于相位 ϕ , 且当满足条件 $|\alpha|^2 \approx \sinh^2 r \approx N_t/2$ 时 (N_t 为干涉仪输入的总光子数), 测量精度 $\Delta\phi = 1/(\sqrt{p} N_t)$ 达到海森堡极限.

基于 Caves 提出的压缩光相位测量方案, Xiao [2] 和 Grangier [7] 等于 1987 年各自完成了突破标准量子极限的相位测量, 前者利用压缩光填补马赫曾德干涉仪真空通道获得 3 dB 的信噪比增强, 后者利用压缩光填补偏振干涉仪真空通道

获得 2 dB 的信噪比增强. 近年来基于压缩光的相位测量已应用于引力波测量. 2008 年, LIGO 实验室的 Goda 等通过向迈克尔逊干涉仪中注入压缩光使测量灵敏度提高了 44% [3]. 2013 年, LIGO 研究团队利用压缩光提高了马赫曾德干涉仪的测量灵敏度, 尤其在低频 (150 Hz) 处获得了 40% 的宽带灵敏度提高 [6]. 山西大学研究组也于 2012 年提出了利用普通压缩光通过调制转移在低频段实现相位测量的方案 [65]. 目前, 除了相位灵敏测量 (phase sensing), 即在一个固定相位附近的微小变化的测量, 还进一步实现了相位追踪 (phase tracking) [16, 66, 67], 即对未知相位大幅度 (如 $0-2\pi$) 随机变化进行实时跟踪测量或估计. 2012 年, 日本 Yonezawa 等通过光学参量振荡产生的相位压缩光进行相位追踪, 测量灵敏度比标准量子极限提高了 15% [66], 而后他们又用这种相位追踪技术进行了超越标准量子极限的位移跟踪 [68].

除了上文中直接注入压缩光的方案外, 基于参量放大过程的非线性干涉仪也可显著提高相位测量精度, 并在近几年得到迅速发展 [17-22]. 分别用参量放大器替代传统马赫曾德干涉仪中的两个 50/50 分束器, 对干涉仪暗端口输出光进行平衡零拍探测. 与传统马赫曾德干涉仪相比, 其输出噪声功率不变, 信号功率增大了 $2G^2$ 倍 (G 为参量放大器增益), 因此相位测量精度提高了 $\sqrt{2}G$ 倍. 若在干涉仪闲置光输入口注入压缩态, 还可进一步提高测量精度 [19, 21]. 该方案最早由 Yurke 等于 1985 年提出 [17], 2014 年华东师范大学利用四波混频过程的参量放大过程代替了传统 50/50 分束器, 完成了非线性干涉仪相位测量, 获得了 4 dB 的信噪比增强, 相位测量精度超越标准量子极限 1.6 倍 [22].

3.2 光束的横向位移和倾斜测量

位移测量是最基础的测量技术之一, 它可广泛应用于许多领域, 如原子力显微镜 [69, 70]、光学成像 [71-73]、光镊 [74-76]、生物颗粒测量 [77] 和引力波探测 [78] 中. 位移信息可以通过一定的方法反映到光束的位移和倾斜上, 因此测量光束的位移和倾斜就更加有意义. 通常采用分束探测器测量光束位移和倾斜, 这种方法通过测量光束平移后分束探测器两部分光电流差来获取信息, 其最小可测量为 $d_{\min}^{u_0, \text{SD}} = \sqrt{\pi} w_0 / 2\sqrt{2N}$ [39]. 采用 TEM₁₀ 模的平衡零拍探测, 其最小可测量为 $d_{\min}^{u_0, \text{HD}} = w_0 / 2\sqrt{N}$, 测

量效率较分束探测提高了 25% [79,80]，下面以平衡零拍探测为例，讨论如何进行突破标准量子极限的位移和倾斜测量。

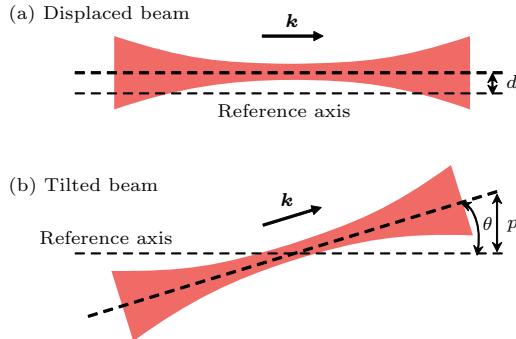


图3 光束的横向平移和角向倾斜

Fig. 3. Transverse displacement and tilt of an optical beam.

如图3所示，一束沿参考轴传播的基模高斯光束 TEM_{00} 经横向(此处为 x 方向)位移 d 和沿束腰角向倾斜 θ 后，其光场在原坐标基下将激发出 TEM_{10} 模式，此时光场的正频部分的表达式为 [80,81]

$$\hat{\varepsilon}_s^+(x) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0cT}} \left\{ (\sqrt{N} + \delta\hat{a}_0) \left[u_0(x) + \left(\frac{d}{w_0} + \frac{i\theta}{\theta_D} \right) u_1(x) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \delta\hat{a}_n u_n^\theta(x+d) \right\}, \quad (11)$$

其中， \hbar 为约化普朗克常数或狄拉克常数， ω 为光场的频率， ε_0 为真空电容率， c 为光速， T 为探测时间， $u_n(x)$ 为第 n 阶厄米高斯模的一维横向复振幅分布， N 为信号光的平均光子数， w_0 为基模高斯光束的腰斑， $\theta_D = \lambda/\pi w_0$ 是 TEM_{00} 模的发散角。

采用图4所示的平衡零拍探测装置， TEM_{10} 模做本地光，其光场算符为

$$\hat{\varepsilon}_{\text{Lo}}^+(x) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0cT}} \left[\sqrt{N_{\text{Lo}}} u_1(x) + \sum_{n=0}^{\infty} \delta\hat{a}_n^{\text{Lo}} u_n(x) \right] \times e^{i\phi^{\text{Lo}}}, \quad (12)$$

其中， N_{Lo} 为本地光的平均光子数， $\delta\hat{a}_n^{\text{Lo}}$ 为本地光的第 n 阶模式的湮没算符的起伏， ϕ^{Lo} 为本地光相对于信号光的相位。

探测器光子数差算符为

$$\hat{n}_-^{\text{BHD}} = 2\sqrt{NN_{\text{Lo}}} \left(\frac{d}{w_0} \cos\phi^{\text{Lo}} + \frac{\theta}{\theta_D} \sin\phi^{\text{Lo}} \right) + \sqrt{N_{\text{Lo}}} \delta\hat{X}_1^{\phi^{\text{Lo}}}, \quad (13)$$

其中， $\delta\hat{X}_1^{\phi^{\text{Lo}}}$ 为信号光中 TEM_{10} 模的正交起伏算符，当 $\phi^{\text{Lo}} = 0$ 时， $\delta\hat{X}_1^{\phi^{\text{Lo}}}$ 为正交振幅起伏 $\delta\hat{X}_1^+$ ， $\phi^{\text{Lo}} = \pi/2$ 时， $\delta\hat{X}_1^{\phi^{\text{Lo}}}$ 为正交位相起伏 $\delta\hat{X}_1^-$ 。

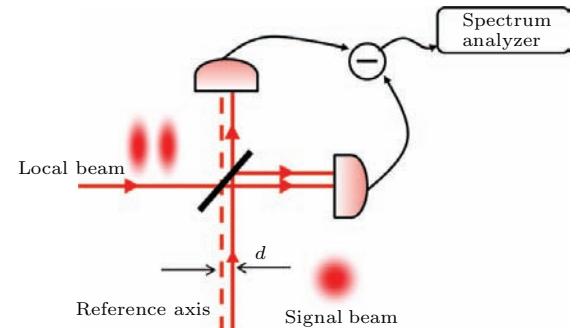


图4 平衡零拍探测装置

Fig. 4. Setup of balanced homodyne detection.

令(13)式本地光相位 $\phi^{\text{Lo}} = 0$ ，可得平移测量的信噪比和最小可测量为

$$\text{SNR}_d = 2\sqrt{Nd}/(w_0\sqrt{\delta^2\hat{X}_1^+}), \quad (14a)$$

$$d_{\min} = \frac{w_0\sqrt{\delta^2\hat{X}_1^+}}{2\sqrt{N}}. \quad (14b)$$

再令 $\phi^{\text{Lo}} = \pi/2$ ，得倾斜测量的信噪比和最小可测量为

$$\text{SNR}_\theta = 2\sqrt{N\theta}/(\theta_D\sqrt{\delta^2\hat{X}_1^-}), \quad (15a)$$

$$\theta_{\min} = \frac{\theta_D\sqrt{\delta^2\hat{X}_1^-}}{2\sqrt{N}}. \quad (15b)$$

位移噪声和倾斜噪声分别取决于信号光束的 TEM_{10} 模的正交振幅和正交位相真空噪声。如图5所示，将 TEM_{10} 模的真空压缩噪声填补到 TEM_{00} 相干光的 TEM_{10} 模真空通道，即得到一束空间压缩光，即位移压缩光或倾斜压缩光。相应量的测量精度将超越标准量子极限 [40,82–84]。例如，采用位移压缩光后，最小可测平移量为

$$d_{\min} = (w_0\sqrt{\delta^2 X_{1,\text{sqz}}^+})/2\sqrt{N},$$

其中 $\delta^2 X_{1,\text{sqz}}^+ < 1$ 为压缩的 TEM_{10} 模的正交振幅噪声。同理，采用倾斜压缩光最小可测倾斜量为

$$\theta_{\min} = \theta_D\sqrt{\delta^2 X_{1,\text{sqz}}^-}/2\sqrt{N},$$

其中 $\delta^2 X_{1,\text{sqz}}^- < 1$ 为压缩的 TEM_{10} 模的正交位相噪声。

1999年Kolobov首先将光子的时域分布特性扩展到时空域 [71]。2002年，澳大利亚国立大学和法国LKB实验室实验获得了空间压缩态光场，利用空间压缩态光场实现了信噪比超越标准量子极

限 2.4 dB 的微小位移测量^[39]。2003 年又获得水平、竖直方向同时压缩的二维空间压缩态光场, 压缩度分别为 3 dB 和 2 dB, 把水平位移最小可测量从 2.3 Å 减小到 1.6 Å^[40]。2014 年, 山西大学也利用空间压缩光实现了突破标准量子极限的位移测量, 测量信噪比较相干光提高了 2 dB, 最小可测位移量从 1.17 Å 提高到 0.99 Å^[84]。

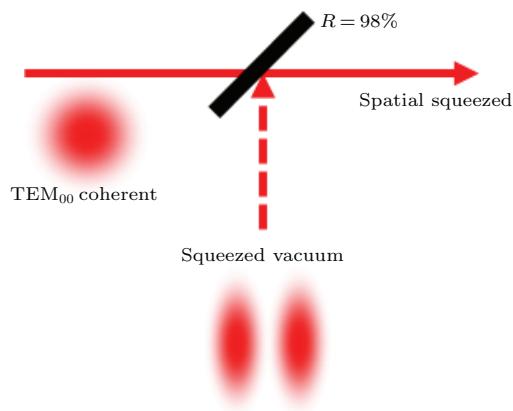


图 5 用 TEM_{10} 模压缩真空态填补基模相干光真空通道产生空间压缩光

Fig. 5. Generation of spatial squeezed light by coupling TEM_{10} vacuum squeezing into a fundamental mode coherent light beam.

进一步研究发现, 更高阶的空间模式能更有效地提取位移信息^[85], 采用 n 阶厄米高斯模做探针光, 本地光用 $(n+1)$ 和 $(n-1)$ 两阶模式的叠加模式, 即

$$u_n^{\text{Lo}}(x) = \sqrt{2/(2n+1)} \left[\sqrt{n/2} u_{n-1}(x) - \sqrt{n+1/2} u_{n+1}(x) \right], \quad (16)$$

可得位移最小可测量为

$$d_{\min}^n = w_0/2\sqrt{(2n+1)N}. \quad (17)$$

可以看出, 随着模式阶数的增加, 测量精度逐渐提高。若只用 $(n+1)$ 阶模式做本地光, 测量精度为 $w_0/2\sqrt{(n+1)N}$, 利用空间一阶和二阶模式, 实验上已经得到了证明, 最小可测量由 2 Å 改进为 1.4 Å。利用高阶空间压缩光填补相应的真空通道可以实现相应的突破标准量子极限的测量, 进一步提高测量精度。

3.3 磁场的测量

根据法拉第磁致旋光效应, 一束线偏振探针光经过旋光晶体时, 其偏振方向将在光的横截面内发生旋转, 且旋转角度 θ 与加在晶体上的磁场强度 B 成

正比(通常有 $\theta = VBL$, V 为费尔德常数, B 为磁场强度, L 为晶体长度), 因此通过测量出射光与入射光的偏振角度差, 就能反推出磁场强度。由量子力学不确定原理, 测量结果中将会不可避免的引入探针光的量子噪声, 从而使测量精度受限。为降低测量噪声, 可以利用偏振压缩光代替普通相干光作为探针, 以突破散粒噪声极限, 提高测量信噪比。

光的偏振态可以在庞加莱球上表示^[86,87], 如图 6 所示, S_0 表示光束的总光强, x 轴正向(负向)表示水平(垂直)偏振分量, 用 S_1 表示; y 轴正向(负向)表示 45° (135°) 偏振分量, 用 S_2 表示; z 轴正向(负向)表示右旋(左旋)偏振分量, 用 S_3 表示; $S = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}$ 为球的半径, 代表了线偏光的光强, S/S_0 为偏振度。根据量子力学, 偏振态都有一定的起伏, 相干态是庞加莱球面上的一个小球, 而偏振压缩态则是球面上的一个小椭球, 在椭球的某个直径上, 起伏小于相干态起伏, 而另一个(或两个)正交直径上起伏大于相干态起伏。如图 6 中所示的偏振压缩态, S_0 , S_1 和 S_2 两个参量压缩, S_3 为反压缩。

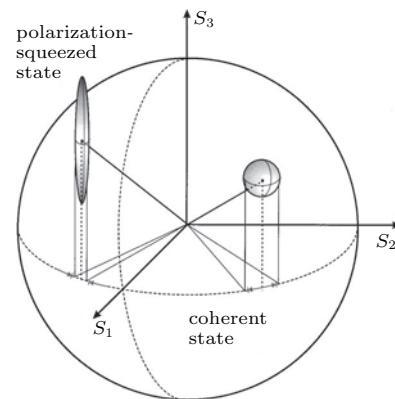


图 6 相干态和偏振压缩态在庞加莱球上的表示^[86]

Fig. 6. Representations of coherent light and polarization squeezed light on the Poincaré sphere^[86].

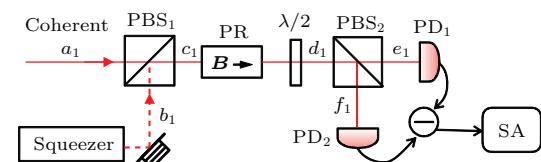


图 7 基于偏振压缩的磁场测量^[49]

Fig. 7. Magnetic field measurement based on polarization squeezing^[49]

图 7 是常见的利用偏振压缩光增强磁场测量的装置^[49], 一束水平偏振相干光与一束垂直偏振的压缩真空场在偏振分束器(PBS₁)上耦合, 然后

通过待测磁场 B 中的偏振旋光器 (PR), 再经半波片 (半波片旋转 22.5°) 和偏振分束器 (PBS_2) 后分开, 分别进入两个光电平衡探测器 (PD_1 和 PD_2), 并将相减后的信号输入到频谱仪 (SA) 进行分析.

定义输入相干场和压缩场算符分别为 \hat{a}_1 和 \hat{b}_1 , 在 PBS_1 上耦合后可得琼斯矢量为

$$M_{c1} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 e^{i\phi} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

其中, ϕ 为两束光的相对相位.

假设光束经旋光器后偏振旋转了 θ_1 , 半波片的放置角度为 $\phi_1 = 22.5^\circ$, 则旋光器和半波片的总琼斯矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} \cos(2\phi_1 - \theta_1) & \sin(2\phi_1 - \theta_1) \\ \sin(2\phi_1 - \theta_1) & -\cos(2\phi_1 - \theta_1) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

经旋光器和半波片后的琼斯矢量为 $M_{d1} = MM_{c1}$, 再经 PBS_2 后得到算符 \hat{e}_1 和 \hat{f}_1 , 并计算探测器的光子数差得

$$\begin{aligned} \hat{n}_{1-} &= (\hat{e}_1)^+ \hat{e}_1 - (\hat{f}_1)^+ \hat{f}_1 \\ &\approx 2 |\alpha_1|^2 \theta_1 + |\alpha_1| \delta \hat{X}_{b_1}^\phi. \end{aligned} \quad (20)$$

上式利用了 $\sin \theta_1 \approx \theta_1$ 和线性化关系 $\hat{a}_1 = \alpha_1 + \delta \hat{a}_1$, $\hat{b}_1 = \delta \hat{b}_1$ (假设压缩真空场的平均值 β_1 远小于相干态 α_1), 并令二阶小量为 0. $\delta \hat{X}_{b_1}^\phi = \delta \hat{b}_1 e^{i\phi} + \delta \hat{b}_1^+ e^{-i\phi}$ 为压缩场的正交算符.

可以看出, (20) 式包含了信号项和噪声项, 令 $\delta^2 \hat{X}_{b_1}^\phi = e^{-2r}$, 则信噪比为

$$\text{SNR}_1 = 2\theta_1 \sqrt{N_1} / e^{-r}. \quad (21)$$

当 $r = 0$ 即真空态时为散粒噪声基准, 当 $r > 0$ 时, 测量信噪比超越了散粒噪声基准, 且随着压缩因子 r 的增大, 测量信噪比逐渐提高.

Grangier 等最早在实验上产生偏振压缩并应用于偏振测量, 信噪比高于散粒噪声 2 dB [7]. 2010 年, Wolfgramm 等利用光学参量振荡器产生的正交压缩光与一束正交偏振的强相干光在一个偏振分束器上耦合, 获得了 3.6 dB 的偏振压缩态, 并用它测量磁场, 得到了低于散粒噪声 3.2 dB 的测量灵敏度, 测量灵敏度从 $4.6 \times 10^{-8} \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$ 提高到 $3.2 \times 10^{-8} \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$ [49]. 2012 年, Horrom 等利用基于偏振自旋效应的原子压缩器产生了 2 dB 的低频压缩 (100 Hz 到几个 mHz), 然后用如前所述的偏振分束器耦合方法得到偏振压缩态, 进行了低于散粒噪声的低频磁场测量, 磁场测量灵敏度达

$1 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ [50]. 2014 年, Otterstrom 等在原子气室中通过四波混频获得了 4.7 dB 的噪声压缩, 实现了紧凑的超越散粒噪声极限的磁场测量, 磁场测量灵敏度从 $33.2 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ 提高到 $19.3 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ [51].

3.4 时钟同步

时钟同步是通过时间延时测量来实现的, 采用 GPS 卫星定位系统, 发射者和接收者同时与同一颗卫星比对时间, 利用他们与卫星的距离得出时间延时, 就可与标准时钟同步. 然而由于传输距离起伏导致的时间起伏, 大大限制了时钟同步的精度, 且由于需要长时间的平均, 因而不能获得实时的时间比对 [88]. 基于光学频率梳的时钟同步由于精度高、稳定性好等优点受到人们越来越多的关注 [88–92]. 2008 年, Lamine 等理论上提出了通过产生多模压缩光进一步提高时间测量精度 [93] 的方案.

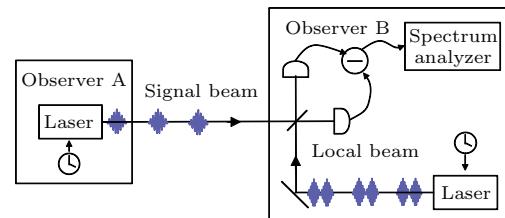


图 8 时间传递与同步装置 [93]

Fig. 8. Setup of time transmission and synchronization [93].

如图 8 所示, 与 A 地时钟同步的超短脉冲激光器发出的信号脉冲光传输到 B 地, B 地观察者采用与 B 地时钟同步的本地脉冲光束作为本地光对信号脉冲进行平衡零拍探测以获得时间信息. 值得注意的是, 本地脉冲所采用的模式与信号脉冲不同, 因此区别于普通的平衡零拍的结果, 此处的输出为时域的脉冲移动信号. 其原理与前面 3.2 节平移测量类似, 对一束时域的基模信号脉冲, 其电场正频表达式为

$$\hat{E}_{(0)}^{(+)}(u) = \varepsilon \sum_n \hat{a}_n v_n(u),$$

其中,

$$\varepsilon = i \sqrt{\hbar \omega_0 / (2 \varepsilon_0 c T)}$$

为常数,

$$v_n(u) = g_n(u) e^{-i \omega_0 u}$$

为时域的正交归一函数, 对于基模, 其电场平均值为

$$\langle \hat{E}_{(0)}^{(+)}(u) \rangle = \varepsilon \sqrt{N} e^{i \theta} v_0(u),$$

N 为平均光子数, θ 为总相位, 基模场的平均强度不为0, 其他场只有真空起伏.

信号脉冲的任何时间起伏 Δu , 例如A和B之间距离的起伏, 都会造成B处测量的变化, 即 $v_0(u)$ 变成 $v_0(u - \Delta u)$, 当 Δu 非常小时, 此式可以泰勒展开成下式:

$$\begin{aligned} v_0(u - \Delta u) &\approx v_0(u) - \Delta u \frac{dv_0(u)}{du} \Big|_{u=0} \\ &= v_0(u) + \frac{\Delta u}{u_0} w_1(u), \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $u_0 = \sqrt{\omega_0^2 + \Delta\omega^2}$ 是为保证新模式 $w_1(u)$ 归一化引入的常数, ω_0 为中心频率, $\Delta\omega$ 为频带宽度. 公式第二项包含有信号 Δu , 因此称新模式为信号模式, 其表达式为

$$\begin{aligned} w_1(u) &= (i\alpha v_0(u) + v_1(u)) / \sqrt{\alpha^2 + 1}, \\ \alpha &= \omega_0 / \Delta\omega, \end{aligned}$$

图8所示的信号光模式即为 $w_1(u)$, 由平衡零拍测量输出电流平均值和电流起伏分别为

$$\begin{aligned} I^{\text{BHD}} &= 2|\varepsilon|^2 \sqrt{NN_{\text{LO}}} \left[\frac{\Delta u}{u_0} \cos(\theta - \theta_{\text{LO}}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \sin(\theta - \theta_{\text{LO}}) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\sigma_{I^{\text{BHD}}}^2 \equiv \frac{|\varepsilon|^4 N_{\text{LO}}}{\alpha^2 + 1} (\alpha^2 \sigma_{Y_0}^2 + \sigma_{X_1}^2), \quad (24)$$

其中, $\sigma_{Y_0}^2$ 和 $\sigma_{X_1}^2$ 分别表示信号光 $v_0(u)$ 模式的正交位相起伏和 $v_1(u)$ 模式的正交振幅起伏. 令信噪比等于1且信号模式为相干光($\sigma_{Y_0}^2 = 1, \sigma_{X_1}^2 = 1$), 可得信号起伏的标准量子极限

$$\Delta u_{\text{SQL}} = \frac{1}{2\sqrt{N}\sqrt{\omega_0^2 + \Delta\omega^2}}. \quad (25)$$

可以看出, 标准量子极限除了与信号光平均光子数有关外, 还与信号光的中心频率和频带宽度有关.

由平衡零拍的起伏表达式可知, 若压缩信号场中时域基模的正交位相和一阶模式的正交振幅均为压缩光且压缩度相等, 即 $\sigma_{Y_0}^2 = \sigma_{X_1}^2 = e^{-2r}$, 测量信号的起伏变成

$$\Delta u_{\text{SQZ}} = e^{-r} / (2\sqrt{N}\sqrt{\omega_0^2 + \Delta\omega^2}) < \Delta u_{\text{SQL}},$$

从而测量噪声降低, 测量的精度提高.

Pinel等于2012年通过同步抽运光学参量振荡器, 在实验上产生超短脉冲压缩光, 在1.5 MHz处获得了1.2 dB的飞秒脉冲正交振幅压缩^[45]. 2013年山西大学也利用同步抽运的参量振荡器得到了

2.5 dB的飞秒脉冲正交位相压缩^[52], 超短脉冲的压缩下一步可望用于时钟同步及其测量, 目前还未见到这方面实验结果的报导.

4 结论与展望

作为一种重要的非经典光场, 压缩光因具有“噪声压缩”特性而与精密测量紧密相关, 压缩光从最初用于突破标准量子极限的相位精密测量, 现已扩展到位移测量、磁场测量、时间测量、生物测量以及引力波测量等诸多领域. 随着科学技术的发展, 高精度的精密测量越来越重要, 利用压缩光进行突破标准量子极限的精密测量必将会更有更广阔的应用前景. 从目前发展来看, 特别是高质量压缩光产生和新型压缩光源研制的突破将会进一步推动量子精密测量的迅速发展.

在一定范围内, 其压缩度越高, 测量精度越高. 因此, 自1985年压缩光产生以来, 人们一直在寻求提高压缩度的方法和技术, 目前产生最高压缩12.7 dB, 高质量压缩光的产生将是一个非常重要的研究内容. 同时, 压缩光是一种量子场, 其压缩度随损耗增加线性衰减. 所以, 减少测量过程的损耗、提高测量效率包括光电二极管探测效率等也非常重要的. 另一方面, 新型压缩光源的研制必将拓展压缩光的应用领域. 目前, 随着多模压缩的产生, 包括多横模(厄米高斯模和拉盖尔高斯模等)和多纵横模(锁模脉冲光)压缩光, 相应的应用研究也迅速发展. 除位移测量、时间测量等以外, 例如, 随着高维纠缠、高阶拉盖尔压缩光的研究进展, 也已开展了利用其进行转角测量、引力波测量等的研究. 此外, 对低频信号的测量以及低频(测量边频)压缩也是未来发展的一个趋势. 例如在生物测量^[77]、引力波测量等^[94]领域, 待测物体的运动频率或待测信号频率很低, 这就要求在低频范围实现精密测量. 光机械压缩、原子自旋压缩、光的轨道角动量压缩等各种类型的压缩也在量子精密测量中发挥着越来越重要的作用.

参考文献

- [1] Caves C 1981 *Phys. Rev. D* **23** 1693
- [2] Xiao M, Wu L A, Kimble H 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 278

- [3] Goda K, Miyakawa O, Mikhailov E E, Saraf S, Adhikari R, McKenzie K, Ward R, Vass S, Weinstein A J, Mavalvala N 2008 *Nat. Phys.* **4** 472
- [4] The LIGO Scientific Collaboration 2011 *Nat. Phys.* **7** 962
- [5] Dwyer S, Barsotti L, Chua S S Y, Evans M, Factourovich M, Gustafson D, Isogai T, Kawabe K, Khalaidovski A, Lam P K, Landry M, Mavalvala N, McClelland D E, Meadors G D, Schnabel R, Schofield R M S, Stefszky M, Vorwick C, Sigg D 2013 *Opt. Express* **21** 19047
- [6] The LIGO Scientific Collaboration 2013 *Nat. Photonics* **7** 613
- [7] Grangier P, Slusher R, Yurke B, LaPorta A 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 2153
- [8] Boto A, Kok P, Abrams D, Braunstein S, Williams C, Dowling J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2733
- [9] Rarity J, Tapster P, Jakeman E, Larchuk T, Campos R, Teich M, Saleh B 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 1348
- [10] Kuzmich A, Mandel L 1999 *Quantum Semiclassical Opt. J. Eur. Opt. Soc. Part B* **10** 493
- [11] Nagata T, Okamoto R, O'brien J L, Sasaki K, Takeuchi S 2007 *Science* **316** 726
- [12] Ou Z Y 1997 *Phys. Rev. A* **55** 2598
- [13] D'Ariano G, Sacchi M 1995 *Phys. Rev. A* **52** R4309
- [14] Steuernagel O, Scheel S 2004 *J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt.* **6** S66
- [15] Holland M, Burnett K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 1355
- [16] Higgins B L, Berry D W, Bartlett S D, Wiseman H M, Pryde G J 2007 *Nature* **450** 393
- [17] Yurke B, McCall S, Klauder J 1986 *Phys. Rev. A* **33** 4033
- [18] Jing J, Liu C, Zhou Z, Ou Z Y, Zhang W 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 011110
- [19] Ou Z Y 2012 *Phys. Rev. A* **85** 023815
- [20] Kong J, Ou Z Y, Zhang W 2013 *Phys. Rev. A* **87** 023825
- [21] Li D, Yuan C H, Ou Z Y, Zhang W 2014 *New J. Phys.* **16** 073020
- [22] Hudelist F, Kong J, Liu C, Jing J, Ou Z Y, Zhang W 2014 *Nat. Commun.* **5** 3049
- [23] Beltrán J, Luis A 2005 *Phys. Rev. A* **72** 045801
- [24] Luis A 2004 *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.* **329** 8
- [25] Boixo S, Flammia S T, Caves C M, Geremia J M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 090401
- [26] Napolitano M, Koschorreck M, Dubost B, Behbood N, Sewell R J, Mitchell M W 2011 *Nature* **471** 486
- [27] Yuan C H, Zhang K Y, Zhang W P 2014 *Sci. Sin. Informationis* **44** 345 (in Chinese) [袁春华, 张可烨, 张卫平 2014 中国科学: 信息科学 **44** 345]
- [28] Zwierz M, Pérez-Delgado C A, Kok P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 180402
- [29] Zwierz M, Pérez-Delgado C A, Kok P 2012 *Phys. Rev. A* **85** 042112
- [30] Kimble H, Dagenais M, Mandel L 1977 *Phys. Rev. Lett.* **39** 691
- [31] Zou H, Zhai S, Guo J, Yang R, Gao J 2006 *Opt. Lett.* **31** 1735
- [32] Slusher R, Hollberg L, Yurke B, Mertz J, Valley J 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 2409
- [33] Wu L-A, Kimble H, Hall J, Wu H 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 2520
- [34] Gao J, Cui F, Xue C, Xie C, Kunchi P 1998 *Opt. Lett.* **23** 870
- [35] Vahlbruch H, Mehmet M, Chelkowski S, Hage B, Franzen A, Lastzka N, Goßler S, Danzmann K, Schnabel R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 033602
- [36] Mehmet M, Vahlbruch H, Lastzka N, Danzmann K, Schnabel R 2010 *Phys. Rev. A* **81** 013814
- [37] Eberle T, Steinlechner S, Bauchrowitz J, Händchen V, Vahlbruch H, Mehmet M, Müller-Ebhardt H, Schnabel R 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 251102
- [38] Lassen M, Delaubert V, Harb C C, Lam P K, Treps N, Bachor H-A 2006 *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Publ.* **1** 6003
- [39] Treps N, Andersen U, Buchler B, Lam P, Maître A, Bachor H A, Fabre C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 203601
- [40] Treps N, Grosse N, Bowen W P, Fabre C, Bachor H-A, Lam P K 2003 *Science* **301** 940
- [41] Lassen M, Leuchs G, Andersen U 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 163602
- [42] Janousek J, Wagner K, Morizur J, Treps N, Lam P K, Harb C C, Bachor H 2009 *Nat. Photonics* **3** 399
- [43] Chalopin B, Scazza F, Fabre C, Treps N 2010 *Phys. Rev. A* **81** 061804
- [44] Chalopin B, Scazza F, Fabre C, Treps N 2011 *Opt. Express* **19** 4405
- [45] Pinel O, Jian P, de Araújo R, Feng J, Chalopin B, Fabre C, Treps N 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 083601
- [46] Roslund J, de Araújo R M, Jiang S, Fabre C, Treps N 2013 *Nat. Photonics* **8** 109
- [47] Liu K, Cui S Z, Yang R G, Zhang J X, Gao J R 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 060304
- [48] Liu K, Guo J, Cai C, Guo S, Gao J 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 170501
- [49] Wolfgramm F, Cerè A, Beduini F A, Predojević A, Koschorreck M, Mitchell M W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 053601
- [50] Horrom T, Singh R, Dowling J P, Mikhailov E E 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023803
- [51] Otterstrom N, Pooser R C, Lawrie B J 2014 *Opt. Lett.* **39** 6533
- [52] Liu H Y, Chen L, Liu L, Ming Y, Liu K, Zhang J X, Gao J R 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164206 (in Chinese) [刘洪雨, 陈立, 刘灵, 明莹, 刘奎, 张俊香, 鄢江瑞 2013 物理学报 **62** 164206]
- [53] Fox A, Baumberg J, Dabbiaco M, Huttner B, Ryan J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1728
- [54] Karr J P, Bass A, Houdré R, Giacobino E 2004 *Phys. Rev. A* **69** 031802
- [55] Boulier T, Bamba M, Amo A, Adrados C, Lemaitre A, Galopin E, Sagnes I, Bloch J, Ciuti C, Giacobino E, Bramati A 2014 *Nat. Commun.* **5** 3260
- [56] Safavi-Naeini A H, Gröblacher S, Hill J T, Chan J, Aspelmeyer M, Painter O 2013 *Nature* **500** 185
- [57] Purdy T P, Yu P L, Peterson R W, Kampel N S, Regal C A 2013 *Phys. Rev. X* **3** 031012

- [58] Dirac P A M 1927 *Proc. R. Soc. A: Math. Phys. Eng. Sci.* **114** 243
- [59] Bachor H A, Ralph T C 2004 *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (2nd Ed.) (Berlin: Wiley-VCH.) p113
- [60] Barnett S M, Fabre C, Maître A 2003 *Eur. Phys. J. D* **22** 513
- [61] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) p130
- [62] Lang M D, Caves C M 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 173601
- [63] Bondurant R S, Shapiro J H 1984 *Phys. Rev. D* **30** 2548
- [64] Pezzé L, Smerzi A 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 073601
- [65] Zhai Z, Gao J 2012 *Opt. Express* **20** 18173
- [66] Yonezawa H, Nakane D, Wheatley T A, Iwasawa K, Takeda S, Arao H, Ohki K, Tsumura K, Berry D W, Ralph T C, Wiseman H M, Huntington E H, Furusawa A 2012 *Science* **337** 1514
- [67] Xiang G Y, Higgins B L, Berry D W, Wiseman H M, Pryde G J 2010 *Nat. Photonics* **5** 43
- [68] Iwasawa K, Makino K, Yonezawa H, Tsang M, Davidovic A, Huntington E, Furusawa A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 163602
- [69] Meyer G, Amer N M 1988 *Appl. Phys. Lett.* **53** 1045
- [70] Putman C A J, De Groot B G, Van Hulst N F, Greve J 1992 *J. Appl. Phys.* **72** 6
- [71] Kolobov M 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 1539
- [72] Delaubert V, Treps N, Fabre C, Bachor H A, Réfrégier P 2008 *EPL* **81** 44001
- [73] Lugiato L, Gatti A, Brambilla E 2002 *J. Opt. B Quantum Semiclass. Opt* **4** S176
- [74] Simmons R M, Finer J T, Chu S, Spudich J A 1996 *Biophys. J.* **70** 1813
- [75] Gittes F, Schmidt C F 1998 *Opt. Lett.* **23** 7
- [76] Grier D G 2003 *Nature* **424** 810
- [77] Taylor M A, Janousek J, Daria V, Knittel J, Hage B, Bachor H, Bowen W P 2013 *Nat. Photonics* **7** 229
- [78] Willke B 2005 in *Proceedings of the IEEE Quantum Electronics, Laser Science Conference (QELS '05)* Maryland, USA 22–27 May, 2005 pp773–775
- [79] Hsu M T L, Delaubert V, Lam P K, Bowen W P 2004 *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **6** 495
- [80] Delaubert V, Treps N, Lassen M, Harb C C, Fabre C, Lam P K, Bachor H A 2006 *Phys. Rev. A* **74** 53823
- [81] Li R, Zhai Z H, Zhao S J, Gao J R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7724 (in Chinese) [李睿, 翟泽辉, 赵殊瑾, 鄱江瑞 2010 物理学报 **59** 7724]
- [82] Bowen W P, Treps N, Schnabel R, Lam P K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 253601
- [83] Delaubert V, Treps N, Harb C C, Lam P K, Bachor H A 2006 *Opt. Lett.* **31** 1537
- [84] Sun H X, Liu Z L, Liu K, Yang R G, Zhang J X, Gao J R 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 084202
- [85] Sun H, Liu K, Liu Z, Guo P, Zhang J, Gao J 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 121908
- [86] Korolkova N, Leuchs G, Loudon R, Ralph T C, Silberhorn C 2002 *Phys. Rev. A* **65** 052306
- [87] Bowen W P, Schnabel R, Bachor H A, Lam P K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 093601
- [88] Foreman S M 2007 *Ph. D. Dissertation* (Colorado: University of Colorado)
- [89] Ma L, Bi Z, Bartels A, Robertsson L, Zucco M, Windeler R S, Wilpers G, Oates C, Hollberg L, Diddams S A 2004 *Science* **303** 1843
- [90] Udem T, Riehle F 2007 *Riv. del Nuovo Cim.* **30** 563
- [91] Margolis H S 2010 *Contemp. Phys.* **51** 37
- [92] Chen L, Sun H X, Liu H Y, Liu K, Gao J R 2013 *Acta Sin. Quantum Opt.* **19** 6 (in Chinese) [陈立, 孙恒信, 刘洪雨, 刘奎, 鄱江瑞 2013 量子光学学报 **19** 6]
- [93] Lamine B, Fabre C, Treps N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 123601
- [94] Goda K, Mikhailov E E, Miyakawa O, Saraf S, Vass S, Weinstein A, Mavalvala N 2008 *Opt. Lett.* **33** 92

REVIEW

Quantum precision measurement based on squeezed light*

Sun Heng-Xin Liu Kui Zhang Jun-Xiang Gao Jiang-Rui[†]

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 2 June 2015; revised manuscript received 10 October 2015)

Abstract

According to the Heisenberg uncertainty principle, the precision of any physical quantity measurement is limited by quantum fluctuation in general, which leads to the so-called standard quantum limit (SQL). The SQL can be beaten by using squeezed light, hence enhancing the measurement accuracy. Squeezed light is a typical nonclassical light, it exhibits reduced noise in one quadrature component. Since Caves proposed the scheme of phase measurement enhancement with squeezing, squeezed light has been used to enhance measurement precision in many areas. This review focuses on the following four kinds of precision measurements based on squeezed light: the measurements of relative phase, small lateral displacement and tilt, magnetic field, and clock synchronization. For all of these measurements, vacuum squeezing has been used to enhance measurement precision, while the types of squeezing (squeezing angle, transverse mode, polarization etc.) are different. For phase measurement, quadrature squeezing is injected into the conventionally unused input port of Mach-Zehnder interferometer (MZI) or Michelson interferometer (MI). For displacement or tilt measurement, a vacuum squeezing beam of a special transverse mode is coupled into an intense coherent beam, yielding a spatial-squeezed light whose transverse position or tilt angle noise is lower than that of a classical light beam. Based on the Faraday effect of polarization rotation, the magnetic field can be detected precisely. The precision can be increased further by using the polarization squeezing. The polarization squeezing can be generated by coupling two orthogonal polarized beams together, a coherent beam and a vacuum squeezed beam. Various polarization squeezing can be illustrated on the Poincaré sphere. Finally, in the clock synchronization based on the optical frequency comb, squeezed light can be used to enhance the time measurement precision. A theoretical scheme with multimode squeezing of supermode (a kind of mode describing the frequency mode of a pulse laser beam) is introduced. The squeezing has extensively been applied into the quantum precision measurements such as gravitational wave detection as well as biological measurement and will play a more important role in the near future.

Keywords: quantum precision measurement, squeezed light, beyond standard quantum limit

PACS: 42.50.-p, 06.20.-f, 03.65.Ta, 42.50.Dv

DOI: [10.7498/aps.64.234210](https://doi.org/10.7498/aps.64.234210)

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2010CB923102) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61121064, 11274212, 61405108).

† Corresponding author. E-mail: jrgao@sxu.edu.cn