

基于时空变换恒定磁化的起始磁化曲线推算方法

邓东阁 武新军

A calculation method for initial magnetization curve under constant magnetization based on time-space transformation

Deng Dong-Ge Wu Xin-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 237503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.237503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.237503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I23>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

GdCo 共掺杂对 BiFeO₃ 陶瓷电输运和铁磁特性的影响

Effects of Gd and Co doping on the electrical and ferromagnetism properties of BiFeO₃ ceramics

物理学报.2012, 61(17): 177501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.177501>

基于截断区域特征函数展开法的金属管材电涡流检测线圈阻抗解析模型

Analytical modeling of coil impedance based on truncated region eigenfunction expansion method in eddy current tube inspection

物理学报.2012, 61(8): 088105 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.088105>

压应力对 Fe_{0.81} Ga_{0.19} 单晶磁化和磁致伸缩的影响

Effect of compressive stress on the magnetization and magnetostriction of Fe_{0.81} Ga_{0.19} alloy

物理学报.2011, 60(6): 067503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.067503>

基于时空变换恒定磁化的起始磁化曲线推算方法*

邓东阁 武新军†

(华中科技大学机械科学与工程学院, 武汉 430074)

(2015年7月1日收到; 2015年8月20日收到修改稿)

起始磁化曲线作为铁磁材料磁学特性的重要表征, 研究其获取方法具有重要意义. 现有方法采用随时间变化磁场作为激励磁场, 通过改变激励磁场大小, 逐步改变试件内的磁场及磁感应强度并进行测量以得到起始磁化曲线, 效率较低, 准备繁琐. 为此, 本文从基本的磁学物理定理出发, 提出一种基于时空变换的起始磁化曲线推算方法. 该方法以细长棒状试件或环形试件作为被测试件; 采用恒定磁化在被测试件内产生空间变化磁场作为激励磁场; 通过测量试件表面的磁场值来推算试件内磁场值, 从而获取铁磁材料起始磁化曲线. 直流通圈恒定磁化环形和棒状试件仿真实验验证了该方法的理论正确性. 进一步地, 考虑实际应用限制因素的推算结果表明了该方法在实际应用中是可行的, 可为探索新的起始磁化曲线测量方法提供理论指导.

关键词: 时空变换, 恒定磁化, 起始磁化曲线

PACS: 75.60.Ej, 81.70.Ex

DOI: 10.7498/aps.64.237503

1 引言

钢铁材料规格繁多, 性能用途各异, 其中包括电工用钢和结构钢^[1]. 电工用钢, 如电磁纯铁和硅钢等, 主要用于电机、变压器等各类电力部件的制造; 而结构钢, 如碳钢、合金钢等, 则大量用于管道、铁路、桥梁等基础设施的建设. 电工用钢和结构钢大多属于铁磁材料; 作为铁磁材料磁学特性的重要表征, 起始磁化曲线既可用于各类电力部件的优化设计^[2], 也可用于铁磁性试件应力状态的评估^[3-6], 还可用于指导漏磁检测^[7]、电磁超声检测传感器^[8]的研制等. 因此, 研究铁磁材料起始磁化曲线获取方法具有重要意义.

铁磁材料起始磁化曲线的测量包括在被测试件上施加一方向不变、数值单调增大的激励磁场, 并同时测量试件对此激励磁场的响应两方面内容^[9]. 国际电工技术委员会标准 IEC 60404-4 描述了两种测量起始磁化曲线的方法. 一种以环形试件作为被测试件, 激励线圈均匀紧密地缠绕在整个试

件上, 在试件内产生随时间变化激励磁场; 此时环形试件中不存在退磁场, 可基于安培环路定理计算得到试件内的激励磁场强度; 而相应的磁感应强度则需通过一缠绕在试件上的检测线圈测得^[10]. 另一种方法以棒状试件作为被测试件, 试件与专用的磁轭装置构成测量磁路, 缠绕在试件或者磁轭上的激励线圈产生时间变化激励磁场; 由于试件尺寸有限, 其两端出现的自由磁极会在试件内部产生退磁场^[11], 试件内的激励磁场等于外加磁场和退磁场矢量相加, 难以精确计算得到, 需由布置在试件表面的 H 线圈或者霍尔元件等磁敏感元件测量得到. 为提高退磁场存在下试件内磁场强度测量的准确性, 相关学者推荐由距试件表面不同距离处的磁场强度测量值来外推试件中的磁场强度^[12,13], 还有学者采用仿真和实际测量相结合的方法来测量退磁场存在下试件中的激励磁场强度^[14]. 而感生的磁感应强度同样通过一缠绕在试件上的检测线圈测得. 此外, 相关学者还在实验室中研制了不同于现有标准的磁化曲线测量装置, 该装置无需采用 IEC 60404-4 标准试件作为被测试件, 试件的制备

* 国家自然科学基金 (批准号: 51477059) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xinjunwu@mail.hust.edu.cn

更为灵活、便捷, 获取的磁化曲线也较为准确^[15]. 然而上述方法均采用随时间变化磁场作为激励磁场, 测量时, 需不断改变激励电流大小以获得变化磁场, 效率较低; 此外, 由于检测线圈一般需绕制在被测试件上, 测量前的准备工作较为繁琐.

现有起始磁化曲线测量方法存在上述不便的根本原因是采用时间变化磁场作为激励磁场. 值得注意的是, 空间变化磁场可代替时间变化磁场, 产生等同的磁化效果^[16]. 基于此, 本文提出了一种基于时空变换的起始磁化曲线推算方法. 该方法以细长棒状试件或环形试件作为被测试件, 采用恒定磁化在试件中产生一空间变化磁场作为激励磁场, 测量试件对此空间变化磁场的响应, 进而获取铁磁材料起始磁化曲线. 本文首先介绍时空变换恒定磁化下起始磁化曲线的推算原理, 阐明该方法的特点; 接着分别以细长棒状试件及环形试件作为被测试件, 对起始磁化曲线推算过程及结果进行深入剖析; 然后从实际测量角度出发, 对该方法的可行性进行分析和讨论.

2 时空变换恒定磁化下起始磁化曲线推算原理

图 1 为时空变换恒定磁化下推算铁磁材料起始磁化曲线的原理框图, 其基本思想在于类比时间变化磁场方法, 采用空间变化磁场方法推算起始磁化曲线, 将时间域的磁场测量转换为空间域的磁场测量. 如图 1 所示, 现有时间变化磁场测量方法首先施加一时间变化激励磁场 $H_t = f_t(T)$ 于标准棒状试件或环形试件上; 然后分别根据介质表面磁场强度切向分量连续性采用直接测量的方式或安培环路定理采用计算的方式, 得到试件内的激励磁场强度; 接着用缠绕在试件固定位置的检测线圈测量相应的磁感应强度 $B_t = g_t(T)$; 进一步地, 结合时间 T 关于 H_t 的函数 $T = f_t^{-1}(H_t)$, 得到试件测量点处 B_t 关于 H_t 的函数 $B_t = g_t(f_t^{-1}(H_t))$; 最后测量出相应的起始磁化曲线.

而空间变化磁场方法则施加一空间变化激励磁场 $H_s = f_s(L)$ 于细长棒状试件或相应的环形试件上; 根据介质表面磁场强度切向分量连续性, 采用表面直接测量方式得到试件不同位置的磁场强度; 另一方面, 在此激励磁场作用下, 试件

内的磁感应强度 B_s 也是一随试件空间位置变化的函数 $B_s = g_s(L)$, 此处基于磁场高斯定理, 利用垂直试件表面磁感应强度获取试件内不同位置的磁感应强度 B_s ; 进一步地, 结合试件不同位置 L 关于 H_s 的函数 $L = f_s^{-1}(H_s)$, 即可得到试件不同位置磁感应强度 B_s 关于磁场强度 H_s 的函数 $B_s = g_s(f_s^{-1}(H_s))$; 从而可推算出起始磁化曲线. 下面根据上述原理, 结合具体被测试件, 阐述该起始磁化曲线推算方法.

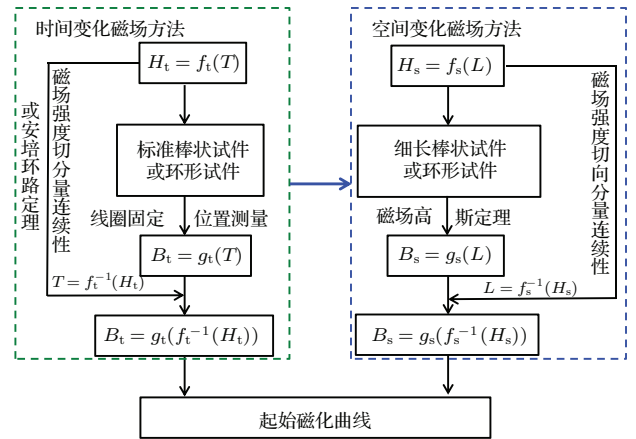


图 1 (网刊彩色) 时空变换恒定磁化下起始磁化曲线推算原理框图

Fig. 1. (color online) The principle of calculating initial magnetization curve under a constant magnetic field based on Time-Space Transformation.

3 基于棒状试件的起始磁化曲线推算

图 2 为恒定磁化下基于棒状试件的起始磁化曲线推算详细步骤. 首先采用恒定磁化器施加一沿轴向变化激励磁场 $H_s = f_s(L)$ 于被测试件上, 获取距离磁化器不同轴向位置 L 处试件表面空气中的法向磁感应强度 B_a^r 和轴向磁场强度 H_a^z , 其中, $H_s \in [H_{\min}, H_{\max}]$. 然后, 基于磁场高斯定理和磁场强度切向分量连续性定理, 通过试件表面法向磁感应强度序列 (B_a^r, L) 和轴向磁场强度序列 (H_a^z, L) 推算出试件在 $[H_{\min}, H_{\max}]$ 范围磁场作用下的起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{\min} \leq H_s \leq H_{\max})}$. 接着, 基于磁化瑞利区经验公式和趋近饱和定律推算出试件在外加磁场强度处于 $[0, H_{sa}]$ 范围内的起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(0 \leq H_s \leq H_{sa})}$, 其中 H_{sa} 为饱和磁化试件所需的外加磁场强度. 最后, 在 $[0, H_{sa}]$ 区间上对微分磁导率 $\mu'_{in}(H)$ 做关于 H 的积分即可获取起始磁化曲线. 下面详细介绍具体的推算流程.

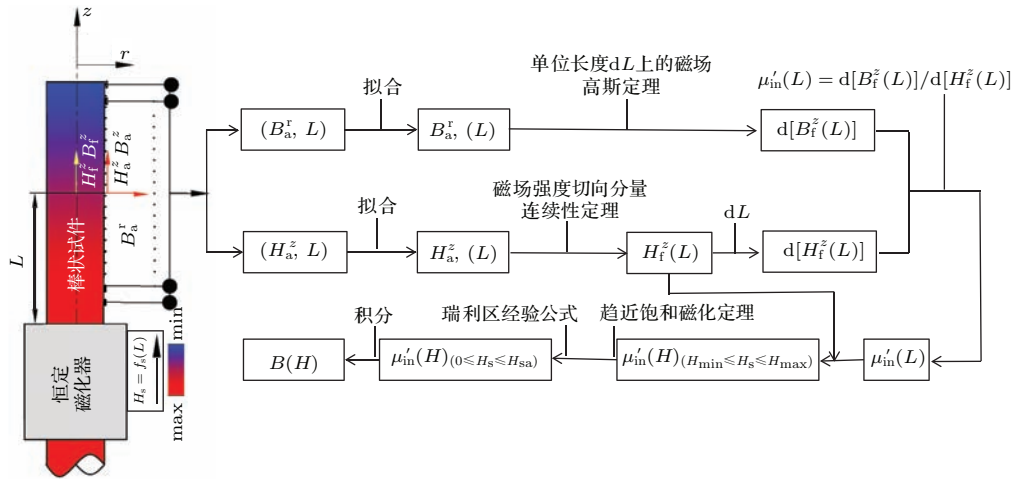


图2 (网刊彩色) 恒定磁化下基于棒状试件的起始磁化曲线推算详细步骤

Fig. 2. (color online) The specified steps of calculating initial magnetization curve using an elongated cylindrical specimen under a constant magnetic field.

3.1 推算流程

3.1.1 计算激励磁场范围内起始微分磁导率

$$\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$$

如图2所示, 计算 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$ 的关键, 在于获取试件单位长度 dL 上轴向磁感应强度微分值 $d[B_f^z(L)]$ 以及轴向磁场强度微分值 $d[H_f^z(L)]$, 其分别对应时间变化磁场方法中单位时间试件上磁感应强度和磁场强度的微分值.

1) 计算试件单位长度 dL 上轴向磁感应强度微分值 $d[B_f^z(L)]$

(1) 如图2所示, 由试件表面法向磁感应强度序列 (B_a^r, L) 拟合得到法向磁感应强度函数 $B_a^r(L)$.

(2) 利用法向磁感应强度函数 $B_a^r(L)$, 根据如图3所示的磁场高斯定理, 得到被测试件轴向磁感应强度 B_f^z 在单位长度 dL 上的微分值 $d[B_f^z(L)]$, 方法如下.

如图3所示, 被测试件单位长度 dL 上有一蓝色标记的封闭曲面, 该曲面由横截面 S_1 、横截面 S_2 和圆柱面 C_2 组成; 在圆柱面 C_2 上提取轴向和法向磁感应强度以推算起始磁化曲线. 记由横截面 S_1 处的被测试件进入该封闭曲面的磁通量为 Φ_{f1} , 由横截面 S_2 处的被测试件穿出该封闭曲面的磁通量为 Φ_{f2} , 由圆柱面 C_2 穿出该封闭曲面的磁通量为 Φ_{c2} . 根据磁场高斯定理, 穿过闭合曲面的总磁通量为零, 即进入闭合曲面的磁通量等于穿出闭合曲面

的磁通量, 可得出如下方程:

$$\Phi_{f1} - \Phi_{f2} - \Phi_{c2} = 0. \quad (1)$$

为计算磁通量 Φ_{f1} , Φ_{f2} 和 Φ_{c2} , 假设施加在被测棒状试件上的恒定磁场满足下面两个条件

- ① 试件表面的法向磁感应强度 B_a^r 沿圆柱面 C_2 周向均匀分布;
- ② 试件的轴向磁感应强度 B_f^z 在试件横截面内均匀分布.

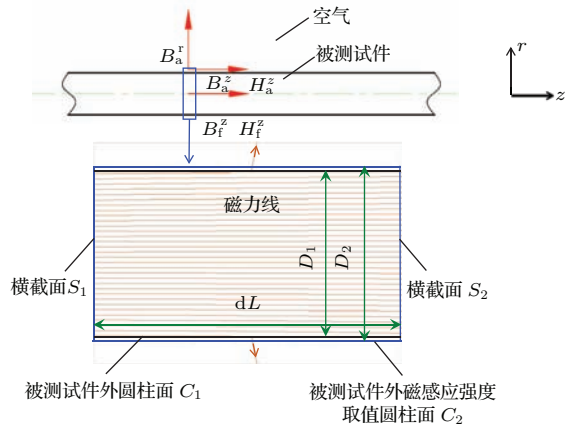


图3 (网刊彩色) 恒定磁场作用下被测试件单位长度 dL 上的磁场高斯定理

Fig. 3. (color online) Gauss' law for magnetism at the unit length dL of the specimen under a constant magnetic field.

此时, 磁通量 Φ_{f1} , Φ_{f2} 和 Φ_{c2} 可由(2)–(4)式计算得到

$$\Phi_{f1} = \frac{\pi D_1^2}{4} B_{f1}^z, \quad (2)$$

$$\Phi_{f2} = \frac{\pi D_1^2}{4} B_{f2}^z, \quad (3)$$

$$\Phi_{c2} = B_a^r(L) \pi D_2 dL, \quad (4)$$

其中, B_{f1}^z 和 B_{f2}^z 分别代表横截面 S_1 和 S_2 处被测试件中的轴向磁感应强度.

将 (2)—(4) 式代入 (1) 式, 推算出被测试件轴向磁感应强度微分值 $d[B_f^z(L)]$ 为

$$\begin{aligned} d[B_f^z(L)] &= B_f^z(L + dL) - B_f^z(L) \\ &= B_{f1}^z - B_{f2}^z = \frac{4B_a^r(L)D_2 dL}{D_1^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

2) 计算试件单位长度 dL 上轴向磁场强度微分值 $d[H_f^z(L)]$

(1) 如图 2 所示, 由试件表面轴向磁场强度序列 (H_a^z, L) 拟合得到轴向磁场强度函数 $H_a^z(L)$.

(2) 根据介质表面磁场强度切向分量连续性定理推算被测试件轴向磁场强度为

$$H_f^z(L) = H_a^z(L). \quad (6)$$

(3) 计算出轴向位置 L 处单位长度上轴向磁场强度微分值 $d[H_f^z(L)]$ 为

$$\begin{aligned} d[H_f^z(L)] &= H_f^z(L + dL) - H_f^z(L) \\ &= H_a^z(L + dL) - H_a^z(L). \end{aligned} \quad (7)$$

3) 计算起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$.

由 (5) 和 (7) 式可得被测试件的起始微分磁导率关于 L 的函数 $\mu'_{in}(L)$ 为

$$\begin{aligned} \mu'_{in}(L) &= \frac{d[B_f^z(L)]}{d[H_f^z(L)]} \\ &= \frac{4B_a^r(L)D_2 dL}{D_1^2 [H_a^z(L + dL) - H_a^z(L)]}. \end{aligned} \quad (8)$$

再结合 (6) 式中试件轴向磁场强度关于 L 的函数 $H_f^z(L)$, 即可得激励磁场范围内起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$.

3.1.2 计算磁场强度 $0 \leq H_s \leq H_{sa}$ 范围内起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(0 \leq H_s \leq H_{sa})}$

在得到激励磁场范围内起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$ 后, 还需计算试件在磁场强度 $0 \leq H_s \leq H_{sa}$ 范围内起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(0 \leq H_s \leq H_{sa})}$, 才能通过积分获取完整的起始磁化曲线.

1) 推算磁场强度 $0 \leq H_s \leq H_{min}$ 上的微分磁导率

磁场强度 $0 \leq H_s \leq H_{min}$ 上的微分磁导率可根据磁化瑞利区经验公式推得, 磁化瑞利区在 $B-H$

图中一般是指 $H < H_c, B < B_{sa}/10$ 的区域 [17], 其中 H_c 为矫顽力, B_{sa} 为饱和磁感应强度. 此时, 磁化曲线的基本方程为

$$B = \mu_0(\mu_r H + bH^2), \quad (9)$$

式中, μ_0 为真空磁导率, μ_r 为起始磁化率, b 为瑞利常数. 由 (9) 式可得瑞利区内微分磁导率 μ'_{in} 为

$$\mu'_{in} = dB/dH = \mu_0(\mu_r + 2bH). \quad (10)$$

可见, 瑞利区内微分磁导率同磁场强度呈线性关系, 此时可由 $H_{min} \leq H_s \leq H_{max}$ 作用下的起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$ 外推得到磁场强度 $0 \leq H_s \leq H_{min}$ 上的微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(0 \leq H_s \leq H_{min})}$.

2) 推算磁场强度 $H_{max} \leq H_s \leq H_{sa}$ 上的微分磁导率

根据趋近饱和定律, 磁化趋近饱和时, 材料微分磁导率与磁场强度 [18] 满足

$$\begin{aligned} \mu'_{in} = \frac{dB}{dH} &= \mu_0 \left[M_s \left(\frac{a}{H^2} + \frac{2b}{H^3} + \frac{3c}{H^4} + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. + 1 + \chi_p \right], \end{aligned} \quad (11)$$

其中 χ_p 为试件的顺磁磁化率; 因此, 利用 (11) 式可由 $H_{min} \leq H_s \leq H_{max}$ 作用下的起始微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{min} \leq H_s \leq H_{max})}$ 外推得到磁场强度 $H_{max} \leq H_s \leq H_{sa}$ 上的微分磁导率 $\mu'_{in}(H)_{(H_{max} \leq H_s \leq H_{sa})}$.

3.1.3 推算铁磁材料起始磁化曲线

最后在 $[0, H_{sa}]$ 区间上对微分磁导率 $\mu'_{in}(H)$ 做关于 H 的积分为

$$\begin{aligned} B(H) &= \int_0^{H_{sa}} \frac{dB}{dH} dH \\ &= \int_0^{H_{sa}} \mu'_{in}(H) dH, \end{aligned} \quad (12)$$

即可获取被测试件的起始磁化曲线.

3.2 仿真实验验证

为验证棒状试件起始磁化曲线推算的正确性, 首先建立恒定磁场磁化细长棒状试件的有限元模型, 求解完成后, 提取试件表面的轴向磁场强度 H_a^z 和法向磁感应强度 B_a^r 来推算起始磁化曲线; 最后通过比较推算出的起始磁化曲线和已知起始磁化曲线, 来验证该起始磁化曲线推算方法的正确性.

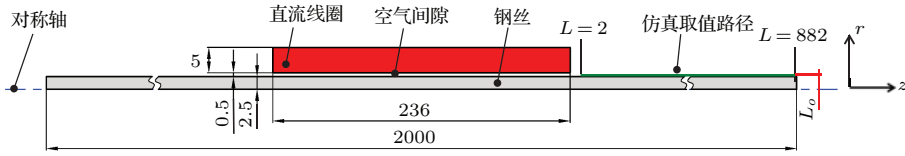


图4 (网刊彩色) 直流线圈恒定磁化细长钢丝的2D轴对称有限元模型

Fig. 4. (color online) A two-dimensional axisymmetric finite element model of magnetizing a steel wire by a DC coil.

表1 2D轴对称有限元模型建模参数

Table 1. Modeling parameters for the two-dimensional axisymmetric finite element model.

参数名称	线圈宽度/mm	线圈厚度/mm	线圈匝数(匝)	通电电流 I/A	钢丝长度/mm	钢丝半径/mm	空气隙/mm
大小	236	5	1300	5	2000	2.5	0.5

此处采用直流线圈作为恒定磁化器, 以两米长直径 $\Phi 5$ mm 棒状镀锌钢丝作为被测试件, 直流线圈与被测钢丝同轴布置, 利用 Ansys 建立如图 4 所示的 2D 轴对称有限元模型, 其中钢丝起始磁化曲线为已知实测曲线 [19].

建模参数如表 1 所示. 求解完成后, 拟选择图 4 中绿线所示取值路径, 提取其上 H_a^z 和 B_a^r 来推算钢丝起始磁化曲线; 该路径到钢丝表面的提高为 $L_o = 0.02$ mm, 始于 $L = 2$ mm 处, 止于 $L = 882$ mm 处. 推算之前, 需分析施加在钢丝 $L = 2$ mm 到 $L = 882$ mm 范围内的激励磁场是否满足 3.1 节中所述的两个磁场均匀分布假设条件. 首先, 分析处于 $L = 2$ mm 到 $L = 882$ mm 范围内钢丝表面空气中的法向磁感应强度 B_a^r ; 因为该模型为轴对称模型, 所以试件表面法向磁感应强度 B_a^r 关于对称轴周向均匀分布, 假设条件 1 自然满足. 其次, 分析处于 $L = 2$ mm 到 $L = 882$ mm 范围内钢丝中的轴向磁感应强度 B_f^z , 钢丝内 B_f^z 的分布如图 5 所示.

由图 5 可知, 当 L 值一定时, 钢丝内部磁感应强度 B_f^z 基本相等; 即在 $L = 2$ mm 到 $L = 882$ mm

范围内, 钢丝内部磁感应强度 B_f^z 在横截面均匀分布, 假设条件 2 也满足; 故可以提取该取值路径上的磁场值来推算钢丝的起始磁化曲线. 在该路径上等间距地取 880 个点, 取每个点上的 H_a^z 和 B_a^r , 得到外加磁场 $[H_{\min}, H_{\max}]$ 及 $[0, H_{sa}]$ 范围内起始微分磁导率分别如图 6 (a) 和 (b) 所示.

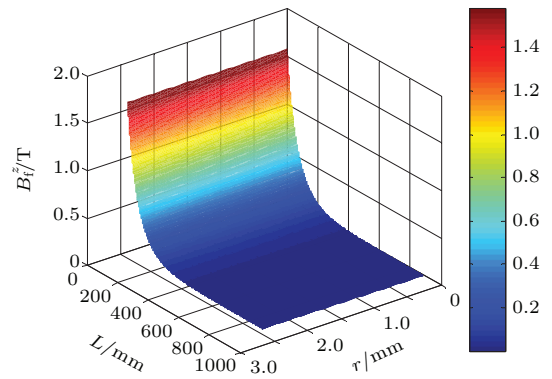


图5 (网刊彩色) $L = 2$ mm 到 $L = 882$ mm 范围内钢丝内部磁感应强度 B_f^z 分布图

Fig. 5. (color online) The distribution of the magnetic flux density B_f^z in the section from $L = 2$ mm to $L = 882$ mm of the steel wire.

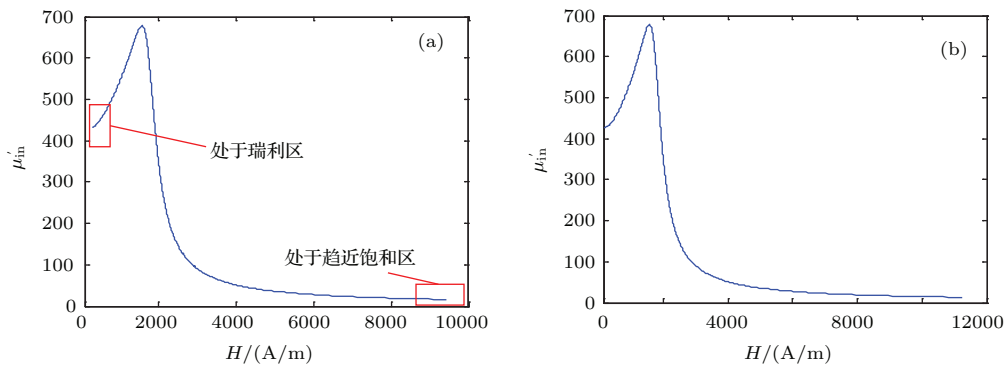


图6 (网刊彩色) (a) 外加磁场 $[H_{\min}, H_{\max}]$ 范围内起始微分磁导率; (b) 外加磁场 $[0, H_{sa}]$ 范围内起始微分磁导率
Fig. 6. (color online) (a) The initial differential permeability $\mu'_{in}(H)_{(H_{\min} \leq H_s \leq H_{\max})}$; (b) the initial differential permeability $\mu'_{in}(H)_{(0 \leq H_s \leq H_{sa})}$.

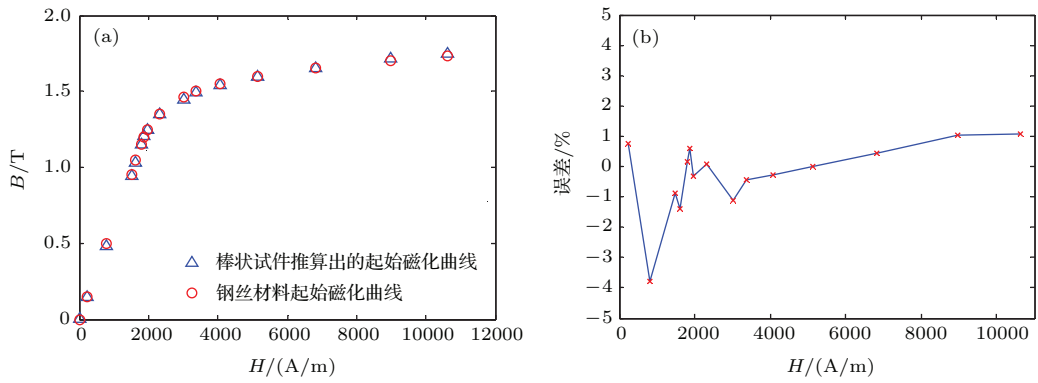


图7 (网刊彩色) 棒状试件推算出的起始磁化曲线及相对误差

Fig. 7. (color online) The initial magnetization curve calculated from the tested bar and its relative error.

图6(b)中的饱和磁场强度值 H_{sa} 为 $B-H$ 曲线中的磁场强度最大值; 得到外加磁场 $[0, H_{sa}]$ 范围内起始微分磁导率后, 在 $[0, H_{sa}]$ 对微分磁导率 $\mu'_{im}(H)$ 积分即可推算出相应的起始磁化曲线. 棒状试件推算出的起始磁化曲线及相对误差如图7所示.

由图7可知, 时空变换恒定磁化下, 基于棒状试件推算出的起始磁化曲线与钢丝材料起始磁化曲线相差较小.

4 基于环形试件的起始磁化曲线推算

现有的起始磁化曲线测量方法普遍认为环形试件不存在退磁场, 采用环形试件时能够得到更精确的测量结果^[20]. 为此, 本文进一步研究恒定磁化下基于环形试件推算起始磁化曲线. 将图4所示的细长棒状试件两端对接成闭合环形试件, 此时棒状

试件的轴向尺寸参数转换成了环形试件的周向尺寸参数, 而两种试件的横截面参数相同; 接着建立如图8所示的直流通圈磁化环形试件的有限元模型, 该模型的建模参数如表2所示.

基于环形试件的起始磁化曲线推算流程与棒状试件总体相同, 也是由试件表面的磁场值来推算起始磁化曲线; 推算之前, 仍需先分析线圈产生磁场的分布均匀性. 为此在环形试件外表面取如图8中绿颜色线条所示的120条路径; 每条路径均起于距离线圈周向长度 $L = 2$ mm处截面, 止于距离线圈周向长度 $L = 882$ mm处截面; 路径在以截面圆心为中心的圆周方向上均匀分布, 相邻两条路径间的夹角为 3° , 各路径距离试件表面的提离距离均为 0.02 mm. 取横截面 $A-A$ 处路径1—路径120上的径向磁感应强度 B_a^r 和垂直截面磁场强度 H_a^z , B_a^r 和 H_a^z 随角度 θ 的分布如图9所示.

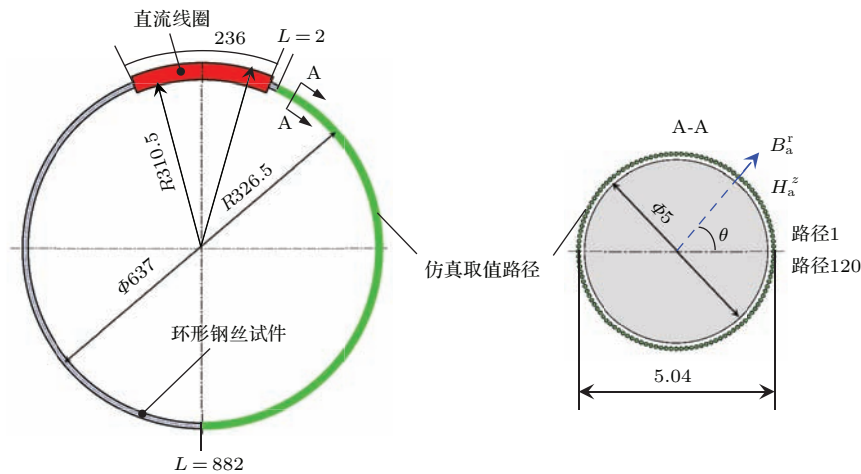


图8 (网刊彩色) 直流通圈磁化环形钢丝试件有限元模型及仿真取值路径

Fig. 8. (color online) The finite element model of magnetizing a toroidal steel wire by a DC coil and the paths for extracting the simulation results.

表2 直流线圈磁化环形试件有限元模型建模参数

Table 2. Modeling parameters for the finite element model of magnetizing a toroidal steel wire by a DC coil.

参数名称	线圈弧长/mm	线圈厚度/mm	线圈匝数(匝)	通电电流 I/A	试件周长/mm	截面半径/mm	空气隙/mm
大小	236	5	1300	5	2000	2.5	0.5

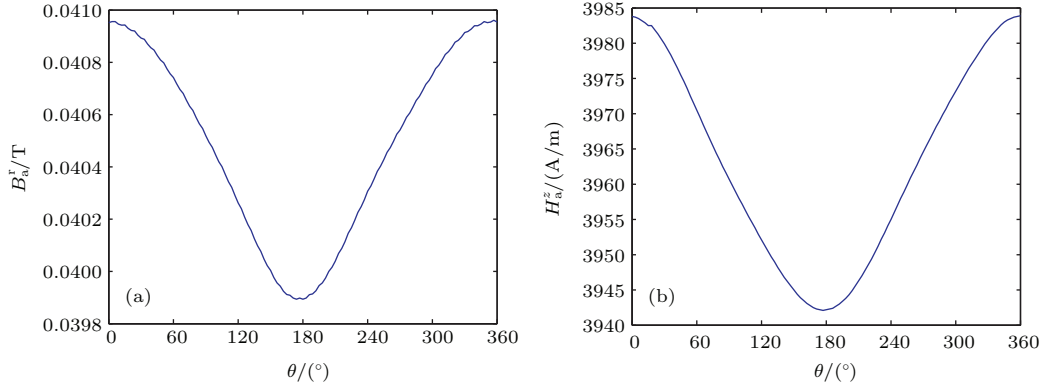


图9 (网刊彩色) (a) B_a^r 随角度 θ 的分布图 (b) H_a^z 随角度 θ 的分布图

Fig. 9. (color online) (a) The distribution diagram of B_a^r with the angle θ ; (b) the distribution diagram of H_a^z with the angle θ .

从图9可以看出, B_a^r 和 H_a^z 沿以截面圆心为中心的圆周方向上分布均匀性较差, 不满足磁场分布均匀性条件; 如果类比棒状试件, 只取一条路径上的磁场值来计算起始磁化曲线, 是不正确的; 因此这里提取120条路径上的磁场值来计算起始磁化曲线. 此时通过圆柱面 C_2 穿出的磁通量为

$$\Phi_{c2} = \sum_{i=1}^{120} \frac{B_{ai}^r(L) \pi D_2 dL}{120}. \quad (13)$$

试件内的磁场强度为

$$H_f^z(L) = \sum_{i=1}^{120} \frac{H_{ai}^z(L + dL)}{120}, \quad (14)$$

其中 B_{ai}^r 和 H_{ai}^z 分别表示第 i 条路径上的径向磁感应强度和垂直截面磁场强度. 相应地, 环形试件周向单位长度 dL 上的磁感应强度微分值 $d[B_f^z(L)]$ 和磁场强度微分值 $d[H_f^z(L)]$ 分别为

$$d[B_f^z(L)] = \sum_{i=1}^{120} \frac{4B_{ai}^r(L) D_2 dL}{120 D_1^2}, \quad (15)$$

$$d[H_f^z(L)] = \sum_{i=1}^{120} \left(\frac{H_{ai}^z(L + dL) - H_{ai}^z(L)}{120} \right). \quad (16)$$

此后即可类比棒状试件的起始磁化曲线推算流程, 基于环形试件推算出钢丝材料起始磁化曲线; 推算出的起始磁化曲线及其相对误差如图10所示.

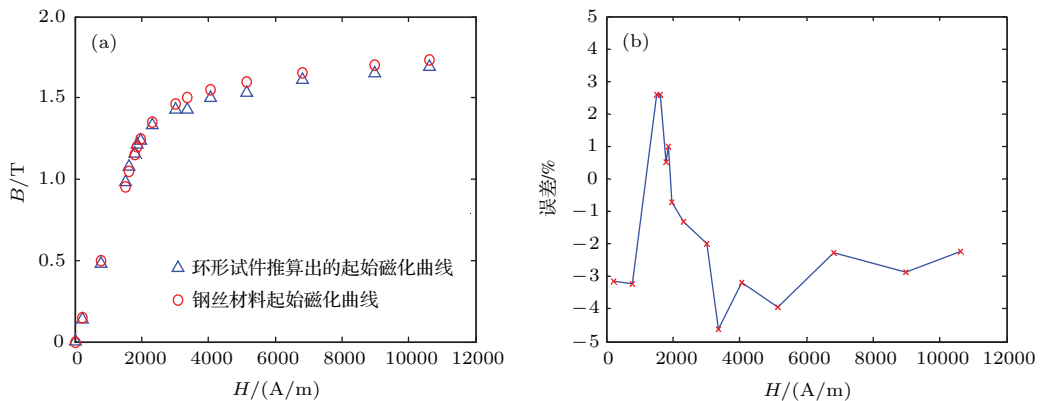


图10 (网刊彩色) 基于环形试件推算的起始磁化曲线及其相对误差

Fig. 10. (color online) The initial magnetization curve calculated from the tested ring and its relative error.

分析图7和图10可知, 时空变换恒定磁化下, 采用棒状试件或环形试件均可得到相对误差在 $\pm 5\%$ 之间的起始磁化曲线, 基于时空变换恒定磁化的起始磁化曲线推算方法在理论上是正确的.

5 考虑实际应用限制条件的可行性分析及讨论

直流线圈恒定磁化被测试件的仿真实验结果, 验证了时空变换恒定磁化下起始磁化曲线推算方法在理论上的正确性; 然而实际测量试件表面磁场值时会遇到诸多限制条件, 下面就从实际测量时的限制条件出发讨论该方法的实际应用可行性.

5.1 不同试件对起始磁化曲线推算结果的影响

为了直观地分析棒状和环形试件的推算结果, 将不同试件推得的起始磁化曲线相对误差绘制在一起, 如图11所示. 整体来看, 不同于现有的起始磁化曲线测量方法, 与棒状试件相比, 基于环形试件推算出的起始磁化曲线误差较大. 这是由于采用环形试件时, 直流线圈在试件产生的激励磁场时不满足磁场分布均匀性条件, 需提取多条路径上的磁场值, 来近似推算起始磁化曲线, 难免会带来较大误差.

此外, 实际测量时也难以测量环形试件表面多条路径上的磁场值; 而采用棒状试件时, 只需提取试件表面沿轴线方向一条路径上的磁场值即可较准确地获取起始磁化曲线, 实际测量时较方便. 因

此下面以棒状试件为例, 研究时空变换恒定磁化下起始磁化曲线推算方法的实际应用可行性.

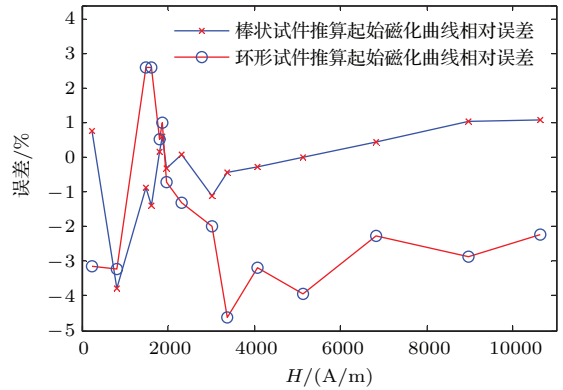


图11 (网刊彩色) 基于不同试件推算出的起始磁化曲线相对误差对比图

Fig. 11. (color online) The relative errors of the initial magnetization curves calculated from different specimen.

5.2 棒状试件推算起始磁化曲线的可行性分析

5.2.1 不同空间采样间隔对计算结果的影响

图7所示的起始磁化曲线是以1 mm空间采样间隔提取表面磁场值得到的; 然而实际测量中, 难以进行如此密集地测量, 所以有必要研究不同空间采样间隔时推算得到的起始磁化曲线. 图12分别为5, 10, 15, 20, 25 mm空间采样间隔时推算的到的起始磁化曲线及相对误差.

分析可知, 空间采样间隔越大, 推得的起始磁化曲线相对误差越大, 5—15 mm间隔时计算误差基本相同; 20—25 mm间隔时计算误差较大, 但均处于 $\pm 7\%$ 之内. 这表明实际应用中, 采用较大的空间采样间隔推算试件起始磁化曲线是可行的.

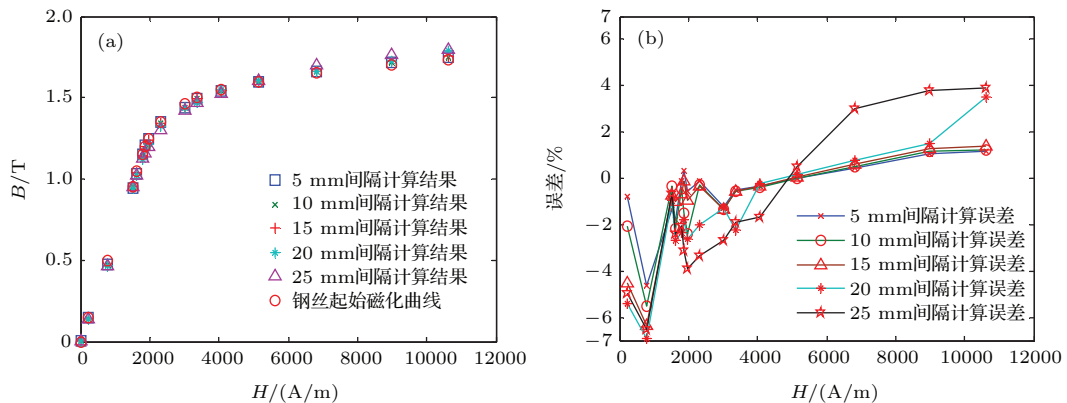


图12 (网刊彩色) 不同空间采样间隔时计算得到的起始磁化曲线及相对误差

Fig. 12. (color online) The initial magnetization curves calculated under different spatial sampling intervals and their relative errors.

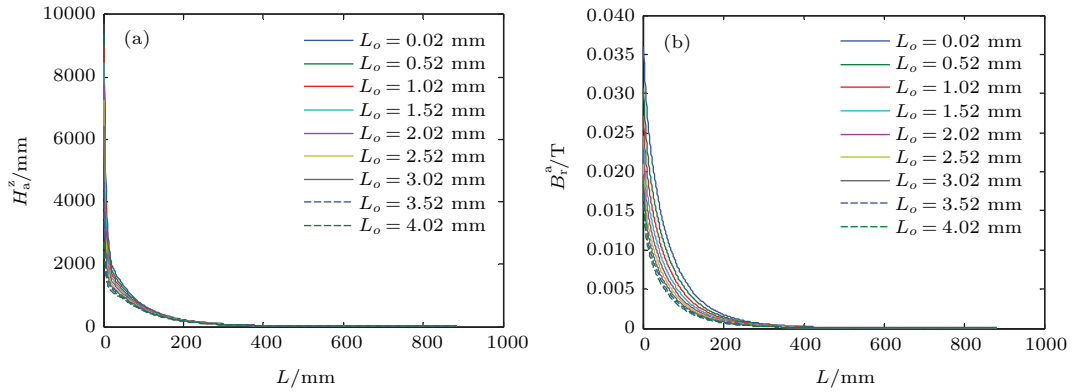


图 13 (网刊彩色) 棒状试件表面不同提离下的轴向磁场强度 H_a^z 和法向磁感应强度 B_a^r

Fig. 13. (color online) The axial magnetic field strength H_a^z and radial magnetic induction intensity B_a^r at the different lift-off from the surface of the tested bar.

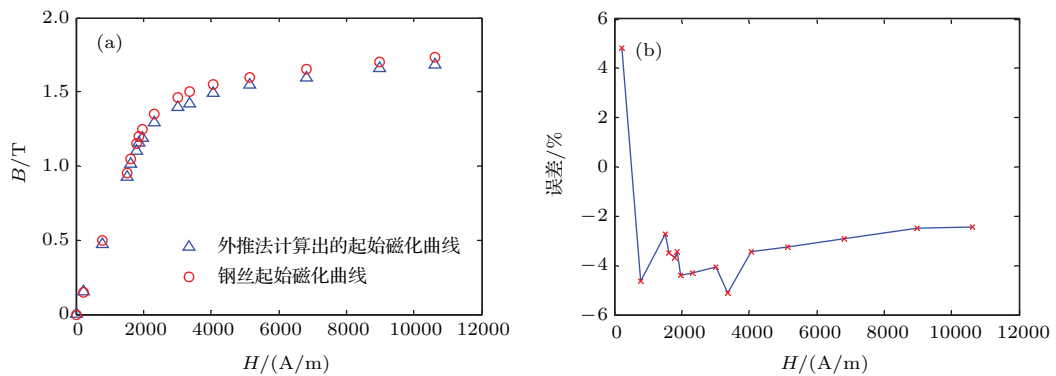


图 14 (网刊彩色) 外推法计算出的起始磁化曲线及相对误差

Fig. 14. (color online) The initial magnetization curves calculated based on extrapolation and its relative error.

5.2.2 取值路径提离距离对计算结果的影响

相关研究表明, 棒状试件表面的轴向磁场强度和法向磁感应强度随提离 L_o 的变化较大. 此处保持表 1 所示的建模参数不变, 提取不同提离 L_o 时的轴向磁场强度 H_a^z 和法向磁感应强度 B_a^r 如图 13 所示.

由图 13 可知, 不同提离下试件表面的轴向磁场强度和法向磁感应强度相差较大. 然而, 实际测量中, 由于体积受限, 不可能用磁敏感元件测量到距钢丝表面提离 $L_o = 0.02$ mm 的磁场强度. 如果用钢丝表面提离较大路径上的测量值推算试件起始磁化曲线, 势必会带来较大的误差. 如引言中所述, 由距试件表面不同提离处的磁场强度可较精确地外推试件内磁场强度 [12,13]. 故这里取钢丝表面提离 $L_o = 2.02, 2.52, 3.02, 3.52, 4.02$ mm 路径上的场 H_a^z 和 B_a^r , 空间采样间隔为 15 mm, 以四阶多项式方法外推钢丝表面 0.02 mm 提离处的 H_a^z 和 B_a^r , 进一步计算得到起始磁化曲线, 简称外推法. 计算

结果及相对误差如图 14 所示.

由图 14 可知, 在上述条件下, 外推法可得到处于 $\pm 6\%$ 误差范围内的起始磁化曲线. 实际应用中, 可测量试件表面提离较大出的 H_a^z 和 B_a^r , 采用外推法推算试件起始磁化曲线.

6 结 论

本文提出了一种基于时空变换恒定磁化的起始磁化曲线推算方法. 该方法将磁场时间域的测量转换为空间域的测量, 类比磁场强度及磁感应强度在时间上的微分, 根据基本物理定理计算了磁场强度及磁感应强度在空间上的微分, 进而推算铁磁材料起始磁化曲线. 直流线圈恒定磁化被测试件的仿真实验结果验证了该方法的正确性; 而且表明不同于现有的起始磁化曲线测量方法, 与环形试件相比, 该方法采用细长棒状试件作为被测件时, 推算起始磁化曲线更简便, 误差更小. 进一步地, 考虑实际应用时限制因素的推算结果表明了该方法

实际应用时的可行性; 无需改变激励电流, 恒定磁化下, 即可获取铁磁材料起始磁化曲线; 且无需在试件上缠绕检测线圈来测量试件内部磁感应强度, 为探索新的起始磁化曲线测量方法提供了理论指导. 本文采用仿真实验初步验证了时空变换恒定磁化下的起始磁化曲线推算方法; 下一步将建立试验台, 基于实际测量数据来推算材料起始磁化曲线; 由于本方法采用定点测量, 实际材料中各种缺陷、应力分布不均匀可能会对测量结果带来影响; 为此, 在实际实验中, 需控制试件的加工工艺, 避免试件中缺陷、应力等分布不均匀现象的产生; 另一方面, 针对可能出现的缺陷或者应力, 需修正横截面积或拟合参数等计算参数以得到更好的计算结果, 并与已知起始磁化曲线对比分析, 从而为方便地获取起始磁化曲线提供新途径.

参考文献

- [1] Yu L L, Zeng Z M 2001 *Practical Handbook of steel materials* (Beijing: China Machine Press) p4 (in Chinese) [虞莲莲, 曾正明 2001 实用钢铁材料手册 (北京: 机械工业出版社) 第4页]
- [2] Si L Y, Lin H, Liu Z 2007 *Proceedings of the CSEE* **27** 26 (in Chinese) [司利云, 林辉, 刘震 2007 中国电机工程学报 **27** 26]
- [3] Zhang P, Liu L, Chen W M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 177501 (in Chinese) [章鹏, 刘琳, 陈伟民 2013 物理学报 **62** 177501]
- [4] Yuan J M, Wu X J 2011 *Proceedings of SPIE: 2011 International Conference on Photonics, 3D-Imaging, and Visualization* Guangzhou, China, October 28-30, 2011 p820511-1
- [5] Guo Z Z, Hu X B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 057501 (in Chinese) [郭子政, 胡旭波 2013 物理学报 **62** 057501]
- [6] Kvasnica B, Fabo P 1996 *Meas. Sci. Technol.* **07** 763
- [7] Feng J, Zhang J F, Lu S X, Wang H Y, Ma R Z 2013 *Chin. Phys. B* **22** 018103
- [8] Hao K S, Huang S L, Zhao W, Wang S 2011 *Chin. Phys. B* **20** 068104
- [9] Matyuk V F, Osipov A A 2007 *Russ. J. Nondestruct. Test* **43** 143
- [10] Nakata T, Takahashi N, Fujiwara K, Nakano M, Ogura Y, Matsubara K 1992 *IEEE T. Magn.* **28** 2456
- [11] Jiles D (translated by Xiao C T) 2003 *Introduction to magnetism and magnetic materials*(Lanzhou: Lanzhou University Press) p39 (in Chinese) [吉利斯 D 著 (肖春涛译) 2003 磁学及磁性材料导论 (兰州: 兰州大学出版社) 第39页]
- [12] Stupakov O 2006 *J. Magn. Magn. Mater.* **307** 279
- [13] Perevertov O 2005 *Rev. Sci. Instrum.* **76** 104701
- [14] Nguyen M, Maier M, Schinkoethe W 2014 *IEEE Trans. Magn.* **50** 7400705
- [15] Takahashi N, Miyagi D, Inoue F, Nakano M 2011 *J. Appl. Phys.* **109** 07A330
- [16] Deng D G, Wu X J http://www.ndt.net/events/ECNDT2014/app/content/Paper/102_Deng_Rev1.pdf [2015-9-10]
- [17] Xiao C H, He H H, Wu R G, Wang C R 1998 *J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech.* **26** 61 (in Chinese) [肖昌汉, 何华辉, 吴任国, 王长荣 1998 华中理工大学学报 **26** 61]
- [18] Han X T, Wang Z, Ma X H, Wang G J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1697 (in Chinese) [韩献堂, 王治, 马晓华, 王光建 2007 物理学报 **56** 1697]
- [19] Yuan J M 2012 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [袁建明 2012 博士学位论文 (武汉: 华中科技大学)]
- [20] Ke S, Zhang H, Ni Z J, Ye D P, Zhang G Z, Su L G 2003 *Common Steel Magnetic Characteristics Quick Reference* (Beijing: China Machine Press) p9 (in Chinese) [柯松, 张辉, 倪泽钧, 叶代平, 张国珍, 苏李广 2003 常用钢材磁特性曲线速查手册 (北京: 机械工业出版社) 第9页]

A calculation method for initial magnetization curve under constant magnetization based on time-space transformation*

Deng Dong-Ge Wu Xin-Jun[†]

(School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

(Received 1 July 2015; revised manuscript received 20 August 2015)

Abstract

It is of great significance to research on methods for obtaining the initial magnetization curve, the important magnetic property of ferromagnetic materials. In the existing methods, a time-varying magnetic field is adopted as the excitation field. To obtain the initial magnetization curve, magnetic field and induced magnetic flux density in the specimen have to be measured step-by-step as the excitation field changes, and this is inefficient. Thus, a calculation method for initial magnetization curve based on time-space transformation is proposed in this paper. In this method, an elongated rod or a circular ring is used as the specimen. A spatially varying magnetic field generated by constant magnetization is utilized as the excitation field. The strength of the excitation field changes with the spatial positions of the specimen. Under the action of the excitation field, the magnetic field strength within the specimen is calculated by means of the responding magnetic field strength on the surface of the specimen according to the continuity of the tangential magnetic field strength. While, based on the Gauss' law for magnetism, the law of approach to saturation and the basic equation of magnetization curve in Rayleigh region, the induced magnetic flux density within the specimen can be calculated from the responding magnetic flux density on the surface of the specimen. After obtaining the magnetic field strength and magnetic flux density in the specimen, the initial magnetization curve can be obtained. To verify theoretically the correctness of the method, simulations are carried out with an elongated rod and a circular ring. In experiments, a spatially varying magnetic field generated by DC coils is applied on the specimen as the excitation field. The initial magnetization curve calculated from the magnetic field strength and magnetic flux density on the surface of the specimen is similar to the known initial magnetization curve. Experimental results also show that when adopting an elongated rod rather than a circular ring as the specimen, this calculation method for initial magnetization curve is simpler and the error in the results is smaller, which are different from those obtained by existing measurement methods for initial magnetization curve. In addition, in order to study the influence of the limiting factors in practical applications of the calculated results, further research is conducted based on the simulation data. Results show that when choosing a proper elongated rod as the specimen, the initial magnetization curve can be calculated from the magnetic field strength and magnetic flux density on the surface of the specimen under the constant magnetization, also the induced magnetic field flux in the specimen does not have to be measured by the encircling detecting coil which makes this method easy to operate. Namely, this method is feasible in practice. This paper may be a theoretical guidance for exploring new measurement methods for initial magnetization curve.

Keywords: time-space transformation, constant magnetization, initial magnetization curve

PACS: 75.60.Ej, 81.70.Ex

DOI: 10.7498/aps.64.237503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51477059).

[†] Corresponding author. E-mail: xinjunwu@mail.hust.edu.cn