

考虑频散效应的一维非线性地震波数值模拟

周聪 王庆良

One-dimension nonlinear and dispersive seismic wave modeling in solid media

Zhou Cong Wang Qing-Liang

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica 64, 239101 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.239101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.239101>

当期内容 View Table of Contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/volumn/home.shtml>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

论地震发生机制

[On the mechanism of earthquake](#)

物理学报.2014, 63(21): 219101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.219101>

裂缝诱导 TTI 双孔隙介质的纵波偏移成像研究

[double-porosity medium](#)

物理学报.2014, 63(11): 119101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.119101>

裂缝诱导 TTI 双孔隙介质波场传播特征

[Wavefield propagation characteristics in fracture-induced TTI double-porosity medium](#)

物理学报.2013, 62(13): 139101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.139101>

具微结构地壳中非线性地震波的演化

[Evolution of nonlinear seismic waves in microstructured earth crust](#)

物理学报.2012, 61(5): 059101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.059101>

考虑频散效应的一维非线性地震波数值模拟*

周聪^{1)2)†} 王庆良²⁾

1) (中国地震局地质研究所, 北京 100029)

2) (中国地震局第二监测中心, 西安 710054)

(2015年5月14日收到; 2015年8月4日收到修改稿)

非线性理论是解决地质问题的重要手段, 充分认识非线性波动特征有助于解释实际观测资料中的一些特殊地震现象. 本文基于Hokstad改造的非线性本构方程, 利用交错网格有限差分法实现了固体介质中一维非线性地震波数值模拟; 采用通量校正传输方法消除非线性数值模拟中波形振荡, 提高模拟精度. 通过与解析解的对比验证了模拟结果的正确性. 研究结果显示了非线性系数对地震波的传播有重要影响, 并且当取适当的非线性和频散系数时, 地震波表现出孤立波的传播特性. 最后分析了不同的非线性地震波在固体介质中的传播演化特征.

关键词: 非线性, 孤立波, 通量校正传输, 有限差分

PACS: 91.30.Ab

DOI: 10.7498/aps.64.239101

1 引言

地震学家通常假设震源以外的地壳介质是线弹性的, 以此来根据地震波的传播研究地下介质的属性. 但由于实际地球介质中广泛存在断裂、微裂隙、晶粒节理等, 地下介质的应力-应变曲线在一定条件下不符合虎克定律而表现出非线性特征^[1]. 通过岩石物理模拟实验, Johnson等发现岩石中的非线性响应特别强烈, 比大多数的固体介质都高^[2-4]. 当考虑介质的非线性属性时, 可能会出现一种有限振幅、且只有一个波峰或波谷的波, 称为孤立波^[5,6]. Sharon等通过岩石物理实验证实了岩石的张性破裂可以产生一种特殊的前驱波, 它有着类似孤立波的性质^[7]. 王庆良等在国家“十一五”科技支撑项目子专题报告中给出了汉中、宁陕台垂直摆倾斜观测到的尖脉冲, 其形态与孤立波非常类似^[8]. 而且许多学者认为孤立波与地震过程中断层的破裂有关^[9-11]. 所以, 通过研究这一类非线性地震波的传播特征, 有助于在理论上解释实际中观测到的一些特殊地震现象, 并依据这些地震现象

探索地震断层破裂的物理过程.

早在1994年, McCall就从理论上研究了非线性弹性波的传播, 其采用格林函数法获得了一维非线性地震波的解析解^[12]. 同年, Johnson和McCall通过岩石物理实验, 得到了与上述解析解类似的结果^[2]. 1996年, Cheng在本构方程中添加了三阶弹性模量, 利用有限差分的方法模拟了一维非线性地震波的传播, 并分析了非线性地震波的频谱特征^[13]. 2004年, 郑海山等采用两种不同精度的差分格式模拟了一维非线性波的传播, 并进行了对比分析^[1]. 同年, Hokstad通过对胡克定律的改造, 添加了两个非线性项和频散项, 构造了新的声波方程. 并且指出当同时存在非线性项和频散项时, 该方程可以等效为KdV或mKdV方程^[14]. 而那仁满都拉和满达夫等直接基于KdV和mKdV方程, 利用有限差分法模拟了一维非线性地震波的传播, 揭示了地震孤立波在地壳中的演化规律^[15-17]. 2014年, Qian在本构关系中考虑了多个高阶弹性项, 研究了固体杆中非线性波的理论解, 并讨论了非线性弹性系数的取值^[18].

* 地震行业重大科研专项 (批准号: 201508009) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhoucong323@126.com

在非线性地震波的数值模拟中, 因为出现陡峭间断面、数值振荡和误差的指数级增长现象, 使得获取稳定、收敛的数值解变得复杂且困难^[19]. 为消弱上述影响, 1973年 Boris 和 Book 在流体动力学连续方程的求解中提出了一种通量校正传输方法(FCT), 并成功应用于一阶偏微分方程系统的数值计算中^[20]. 随后, Fei 和 Yang 等将 FCT 方法应用于二阶声波方程并取得较好效果^[21,22].

本文利用交错网格有限差分法模拟了一维非线性地震波的传播. 在模拟过程中, 采用了 FCT 与有限差分相结合的方法减小数值频散, 获得了稳定、收敛的解. 通过与解析解的对比验证了模拟结果的正确性. 最后, 通过设置不同的非线性系数及频散系数, 分析并讨论了它们对非线性地震波的传播演化产生的影响.

2 非线性波动方程及 FCT 有限差分算法

2.1 非线性波动方程离散化处理

根据 Hokstad 对应力应变本构关系的改造, 可得一维非线性波动方程为

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \beta_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \beta_2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3 + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial z^4}, \quad (1)$$

式中 v 表示线性背景介质纵波速度, u 是位移, t 是时间, z 是横坐标位置, β_1 和 β_2 为引入的非线性系数, α 为频散系数.

由于(1)式中包含高阶导数, 可将其变换成如下形式:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \partial_z u, \\ \sigma &= M [\varepsilon + \beta_1 \varepsilon^2 + \beta_2 \varepsilon^3 + \alpha \partial_z^2 \varepsilon], \\ \rho \partial_t^2 u &= \partial_z \sigma + f_z, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 σ 表示应力, ε 为应变, M 为体积模量, ρ 为密度, 其他参数同(1)式. 利用交错网格有限差分法对(2)式进行离散化处理, 结果如下式所示:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k, n) &= \partial_z^- u(k + 1/2, n), \\ \sigma(k, n) &= M(k) [\varepsilon(k, n) + \beta_1 \varepsilon^2(k, n) \\ &\quad + \beta_2 \varepsilon^3(k, n) + \alpha \partial_z^2 \varepsilon], \\ u(k + 1/2, n + 1) &= 2u(k + 1/2, n) \\ &\quad - u(k + 1/2, n - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{\Delta t^2}{\rho(k + 1/2)} [\partial_z^+ \sigma(k, n) \\ &+ f_z(k + 1/2, n)], \end{aligned} \quad (3)$$

其中有限差分算子为

$$\begin{aligned} \partial_z^+ u(z) &= \frac{1}{\Delta z} \sum_{l=1}^L \alpha_l [u(x + l\Delta z) \\ &\quad - u(x - (l - 1)\Delta z)], \\ \partial_z^- u(z) &= \frac{1}{\Delta z} \sum_{l=1}^L \alpha_l [u(x + (l - 1)\Delta z) \\ &\quad - u(x - l\Delta z)], \end{aligned}$$

式中 $L \leq 8$ 为半波长算子, α_l 是算子系数. Δt 和 Δz 分别为时间步长和空间步长, n 和 k 分别表示时间和空间上的网格点数. 在交错网格数值模拟中, σ, ε, M 在节点处计算, 而 u 和 ρ 在半节点处计算.

2.2 FCT 有限差分法的应用

由于(2)式的本构关系中包含高次和高阶项, 模拟过程中会产生很强烈的数值振荡问题. 其与线性波动方程不同, 即便波长范围内的采样点足够多, 仍然存在数值振荡问题. 因此, 本文采用 FCT 与有限差分相结合的方法来减小数值频散.

FCT 交错网格有限差分包括 2 个主要步骤^[21]: a. 交错网格有限差分阶段; b. 校正阶段, 包含漫射和反漫射两步. 具体如下:

1) 利用交错网格有限差分法计算出 $n+1$ 时刻位移分量 u_i^{n+1} .

2) 计算 n 时刻的漫射通量:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^n = \eta_1 [(u_{i+1}^n - u_i^n) - (u_{i+1}^{n-1} - u_i^{n-1})], \quad (4)$$

其中 η_1 为漫射因子, 根据实际情况而不同, 可以通过一些考察振幅变化的数值计算试验得到, 其值一般取 0.01—0.1.

3) 计算 $n+1$ 时刻的漫射通量:

$$\tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} = \eta_2 [(u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - (u_{i+1}^n - u_i^n)], \quad (5)$$

η_2 为反漫射因子. 振幅和分辨率的损失有两方面的原因, 一是传统差分格式引起的数值频散, 二是在计算过程中人为加入了漫射. 反漫射运算不仅要补偿人为加入漫射引起的损失, 也要弥补传统有限差分计算带来的振幅损失. 通常情况下有 $0.01 \leq \eta_1 < \eta_2 \leq 0.1$.

4) 利用步骤 2) 计算的 Q 对位移分量进行校正处理:

$$\tilde{u}_i^{n+1} = u_i^{n+1} + (Q_{i+\frac{1}{2}}^n - Q_{i-\frac{1}{2}}^n). \quad (6)$$

这一步主要是对位移分量进行平滑处理, 在消除波形频散的同时, 也会造成振幅的损失. 可以看到所谓的校正, 就是把这个时候网格点及其周围的价值做差异加权, 赋值给下一时刻, 使得两个时刻间的差异平缓, 以此达到压制伪波动的目的.

5) 利用 \tilde{u}_i^{n+1} 和 \tilde{u}_i^n 计算漫射通量

$$X_{i+\frac{1}{2}} = (\tilde{u}_{i+1}^{n+1} - \tilde{u}_{i+1}^n) - (\tilde{u}_i^{n+1} - \tilde{u}_i^n). \quad (7)$$

6) 反漫射校正:

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} - (X_{i+\frac{1}{2}}^c - X_{i-\frac{1}{2}}^c), \quad (8)$$

其中

$$X_{i+\frac{1}{2}}^c = S_x \cdot \max\{0, \min[S_x X_{i-\frac{1}{2}}, \text{abs}(\tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}), S_x X_{i+\frac{3}{2}}]\}.$$

$S_x = \text{sign}\{\tilde{Q}_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}\}$, $\text{sign}(\cdot) = \pm 1$, 取决于括号中量的正负.

2.3 FCT 模拟结果

取雷克子波主频 $f = 10$ Hz, 子波延迟 $t_0 = 0.2$ s, 空间步长 $\Delta x = 1$ m, 时间步长 $\Delta t = 0.1$ ms, 密度 $\rho = 2.0$ g/cm³, 空间网格大小为 2401 个, 震源置于网格中间, 速度 $v = 2000$ m/s. 计算线性和非线性 (仅考虑 $\beta_1 = -1000$) 地震波传播时的情况.

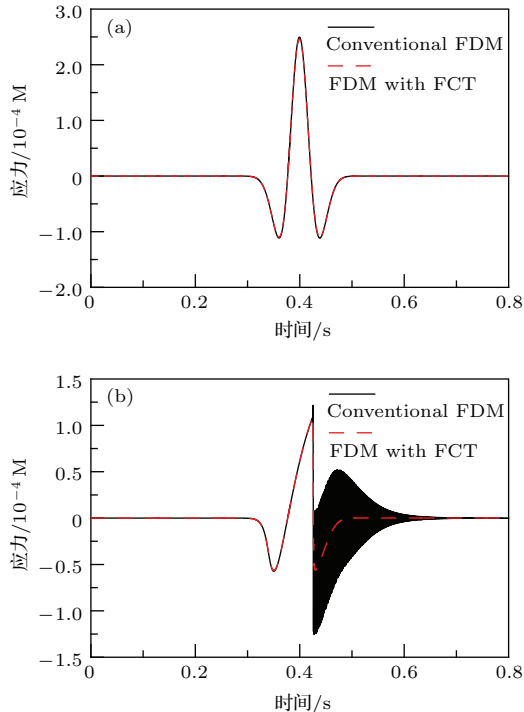


图1 (网刊彩色) 模拟结果对比 (a) 线性传播; (b) 非线性传播

Fig. 1. (color online) Comparisons between conventional and FCT results: (a) Linear propagation; (b) nonlinear propagation.

如图 1 (a), (b) 分别表示线性波和非线性波在距震源 400 m 处的质点震动图, 实线为传统交错网格模拟结果, 虚线为结合 FCT 技术的交错网格模拟结果. 图 1 (a) 中实线和虚线完美的拟合说明了 FCT 参数选取的正确性. 图 1 (b) 中实线的波形尾部出现很强烈的振荡, 而结合 FCT 技术的交错网格模拟结果中波形振荡基本消失, 拟合效果也比较较好. 因此, FCT 技术可以消除因出现陡峭间断面、数值振荡和误差的指数级增长现象, 获得稳定、收敛的数值解.

3 数值计算结果与分析

3.1 采用雷克子波为震源的传播特征

首先讨论震源为雷克子波的情况. 子波与介质参数与 2.3 节相同, 子波波形如图 2 所示. 依次讨论非线性参数和频散系数对地震波传播的影响.

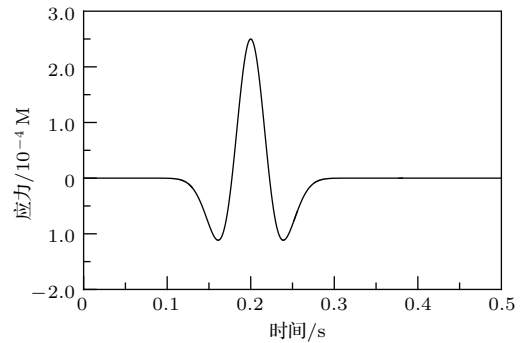


图2 雷克子波

Fig. 2. Ricker wavelet.

1) $\beta_1 = -1000$, $\beta_2 = \alpha = 0$.

如图 3、图 4 分别为 1000 m 处的质点震动图以及不同时刻的波形图. 为了更好的说明非线性波与线性波传播的区别, 试算了线性波传播的情况 (即 $\beta_1 = \beta_2 = \alpha = 0$, 如图 5 所示). 与图 2 的原始子波以及图 5 的线性传播相比, 可以看出明显的非线性现象, 其主瓣和两个旁瓣有不同的变化特征: 主瓣随着传播的推进向后“倾斜”且幅值逐渐衰减, 衰减程度先快后慢, 其前瓣幅值始终衰减很慢, 而后瓣的幅值衰减很快, 当传播到 4200 m 左右时后瓣基本消失, 整个波形呈现出类似锯齿状形态. 在 2.5 s 之后地震波形态基本不发生变化, 振幅随传播距离的增加, 衰减的更加缓慢. 而线性波在传播过程中, 由于一维模拟时没有考虑球面扩散, 其波形和振幅都不发生改变 (如图 5 所示).

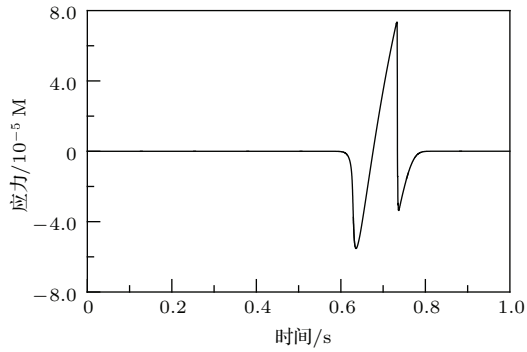


图3 1000 m处质点震动图

Fig. 3. Wave propagation at 1000 m.

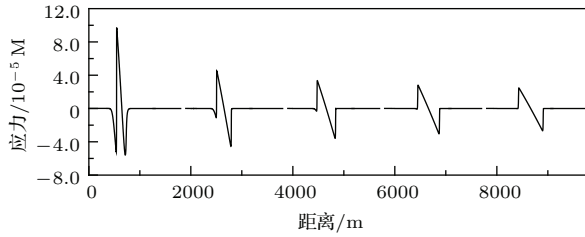


图4 不同时刻波形图 (从左到右时间依次为 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s)

Fig. 4. Wave propagation at different times (From left to right is 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s).

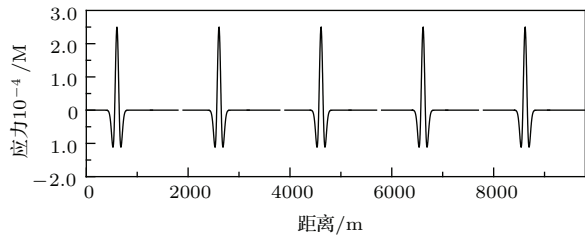


图5 线性波的传播 (从左到右时间依次为 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s)

Fig. 5. Linear wave propagation (From left to right is 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s).

$$2) \beta_2 = 8.0 \times 10^6, \beta_1 = \alpha = 0.$$

如图6和图7分别为800 m, 1200 m处的质点震动图以及不同时刻的波形图. 与上一节所显示的非线性特征有着明显不同的特征: 在传播过程中, 主瓣波形略微向前“倾斜”, 其主瓣和两个旁瓣均逐渐衰减, 而且随传播距离的增加, 振幅衰减的越来越缓慢, 但波的形态在传播过程中基本保持一致.

3.2 采用孤立子震源的传播特性

此处震源子波采用 Soliton 子波, 其表达式为

$$\begin{aligned} & \tau(z, t) \\ &= \frac{3\alpha c}{2\beta_1} \cosh^{-2} \left[\frac{\sqrt{c}}{2} \left(z - z_0 \mp \left(1 + \frac{\alpha c}{2} \right) v_0 t \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

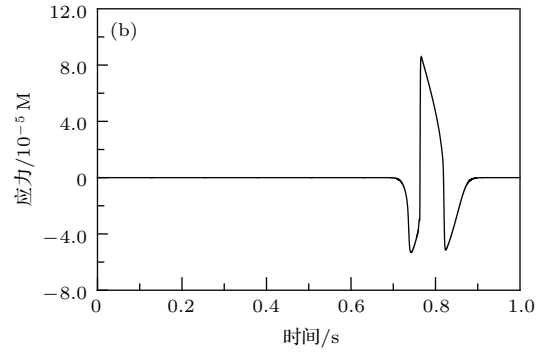
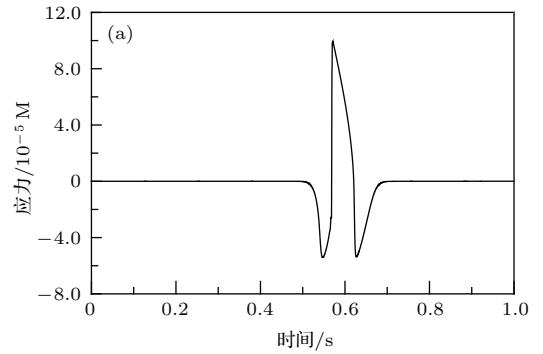


图6 不同距离的质点震动图 (a) 800 m; (b) 1200 m

Fig. 6. Wave propagation at different distances: (a) 800 m; (b) 1200 m.

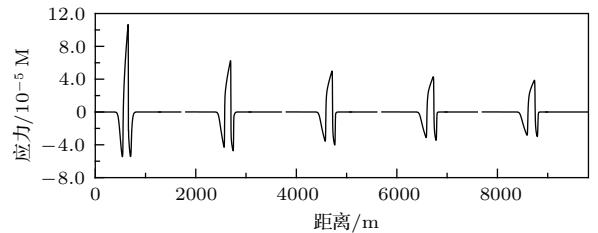


图7 不同时刻波形图 (从左到右时间依次为 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s)

Fig. 6. Wave propagation at different times (From left to right is 0.5 s, 1.5 s, 2.5 s, 3.5 s, 4.5 s).

式中可选择符号 \mp , $-$ 表示波向 Z 轴正向传播, $+$ 表示向 Z 轴负向传播. 取空间步长 $\Delta x = 2 \text{ mm}$, 时间步长 $\Delta t = 0.1 \mu\text{s}$, 空间网格大小为 6001 个, 密度 $\rho = 2.0 \text{ g/cm}^3$, $c = 6000 \text{ m}^2$, 速度 $v_0 = 2600 \text{ m/s}$.

当 $\beta_1 = -1000$, $\alpha = -1.5 \times 10^{-5}$ 时 Soliton 子波波形如图8所示. 这种子波在形态上表现出与雷克子波不同的特征, 其只有主瓣波形, 没有旁瓣. 图9为距震源 0.4 m 处解析解与数值解的对比, 灰实线为根据(9)式得到的解析解, 红虚线为利用本文方法得到的数值解, 两条曲线能够很好的拟合, 也验证了本文 FCT 有限差分法的正确性.

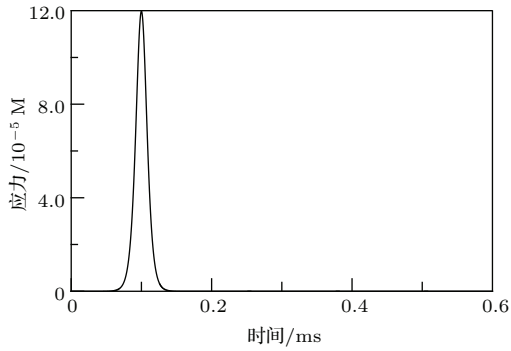


图8 Soliton 子波波形

Fig. 8. Soliton wavelet.

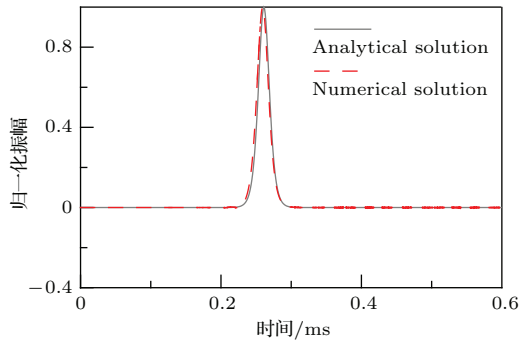


图9 (网刊彩色) 解析解与数值解对比

Fig. 9. (color online) Waveform comparisons between analytical and numerical solutions.

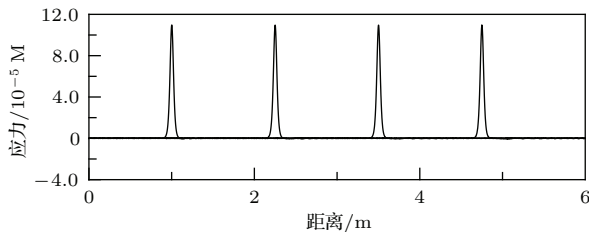


图10 不同时刻波形图 (从左到右时间依次为0.5 ms, 1.0 ms, 1.5 ms, 2.0 ms)

Fig. 10. Wave propagation at different times (From left to right is 0.5 ms, 1.0 ms, 1.5 ms, 2.0 ms).

如图10为不同时刻时的波形图. 可以看到在传播过程中其波形不变, 类似线性波传播的特征. 但其速度又比线性背景介质 $v_0 = 2600$ m/s 偏小. 在非线性的本构关系的情况下为什么会呈现线性特征呢? 下面我们从其解析解进行分析. 将Soliton子波公式代入(2)式的非线性应力-应变关系中, 恰好可以化简得到线性的应力-应变本构关系 $\sigma = M[1 + \alpha c]\varepsilon$, 与线弹性介质本构关系相比, 仅相当于杨氏模量大小发生了改变. 这也是为什么笔者利用其他子波(譬如雷克子波)得不到线性传播的特征. 与那仁满都拉等^[15-17]利用KdV和

mKdV方程研究地壳中非线性地震波相比, 本文的方法其物理意义更清楚. 利用KdV和mKdV方程得到的孤立波的波速只与参数 c 有关, 而且速度变化必然导致波形发生改变, 与实际不符. 而本文中的孤立波传播速度与线性背景介质速度 v_0 、参数 c 以及频散因子 α 有关. 参数 c 不变, 孤立波速度变化不影响波形和振幅. 而参数 c 是由对应的KdV和mKdV方程求解得来, 其物理意义还需深入了解KdV的本构关系, 这里不作讨论.

4 结 论

本文基于Hokstad改造的非线性本构方程, 利用交错网格有限差分法实现固体介质中一维非线性地震波数值模拟; 采用通量校正传输(FCT)技术消除非线性数值模拟中波形振荡, 提高了模拟精度. 通过与解析解的对比验证了模拟结果的正确性. 最后设置不同非线性系数及频散系数, 揭示了不同的非线性地震波在地壳中的传播特征, 得到如下结论:

1) 当非线性系数 β_1 或 β_2 不为零时, 由于声波方程中包含高阶项, 传统的交错网格模拟产生的地震波会出现严重的数值频散, 而且通过增加时间采样率也不能完全消除. 利用通量传输校正技术(FCT)与交错网格相结合能有效消除数值频散, 获得稳定、收敛的数值解.

2) 当声波方程中仅包含三次高阶项时(即 $\beta_1 \neq 0$), 此时的地震波表现出明显的非线性特征: 主瓣随着传播的推进向后“倾斜”且幅值逐渐衰减, 其前瓣幅值始终缓慢衰减, 而后瓣的幅值衰减很快, 当传播一定距离之后整个波形形态基本保持不变, 呈锯齿状; 当声波方程中仅包含四次高阶项时(即 $\beta_2 \neq 0$), 地震波的主瓣和两个旁瓣均逐渐缓慢衰减, 而且波的形态在传播过程中基本保持一致.

3) 当声波方程中同时包含三次高阶项和频散项时(即 $\beta_1 \neq 0, \alpha \neq 0$), 利用孤立子作为震源子波能得到线性波的传播特征: 地震波在传播过程中波形形态及振幅大小均不变, 沿着传播路径以略小于线性背景介质速度匀速前进. 这可能是由于地震波的频散效应与非线性效应达到某种平衡, 相互抵消, 使得在以孤立子为子波的情况下, 应力-应变本构关系呈现线性性质, 所以地震波表现出线性传播的特征.

参考文献

- [1] Zheng H S, Zhang Z J, Yang B J 2004 *Acta Seis. Sin.* **26** 77 (in Chinese) [郑海山, 张中杰, 杨宝俊 2004 地震学报 **26** 77]
- [2] Johnson P A, McCall K R 1994 *Geophys. Res. Lett.* **21** 165
- [3] Johnson P A 1996 *J. Geophys. Res.* **101** 11553
- [4] Van den Abeele K E-A 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **99** 3334
- [5] Miles J W 1980 *Ann. Rev. Fl. Mech.* **12** 11
- [6] Wang Z D 2005 *Mechanics in Engineering* **27** 86 (in Chinese) [王振东 2005 力学与实践 **27** 86]
- [7] Sharon E, Cohen G, Fineberg J 2001 *Nature* **410** 68
- [8] Zhou C, Wang Q L, Wang S X 2014 *Earthquake* **34** 112 (in Chinese) [周聪, 王庆良, 王双绪 2014 地震 **34** 112]
- [9] Wu Z L, Chen Y T 1998 *Nonlinear Processes in Geophysics* **5** 121
- [10] Bykov V G 2008 *Acta Geophys.* **56** 270
- [11] Bykov V G 2014 *J. Seismol.* **18** 497
- [12] McCall K R 1994 *J. Geophys. Res.* **99** 2591
- [13] Cheng N 1996 *Geophysics* **61** 1935
- [14] Hokstad K 2004 *Geophysics* **69** 840
- [15] Mandafu, Naranmandula 2009 *Chinese J. Solid Mech.* **30** 614 (in Chinese) [满达夫, 那仁满都拉 2009 固体力学学报 **30** 614]
- [16] Mandafu, Naranmandula 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 60 (in Chinese) [满达夫, 那仁满都拉 2010 物理学报 **59** 60]
- [17] Han H Y, Naranmandula, Shuang S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 059101 (in Chinese) [韩海英, 那仁满都拉, 双山 2012 物理学报 **61** 059101]
- [18] Qian Z W 2014 *Chin. Phys. B* **23** 064301
- [19] Zheng H S, Zhang Z J 2005 *Chinese J. Geophys.* **48** 660 (in Chinese) [郑海山, 张中杰 2005 地球物理学报 **48** 660]
- [20] Boris J P, Book D L 1973 *J. Comput. Phys.* **11** 38
- [21] Fei T, Larner K 1995 *Geophysics* **60** 1830
- [22] Yang D H, Liu E, Zhang Z J, Teng J 2002 *Geophys. J. Int.* **148** 320

One-dimension nonlinear and dispersive seismic wave modeling in solid media*

Zhou Cong^{1)2)†} Wang Qing-Liang¹⁾

1) (*Institute of Geology, China Earquake Administration, Beijing 100029, China*)

2) (*The Second Monitoring and Application Center, China Earquake Administration, Xi'an 710054, China*)

(Received 14 May 2015; revised manuscript received 4 August 2015)

Abstract

The nonlinear theory in Earth Science is very important for solving the problems of the earth. When considering some of the nonlinear properties of the medium, solitary wave (a special wave with a finite amplitude and a single peak or trough) may appear. Previous studies showed that it may be related to the rupture in the earthquake process. Therefore, it would be very helpful to explain some special phenomena in actual observation data if we fully understand the characteristics of nonlinear waves.

In this paper, based on the nonlinear acoustic wave equation, we first perform 1-D nonlinear acoustic wave modeling in solid media using a staggered grid finite difference method. To get the stable and accurate results, a flux-corrected transport method is used. Then we analyze several different types of nonlinear acoustic waves by setting different parameters to investigate their nonlinear characteristics in the solid media. Compared with the linear wave propagation, our results show that the nonlinear coefficients have important influences on the propagation of the acoustic waves. When the equations contain only a third-order nonlinear term (consider the case $\beta_1 \neq 0, \beta_2 = 0, \alpha = 0$), the main lobe of the wave is tilted backward and its amplitude gradually attenuates with the wave spreading, and the amplitude of its front side-lobe attenuates slowly while the back side-lobe attenuates quickly. The whole shape and amplitude of the wave remain unchanged after propagating a certain distance. When the equations contain only a fourth-order nonlinear term (consider the case $\beta_2 \neq 0, \beta_1 = 0, \alpha = 0$), the main lobe and the two side-lobes of the wave are all slowly damped, but the shape of the whole wave is unchanged with the wave spreading.

In addition, for some combinations of nonlinear and dispersive parameters (consider the case $\beta_1 \neq 0, \alpha \neq 0, \beta_2 = 0$), the wave acts like the linear wave, and the nonlinear acoustic wave is equal to solitary wave which is usually obtained by Kortewegde de Vries (KdV) equation. We validate our modeling method by comparing our results with the analytic solitary solutions. Solitary wave propagates with a fixed velocity slightly less than that of the linear compressional wave, which is probably due to the balance between nonlinear and dispersion effects, making the stress-strain constitutive relations show the nature of linear wave.

Keywords: nonlinear wave, solitary wave, flux-corrected transport technique, finite-difference method

PACS: 91.30.Ab

DOI: 10.7498/aps.64.239101

* Project supported by the Special Earthquake Research Project, which is grant-aided by the China Earthquake Administration (Grant No. 201508009).

† Corresponding author. E-mail: zhoucong323@126.com