

炉膛三维温度场重建中 Tikhonov 正则化和截断奇异值分解算法比较

谢正超 王飞 严建华 岑可法

Comparative studies of Tikhonov regularization and truncated singular value decomposition in the three-dimensional flame temperature field reconstruction

Xie Zheng-Chao Wang Fei Yan Jian-Hua Cen Ke-Fa

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 240201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.240201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于块稀疏贝叶斯学习的多任务压缩感知重构算法

[A recovery algorithm for multitask compressive sensing based on block sparse Bayesian learning](#)

物理学报.2015, 64(7): 070201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070201>

带有分数阶热流条件的时分数阶热波方程及其参数估计问题

[Parameters estimation for a one-dimensional time fractional thermal wave equation with fractional heat flux conditions](#)

物理学报.2014, 63(14): 140202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140202>

构造 Birkhoff 表示的广义 Hojman 方法

[General Hojman's method for the construction of Birkhoffian representation](#)

物理学报.2013, 62(9): 090205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090205>

相位差图像复原技术研究

[Phase diversity image restoration](#)

物理学报.2012, 61(23): 230203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.230203>

基于双带宽高斯滤波器的磁共振弹性图局域频率估算算法研究与实现

[Study and realization of local frequency estimation algorithm in magnetic resonance elasto-graphy based on dual-bandwidth Gaussian filters](#)

物理学报.2011, 60(9): 090204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.090204>

炉膛三维温度场重建中 Tikhonov 正则化和截断奇异值分解算法比较*

谢正超 王飞[†] 严建华 岑可法

(浙江大学热能工程研究所, 能源清洁利用国家重点实验室, 杭州 310027)

(2015年7月16日收到; 2015年8月27日收到修改稿)

在煤粉锅炉诊断中火焰辐射能图像扮演着越来越重要的角色, 通过电荷耦合器件 (CCD) 获得的辐射能图像可以重建出炉内火焰三维温度场, CCD 用于获取视场角内的辐射能图像. 温度场重建的矩阵方程是一个严重病态的方程, 本文使用两种算法 (Tikhonov 正则化算法和截断奇异值分解 (TSVD) 算法) 来重建温度场. 应用广义交叉检验算法来选取正确的正则化参数. 数值模拟的环境为一个 $10\text{ m} \times 10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 的三维炉膛, 系统被划分为 $10 \times 10 \times 10$ 的 1000 个网格, 每个网格单元都是边长为 1 m 的立方体. 在正问题求解所得到的 CCD 接受信号基础上加上不同随机误差以模拟测量时的 CCD 接受信号. 研究两种算法重建后的温度重建误差、两者的重建时间, 以及最高温度的重建效果. 初步的研究结果显示, 一般情况下基于 Tikhonov 算法重建的温度场比基于 TSVD 算法重建的温度场误差要小, 计算所需时间短, 最高温度重建更准确.

关键词: 温度场重建, Tikhonov 正则化算法, 截断奇异值分解算法, 随机性

PACS: 02.30.Zz, 42.30.Wb, 02.70.Tt, 42.30.Va

DOI: 10.7498/aps.64.240201

1 引言

锅炉和炉膛内的燃烧要求在炉膛内建立并保持稳定、均匀的火焰, 燃烧调整不好或者燃烧不稳定都会导致锅炉和炉窑热效率下降, 产生更多的污染物、噪声、甚至结渣, 在极端情况下可能引起锅炉炉膛灭火, 甚至诱发炉膛爆炸事故. 由于锅炉内的火焰具有大尺寸、强脉动等特点, 传统测温方式中的高温计、热电偶、甚至基于激光的光学法都很难实现炉内三维温度场的重建^[1]. 近年来, 基于辐射图像处理的炉膛温度场重建得到了广泛的重视和发展, 较成功地解决了炉内温度场的测量^[2,3]. 国际上 Yan 团队^[4,5] 使用火焰图像获得了燃煤火焰的温度场和炉内多种参数, 并且与实验测量进行了验证. 在利用电荷耦合器件 (CCD) 所拍摄的图像进行温度场重建时需要求解一个病态方程组. 文

献^[6,7] 在三维温度场重建中采用了改进的最小二乘 LSMR (least squares minimum residue) 来求解病态重建方程. 周怀春^[8] 等在二维温度场采用过线性规划求解方法, 在三维温度场则使用修正的 Tikhonov 正则化方法^[9,10], 近年来采用基于牛顿迭代法的 Tikhonov 正则化方法不仅获得了火焰温度场, 还得到了火焰中多种辐射特性参数^[11]. 刘冬等则分别使用截断奇异值分解 (TSVD)^[12] 和最小二乘 QR 分解 (LSQR)^[13] 方法重建炉内温度场.

在三维炉膛温度场可视化中, Tikhonov 正则化方法和 TSVD 都可以很好地重现出炉内温度场, 是很有潜力的重建算法. Tikhonov 正则化方法由 Phillips^[14] 和 Tikhonov^[15] 独立发展. 对于离散不适定问题, 它把求解方程改为求解某种表达式的最小值. Tikhonov 正则化方法是一种较早期求解病态方程的经典方法. Tang 等^[16] 研究了 Tikhonov 正则化方法在线性双曲系统的求解状况, Rajan 和

* 国家自然科学基金 (批准号: 51276165) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wangfei@zju.edu.cn

Reddy 研究了小松弛参数下不同 Tikhonov 正则化方法对求解方程的影响^[17], 对 Tikhonov 正则化进行各种优化处理仍然是目前研究不适定问题的热点方法. TSVD 是在奇异值分解(SVD)的基础上把容易造成不稳定的较小的奇异值直接截取, 使原来的不适定问题转化为一个适定问题来求解^[18]. Shea 等^[19]利用 TSVD 算法在微波散射中重建出乳腺图像, Wu 等^[20]研究一种新的确定 TSVD 中正则化参数的方法, 使得 TSVD 计算结果更加准确. 但是目前并没有深入比较这两种算法优劣的文献, 尤其在锅炉检测领域内讨论这两种算法可视化效率的资料更是匮乏.

2 温度场辐射能成像计算方法

炉膛三维温度场重建原理文献^[9, 21]中已有提到. 其原理的核心内容为利用 CCD 接受到来自炉膛内的高温辐射, 利用 CCD 成像通过一定算法算出炉膛三维温度场. 本文的具体思路是先假设一简化后的炉膛模型, 并根据文献^[22]假设炉膛温度场. 在炉膛内不同位置安装多个 CCD 以接受炉内不同方向的辐射信号, 根据辐射传递成像的原理得到辐射强度图像, 进一步得到辐射能图像与炉内温度四次方的线性方程组, 分别使用 Tikhonov 正则化和 TSVD 解方程组, 得到两组温度场, 将解出的温度场与假设温度场比较, 分析比较两种算法在温度场重建中的效果优劣.

考虑一个带有壁面的炉膛, 将炉膛内部空间划分为 n 个网格, 壁面区域划分为 m 个单元, CCD 靶面成像单元数为 l . 由辐射模型^[5, 8]得到 CCD 摄像机接收到的辐射强度分布 I 与炉内温度分布 T 的关系为:

$$A_1 T_g + A_2 T_w = I \quad (1)$$

式中, I 有 l 个元素, 为 CCD 接收到辐射强度分布; T_g 有 m 个元素, 为炉内空间单元温度的四次方; T_w 有 n 个元素, 为壁面单元温度的四次方; A_1 是炉内空间单元温度的成像系数矩阵; A_2 是壁面空间单元温度的成像系数矩阵. 一般地, 炉膛壁面温度会低于炉内温度, 做四次方后两者差距更大, 为了简化问题, 这里不考虑壁面温度对成像的贡献, (1) 式可简化为

$$A_1 T_g = I. \quad (2)$$

对于 A_1 , 文献^[2]中给出了使用 Monte Carlo 算法求得成像系数矩阵的方法.

3 重建算法原理

上述方程组 (2) 是未知数为炉内空间单元温度四次方的线性方程组, 然而并不能用反除或是求系数矩阵的逆来求解, 这是因为方程组中含 0 元素特别多, 造成方程为病态方程, 必须使用一定的数学处理方法. 由于成像过程中每个像素的视角范围小, 体元发出的辐射能落到指定像素的视角范围能量份额也很小. 如果考虑炉内介质具有明显的散射特性时 (Monte Carlo 算法可以模拟炉内颗粒散射), 不在像素方向上的炉内更多单元均可通过散射对像素辐射能做出贡献. 这种效应会增加空间体元对单个像素辐射能的贡献, 但是计算结果表明考虑了这种效应后仍然有众多空间单位对单个像素辐射能的贡献几乎为 0, 这也是方程组 (2) 中含 0 元素多的物理解释^[9].

3.1 Tikhonov 正则化方法

设不适定方程^[23]

$$\begin{aligned} Ax = b, \quad A \in \mathbb{R}^{m \times n}, \\ x \in \mathbb{R}^n, \quad b \in \mathbb{R}^m \quad (m \geq n). \end{aligned} \quad (3)$$

Tikhonov 正则化方法是求解上面的方程变为求解下面式子的最小二范式

$$\min \left\| \begin{pmatrix} A \\ \lambda L \end{pmatrix} x - \begin{pmatrix} b \\ \lambda Lx \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4)$$

λ 称作正则化参数, 该参数相对于残差项用来控制正则化项的权重, 正则化解可以表达为

$$x_{L, \lambda} = A_{\lambda}^{\#} b, \quad (5)$$

$$A_{\lambda}^{\#} = (A^T A + \lambda L^T L)^{-1} A^T. \quad (6)$$

如果 $L = I_n$, 则可以省略下标 L , 变为标准 Tikhonov 正则化方法.

3.2 TSVD 方法

仍然取方程 (3) 作为研究对象, 对系数矩阵 A 做 SVD 分解得^[18]:

$$A = U \sum V^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^T, \quad (7)$$

式中左奇异向量 \mathbf{u}_i 和右奇异向量 \mathbf{v}_i 分别为矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的正交列向量, 奇异值 σ_i 满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$.

(3) 式的最小二乘解可以表示为

$$\mathbf{x}_n = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i. \quad (8)$$

如果数据项 \mathbf{b} 含有误差, 式中对应于小奇异值的项, 误差将被放大, 随着 i 的增加, 误差被放大的情况越来越严重, 这样得到的解将是没有意义的. 解决这种问题的一种思路就是把容易造成不稳定的较小的奇异值直接去掉, 这就是所谓的 TSVD 方法. 那么将得到如下的表达式:

$$\mathbf{x}_k = \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{u}_i \mathbf{b}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (k \leq n), \quad (9)$$

其中整数 k 称为截断参数, 又叫正则化参数.

3.3 广义交叉检验准则

在选择正则化参数时主要有三种方法^[24]: 采用经验公式, 采用 L 曲线和使用广义交叉检验准则 (generalized cross-validation, GCV). 本文采用最后一种方法来选取正则化参数. 该方法的原理是: 把数据分成 M 组集 ($M > 1$), 除去一个集在 $M - 1$ 个集上进行假设, 用剩下的一个集来计算检验误差度量, 然后重复 M 次同样过程, 每次都留一个不同的集作为检验集, 每一次这样的过程都会得到一个检验误差度量. 这样就可把所有的数据都用作估计参数和检验. 具体 GCV 函数为

$$\text{GCV}(\alpha) = \frac{\|(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\alpha)\mathbf{L})\|_2^2}{[\text{trace}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\alpha))]^2}, \quad (10)$$

式中, $\mathbf{A}(\alpha) = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T$, trace 表示矩阵的迹, \mathbf{I} 为常数项矩阵. 这样便可以取 $\text{GCV}(\alpha)$ 最小值所对应的 α 作为正则化参数, 然后利用计算公式 $\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}$ 求解参数值. 事实上用 GCV 找正则化参数和采用 L 曲线法是有内在关系的, GCV 方法也是在努力找到测量波动误差与正则化误差间的平衡点^[25].

4 计算结果与分析

4.1 重建计算的模型

数值模拟的环境为一个 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ 的三维炉膛, 系统被划分为 $10 \times 10 \times 10$ 的 1000 个网格, 每个网格单元都是边长为 1 m 的立方体, 具体系统如图 1.

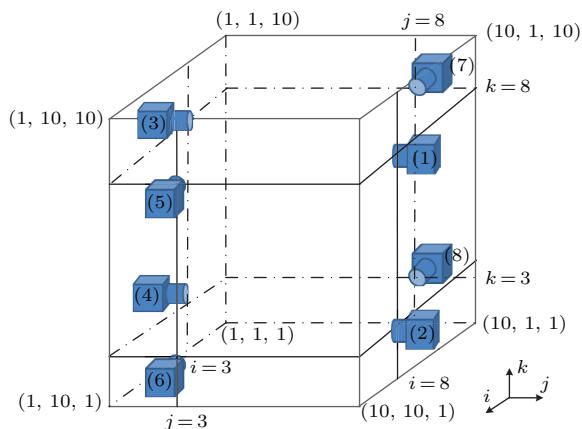


图 1 三维炉膛系统示意图

Fig. 1. Three Dimensional furnace system diagram.

CCD 的视场角假定为 120° , 安装位置如图 1. 炉膛壁温度一般比炉内温度低得较多, 再考虑辐射与温度的四次方成正比时, 炉膛壁的辐射能力将远小于炉内体元的辐射能力. 为了简化问题, 假定炉膛壁为黑的, 对炉内辐射不做贡献. 为了更好地叙述问题, 对网格重新编号, 用 $1, 2, \dots, 1000$ 分别对应着网格坐标编号 $(1, 1, 1), (2, 1, 1), \dots, (10, 1, 1), (1, 2, 1), (2, 2, 1), \dots, (10, 10, 1), (1, 1, 2), \dots, (10, 10, 10)$. 炉内温度场温度如图 2^[18]. 为了更形象地表示出炉内温度场, 还给出了典型截面的温度分布图 (图 3).

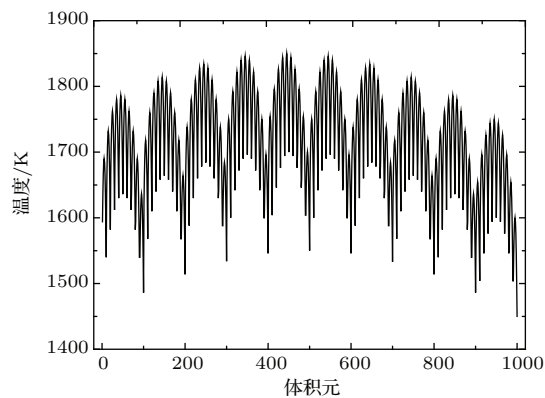


图 2 在体积元中假定的温度分布

Fig. 2. Exact temperature distribution in the volume element.

温度场的重建误差采用各体积元温度均方差相对于最大温度的比值来衡量:

$$R_{\text{recon}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_i^{\text{recon}} - T_i^{\text{exact}})^2}}{\max(T^{\text{exact}})}. \quad (11)$$

为了研究测量误差对重建结果的影响, 在所得火焰温度图像上加上均值为0、均方差为 σ 的正态分布随机误差, 为

$$E_{\text{measured},j} = (\mu + \sigma\xi)E_j + E_j, \quad (12)$$

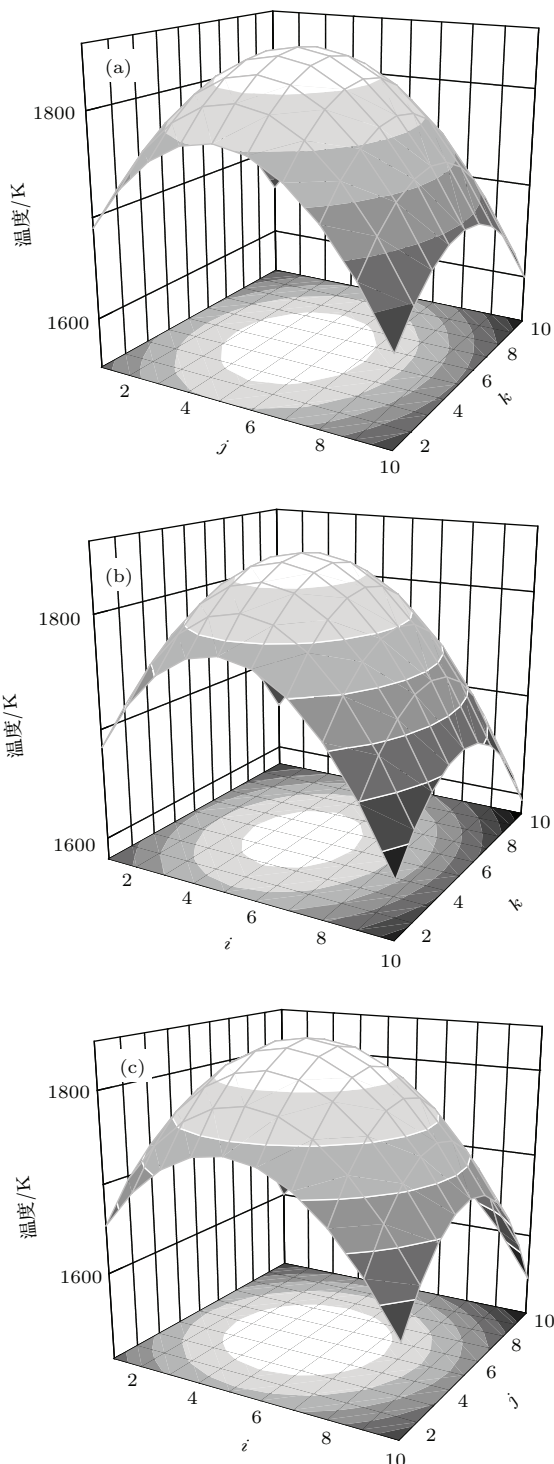


图3 三维单峰温度场典型断面温度场示意图 (a) $i = 5$ 断面; (b) $j = 5$ 断面; (c) $k = 5$ 断面

Fig. 3. Exact temperature distribution on the typical cross sections: (a) The cross section $i = 5$; (b) the cross section $j = 5$; (c) the cross section $k = 5$.

$E_{\text{measured},j}$ 是模拟 CCD 上像素接收到的辐射强度, E_j 是 CCD 像素上应准确接收到的辐射强度. 均值 μ 为0, ξ 是标准正态分布的随机数, 当取值范围为 $-2.576 < \xi < 2.576$ 时, 其置信度为99%.

在重建温度场计算中, 解出的解 (T^4) 可能为负数, 这是明显不符合实际的. 实际上解不仅不为负, 而且需要大于炉膛温度最低值. 基于此我们对解采用一种数据后处理的办法来修正:

$$\begin{cases} T_i^{\text{bound}} = T_i^{\text{solution}}, & T_i^{\text{solution}} \geq T_{\text{min}}, \\ T_i^{\text{bound}} = T_{\text{min}}, & T_i^{\text{solution}} < T_{\text{min}}. \end{cases} \quad (13)$$

本文 T_{min} 取为1400 K.

4.2 重建结果与算法比较

温度场重建时分别采用Tikhonov算法和TSVD算法. 为了更好地比较两种算法在不同环境下重建的效果, 设置在不同测量误差 σ 重建温度. 图4即为重建计算的结果, 重建误差按照(11)式计算得到. 从图中可以看出, 两种算法在抗测量误差方面效果差距不大, 在测量误差为0.05和0.10时, Tikhonov算法重建比TSVD算法重建误差分别小19.3%和7.0%, 而测量误差为0, 0.01, 0.03和0.07时, 两种算法重建温度误差相对差别小于3%, 甚至可能小于1%. 可以认为此时两种算法效果几乎一致. 需要指出的是这种计算带有随机性, 在计算的过程中, 在同样的测量误差下一般会出现Tikhonov算法重建误差更小, 偶尔也会出现TSVD重建误差更小, 但总体上是Tikhonov算法重建误差更小, 且部分情况下Tikhonov算法重建误差比TSVD重建误差小20%以上, 相反现象则没有出现.

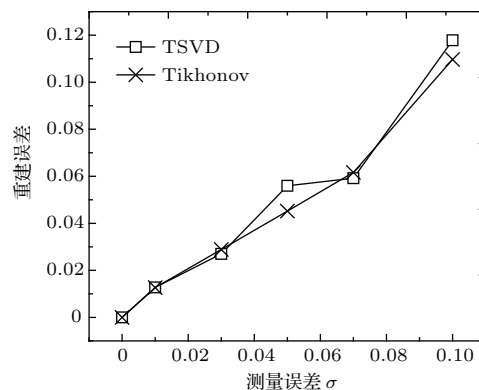


图4 Tikhonov 和 TSVD 算法下温度场重建误差随测量误差的变化

Fig. 4. Temperature field reconstruction errors with measurement errors under Tikhonov and TSVD.

为了更形象地比较两种算法重建的结果, 并且可以与假定温度场做比较, 这里也给出了两种算法在测量误差为0.01时典型断面的温度图, 如图5和图6.

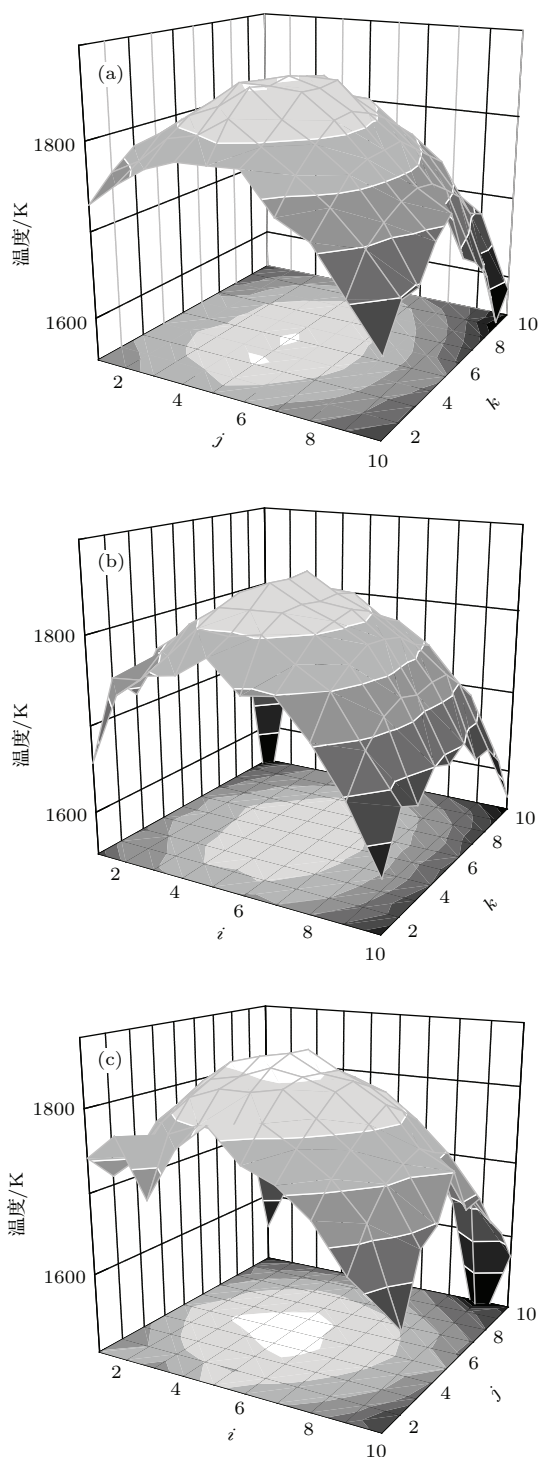


图5 Tikhonov算法重建典型断面温度场示意图 (a) $i = 5$ 断面; (b) $j = 5$ 断面; (c) $k = 5$ 断面
Fig. 5. Temperature distribution on the typical cross sections under Tikhonov algorithm: (a) The cross section $i = 5$; (b) the cross section $j = 5$; (c) the cross section $k = 5$.

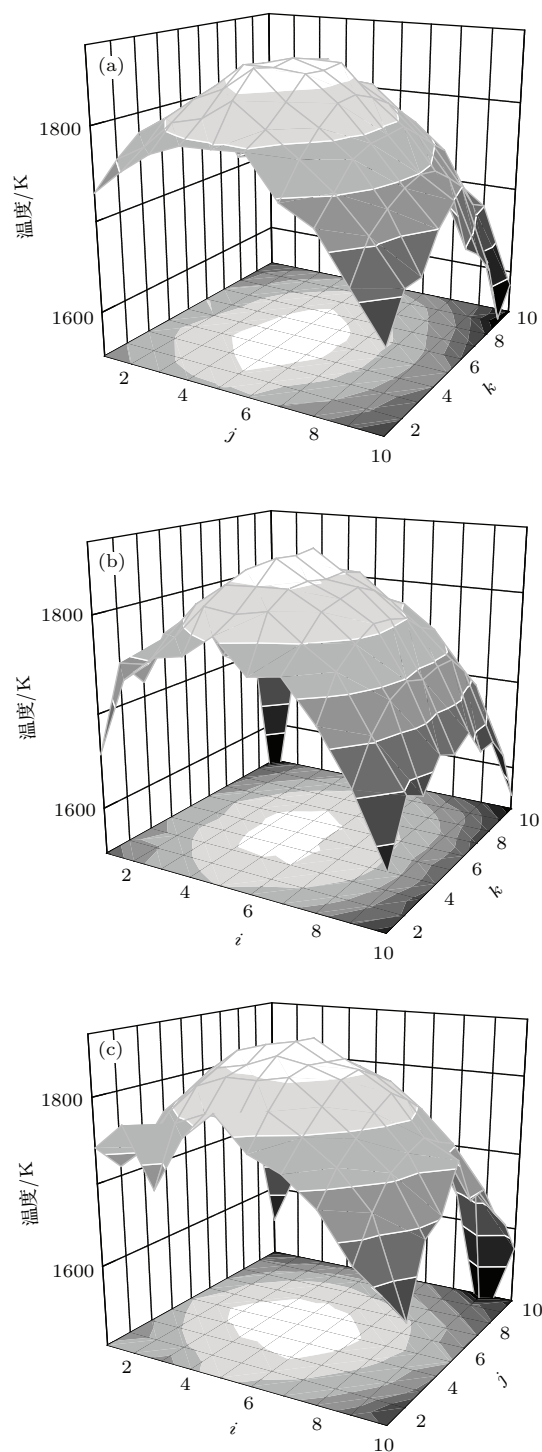


图6 TSVD算法重建典型断面温度场示意图 (a) $i = 5$ 断面; (b) $j = 5$ 断面; (c) $k = 5$ 断面
Fig. 6. Temperature distribution on the typical cross sections under TSVD algorithm: (a) The cross section $i = 5$; (b) the cross section $j = 5$; (c) the cross section $k = 5$.

重建计算时间对算法的评估也很重要, 特别需要在线重建温度场时. 图7是重建时间随测量误差的变化, 计算机处理器为i7-3770 k. 从图中可以看到, 重建时间和测量误差几乎没有关系, 重建时

间都在2—2.5 s之间. 两种算法重建时间差距不大, 细致分析所得结果可以得到Tikhonov 平均计算时间会短一些. 在测量误差 σ 为0, 0.01, 0.03, 0.05, 0.07和0.1时, Tikhonov算法重建时间比TSVD重建时间短-0.0917, -0.049, 0.161, 0.002, 0.135和0.091 s. 造成TSVD算法运行时间较长的主要原因是该算法需要对系数矩阵进行SVD分解, 该分解过程就需要运行2 s以上时间, 而Tikhonov算法中则没有SVD分解过程. 需要特别指出的是, 随着系数矩阵元素的增加, SVD的分解时间会急剧增加, 原则上随着重建体元的增加, Tikhonov算法相比于TSVD算法时间上的优越性会体现得更加明显.

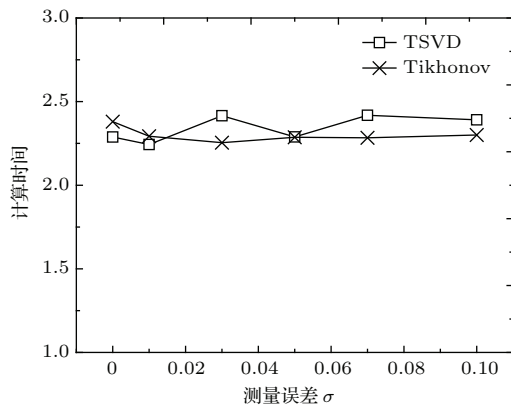


图7 Tikhonov和TSVD算法下重建时间随测量误差的变化

Fig. 7. Temperature field reconstruction time with measurement errors under Tikhonov and TSVD.

表1 Tikhonov与TSVD重建最高温度的比较

Table 1. Maximum reconstruction temperature under Tikhonov and TSVD.

算法	均方差 σ	最高温度 相对误差/%	假设最高温度 所在体元	重建最高温度 所在体元
Tikhonov	0	0	445	445
	0.01	0.1322	445	535
	0.03	0.3723	445	445
	0.05	1.0156	445	435
	0.07	1.9196	445	444
	0.1	1.6374	445	203
TSVD	0	0	445	445
	0.01	0.4735	445	345
	0.03	1.7751	445	556
	0.05	2.7335	445	455
	0.07	2.5486	445	434
	0.1	1.6954	445	203

重建中最高温度的重建效果是另一项考察重建算法好坏的指标. 表1给出两种算法在最高温重建的重建温度误差和最高温度体元位置. 对于重建中最高温度的重建效果这个指标, Tikhonov算法明显比TSVD算法好. 在不同测量误差下Tikhonov重建出的最高温度相对误差都比TSVD算法要小, 而且从重建最高温度可知体元也更接近假设最高温度体元所在位置. 需要指出的是, 体元535, 435, 444和203在空间上的位置都在体元445附近, 所以Tikhonov算法重建的最高温度体元位置是相对准确的.

5 结 论

锅炉内三维火焰温度场研究已经有较多文献^[1-10]讨论, 通过CCD摄像机, 使用多种算法都可以重建出炉内温度场. 本文采用这些文献中常用的算法(Tikhonov和TSVD算法)都成功地重建出炉内的温度场, 说明使用CCD可以重建出炉内温度场. 文中采用广义交叉检验准则寻找正则化参数, 较好地解决了重建算法中的选择算法参数的难题.

在重建算法比较中, 在重建误差、重建计算时间和重建中最高温度的重建效果中Tikhonov算法都比TSVD算法都要好一些. 由于计算结果的随机性, 偶尔会出现TSVD计算结果好一些. 总体来说, 在炉膛三维温度场重建中Tikhonov算法优于TSVD算法.

参考文献

- [1] Zhou H C 2005 *Furnace Flame Visual Inspection Principle and Technology* (Beijing: Science Press) p2 (in Chinese) [周怀春 2005 炉内火焰可视化检测原理与技术 (北京: 科学出版社) 第2页]
- [2] Liu D, Wang F, Yan J H 2008 *Int. J. Heat Mass Transfer* **51** 3434
- [3] Wang F, Huang Q X, Liu D 2008 *Energy Fuels* **22** 1731
- [4] Smart J, Lu G, Yan Y 2010 *Combust. Flame* **157** 1132
- [5] Yan Y, Lu G, Colechin M 2002 *Fuel* **81** 647
- [6] Huang Q X, Wang F, Yan J H 2013 *Opt. Commun.* **292** 2530
- [7] Feng Y X, Huang Q X, Liang J H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134702 (in Chinese) [冯云霄, 黄群星, 梁军辉 2012 物理学报 **61** 134702]
- [8] Han S D, Zhou H C, Sheng F 2000 *Proc. CSEE* **20** 6771 (in Chinese) [韩曙东, 周怀春, 盛锋 2000 中国电机工程学报 **20** 6771]

- [9] Zhou H C, Han S D, Sheng F 2003 *J. Chin. Soc. Power Eng.* **23** 2154 (in Chinese) [周怀春, 韩曙东, 盛锋 2003 动力工程学报 **23** 2154]
- [10] Lou C, Zhou H C 2007 *Proc. CSEE* **27** 5256 (in Chinese) [娄春, 周怀春 2007 中国电机工程学报 **27** 5256]
- [11] Cheng Q, Zhang X Y, Wang Z C 2014 *Heat Transfer Eng.* **35** 770
- [12] Huang Q X, Liu D, Wang F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6742 (in Chinese) [黄群星, 刘冬, 王飞 2007 物理学报 **56** 6742]
- [13] Liu D, Wang F, Huang Q X 2007 *Proc. CSEE* **9** 7277 (in Chinese) [刘冬, 王飞, 黄群星 2007 中国电机工程学报 **9** 7277]
- [14] Phillips D L 1962 *J. Assoc. Comput. Mach.* **9** 8497
- [15] Tikhonov A N 1963 *Soviet Math. Dokl.* **4** 1035
- [16] Tang Y, Prieur C, Girard A 2015 *Automatica* **57** 110
- [17] Rajan M P, Reddy G D 2015 *Appl. Math. Comput.* **259** 412
- [18] Hansen P C 1990 *J. Sci. Stat. Comput.* **11** 503
- [19] Shea J D, Veen B, Hagness S C 2012 *Trans. Biomed. Eng.* **59** 936
- [20] Wu Z M, Bian S F, Xiang C B 2013 *Math. Probl. Eng.* **2013** 161834
- [21] Zhou H C, Han S D, Sheng F 2002 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **72** 361
- [22] Wang F, Liu D, Cen K F 2008 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **109** 2171
- [23] Hansen P C 2007 *Regularization Tools version 4.0 for Matlab 7.3 manual* (e-book) pp65–66
- [24] Mottershead J E, Friswell M I, Ahmadian H 1998 *16th International Modal Analysis Conference* Santa Barbara, CA, February 2–5, 1998
- [25] Hansen P C 1992 *SIAM Rev.* **34** 561

Comparative studies of Tikhonov regularization and truncated singular value decomposition in the three-dimensional flame temperature field reconstruction*

Xie Zheng-Chao Wang Fei[†] Yan Jian-Hua Cen Ke-Fa

(State Key Laboratory of Clean Energy Utilization, Institute for Thermal Power Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 16 July 2015; revised manuscript received 27 August 2015)

Abstract

Radiative imaging of combustion flame in furnace of power plant plays an increasingly important role in combustion diagnosis. The flame radiation image taken by a charge-coupled device (CCD) camera can reconstruct three-dimensional flame temperature distribution in the furnace. CCD cameras are used for capturing the flame images to obtain the line-of-sight radiation intensities. The temperature reconstruction matrix equation is a seriously pathological equation. Thus the temperature field reconstruction problem is an ill-posed problem. The two algorithms (Tikhonov regularization and truncated singular value decomposition (TSVD)) for solving the temperature field reconstruction are introduced. The size of the numerical simulation system is $10\text{ m} \times 10\text{ m} \times 10\text{ m}$, which is divided into $10 \times 10 \times 10$ volume elements in the three dimensions. Each volume element is a unit cube. Generalized cross-validation (GCV) is used to select the correct regularization parameter. The measured data are simulated by adding different random errors to the exact solution of the direct problem. The reconstructed temperature deviation is calculated by the two algorithms separately. When the measuring errors are 0.05 and 0.10, the reconstruction errors based on Tikhonov are respectively 19.3% and 7.0%, less than those based on TSVD. When the measuring errors are 0, 0.01, 0.03 and 0.07, the differences between the two kinds of errors are all less than 3%. Both the algorithms can reconstruct the correct temperature field. The times required to reconstruct the temperature field by the two algorithms are compared and their effects of the maximum temperature are also compared. When the measuring errors are 0, 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 and 0.1, the reconstruction times based on Tikhonov are respectively -0.0917 , -0.049 , 0.161 , 0.002 , 0.135 and 0.091 s, shorter than the reconstruction times based on TSVD. There is singular value decomposition (SVD) in TSVD. And this process takes more than 2 s. If the problem is more complicated, SVD takes much more time. The errors of the maximum reconstruction temperature under Tikhonov are smaller. And the position of the maximum reconstruction temperature under Tikhonov is near the position of the exact maximum temperature in space. The maximum reconstruction temperature under TSVD is not so good as that under Tikhonov. Preliminary results indicate that the Tikhonov-based reconstruction is slightly better than the TSVD-based reconstruction, especially in reconstruction error, reconstruction time, and effects of the maximum temperature.

Keywords: temperature reconstruction, Tikhonov regularization, truncated singular value decomposition, random

PACS: 02.30.Zz, 42.30.Wb, 02.70.Tt, 42.30.Va

DOI: [10.7498/aps.64.240201](https://doi.org/10.7498/aps.64.240201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51276165).

[†] Corresponding author. E-mail: wangfei@zju.edu.cn