

旋涡 Lamb 矢量与各向同性湍流的统计结构

李超 冉政

Lamb vector in isotropic turbulence

Lee Chao Ran Zheng

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 034702 (2015) DOI: [10.7498/aps.64.034702](https://doi.org/10.7498/aps.64.034702)

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I3>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[一类新型激波捕捉格式的耗散性与稳定性分析](#)

[On the accuracy and robustness of a new flux splitting method](#)

物理学报.2015, 64(2): 024702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024702>

[基于浸入式边界方法的串联双矩形柱绕流数值模拟](#)

[Numerical simulation of flow around two elongated rectangles in tandem arrangement using an immersed boundary method](#)

物理学报.2014, 63(21): 214702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214702>

[从北极高压、南极低压到南北极间的三维异宿轨道](#)

[From Arctic high, Antarctic low to three-dimensional heteroclinic orbit connecting south pole and north pole](#)

物理学报.2014, 63(21): 214701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214701>

[非定常瞬态流动过程中的 Lagrangian 拟序结构与物质输运作用](#)

[Lagrangian coherent structure and transport in unsteady transient flow](#)

物理学报.2014, 63(8): 084702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.084702>

[圆管潜射流生成偶极子涡特性实验](#)

[Experiments on vortex dipoles generated by a submerged round jet](#)

物理学报.2013, 62(19): 194702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.194702>

# 旋涡Lamb矢量与各向同性湍流的统计结构

李超 冉政<sup>†</sup>

(上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(2014年2月17日收到; 2014年8月8日收到修改稿)

湍流旋涡运动研究中一个基本理论问题是: 相对于Lamb矢量本身的小而言, 对Lamb矢量的Helmholtz分解中的有势部分占多大比例, 本文利用发展的基于精确解的各向同性湍流统计理论的结果, 给出了新的解析理论预测结果.

**关键词:** 旋涡运动, Lamb矢量, 各向同性湍流

**PACS:** 47.27.-i, 47.27.Gs

**DOI:** 10.7498/aps.64.034702

论预测结果.

## 1 引言

湍流是一种非常普遍的物理学现象, 在自然界中很容易观察到, 而湍流问题的研究在流体力学中是十分重要的问题, 长期为人们关注<sup>[1–12]</sup>. Lamb矢量在流体力学中具有独特地位, 主要根源于在Navier-Stokes方程中非线性项可以使用Lamb矢量来表征, 人们相信流体运动的基本动力学行为可以通过Lamb矢量的演化来刻画<sup>[13]</sup>. 同时, 人们也认识到Lamb矢量的伴生物——螺旋度(helicity), 对于流动的结构和演化也具有重要的意义<sup>[14]</sup>. 旋涡Lamb矢量和螺旋度在湍流研究中起重要作用, 这根源于这两个物理量均适合表征湍流的拟序结构, 现有的研究表明: 湍流的拟序结构应是流场中高螺旋度与低耗散的区域, 同时, 它们也可以用来解释湍流中的非线性抑制以及湍流小尺度分形结构, 正因为这些原因, 两者一直是学术界研究的热点问题<sup>[1–19]</sup>.

在湍流中的旋涡运动研究中一个基本理论问题是: 相对于Lamb矢量本身的小而言, 对Lamb矢量的Helmholtz分解中的有势部分, 占多大比例<sup>[17]</sup>? 本文利用我们发展的基于精确解的各向同性湍流统计理论的结果<sup>[18–25]</sup>, 给出了新的解析理

## 2 基本概念和研究思路

讨论三维不可压缩黏性流体运动, 其基本控制方程为Navier-Stokes方程和连续性方程, 矢量形式的Navier-Stokes方程有一个特别重要的等价形式(Lamb形式)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

式中

$$\mathbf{L} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}. \quad (2)$$

一般称为Lamb矢量, 而

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} \quad (3)$$

为流体运动的涡矢量.

**Lamb矢量的分解:** 根据Helmholtz分解定理, 在实空间中单值连续有界的任何矢量场可以分解成一个位势矢量场 $\nabla a$ , 和一个有旋矢量场 $\mathbf{b}$ 之和, 并且

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0. \quad (4)$$

设Lamb矢量满足定理条件, 则有

$$\mathbf{L} = \nabla a + \nabla \times \mathbf{b}, \quad (5)$$

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: zran@staff.shu.edu.cn

从而

$$\nabla^2 a = \nabla \cdot \mathbf{L}, \quad (6)$$

$$\nabla^2 \mathbf{b} = -\nabla \times \mathbf{L}. \quad (7)$$

利用这些关系, 可以将方程改写为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{b} = -\nabla \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 + a \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (8)$$

这里方程的非线性项为  $\nabla \times \mathbf{b}$  项来表征, 而有势部分已经归于压力项. 由流体运动不可压缩条件, 可以得到

$$\nabla \cdot \mathbf{L} = -\nabla^2 \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 \right). \quad (9)$$

从而有

$$\nabla^2 a = -\nabla^2 \left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 \right), \quad (10)$$

即

$$a = -\left( \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 \right) + a_0, \quad (11)$$

这里  $a_0$  是一个常数(这里解的选择可能并不充分, 实际上采用的是Laplace方程的一个平凡解, 即认为分布是常数, 更为复杂的情况需要进一步讨论).

在湍流问题的研究中, 一个重要的基本问题是  $\langle (\nabla a)^2 \rangle$  和  $\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle$  的数量关系, 这里括号表示物理量的系综平均. 如何使用解析方法给出这一预测则是湍流统计理论的一个重要任务.

可以证明<sup>[17]</sup>: 对于各向同性湍流存在如下关系:

$$\langle (\nabla a)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle - \int_0^\infty r \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} dr, \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} & \langle L_k(x) L_k(x+r) \rangle \\ &= 6fF + 2r \frac{\partial}{\partial r} [fF] + \frac{1}{2} r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial r}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle = \lim_{r \rightarrow 0} \langle L_k(x) L_k(x+r) \rangle. \quad (14)$$

如果已知  $f(r, t), F(r, t)$  则可以使用解析方法研究问题. 注意的是:  $f(r, t)$  是湍流脉动速度场的二阶纵向相关系数, 而  $F(r, t)$  则是湍流涡量场的二阶纵向相关系数. 可以证明对于各向同性湍流, 两者满足如下关系<sup>[18]</sup>:

$$F(r, t) = -\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{4}{r} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (15)$$

在已知  $f(r, t)$  的情况下, 可以求出  $F(r, t)$ .

在我们的研究中,  $f(r, t)$  采用 Sedov 解<sup>[19–25]</sup>,

则有

$$f(r, t) = M \left( \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{a_1}{4t^2} r^2 \right). \quad (16)$$

这里  $M(a, c, z)$  为标准的超几何函数.

### 3 基本计算公式

按照我们的湍流统计理论, 对于湍流脉动速度的二阶关系系数有方程,

$$\frac{d^2 f}{d\eta^2} + \left( \frac{a_1}{2} \eta + \frac{4}{\eta} \right) \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{a_2}{2} f = 0, \quad (17)$$

这里自相似变量定义为

$$\eta = \frac{r}{l(t)}. \quad (18)$$

湍流二阶速度关系系数满足的边界条件为

$$f(0) = 1, \quad (19)$$

$$f(\infty) = 0. \quad (20)$$

利用这个方程可以将有关高阶导数项转化为低阶导数问题. 整个计算有如下三个基本的步骤:

1) 根据(13)式和(14)式求  $\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle$ ;

2) 根据(12)求  $\langle (\nabla a)^2 \rangle$ ;

3) 最后根据上述的结果可以直接求两个物理量的比例关系:

$$y = \frac{\langle (\nabla a)^2 \rangle}{\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle}.$$

最终的解析公式我们在附录中详细地给出.

当  $\sigma = 0.8$  时(关于这一参数的取法其理由可以参见文献[25]), 可以利用上述公式直接计算有

$$y = \frac{\langle (\nabla a)^2 \rangle}{\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle} = 0.443663.$$

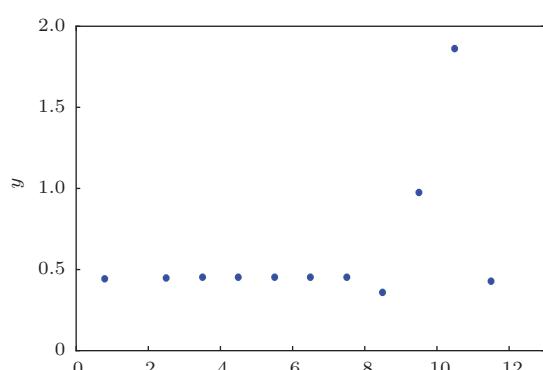


图1 不同湍流参数  $\sigma$  下的比例计算结果

## 4 结论和讨论

基于湍流精确统计结构,本文初步给出了湍流场中表征非线性效应的Lamb矢量的统计计算,特别给出了有关比例关系的解析分析,对典型的物理参数,给出了定量的预测结果,结果表明在本文讨论的条件下,湍流的非线性抑制效应并不明显。我们特别计算了特征参数序列,发现湍流非线性抑制效应有增强的趋势,但同时对于一定的参数区域,计算存在发散的结果(详细的计算结果见图1,这里横坐标是湍流参数 $\sigma$ 值纵坐标是对应的比例计算值)。产生这些异常的原因可能来自上述讨论中引入了湍流旋涡场与湍流速度场的统计独立假设,事实上对于湍流脉动速度四阶关联可以引入所谓的Millionshchikov假设,从而实现湍流旋涡场与湍流速度场的统计相关,更精细的分析结果是进一步的工作。

## 附录A 有关数学推导

本附录给出的是基于上述研究思路的理论推导过程,以及最终的解析公式。

### 1. 各向同性湍流统计结构基本结论:

$$f(r, t) = M \left( \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{a_1}{4l^2} r^2 \right), \quad (\text{A1})$$

$$F(r, t) = -\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{4}{r} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (\text{A2})$$

按照我们的湍流统计理论,对于湍流脉动速度的二阶关系系数有方程,

$$\frac{d^2 f}{d\eta^2} + \left( \frac{a_1}{2} \eta + \frac{4}{\eta} \right) \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{a_2}{2} f = 0, \quad (\text{A3})$$

### 2. 求(1):

$$\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle = \lim_{r \rightarrow 0} \langle L_k(x) L_k(x+r) \rangle \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} & \langle L_k(x) L_k(x+r) \rangle \\ &= 6fF + 2r \frac{\partial}{\partial r} [fF] + \frac{1}{2} r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial r}, \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

### (2):

$$\langle (\nabla a)^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle - \int_0^\infty r \cdot \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial F}{\partial r} dr, \quad (\text{A6})$$

(3): 最后根据上述的结果可以直接求两个物理量的比例关系:

$$y = \langle (\nabla a)^2 \rangle / \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} \rangle. \quad (\text{A7})$$

由上述数学公式可以有如下结论:

$$\langle \lambda^2 \rangle = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ 6fF_1 + 2r(fF_1)'_r + \frac{1}{2} r^2 f'F_1' \right]$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{3a_2}{l^2} {}_1F_1 \left( \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{a_1 r^2}{4l^2} \right) + Ar^2 \right. \\ &\quad \left. + Br^4 + Cr^6 \right], \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{10l^4} \left\{ {}_1F_1 \left[ \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \left( {}_5F_1 \left[ \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4\sigma {}_1F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right) a_1 a_2 \right\}, \\ B &= \frac{1}{200l^8} \left( 2l^2 \sigma {}_1F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right. \\ &\quad \times \left( {}_{10}F_1 \left[ \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + {}_{\sigma}F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right) a_1^3 \\ &\quad + l^2 \sigma {}_1F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \\ &\quad \times \left( {}_5F_1 \left[ \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + 2\sigma {}_1F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right] \right) a_1^2 a_2 \Big), \\ C &= -\frac{\sigma_1^2 F_1 \left[ 1+\sigma, \frac{7}{2}, -\frac{r^2 a_1}{4l^2} \right]^2 a_1^4}{200l^8}. \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \langle \lambda^2 \rangle &= \lim_{r \rightarrow 0} \left[ 6fF_1 + 2r(fF_1)'_r + \frac{1}{2} r^2 f'F_1' \right] \\ &= \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \frac{3a_2}{l^2} {}_1F_1 \left( \sigma, \frac{5}{2}, -\frac{a_1 r^2}{4l^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + Ar^2 + Br^4 + Cr^6 \right] \\ &= \frac{3a_2}{l^2}. \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

进一步可以得到

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty r \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial F_1}{\partial r} dr \\ &= \frac{1}{80l^2(-1+\sigma)} \left\{ -48\sigma F \left[ \left\{ -\frac{1}{2}, 2, 1+\sigma \right\}, \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left\{ \frac{7}{2}, 2-\sigma \right\}, -1 \right] a_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{32\sigma F \left[ \left\{ \frac{1}{2}, 3, 1+\sigma \right\}, \left\{ \frac{7}{2}, 3-\sigma \right\}, -1 \right] a_1}{-2+\sigma} \right. \\ &\quad \left. + 16\sigma F \left[ \left\{ -\frac{1}{2}, 2, 1+\sigma \right\}, \left\{ \frac{7}{2}, 2-\sigma \right\}, -1 \right] a_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{8\sigma F \left[ \left\{ \frac{1}{2}, 2, 1+\sigma \right\}, \left\{ \frac{7}{2}, 3-\sigma \right\}, -1 \right] a_2}{-2+\sigma} \right. \\ &\quad \left. + \left[ 154^\sigma \sqrt{\pi} \text{Cot}[\pi\sigma] \Gamma \left[ -\frac{3}{2} + \sigma \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times (-2\sigma(-1+2\sigma) F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, 2\sigma, 1+\sigma \right\}, \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. \left. \left\{ \sigma, \frac{5}{2} + \sigma \right\}, -1 \right] (3a_1 - a_2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (-3 + \sigma + 2\sigma^2) (2\sigma F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, 1+\sigma, \right. \right. \right. \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -1 + 2\sigma \Big\{ \Big\{ -1 + \sigma, \frac{3}{2} + \sigma \Big\}, -1 \Big] a_1 \\
& - F \Big[ \Big\{ -\frac{3}{2} + \sigma, \sigma, -1 + 2\sigma \Big\}, \\
& \Big\{ -1 + \sigma, \frac{3}{2} + \sigma \Big\}, -1 \Big] a_2 \Big) \Big) \Big] \\
& \times \left[ (-1 + 2\sigma)(1 + 2\sigma)(3 + 2\sigma)\Gamma(-1 + \sigma) \right]^{-1} \Big\}, \\
& \operatorname{Re} \left[ \frac{a_1}{l^2} \right] > 0.
\end{aligned}$$

又令  $a_1 = a_2/(2\sigma)$ , 所以

$$\begin{aligned}
& \frac{\langle (\nabla a)^2 \rangle}{\langle \lambda^2 \rangle} \\
& = \frac{1}{2} - \frac{\int_0^\infty r \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial_1 F_1}{\partial r} dr}{\langle \lambda^2 \rangle} \\
& = \frac{1}{2} - \frac{1}{80(-1 + \sigma)} \left( -24F \left[ \left\{ -\frac{1}{2}, 2, 1 + \sigma \right\}, \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \frac{7}{2}, 2 - \sigma \right\}, -1 \right] + 16\sigma F \left[ \left\{ -\frac{1}{2}, 2, 1 + \sigma \right\}, \right. \right. \\
& \left. \left. \left\{ \frac{7}{2}, 2 - \sigma \right\}, -1 \right] \right. \\
& \left. + \frac{8\sigma F \left[ \left\{ \frac{1}{2}, 2, 1 + \sigma \right\}, \left\{ \frac{7}{2}, 3 - \sigma \right\}, -1 \right]}{-2 + \sigma} \right. \\
& \left. - \frac{16F \left[ \left\{ \frac{1}{2}, 3, 1 + \sigma \right\}, \left\{ \frac{7}{2}, 3 - \sigma \right\}, -1 \right]}{-2 + \sigma} \right. \\
& \left. - \left\{ 15 \times 4^\sigma \sqrt{\pi} (-3 + \sigma + 2\sigma^2) \operatorname{Cot}[\pi\sigma] \Gamma \left[ -\frac{3}{2} + \sigma \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \times F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, \sigma, -1 + 2\sigma \right\}, \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left\{ -1 + \sigma, \frac{3}{2} + \sigma \right\}, -1 \right] \right\} \right. \\
& \left. \times \left\{ (-1 + 2\sigma)(1 + 2\sigma)(3 + 2\sigma)\Gamma[-1 + \sigma] \right\}^{-1} \right. \\
& \left. - \left\{ 45 \times 4^\sigma \sqrt{\pi} \operatorname{Cot}[\pi\sigma] \Gamma \left[ -\frac{3}{2} + \sigma \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \times F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, 2\sigma, 1 + \sigma \right\}, \left\{ \sigma, \frac{5}{2} + \sigma \right\}, -1 \right] \right\} \right. \\
& \left. \times \left\{ (1 + 2\sigma)(3 + 2\sigma)\Gamma[-1 + \sigma] \right\}^{-1} \right. \\
& \left. + \left\{ 15 \times 2^{1+2\sigma} \sqrt{\pi} \sigma \operatorname{Cot}[\pi\sigma] \Gamma \left[ -\frac{3}{2} + \sigma \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \times F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, 2\sigma, 1 + \sigma \right\}, \left\{ \sigma, \frac{5}{2} + \sigma \right\}, -1 \right] \right\} \right. \\
& \left. \times \left\{ (1 + 2\sigma)(3 + 2\sigma)\Gamma[-1 + \sigma] \right\}^{-1} \right. \\
& \left. + \left\{ 15 \times 4^\sigma \sqrt{\pi} (-3 + \sigma + 2\sigma^2) \operatorname{Cot}[\pi\sigma] \Gamma \left[ -\frac{3}{2} + \sigma \right] \right. \right. \\
& \left. \left. \times F \left[ \left\{ -\frac{3}{2} + \sigma, 1 + \sigma, -1 + 2\sigma \right\}, \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \left\{ -1 + \sigma, \frac{3}{2} + \sigma \right\}, -1 \right] \right\} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ -1 + \sigma, \frac{3}{2} + \sigma \right\}, -1 \Big] \Big\} \\
& \times \left\{ (-1 + 2\sigma)(1 + 2\sigma)(3 + 2\sigma)\Gamma[-1 + \sigma] \right\}^{-1} \Big), \\
& \operatorname{Re} \left[ \frac{a_2}{l^2 \sigma} \right] > 0. \\
& \text{当 } \sigma = 0.8 \text{ 时, } \frac{\langle (\nabla a)^2 \rangle}{\langle \lambda^2 \rangle} = 0.443663.
\end{aligned}$$

## 参考文献

- [1] Tennekes H, Lumley J L 1972 *A first Course in Turbulence* (MIT Press)
- [2] Batchelor G K 1975 *The Theory of Homogenous Turbulence* (Cambridge University Press)
- [3] Frisch U 1995 *Turbulence* (Cambridge University Press)
- [4] Monin A S, Yaglom A M 1975 *Statistical fluid mechanics II* (MIT Press)
- [5] Tsinober A 2001 *An informal introduction to turbulence* (Kluwer Press)
- [6] Lesieur M 1990 *Turbulence in fluids* (Kluwer Press)
- [7] Chuanng F K 1953 *Acta Phys. Sin.* **9** 201 (in Chinese)  
[庄逢甘 1953 物理学报 **9** 201]
- [8] Zhou P Y, Huang Y N 1975 *Sci. Sin.* **3** 180
- [9] Huang Y N, Zhou P Y 1981 *Sci. Sin.* **24** 1207
- [10] Fang L, Cui G X, Xu C X 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2877
- [11] Zhu J Z, Mark Taylor 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 054702
- [12] Li F C, Cai W H, Zhang H N 2012 *Chin. Phys. B* **21** 114701
- [13] Wu J Z, Ma H Y, Zhou M D 1993 *Introduction of vortex dynamics* (Beijing: Height Education Press) (in Chinese)  
[吴介之, 马晖扬, 周明德 1993 涡动力学引论 (北京: 高等教育出版社)]
- [14] Moffatt H K 1992 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **24** 281
- [15] Kraichnan R H, Panda R 1988 *Phys. Fluids* **31** 2395
- [16] Shtilman L, Polifke W 1989 *Phys. Fluids A* **1** 778
- [17] Tsinober A 1990 *Phys. Fluids A* **2** 484
- [18] Panchev S 1971 *Random functions and turbulence* (Pergamon Press)
- [19] Sedov L I 1944 *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **41** 116
- [20] Sedov L I 1982 *Similarity and dimensional methods in mechanics* (Moscow: Mir Publishers)
- [21] Ran Z 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 4318
- [22] Ran Z 2009 *Advances and Applications in Fluid Mechanics* **5** 41
- [23] Ran Z 2009 arXiv: 0904.2036 [physics.flu-dyn].
- [24] Ran Z 2011 *Chin. Sci. Bull.* **56** 1
- [25] Wang Y Y, Yuan X J, Ran Z 2013 *Sci. China Phys., Mechanics & Astronom* **43** 1111 (in Chinese)  
[王尧尧, 袁邢杰, 冉政 2013 中国科学: 物理学力学天文学 **43** 1111]

# Lamb vector in isotropic turbulence

Lee Chao Ran Zheng<sup>†</sup>

(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

(Received 17 February 2014; revised manuscript received 8 August 2014)

## Abstract

The Lamb vector is known to be of profound importance for fluid dynamics generally and for the dynamics of turbulence in particular. Based on the new developments of the statistical theory of isotropic turbulence, some new analytical indications are found that the Lamb vector has a contribution in the potential and solenoidal parts, which are almost equal for some typical parameters.

**Keywords:** vortex motion, Lamb vector, isotropic turbulence

**PACS:** 47.27.-i, 47.27.Gs

**DOI:** 10.7498/aps.64.034702

---

† Corresponding author. E-mail: zran@staff.shu.edu.cn