

基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型

陈鹏 蔡有勋 蔡晓菲 施丽慧 余旭涛

Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states

Chen Peng Cai You-Xun Cai Xiao-Fei Shi Li-Hui Yu Xu-Tao

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 040301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.040301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真

[Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation](#)

物理学报.2014, 63(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240303>

在大气湍流斜程传输中拉盖高斯光束的轨道角动量的研究

[Study on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam in a slant-path atmospheric turbulence](#)

物理学报.2014, 63(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150301>

量子语音多带激励算法

[Quantum speech multi-band excitation algorithm](#)

物理学报.2014, 63(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120301>

基于非最大纠缠的五粒子 Cluster 态的高效量子态共享方案

[High-efficient quantum state sharing via non-maximally five-qubit cluster state](#)

物理学报.2013, 62(23): 230302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.230302>

量子信令中继器模型及性能仿真

[A model of quantum signaling repeater and its parameters simulation](#)

物理学报.2013, 62(17): 170305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.170305>

基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型*

陈鹏 蔡有勋 蔡晓菲 施丽慧 余旭涛†

(东南大学, 毫米波国家重点实验室, 南京 211189)

(2014年6月27日收到; 2014年9月11日收到修改稿)

针对基于纠缠态的量子通信网络, 提出了网络模型. 基于网络模型, 首先分析了基础链路的量子信道建立速率. 然后根据基础链路的量子信道建立速率, 针对不同的量子信道建立方法, 对中继长链路上的量子信道建立速率进行分析, 得到在逐点方法和分段方法下所对应的量子信道建立速率. 最后, 利用逾渗模型, 对大规模纠缠态量子通信网络中任意两点间的量子信道建立速率进行分析, 推导出 n 个节点量子通信网络中, 量子信道建立速率为 $\Omega(1/n)$.

关键词: 量子通信网络, 量子信道, 纠缠, 逾渗模型

PACS: 03.67.Hk, 42.50.EX

DOI: 10.7498/aps.64.040301

1 引言

基于纠缠态的量子通信网络, 通过纠缠粒子建立量子信道, 利用量子远程传态来传递信息, 具有高传输容量和高安全性^[1]. 量子远程传态因其非局域性和不可窃听性, 为量子通信带来可靠的安全性^[2,3]. 基于量子远程传态^[4,5]和量子纠缠交换技术^[6,7], 可在不同的量子通信节点之间利用量子纠缠对来建立量子信道. 受限于传输过程中的衰减和噪声等^[8], 纠缠态的光子通常并不直接进行长距离传输, 而是利用量子中继器实现多节点的远距离传输. 国际上, 1997年基于量子远程传态和量子纠缠交换的量子通信实验成功^[5,7]. 2003年, 基于量子纠缠交换技术的量子中继器实验成功^[9]. 2010年, 实现了16 km的长距离自由空间量子隐形传输^[10]. 2012年, 实现了自由空间内距离达到97 km的多光子量子隐形传态^[11]. 2013年, 通过光纤实现了距离超过300 km的纠缠粒子分发^[12].

上述这些研究从理论和实验上验证了构建基

于纠缠态的量子通信网络的可行性, 推动了量子通信网络的研究和发展, 为量子通信网络提供了理论依据和实现方法. 分布式无线量子通信网络中, 已有利用纠缠态进行多跳量子隐形传态的协议和方法研究^[13-17]. 对于大规模的基于纠缠态的量子通信网络, 难以在任意两节点间直接进行高保真度的纠缠粒子分发. 为了建立网络中任意两节点间的量子信道, 可以通过在网络中多节点间分发纠缠粒子, 形成多个中间节点间彼此纠缠共享的量子通路, 然后通过节点间的纠缠交换等, 使得不存在共享纠缠粒子对的节点间可以建立量子信道, 传输量子信息. 因此在大规模纠缠态量子通信网络中, 量子信道的建立是一个值得研究的问题.

当前的研究工作主要集中在如何分发高保真度的纠缠粒子^[8,18-20]. 本文对基于纠缠态的二维量子通信网络的信道建立速率进行研究, 在分析了基础链路和中继长链路的量子信道建立速率后, 提出分段量子信道建立方法, 应用逾渗模型^[21,22]所给出的大规模无序网络的连通性和拓扑性, 分析了基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率.

* 江苏省未来网络创新研究院未来网络前瞻性研究项目(批准号: BY2013095-1-18)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yuxutao@seu.edu.cn

2 量子通信网络的模型

量子信道的建立速率定义为两个量子通信节点之间建立量子纠缠对的速率. 基于纠缠态的量子通信网络中节点具有以下三个功能: 远程传态功能、产生并向周围节点分发纠缠粒子功能和纠缠连接功能. 其中纠缠连接功能由纠缠交换功能和纠缠纯化功能组成^[23,24], 采用纠缠连接, 可以为不存在纠缠粒子对的节点提供纠缠中继. 在该网络中, 距离较近的节点可直接分发纠缠粒子, 建立量子信道, 而相距较远的节点不直接分发高保真度纠缠粒子, 需要通过中间节点依次中继, 建立两节点间高保真度的量子信道.

量子通信网络模型如图1所示. 图1中 n 个节点以单位密度分布在正方形的二维平面中, 分布区域的正方形面积为

$$B_n = [0, \sqrt{n}] \times [0, \sqrt{n}] \quad (n \rightarrow \infty). \quad (1)$$

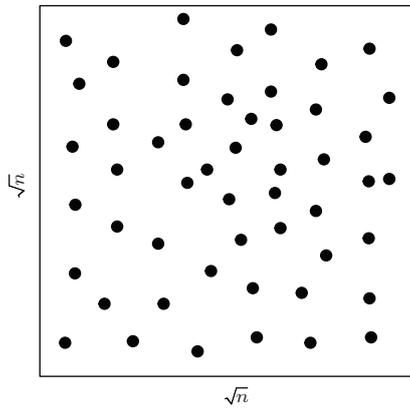


图1 量子通信网络模型

整个分布区域的节点总数为 n , 各节点在空间中随机分布, 假设在不相交区域中节点数目相互独立, 则节点的分布满足空间泊松过程. 该量子通信网络有以下特点:

- 1) 所有的节点功能相同, 可与相邻节点直接通信, 也可通过相邻节点为中继与远处节点通信;
- 2) 量子信息通过量子纠缠对传输, 但节点之间不预先存储量子纠缠对;
- 3) 对于相邻节点, 在通信开始阶段, 节点中进行纠缠粒子生成, 生成的纠缠粒子传输至相邻节点, 得到高保真度的纠缠对以供量子信息传输;

4) 对于相距较远的节点, 需要先找到一条可以连接待通信两节点的拓扑通路. 通过通路上节点的纠缠连接操作, 在远距离的节点间得到高保真度的纠缠对.

本文分别对该模型下任意两节点间的量子信道建立速率进行分析, 包括基础链路、中继长链路以及 n 趋于无穷大时大规模网络中远距离两节点间的量子信道建立速率.

3 量子通信网络基础链路的信道建立速率

在基于纠缠态的量子通信网络中, 将可以直接通过纠缠粒子分发建立量子信道的节点称为相邻节点, 相邻两节点间通过纠缠粒子形成的量子通路称为基础链路. 不存在基础链路的节点之间可以通过中继节点之间的基础链路建立量子信道. 文献^[25]对基础链路上的信道建立速率进行了分析. 基础链路上的一个节点由于内部纠缠粒子的存储空间有限, 所以节点产生纠缠粒子对的频率也受到限制. 假设节点光子产生纠缠粒子操作的频率为 f , 节点按成功概率 P_g 产生一定保真度的纠缠粒子对, d 为两节点之间的距离, c 为光速, 则相邻两节点之间成功得到一个纠缠光子对的平均时间为

$$\tau(f, d, P_g) = \frac{1}{fP_g} + \frac{d}{c}. \quad (2)$$

假设满足通信要求的纠缠粒子对的保真度为 F , 则(2)式中 P_g 的值为^[26]

$$P_g(F) = 0.5 \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2\eta}{1-\eta}} \right], \quad (3)$$

式中, $\eta = e^{-\xi d}$ 为衰减因子, ξ 为衰减率. (2)式中节点产生纠缠粒子对的频率 f 由节点纠缠粒子存储空间 M 所决定, $M = 4[df/c]$, 中括号为取整函数. 可得最大频率为

$$f_{\max} = \frac{Mc}{4d}, \quad (4)$$

考虑到在实际中纠缠光子在短距离内的传播速度远大于纠缠生成的速率, 即 $\frac{1}{fP_g} \gg \frac{d_{ij}}{c}$, (2)式可以表示为

$$\tau(f, d, P_g) = \frac{1}{fP_g}. \quad (5)$$

基础链路中纠缠对产生的最大速率 $R(F)$ 为

$$R(F) = \frac{1}{\tau_{\min}} = f_{\max} P_g(F). \quad (6)$$

由 (3), (4) 和 (6) 式可知, 基础链路的量子信道建立速率主要与保真度和基础链路的长度相关.

4 中继长链路的量子信道建立速率分析

非相邻两节点间如果可以通过中继节点建立量子信道, 则两节点间的量子通路称为中继长链路. 相邻节点之间可以直接生成量子纠缠对以传递量子信息, 但中继长链路上需要各中继节点通过纠缠连接, 消耗中继节点上的量子纠缠对, 从而在源节点和目的节点之间得到高保真度的量子纠缠对, 建立量子信道.

图 2 为仅有一个中继节点的三节点中继长链路, 假设节点 Alice 为源节点, 节点 Carol 为目的节点, 节点 Bob 为中继节点, 节点 Bob 和相邻节点 Alice, Carol 分别共享量子纠缠对 A1-B1 和 B2-C1.

该过程中, 节点 Bob 对位于本节点的量子比特 B1 和 B2 执行贝尔基测量, 即可得知 A1, C1 的纠缠状态. 在最大纠缠态情形下, 纠缠连接即形成. 在非最大纠缠态情形下, 纠缠连接概率性形成, 设量子纠缠连接操作成功的概率为 P_c .

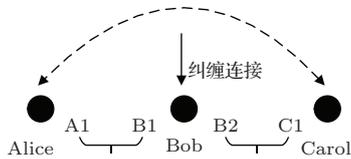


图 2 三节点中继链路

Alice 和 Bob 之间存在基础链路 1, Bob 和 Carol 之间存在基础链路 2, 节点两条基础链路成功生成量子纠缠对所需的最小时间为

$$\tau' = \max\left(\frac{1}{f_{\max 1} P_{g1}(F)}, \frac{1}{f_{\max 2} P_{g2}(F)}\right), \quad (7)$$

式中, $f_{\max 1}$ 为基础链路 1 中纠缠对产生的最大速率, $f_{\max 2}$ 为基础链路 2 中纠缠对产生的最大速率.

Alice 和 Carol 之间成功得到可用于量子信息传输的量子纠缠对的平均时间为

$$\tau_{AC} = \tau' \frac{1}{P_c} = \max\left(\frac{1}{f_1 P_{g1}(F)}, \frac{1}{f_2 P_{g2}(F)}\right) \frac{1}{P_c}, \quad (8)$$

所对应的量子信道建立的速率为

$$R(A, C) = \min(R(A, B), R(B, C)) P_c. \quad (9)$$

由于各基础链路上纠缠粒子生成和纠缠连接操作的顺序不同, 可以得到不同的量子信道建立方法, 不同的量子信道建立方法对应不同的量子信道建立速率. 我们对逐点和分段两种量子信道建立方法所对应的量子信道建立速率进行分析.

如图 3 所示, 假设一条中继长链路由 m 个节点和 $m - 1$ 条基础链路所构成, 设源节点编号为 1, 目的节点的编号为 m , 链路上的节点和基础链路依次编号. 假设节点 1 和 k 之间已建立量子信道, 节点 k 和节点 m 之间也已建立量子信道, 对某节点 k 进行纠缠连接操作, 可得建立该量子信道的速率为

$$R(1, m) = \min(R(1, k), R(k, m)) P_c. \quad (10)$$

从 (10) 式可知, 每进行一次纠缠连接操作, 就会在子链路量子信道速率上乘以一个 P_c 因子.

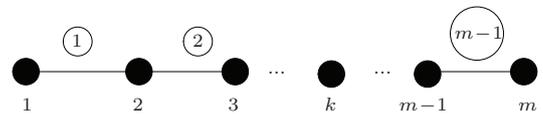


图 3 中继长链路示意图

如图 4 所示, 逐点量子信道建立方法中各个中继节点上的纠缠生成和纠缠连接操作依次进行, 其步骤如下:

- 1) 生成中继节点 2 与源节点 1 之间的纠缠粒子对;
- 2) 生成中继节点 2 和下一中继节点 3 之间的纠缠粒子对, 中继节点 2 进行纠缠连接, 使得源节点 1 与中继节点 3 建立量子信道;
- 3) 生成中继节点 3 和中继节点 4 之间纠缠粒子对, 中继节点 3 进行纠缠连接, 使得源节点 1 与中继节点 4 建立量子信道;
- 4) 逐点进行, 最后生成中继节点 $(m - 1)$ 和中继节点 m 间纠缠粒子对, 中继节点 $(m - 1)$ 进行纠缠连接, 建立源节点 1 和目的节点 m 间建立量子信道.

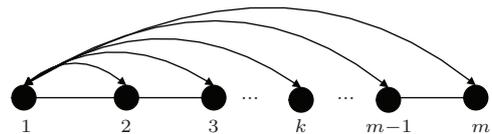


图 4 逐点量子信道建立方法示意图

逐点量子信道建立方法需要在 $m - 2$ 个中继节点上进行不相互独立的纠缠连接操作.

基础链路的信道建立速率由量子纠缠分发速率决定。纠缠光子经由光纤或自由空间信道传输,再经过本地操作实现量子纠缠分发,该过程所需时间设为常数^[27]。

源节点和目的节点之间建立量子信道的速率为

$$\begin{aligned}
 & R(1, m) \\
 &= \min(\min(\min(R(1, 2), R(2, 3))P_c, \\
 & R(3, 4))P_c, R(4, 5))P_c \cdots \\
 &= \min(R(1, 2)P_c^{m-2}, R(2, 3)P_c^{m-3}, \\
 & R(3, 4)P_c^{m-4}, \dots, R(m-1, m)P_c). \quad (11)
 \end{aligned}$$

当保真度 F 确定时,对于一条确定的中继长链路,其链路上各基础链路已确定,设链路上基础链路量子信道建立速率最大为 r_{\max} , 最小为 r_{\min} . 对于 $1 \leq i \leq m-1$, 可得

$$r_{\min} \leq R(i, i+1) \leq r_{\max}.$$

$R(1, m)$ 的阶数由最高次阶所决定, 可得

$$\begin{aligned}
 \Omega(r_{\min}P_c^{m-2}) &\leq \Omega(R(1, m)) \\
 &\leq \Omega(r_{\max}P_c^{m-2}). \quad (12)
 \end{aligned}$$

令 $a = \frac{1}{P_c}$, 则 $a > 1$, 由于常数因子不影响阶数, 可得

$$\Omega(P_c^{m-2}) \leq \Omega(R(1, m)) \leq \Omega(P_c^{m-2}).$$

根据夹挤定理 (Squeeze Theorem):

$$\begin{aligned}
 & \Omega(R(1, m)) \\
 &= \Omega(P_c^{m-2}) = \Omega\left(\frac{1}{a^{m-2}}\right) = \Omega\left(a^2 \cdot \frac{1}{a^m}\right) \\
 &= \Omega\left(\frac{1}{a^m}\right) = \Omega\left(\frac{1}{e^m}\right), \quad (13)
 \end{aligned}$$

式中 e 为无理数 ($e = 2.71828 \dots$).

分段量子信道建立方法将长链路上的节点进行分段, 每个分段由两个或者两个以上的相邻节点组成. 在分段内的纠缠连接成功后, 便可在由分段组成的更大分段上再次进行纠缠连接, 直到源节点和目的节点之间成功得到量子纠缠对。

如图 5 所示, 对于一条有 2^K 个节点的链路, 分段量子信道建立方法如下:

1) 设置 $i = 1$, 首先在各个基础链路上进行纠缠粒子生成操作;

2) 包括源节点在内, 按节点顺序依次将链路分段, 每段节点数目为 2^{i+1} , 在每个分段的第 2^i 和第 $2^i + 1$ 个节点上同时进行纠缠连接操作;

3) $i = i + 1$, 如果 $i < K$, 跳转至步骤 2); 若 $i = K$, 则建立了源节点 1 与目的节点 2^K 之间建立量子信道。

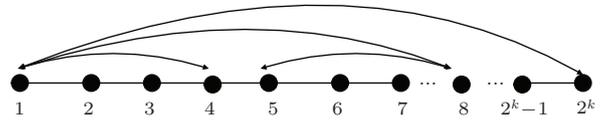


图 5 分段量子信道建立方法示意图

对于一条有 m 个节点的长链路, 当 m 趋于无穷大时, 总可以找到令整数 $K = \lceil \log_2 m \rceil$, 使得 $2^{K-1} \leq m \leq 2^K$, 故

$$R(1, 2^{K-1}) \leq R(1, m) \leq R(1, 2^K). \quad (14)$$

由分段量子信道建立方法的步骤分析可知, 对于一条有 2^K 个节点的长链路, 不同层次的独立纠缠连接操作分为 $K-1$ 步, 且每一步都要对相邻分段上的两节点进行纠缠操作. 分段纠缠操作不同层次之间是相互独立的, 不同层次独立纠缠连接次数可等价于 $2(K-1)$. 假设基础链路每次独立纠缠, 取纠缠连接最小成功概率为 P'_c . 对于源节点和目的节点之间成功建立量子信道的速率 $R(1, 2^K)$, 因为 $R(1, m)$ 的阶数由最高次阶所决定, 可得

$$\begin{aligned}
 \Omega(r_{\min}P_c^{2(K-1)}) &\leq \Omega(R(1, 2^K)) \\
 &\leq \Omega(r_{\max}P_c^{2(K-1)}). \quad (15)
 \end{aligned}$$

常数因子不影响阶数, 可得

$$\begin{aligned}
 & \Omega(P_c^{2(K-1)}) \leq \Omega(R(1, 2^K)) \leq \Omega(P_c^{2(K-1)}), \\
 & \Omega(R(1, 2^K)) \\
 &= \Omega(P_c^{2(K-1)}) = \Omega\left(\left(\frac{1}{a^2}\right)^K \cdot a^2\right) \\
 &= \Omega\left(\left(\frac{1}{a^2}\right)^K\right) = \Omega\left(\frac{1}{e^K}\right) \leq \Omega\left(\frac{1}{m}\right), \quad (16)
 \end{aligned}$$

式中, e 为无理数 ($e = 2.71828 \dots$), $\frac{1}{P_c^2} \geq 1$.

同理, 由于

$$\begin{aligned}
 & \Omega(R(1, 2^{(K-1)})) \\
 &= \Omega(P_c^{2(K-2)}) = \Omega(P_c^{-2} \cdot P_c^{2(K-1)}) \\
 &= \Omega(P_c^{2(K-1)}) \leq \Omega\left(\frac{1}{m}\right), \quad (17)
 \end{aligned}$$

根据夹挤定理,

$$R(1, m) = \Omega\left(\frac{1}{m}\right). \quad (18)$$

5 基于逾渗模型的二维量子通信网络量子信道建立速率

量子通信网络的模型与传统通信网络模型类似, 都可建模为 n 个节点利用传输信道进行信息传递, 所不同之处在于传统无线通信网络使用的是传统无线或者有线信道, 而基于纠缠态的量子通信网络使用的是纠缠粒子构成的量子信道. 与经典无线通信网络的网格划分相似, 可采用逾渗模型对整个网络特性进行分析. 逾渗模型证明通过适当的网络网格划分可保证整个网络的连通性, 使得网络中的任意源节点和任意目的节点总可找到一条中继链路相连, 整个网络中将形成高速公路 (highway), 高速公路可为其他不在高速公路上的节点提供中继 [16].

将图 1 中节点数目为 n 的量子通信网络平面划分为边长为 a 的正方形网格, 若某个网格中至少含有一个节点, 该节点可为相邻网格中的节点提供中继, 则这个网格视为连通的. 由单位密度泊松点过程的概率分布规律, 网格中至少含有一个节点的概率为 $p \equiv P(X_{si} \geq 1) = 1 - e^{-a^2}$, 其中 X_{si} 代表单个网格中的节点数. 网格边长足够大时, 可保证网格中至少有一个节点的概率足够大. 当网格连通概率大于二维正方形逾渗的逾渗阈值时, 将会出现无限大连通集团, 整个量子通信网络必然是连通的, 即网络中任意两个节点间存在直接量子信道或者由多个中继节点组成的量子信道.

当网格连通概率大于二维正方形逾渗的逾渗阈值时, 将在水平方向和垂直方向由连通的网格依次相连形成大规模的连通链路, 这种连通链路的拓扑结构称为高速公路. 高速公路上分布着大量的中继节点, 且这些相邻中继节点之间的最远距离由网格的边长决定, 使得基础链路的长度最长不超过网格对角线长. 高速公路存在于网络水平方向和垂直方向, 源节点找到离自己最近的高速公路入口节点, 然后在水平方向的高速公路找到与目的节点垂直距离最近的节点, 接着通过该节点沿着垂直方向的高速公路找到与目的节点最近的出口节点. 由于高速公路的存在, 若源节点和目的节点都在高速公

路上, 则这两个节点可直接利用高速公路的中继作用建立量子信道, 若源节点和目的节点至少有一个不在高速公路上, 则应先找到最近的高速公路入口节点或出口节点, 再通过高速公路中继, 从而建立量子信道.

令 $q = \frac{\sqrt{n}}{a\sqrt{2}}$, 对于任意 $\kappa > 0$, 可将整个量子通信网络平面划分为长宽为 $q \times (\kappa \log q - \varepsilon_q)$ 的矩形. 矩形中有 $\delta \log q$ 条互不相交的高速通路, 每条高速通路上有 $\Omega(q)$ 个节点 [16]. 不在高速公路的点与最近的高速公路节点的距离不大于 $x < \kappa \log q + 2\sqrt{2}a$, 高速公路的相邻点之间的距离不大于划分网格的对角线长 $2\sqrt{2}a$.

可得高速公路上基础链路的量子信道建立速率为

$$\begin{aligned} R(i, i+1) &= fP_g \\ &= 0.5f \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2\eta}{1-\eta}} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\eta = e^{-\varepsilon^2 2\sqrt{2}a}$. 因此

$$\begin{aligned} R(i, i+1) &\leq 0.5 \frac{Mc}{8\sqrt{2}a} \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2e^{-\varepsilon^2 2\sqrt{2}a}}{1 - e^{-\varepsilon^2 2\sqrt{2}a}}} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

由此可知, 高速公路上的基础链路的量子信道建立速率仅与节点的量子存储空间、网格划分的对角线长度、给定的量子信息保真度有关, 与总节点个数 n 无关, 故相对于 n 为常数阶.

不在高速公路上的节点要先找到离它最近的高速公路节点作为入口节点或者出口节点, 源节点与入口节点之间以及目的节点与出口节点之间存在基础链路, 该基础链路的量子信道建立速率与总节点个数有关, 由于不在高速路的点与最近的高速公路节点的距离不大于 $x < \kappa \log q + 2\sqrt{2}a$ [21], 故该基础链路的速率为

$$R' = fP_g = 0.5f \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2e^{-y}}{1 - e^{-y}}} \right], \quad (21)$$

式中 $y = \xi(\kappa \log q + 2\sqrt{2}a) \rightarrow \infty$, $\log q$ 函数取 e 为底.

令信息保真度 F 的取值为 0.5 至 1 之间, $\alpha = 2F - 1$, 则

$$\begin{aligned} R' &= fP_g \leq 0.5 \frac{Mc}{8\sqrt{2}a} \left[1 - (2F - 1)^{\frac{2e^{-y}}{1 - e^{-y}}} \right] \\ &= \Omega\left(1 - \alpha^{\frac{2e^{-y}}{1 - e^{-y}}}\right) \end{aligned}$$

$$= \Omega \left[\lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 - \alpha^{\frac{2}{e^y}} \right) \right] \quad (0 < \alpha < 1). \quad (22)$$

利用泰勒展开式对其化简:

$$\begin{aligned} R' &= \Omega(1 - 1 + 2e^{-y} + \dots) \\ &= \Omega(e^{-y}) \\ &= \Omega\left(\frac{1}{q}\right) = \Omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

因此对中继长链路而言, 分段量子信道建立方法的量子信道建立速率更高. 因此我们对长链路上使用分段量子信道建立方法进行分析. 根据源节点和目的节点分布不同, 可分为以下两种场景.

场景 1: 若源节点和目的节点都在高速公路上, 则对于有 $\Omega(q)$ 个节点的这条长中继链路, 基础链路的最长距离由网格划分的边长决定, 此时基础链路上的量子信道建立速率为常数阶 r , 源节点和目的节点成功得到量子纠缠对的速率为

$$R_1 = r P_c^{\log \Omega(q)} = \Omega\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right). \quad (24)$$

场景 2: 若源节点和目的节点至少有一个不在高速公路上, 不在高速公路上的节点到高速公路的基础链路的最大距离为源节点或目的节点与最近的高速公路节点的距离, 源节点和目的节点成功得到量子纠缠对的速率为

$$\begin{aligned} R_2 &= \min(r) P_c^{\log \Omega(q)} = R' P_c^{\log \Omega(q)} \\ &= \Omega\left(1/n\right), \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\log \Omega(q)$ 函数取 e 为底.

所以当量子通信网络的节点都利用逾渗模型所指出的高速公路进行长链路的中继通信, 且采用分段量子信道建立方法时, 整个量子通信网络的量子信道建立速率为 $\Omega(1/n)$. 由于场景 2 的量子信道建立速率小于场景 1 的量子信道建立速率, 整个量子信息网络的量子信道建立速率上限值由两者的较小值所决定的, 故量子通信网络的量子信道建立速率为 $\Omega(1/n)$.

6 结 论

本文针对基于纠缠态的量子通信网络, 提出了量子通信网络的网络模型. 基于网络模型, 提出了量子信道建立速率概念. 根据链路结构的不同, 把量子通信网络中的通信链路分为基础链路和中

继长链路. 在中继长链路上, 量子信道建立方法的不同会导致整体链路量子信道建立速率有很大的不同. 通过对逐点量子信道建立方法的分析, 提出了一种应用量子中继长链路的分段量子信道建立方法, 得到在逐点方法和分段方法下, 对于有 m 个节点的中继长链路, 量子信道建立速率分别为 $\Omega(1/e^m)$ 和 $\Omega(1/m)$. 通过逾渗模型揭示了量子通信网络的连通性和拓扑结构, 得到了中继长链路的节点总数和基础链路的最大长度, 将分段量子信道建立方法应用到逾渗高速公路拓扑的长链路中, 对大规模纠缠态量子通信网络中任意两点间的量子信道建立速率进行分析, 推导出 n 个节点二维量子通信网络中量子信道建立速率为 $\Omega(1/n)$.

参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) p3
- [2] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [3] Mayers D 2001 *J. ACM* **48** 351
- [4] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [5] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, Eibl M, Weinfurter H, Zeilinger A 1997 *Nature* **390** 575
- [6] Żukowski M 1993 *Phys. Lett. A* **177** 290
- [7] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, Zeilinger A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3891
- [8] Yin J, Yong H L, Wu Y P, Peng C Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060307 (in Chinese) [印娟, 雍海林, 吴裕平, 彭承志 2011 物理学报 **60** 060307]
- [9] Zhao Z, Yang T, Chen Y A, Zhang A N, Żukowski M, Pan J W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 180401
- [10] Jin X M, Ren J G, Yang B, Yi Z H, Zhou F, Xu X F, Wang S K, Yang D, Hu Y F, Jiang S, Yang T, Yin H, Chen K, Peng C Z, Pan J W 2010 *Nat. Photon.* **4** 339
- [11] Yin J, Ren J G, Lu H, Cao Y, Yong H L, Wu Y P, Liu C, Liao S K, Zhou F, Jiang Y, Cai X D, Xu P, Pan G S, Jia J J, Huang Y M, Yin H, Wang J Y, Chen Y A, Peng C Z, Pan J W 2012 *Nature* **488** 185
- [12] Inagaki T, Matsuda N, Tadanaga O, Asobe M, Takesue H 2013 *Opt. Express* **21** 23241
- [13] Yu X T, Zhang Z C, Xu J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 010303
- [14] Yu X T, Xu J, Zhang Z C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 220303 (in Chinese) [余旭涛, 徐进, 张在琛 2012 物理学报 **61** 220303]
- [15] Wang K, Yu X T, Lu S L, Gong Y X 2014 *Phys. Rev. A* **89** 022329
- [16] Liu X H, Nie M, Pei C X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 200304 (in Chinese) [刘晓慧, 聂敏, 裴昌幸 2013 物理学报 **62** 200304]

- [17] Yu X T, Xu J, Zhang Z C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090311
- [18] Vollmer C E, Schulze D, Eberle T, Händchen V, Fiurášek J 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 230505
- [19] Xu F H, Qi B, Liao Z F, Lo H K 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 061101
- [20] Cao Y, Liang H, Yin J, Yong H L, Zhou F, Wu Y P, Ren J G, Li Y H, Pan G S, Yang T, Ma X, Peng C Z, Pan J W 2013 *Opt. Express* **21** 27260
- [21] Franceschetti M, Dousse O, Tse D N C, Thiran P 2007 *IEEE Trans. Inform. Theory* **53** 1009
- [22] Hu C, Wang X, Yang Z, Zhang J, Xu Y, Gao X 2010 *IEEE Trans. Commun.* **58** 2916
- [23] Bose S, Vedral V, Knight P L 1999 *Phys. Rev. A* **60** 194
- [24] Lu H, Guo G C 2000 *Phys. Lett. A* **276** 209
- [25] Bacinoglu T, Gulbahar B, Akan O B 2010 *Proc. IEEE GLOBECOM Miami, USA, December 6–10 2010* p1
- [26] He B, Ren Y H, Bergou J A 2009 *Phys. Rev. A* **79** 052323
- [27] Schmitt-Manderbach T, Weier H, Fürst M, Ursin R, Tiefenbacher F, Scheidl T, Perdigues J, Sodnik Z, Kurtsiefer C, Rarity J, Zeilinger A, Weinfurter H 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 010504

Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states*

Chen Peng Cai You-Xun Cai Xiao-Fei Shi Li-Hui Yu Xu-Tao[†]

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 211189, China)

(Received 27 June 2014; revised manuscript received 11 September 2014)

Abstract

Targeting the quantum communication network based on entangled states, a network model is proposed. According to the model, the quantum channel establishing rate of basic links is then analyzed. For different quantum channel establishment methods, the quantum channel establishing rates of long relay links are also analyzed. Then the quantum channel establishing rates corresponding to the point-by-point method and segmentation method are calculated. Finally, the quantum channel establishing rate between two arbitrary points in a large-scale quantum entanglement communication network is analyzed based on the percolation model. The quantum channel establishing rate in a quantum communication network of n nodes is $\Omega(1/n)$.

Keywords: quantum communication network, quantum channel, entanglement, percolation model

PACS: 03.67.Hk, 42.50.EX

DOI: 10.7498/aps.64.040301

* Project supported by the Prospective Research Project on Future Networks of Jiangsu Future Networks Innovation Institute, China (Grant No. BY2013095-1-18).

† Corresponding author. E-mail: yuxutao@seu.edu.cn