

基于度的正/负相关相依网络模型及其鲁棒性研究

陈世明 吕辉 徐青刚 许云飞 赖强

The model of interdependent network based on positive/negative correlation of the degree and its robustness study

Chen Shi-Ming Lü Hui Xu Qing-Gang Xu Yun-Fei Lai Qiang

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 048902 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.048902

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.048902>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

疾病传播与级联失效相互作用的研究:度不相关网络中疾病扩散条件的分析

[Dynamic interplay between epidemics and cascades:Epidemic outbreaks in uncorrelated networks](#)

物理学报.2014, 63(21): 218902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.218902>

火灾逃生过程的模拟与讨论 -----以吉林禽业火灾为例

[Simulation of pedestrian evacuation based on Jilin fire](#)

物理学报.2014, 63(17): 178902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.178902>

一种信息传播促进网络增长的网络演化模型

[A complex network evolution model for network growth promoted by information transmission](#)

物理学报.2014, 63(15): 158902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.158902>

基于随机矩阵的金融网络模型

[Financial networks model based on random matrix](#)

物理学报.2014, 63(13): 138901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.138901>

面向级联失效的相依网络鲁棒性研究

[Research on robustness of interdependent network for suppressing cascading failure](#)

物理学报.2014, 63(2): 028902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.028902>

基于度的正/负相关相依网络模型及其鲁棒性研究*

陈世明[†] 吕辉 徐青刚 许云飞 赖强

(华东交通大学电气与电子工程学院, 南昌 330013)

(2014年7月29日收到; 2014年9月21日收到修改稿)

利用典型的Barabási-Albert无标度网络构建了基于度的正/负相关相依网络模型, 该模型考虑子网络间的相依方式及相依程度, 主要定义了两个参数 F 和 K , F 表示相依节点比例, K 表示相依冗余度. 在随机攻击及基于度的蓄意攻击模式下, 针对网络的级联失效问题, 研究了不同的 F 值和 K 值对该相依网络模型鲁棒性的影响, 与随机相依网络模型进行了对比研究. 仿真结果表明: 无论是随机相依或是基于度的正/负相关相依网络, 其鲁棒性都是随着 F 的增大而减弱, 随着 K 的增大而增强; 在随机攻击下, 全相依模式($F = 1$)时, 基于度正相关相依网络模型鲁棒性最优, 部分相依模式($F = 0.2, 0.5, 0.8$)时, 基于度的负相关相依网络模型则表现出更好的鲁棒性. 而在基于度的蓄意攻击下, 无论 F 为何值, 基于度的正相关相依网络模型表现出弱鲁棒性.

关键词: 相依网络, 相依程度, 鲁棒性, 级联失效

PACS: 89.75.-k, 89.75.Fb

DOI: 10.7498/aps.64.048902

1 引言

随着经济技术的发展, 现代的各种复杂系统规模越来越大, 且各个网络系统之间彼此作用和相互依存^[1-3]. 然而, 过去的研究重点都是对单个网络的研究, 研究的对象都是些孤立的系统^[4-13], 因此忽略了一个事实, 就是许多系统都是以一种或是多种方式相互依存的. 例如, 能量分布系统的成功运行需要水冷却系统、燃料供应和运输系统、控制和管理信息系统. 多年来, 这些系统之间的关系变得越来越紧密, 以复杂的方式相互依赖. 网络系统间的相依作用一方面提高了网络整体的效率, 但也给整个相依网络系统带来了更大的脆弱性^[14]. 由于不同网络节点间相互依赖的关系, 当一个网络或几个网络的部分节点或边失效时, 会导致与之相依的其他网络节点或边失效, 继而发生网络间的相继故障, 最终导致这些相互依存网络整体失效^[3]. 且这

样失效的风险是随着相依程度和复杂性的增加而增加^[15,16], 所以理解相依网络系统的相依程度和拓扑构建对整个相依网络系统鲁棒性的影响成为必要.

相依网络(interdependent networks)是由具有相互作用关系的两个或多个网络组成的一个系统^[14]. 近几年来, 相依网络已逐渐成为国内外的研究热点之一. 就目前而言, 关于相依网络的研究主要分为以下三方面: 一是网络间故障渗流相关的鲁棒性理论研究^[1,14,17-19]; 二是采用增加网络中的自治节点^[17,20,21]或保护高度节点^[22]的方法, 增强相依网络的鲁棒性; 三是构建网络间的拓扑结构, 提高网络的鲁棒性^[3,23-25]. 在2010年, 文献^[14]提出一个相依网络的理论分析模型, 描述了具有双向依赖关系的网络特征, 并且还发现相依网络中的级联失效过程表现为一级相变, 而以往研究的单层网络的级联失效过程为二级相变, 说明相依网络比单层网络更脆弱. 文献^[17]通过减小相依网络

* 教育部人文社会科学研究规划基金(批准号: 13YJAZH010)和国家自然科学基金(批准号: 61364017, 60804066)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: shmchen@ecjtu.jx.cn

间的耦合强度,使渗流相变由一级相变转变为二级相变,从而提高了网络的鲁棒性.该文献研究的只是一对一的相依网络鲁棒性问题,然而,在现实生活中存在着多重对应连接,即子网络中的一个节点和另一个子网络的多个节点相依.文献[18]用数值解析的方法分析了有多重依存关系的耦合网络的级联失效过程,文中假设网络中的一个节点与另一个网络中的多个节点有依存关系,并且只要它的依存节点中有一个正常工作,它就能正常工作,这种多重依存关系导致了级联失效由一级相变转化为二级相变,网络鲁棒性得到明显增强.文献[25]定义了相依网络的网间相似性(inter-similarity),并提出两种网间相似性高的相依网络的构建方法,一种是把两个子网络间度大的节点建立相依关系,另一种就是把两个子网络间聚类系数大的节点建立相依关系.结果表明,通过增加网络间的相似性,能显著增强相依网络应对随机攻击的鲁棒性.文献[26]考虑相依网络边的失效问题,研究了相依网络耦合强度、子网络边以及耦合边对网络鲁棒性的影响问题,基于三种典型网络模型,建立了对称与不对称相依网络模型,比较耦合边权值和子网络边权值对相依网络成本的贡献程度,发现耦合边对网络的贡献更大.然而,上述这些文献并没有给出一个具体衡量相依程度大小的指标,也没有综合考虑不同的相依方式及相依程度在不同的攻击策略下对网络鲁棒性的影响.

为了综合分析不同的相依方式和相依程度在不同的攻击策略下对相依网络鲁棒性的影响,本文做了如下工作:利用典型的Barabási-Albert(BA)无标度网络构建了基于度的正/负相关相依网络模型,该模型考虑子网络间的相依方式及相依程度,并提出了两个参数 F 和 K 来衡量相依网络的相依程度,其中 F 表示相依节点比例, K 表示相依冗余度. F 值和 K 值越大,相依程度越大.并结合这两个参数,参考随机相依方式的思想[17]构建随机相依网络模型,将本文提出的基于度的正/负相关相依网络模型与该随机相依网络模型进行对比研究.为了方便起见,将基于度正相关相依、基于度负相关相依和随机相依网络模型分别简写为BA-ALD,BA-DLD和BA-RL相依网络模型.采取两种不同的攻击策略(即基于度的蓄意攻击和随机攻击),分析比较在随机攻击和基于度的蓄意攻击策略下不同的 F 值和 K 值对这三种相依网络模型鲁棒性的影响,并对三种模型的鲁棒性进行横向比较分析.仿真结果表明:无论是随机相依或

是基于度的正/负相关相依网络,其鲁棒性都是随着 F 的增大而减弱,随着 K 的增大而增强;在随机攻击下,全相依模式($F = 1$)时,BA-ALD相依网络模型鲁棒性最优,部分相依模式($F = 0.2, 0.5, 0.8$)时,BA-DLD相依网络模型则表现出更好的鲁棒性.而在基于度的蓄意攻击下,无论 F 为何值,BA-ALD相依网络模型表现出弱鲁棒性.

2 基于度的正/负相关相依网络模型

在描述相依网络系统时,一般建立一系列的独立的网络,每个网络代表一个具有特定拓扑结构的网络系统,两个独立网络的相依关系用一系列的边来表示,把一个网络里的节点用边与另外一个网络中的节点连接起来.

定义1 一个由 $m \geq 2$ 个子网络构成的相依网络系统用 $\{V, L\}$ 来表示,其中, $V = \{V_1, \dots, V_j, \dots, V_m\}$, $L = \{L_{1,1}, \dots, L_{i,j}, \dots, L_{m,m}\}$. V_i 表示网络 i 中的节点; $L_{i,j}$ 表示网络 i 与网络 j 的连边; $L_{i,i}$ 表示在同一个网络里面的连边,称该连接为网络内部连接;当 $i \neq j$ 时, $L_{i,j}$ 连接的是两个不同的网络,称该连接为网络外部连接.

定义2 给定一个外部连接 $(u, v) \in L_{i,j}$,其中, $u \in V_i, v \in V_j$,且 $i \neq j$,这里 u 被称为 v 的相依节点, v 也被称为 u 的相依节点.如果网络 i 中的某一节点没有任何的相依节点,那么称该节点为独立节点.

图1为两个网络(子网络A和子网络B)构成的相依网络示意图.图1(a)中, $\{A_1, A_2, \dots\}$ 表示子网络A中的节点, $\{B_1, B_2, \dots\}$ 表示子网络B中的节点,实线为网络内部连接线,虚线为网络外部连接线.节点 A_3, A_5, B_1, B_2 都为相依节点,由于这些节点都有外部连线,而 $A_1, A_2, A_4, B_3, B_4, B_5$ 为独立节点,因为这些节点没有外部连线.

为了研究不同的相依程度对相依网络鲁棒性的影响,本文定义了两个参数 F, K ,其中, F 表示相依节点比例, K 表示相依冗余度. F 又包括 F_i 和 F_j ,其中 F_i 表示子网络 i 的相依节点数占子网络 i 所有节点数的比例值, F_j 表示子网络 j 的相依节点数占子网络 j 所有节点数的比例值,故

$$F_i = \#\{u \in V_i | (u, v) \in L_{i,j}\} / N^i,$$

$$F_j = \#\{v \in V_j | (u, v) \in L_{i,j}\} / N^j,$$

其中, N^i 和 N^j 分别表示网络 i 和网络 j 的节点总数, $\#\{S\}$ 表示 S 集的基数.同理 K 也包括 K_i 和

K_j , 其中, K_i 表示子网络 i 相依节点拥有的平均相依节点数, K_j 表示子网络 j 相依节点拥有的平均相依节点数, 故

$$K_i = \sum_{u \in V_i} k_u^i / (N^i F),$$

$$K_j = \sum_{v \in V_j} k_v^j / (N^j F),$$

其中, k_u^j 表示在网络 j ($j \neq i$) 中节点 u 的相依节点数, $k_u^j = \#\{v \in V_j | (u, v) \in L_{i,j}\}$; 同理, k_v^i 表示在网络 i ($i \neq j$) 中节点 v 的相依节点数, $k_v^i = \#\{u \in V_i | (u, v) \in L_{i,j}\}$. 本文研究的是对称相依网络, 所谓对称相依就是相依各子网络的节点数相同, 且各子网络相依节点比例和相依冗余度都相等, 即 $N^i = N^j$, $F_i = F_j$, $K_i = K_j$, 所以本文令 $F_i = F_j = F$, $K_i = K_j = K$. 例如, 在图 1(a) 中, $F = 0.4$, $K = 2$; 在图 1(b) 中, $F = 0.6$, $K = 3$. 当 $F = 1$ 时, 就称为全相依, 否则为部分相依. 对于一个无向对称的相依网络系统, 网络 i 所有相依边数一定与网络 j 所有相依边数相等. 本文研究的相依网络模型是由两个子网络构成的无向对称相依网络模型.

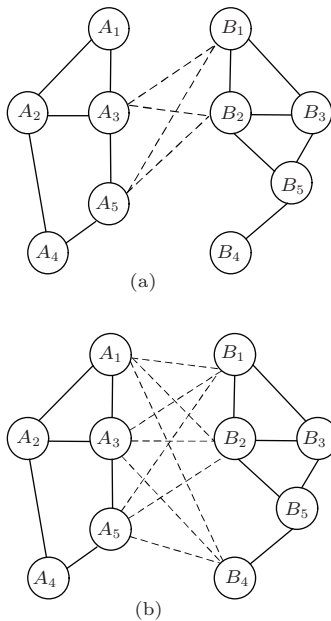


图 1 两个网络 (子网络 A 和子网络 B) 构成的相依网络示意图 (a) $F = 0.4$, $K = 2$; (b) $F = 0.6$, $K = 3$

目前, 对以随机相依方式构成的相依网络鲁棒性的研究比较多, 然而, 其他相依方式构成的相依网络鲁棒性的研究还相对较少. 所以, 本文在前人研究的基础上, 构建了基于度的正/负相关相依网络模型. 假设子网络 A 和子网络 B 的节点数分别为 N_A 和 N_B , 由于研究的是对称相依网络, 则令 $N_A = N_B = N$, 且相依节点比例为 F , 相依冗

余度为 K , 那么子网络 A 和子网络 B 的相依节点数 $M = FN$, 对于 BA-ALD 相依网络模型, 将子网络 A 和子网络 B 的节点都按照节点度值从大到小依次进行排序, 即首先对子网络 A 的节点进行排序, $k_{A_1} \geq k_{A_2} \geq \dots \geq k_{A_{i-1}} \geq k_{A_i} \geq k_{A_{i+1}} \geq \dots \geq k_{A_{N-1}} \geq k_{A_N}$ (对于度相同的节点, 则对它们进行随机排序), 这里 k_{A_i} 表示子网络 A 中节点 A_i 的度值 (不含外部连接边), 类似地, 再对子网络 B 的节点进行排序, $k_{B_1} \geq k_{B_2} \geq \dots \geq k_{B_{i-1}} \geq k_{B_i} \geq k_{B_{i+1}} \geq \dots \geq k_{B_{N-1}} \geq k_{B_N}$ (对于度相同的节点, 则对它们进行随机排序), 这里 k_{B_i} 表示子网络 B 中节点 B_i 的度值 (不含外部连接边). 然后把子网络 A 和子网络 B 中前 M 个节点进行相连, 相连的方式如下: 分别把两子网络的 M 个相连的节点按从大到小依次分组, 以 K 个节点为一组 (其中 K 为相依冗余度, 当 M 不能被 K 整除时, 则把最后余数个节点作为一组), 假设子网络 A 分成了 n 组, 分别为 S_1, S_2, \dots, S_n (从大到小的顺序), 同理子网络 B 也分成了 n 组, 假设分别为 T_1, T_2, \dots, T_n (从大到小的顺序), 则 S_i-T_i , 即子网络 A 的第 i 组和子网络 B 的第 i 组内的节点相连, 内部采取全相连的方式连接. 同理, 对于 BA-DLD 相依网络模型, 则是把子网络 B 的节点改为按节点度值从小到大的顺序依次分组, 而子网络 A 中节点排序不变, 相连方式与 BA-ALD 相依网络模型一样. 本文主要是将利用 BA 典型网络构建的基于度的正/负相关的相依网络模型与 BA-RL 相依网络模型进行对比研究, 分析比较这三种相依网络模型的鲁棒性.

3 级联失效模型及网络鲁棒性测度

对于一个多对多的相依网络系统, 只有在一个节点的所有相依节点失效后, 这个节点才失效 [18]. 在本文中一个节点的失效分为三种情况: 第一, 节点本身由外界直接攻击失效; 第二, 如果节点为相依节点, 则由于失去了所有的相依节点而失效; 第三, 根据渗流理论, 一个节点由于不属于最大连通片里的节点而失效.

假定一开始攻击子网络 A 中比例为 q 的节点, 当这些节点从子网络 A 中移除时, 这些节点所有的连边 (包括外部相依边和内部连边) 也将被删除, 这些失效的边和节点将可能导致子网络 A 被分裂成几个碎片. 根据渗流理论, 只有属于子网络 A 中最大连通片的节点能够保持功能, 而不属于该最大连通片的节点将失去功能, 并且这些失去功能的节点

的边会被移除. 接着这些失效的节点又会使得子网络B中节点的相依节点数减少, 而子网络B的相依节点失去了它所有的相依节点, 那么子网络B中的这些节点就会失效, 与其相连的边也被移除, 子网络B的这些节点失效之后又导致子网络B被分裂成几个碎片, 同理, 在子网络B中不属于该网络最大连通片的节点失效. 然而, 子网络B中的节点失效又导致子网络A中节点的相依节点数减少,

同样如果子网络A中的一些节点失去了它们所有的相依节点, 则这些节点就会失效, 此时子网络A可能又分裂成几个碎片, 同样从属于最大连通片的节点有效, 那些不在最大连通片里的节点失效, 这些节点的失效又导致子网络B中相依节点的相依节点数减少. 如此循环下去, 经历了一定的阶段后, 系统达到稳定, 即已没有节点再失效了, 整个级联失效过程如图2所示.

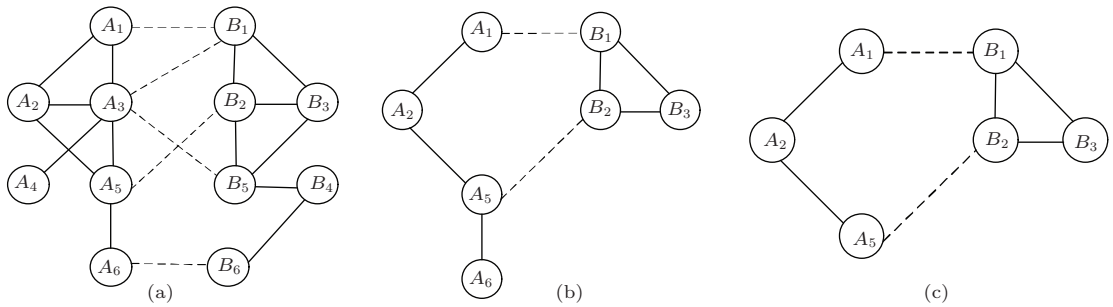


图2 相依网络的级联失效过程 (a) 阶段0; (b) 阶段1; (c) 阶段2

图2展示了由子网络A和子网络B构成的相依网络系统的级联失效过程. 系统的初始状态(阶段0)如图2(a)所示, 移除节点 A_3 , 则 A_3 失效, 所有与它相连接的边也失效, A_3 的失效导致 A_4 脱离了子网络A的最大连通片, 因此 A_4 失效, 同时 A_3 的失效又触发了 B_5 (与 A_3 相依)失效(B_1 不会失效, 因为它还有一个相依节点 A_1), B_5 的失效又使得 B_4 和 B_6 脱离了子网络B的最大连通片, 因此 B_4 和 B_6 又失效了. 到这里阶段1结束, 结束后的状态如图2(b)所示, B_6 的失效又引起了 A_6 的失效, 此时整个相依网络剩下的所有节点已不再会发生失效, 也就是说阶段2之后整个系统已经达到了一个稳定状态, 最终整个系统的状态如图2(c)所示.

网络A)会彻底崩溃, 即子网络A中所有节点全部失效. 本文把此时整个相依网络系统的 P 值定义为 P_c , 则 $P_c = \frac{N'_{B-final}}{N_A + N_B}$, 其中 $N'_{B-final}$ 为子网络A已经完全崩溃后, 子网络B的幸存节点数(前提是网络B仍然存在最大连通片).

相依网络中最终幸存的最大连通片的大小是衡量相依网络受到攻击后维持自身功能的能力的重要指标, 本文中把最终幸存的最大连通片的大小标记为 P , 则

$$P = \frac{N'_A + N'_B}{N_A + N_B},$$

其中, N_A 和 N_B 分别是系统中子网络A和子网络B在级联失效之前的初始节点总数; N'_A 和 N'_B 分别是系统级联失效后子网络A和子网络B中最大连通片的节点总数, 即最终各子网络的幸存节点数. 显然 P 越大, 说明系统最终幸存节点越多, 整个系统鲁棒性更好. 随着攻击比例的增大, 当攻击比例到达一定值时, 被攻击的子网络(本文选择攻击子

4 仿真结果分析

本文基于BA典型网络构建了基于度的正/负相关相依网络模型(即BA-ALD和BA-DLD相依网络模型)并与BA-RL相依网络模型进行对比分析. 采用随机攻击和蓄意攻击两种方式, 其中蓄意攻击就是基于度值从大到小依次进行攻击. 另外, 本文研究的都是对称网络的对称相依网络模型, 并对这三种基于BA典型网络的相依网络模型进行MATLAB仿真, 采用的BA无标度网络的节点数 $N_A = N_B = 1000$, 平均度 $d_A = d_B = 4$.

首先, 对在随机攻击下的三种相依网络模型的鲁棒性进行仿真分析. 本文取4个 F 值(分别是0.2, 0.5, 0.8, 1.0), 分析在这4个 F 值下不同 K 值对相依网络鲁棒性的影响. 首先分析BA-RL相依网络模型的鲁棒性, 仿真结果如图3所示. 可以发现当 $F = 0.2$ 时, 随着攻击比例 q 的增大, 无论 K 为何值, P 值越来越小, 且最终的 P_c 都趋于0.4, 即整个网络不会彻底崩溃, 当 F 值不变时, 改变其冗余度 K 不会影响 P_c 值. 然而由图3可以发现, 虽然 P_c

值不变, 但当子网络 A 没有彻底崩溃之前, 其 P 值随着 K 值的增大而增大, 例如当攻击比例 $q = 0.5$ 时, $P(K = 1) < P(K = 2) < P(K = 4) < P(K = 6) < P(K = 8) < P(K = 10) < P(K = 20)$. 同理, 在其他攻击比例下也可以发现这一结论. 这说明增大相依冗余度 K 值可以增强网络鲁棒性. 再分别对 $F = 0.5, F = 0.8$ 及 $F = 1$ 时的仿真图进行分析, 也可以发现类似的结论, 即当 F 一定时, BA-RL 相依网络模型的鲁棒性随着相依冗余度 K 值的增大而增强. 再对不同 F 值的仿真图进行横向对比分析, 可以发现 F 值不同, 系统的 P_c 值不同, 并且由图 3 可知 $P_c(F = 1) < P_c(F = 0.8) < P_c(F = 0.5) < P_c(F = 0.2)$, 说明随着 F 值的增大, P_c 值减小, 鲁棒性减弱. 同理再分析 BA-ALD 相依网络模型的鲁棒性, 其仿真结果如图 4 所示. 同样也可以发现, 在相依节点比例 F 一定时, 网络鲁棒性随着相依冗余度 K 值的增大而增强, 当相依冗余度 K 一定时, 网络鲁棒性随着相依节点比例 F 值的增大而减弱. 最后分析 BA-DLD 相依网络模型的鲁棒性, 其仿真结果如图 5 所示, 也可得出同样的结论.

为了能更好地分析比较在随机攻击下三种不同的相依网络模型的鲁棒性, 本文提出了一个新的鲁棒性测度 PP , 该测度定义为 P 在区间 $(0, 1)$ 上对攻击比例 q 的积分, 即 $PP = \int_0^1 P(q) dq$. PP 值能有效地反映不同相依网络模型的鲁棒性, 即 PP 越大, 网络鲁棒性越好. 如图 6 所示, 分别在 4 个不同的 F 值 (分别是 0.2, 0.5, 0.8, 1.0) 和不同 K 值下对三种相依网络模型 (BA-ALD, BA-DLD 和 BA-RL) 的鲁棒性进行仿真分析. 从仿真图 6 中可以看出, 无论何种网络模型, F 一定时, 相依网络系统的鲁棒性都是随着相依冗余度 K 值的增大而增强. 但对不同的相依网络模型分析可知, 当 $F = 1$ 时, 在这三种相依网络模型中, BA-ALD 相依网络模型的鲁棒性最好, 这说明当 $F = 1$ (即全相依) 时, 基于度的正相关相依方式能显著增强相依网络的鲁棒性. 然而, 当 $F = 0.2, 0.5, 0.8$ 时, 相比之下, BA-DLD 相依网络模型的鲁棒性更强. 这说明当 $F = 0.2, 0.5, 0.8$ 时, 基于度的负相关相依方式能有效地增强相依网络的鲁棒性, 而基于度的正相关相依方式并不能达到增强相依网络的鲁棒性的效果. 这对构建具有较好鲁棒性的相依网络具有借鉴意义.

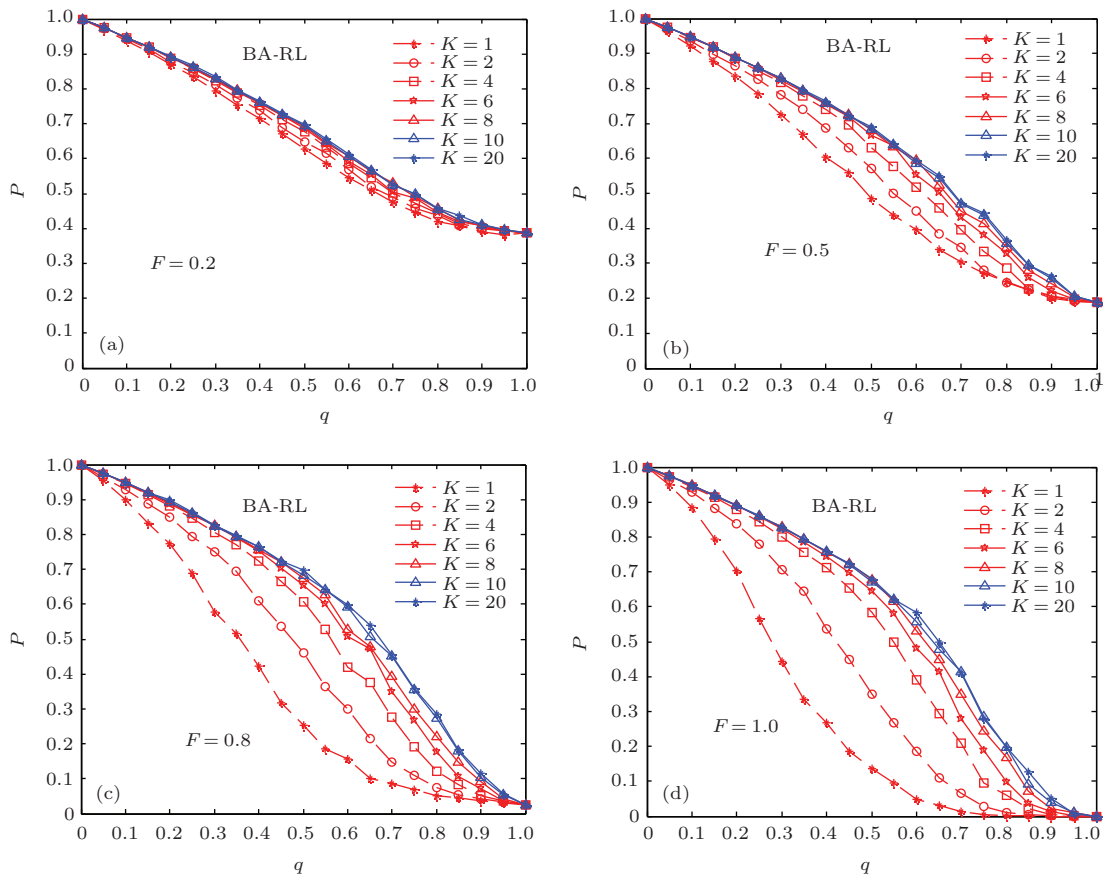


图3 在随机攻击下 BA-RL 相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

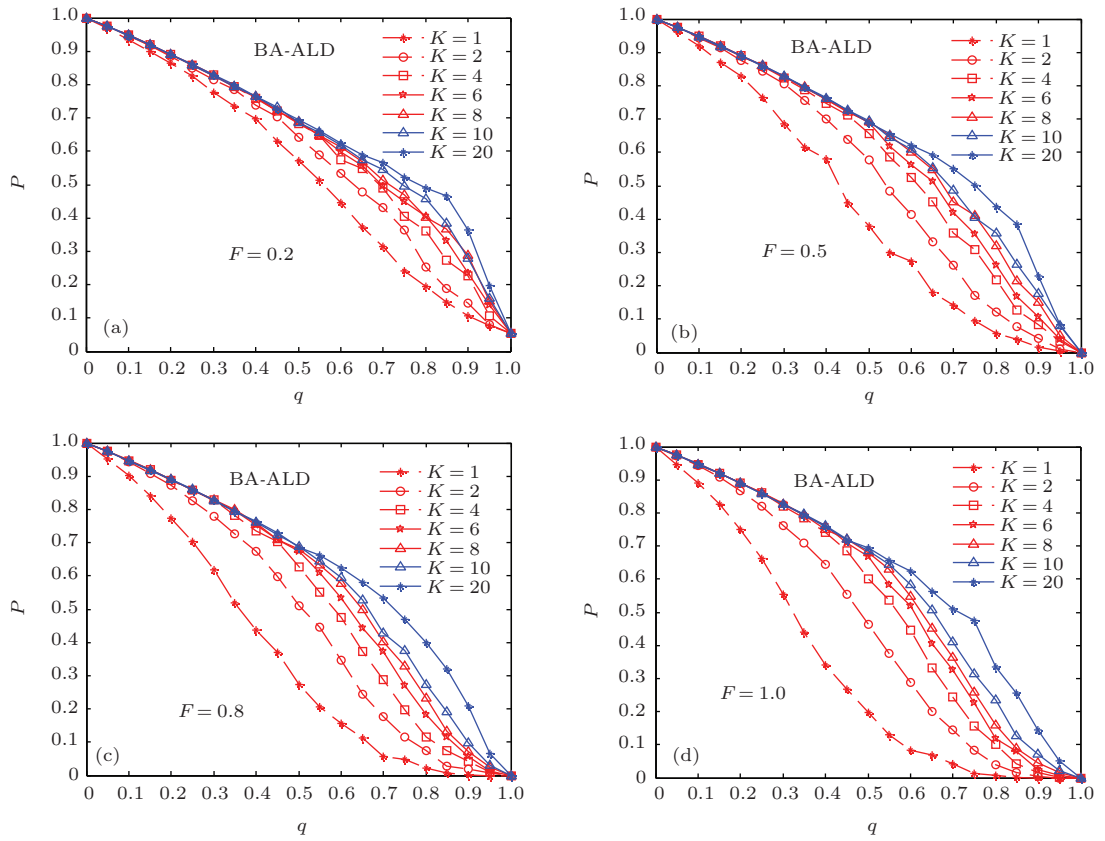


图4 在随机攻击下BA-ALD相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

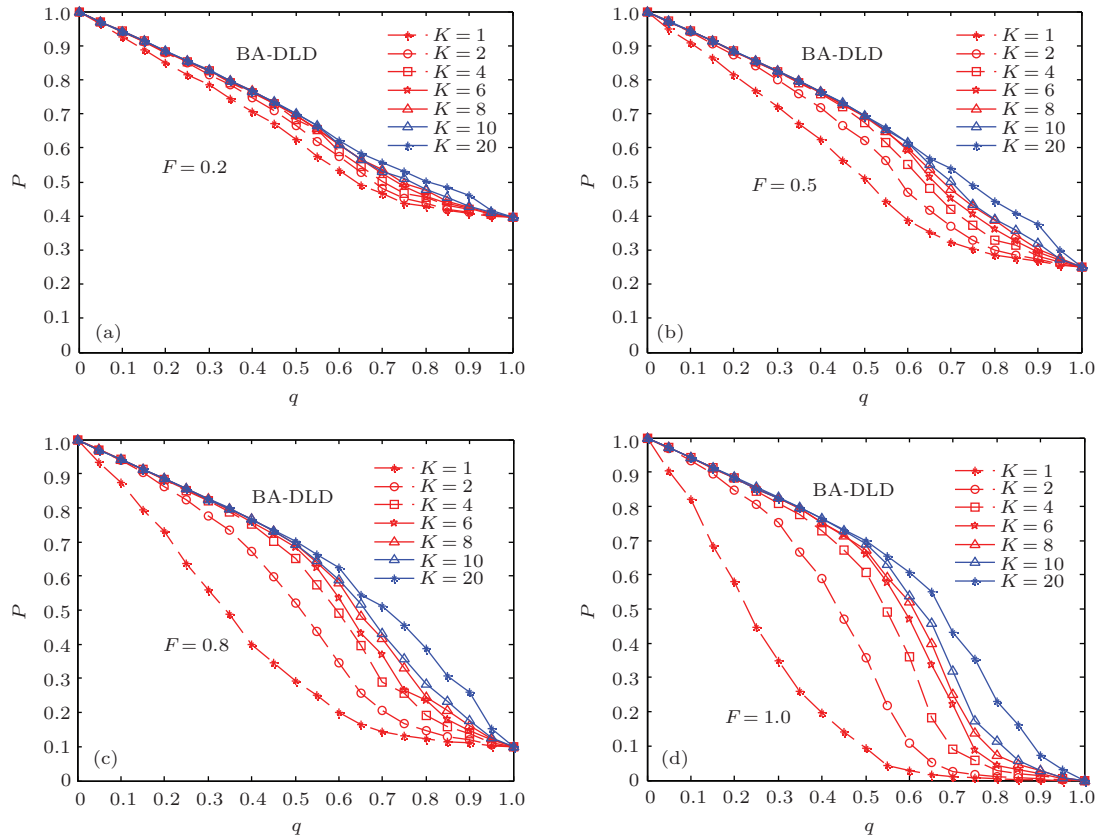


图5 在随机攻击下BA-DLD相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

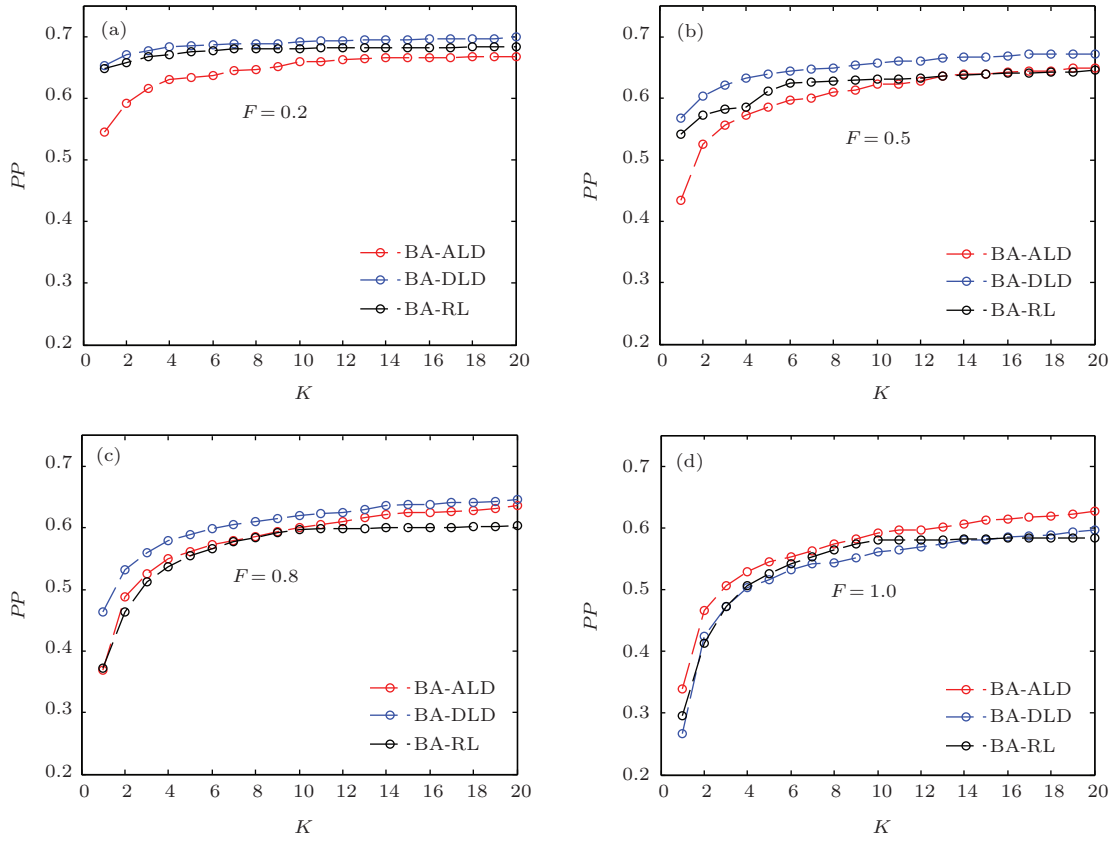


图6 在随机攻击下三种相依网络模型的鲁棒性对比 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

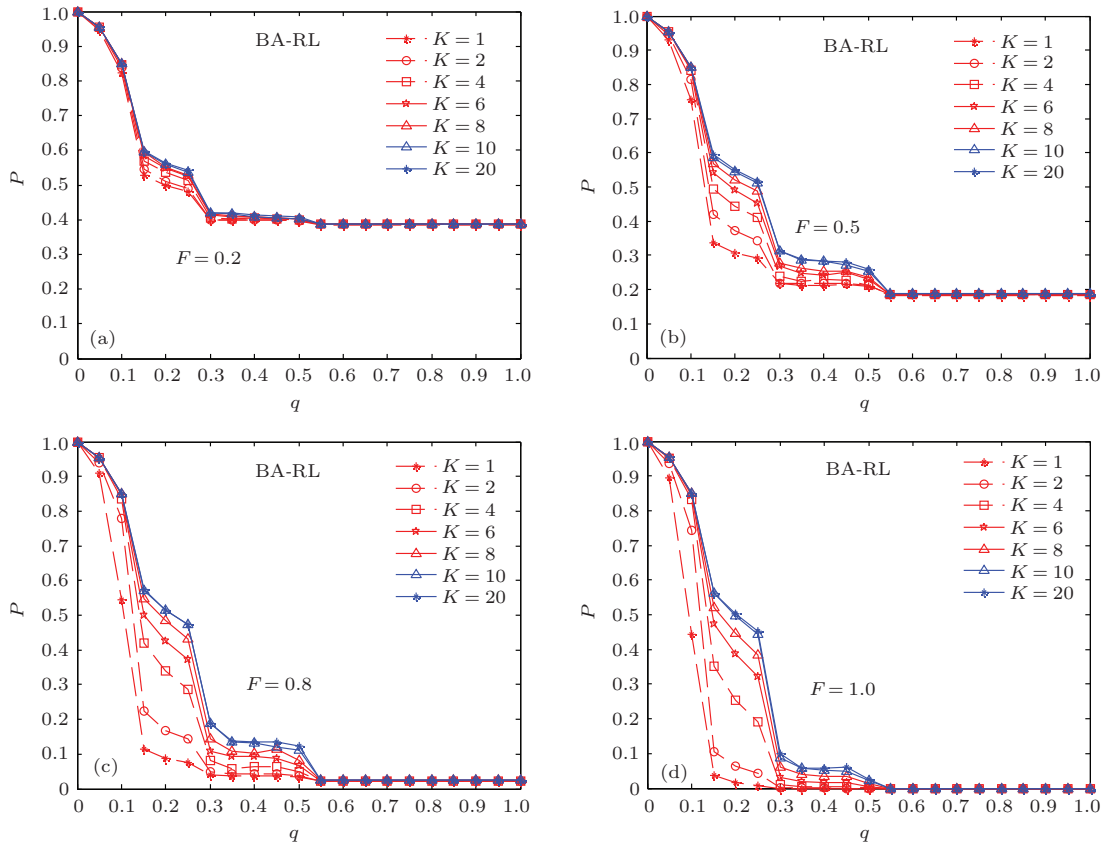


图7 在蓄意攻击下 BA-RL 相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

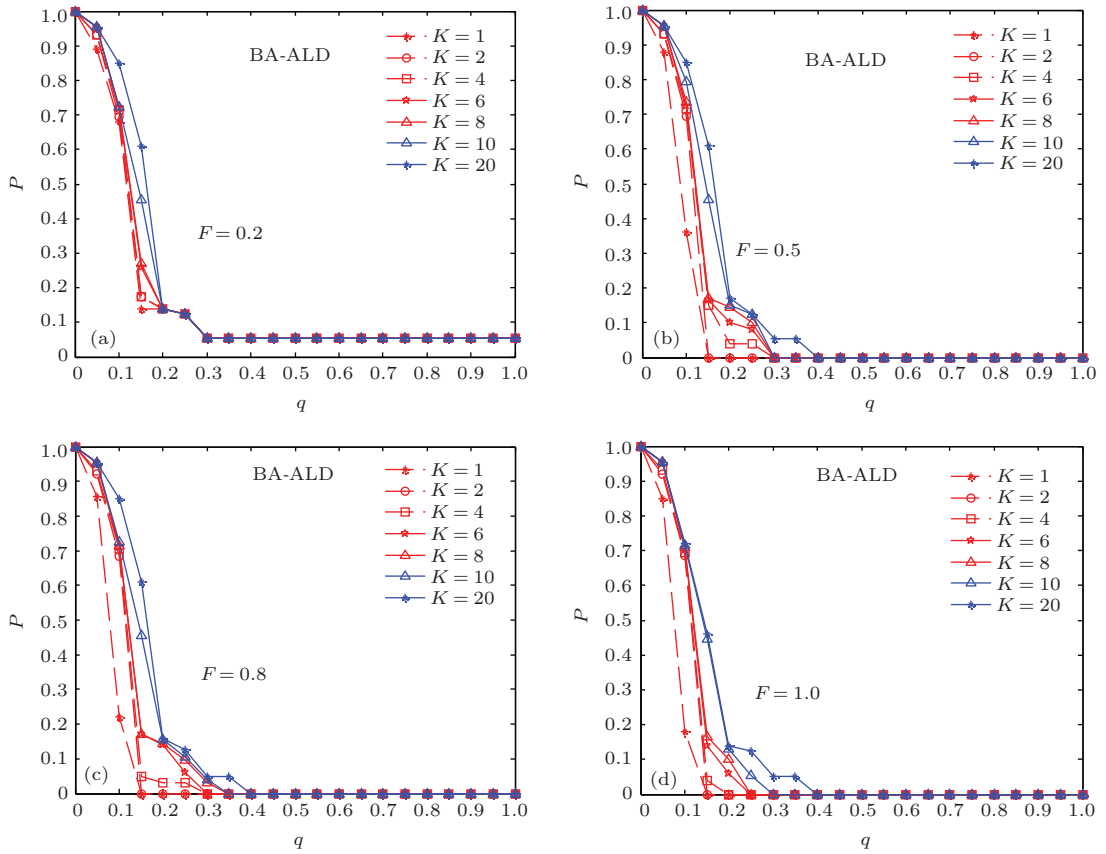


图8 在蓄意攻击下 BA-ALD 相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

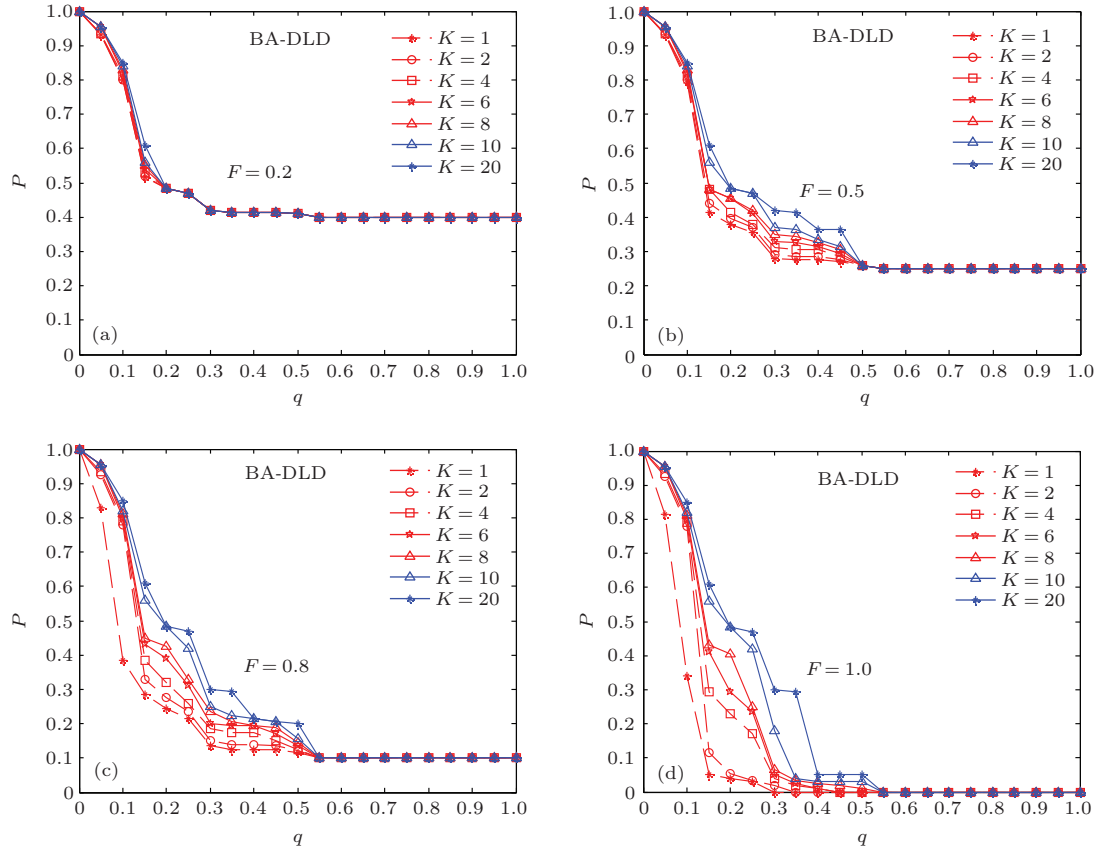


图9 在蓄意攻击下 BA-DLD 相依网络模型的鲁棒性 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

其次, 再对三种相依网络模型在蓄意攻击下的鲁棒性进行仿真分析. 同样也取4个 F 值(分别是0.2, 0.5, 0.8, 1.0), 分析在这4个 F 值下不同 K 值对相依网络模型鲁棒性的影响. 对于BA-RL模型, 其仿真结果如图7所示. 从图7可以看出: 当 $F = 0.2$ 时, 无论 K 为何值, 随着攻击比例 q 的增大, P 值呈下降趋势, 但当 $q = 0.55$ 时, P 值达到稳定, 不再减小, 子网络A彻底崩溃, 此时的 P 值即为 P_c , 且都趋近于0.4; 虽然 P_c 值不变, 但在子网络A没有彻底崩溃前, K 值越大, P 值越大, 进而网络鲁棒性越高, 例如当 $q = 0.2$ 时, $P(K = 1) < P(K = 2) < P(K = 4) < P(K = 6) < P(K = 8) < P(K = 10) < P(K = 20)$. 同

理, 分析当 $F = 0.5, 0.8, 1.0$ 时都能得出此结论. 还发现当 $F = 0.2, 0.5$ 和 0.8 时, 随着攻击比例的增大, 甚至是当攻击比例 $q = 1$ 时, 系统 P 值也大于零(即 $P_c > 0$), 此时并不会使整个相依网络彻底崩溃. 通过对不同 F 值的 P_c 值进行横向比较, 可以发现 $P_c(F = 1) < P_c(F = 0.8) < P_c(F = 0.5) < P_c(F = 0.2)$, 即 F 越大, P_c 值越小, 说明鲁棒性越弱. 同理, 对于其他两种相依模型(即BA-ALD和BA-DLD相依网络模型)在蓄意攻击下也有类似的结论(图8和图9), 即相依网络鲁棒性随着相依节点比例 F 的增大而减弱, 随着相依冗余度 K 的增大而增强.

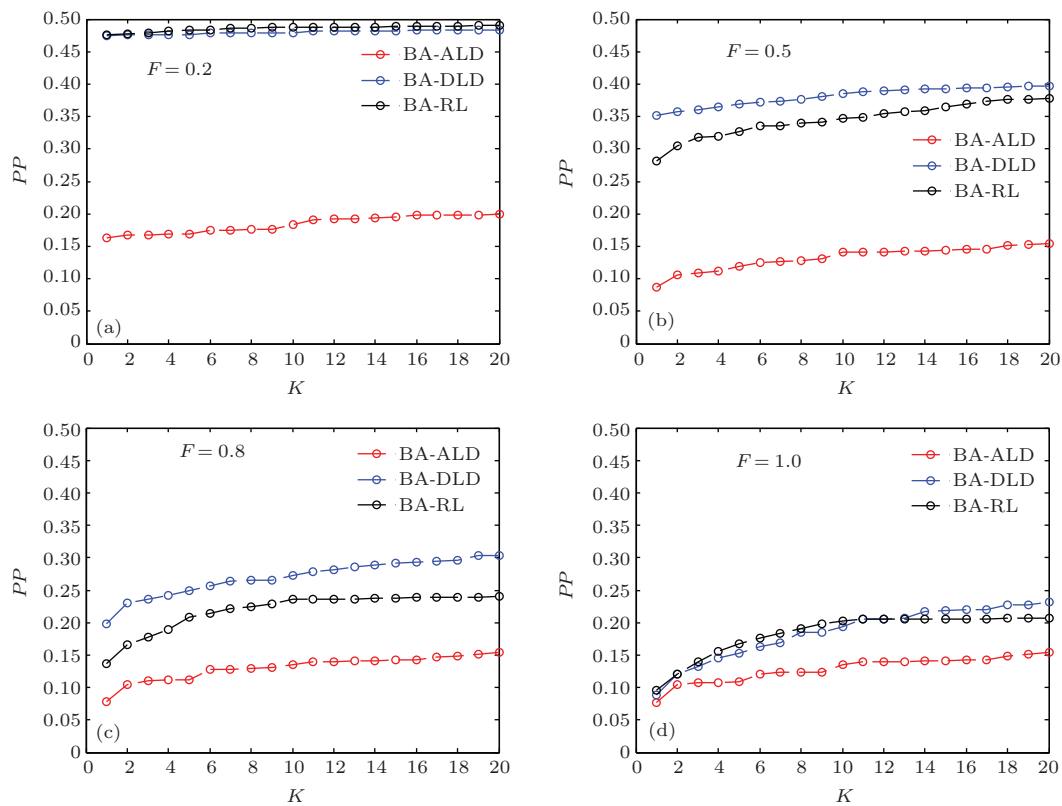


图10 在蓄意攻击下三种相依网络模型的鲁棒性对比 (a) $F = 0.2$; (b) $F = 0.5$; (c) $F = 0.8$; (d) $F = 1.0$

同理, 再对蓄意攻击下三种相依网络模型(BA-RL, BA-ALD和BA-DLD相依网络模型)在4个不同的 F 值(分别是0.2, 0.5, 0.8, 1.0) 和不同 K 值下的鲁棒性进行仿真对比分析, 仿真结果如图10所示. 从仿真图10中可以看出, 无论何种网络模型, F 一定时, 相依网络系统的鲁棒性都是随着相依冗余度 K 值的增大而增强. 此外, BA-DLD相依网络模型的鲁棒性都优于BA-ALD相依网络模型, 且BA-ALD相依网络模型在基于度的攻击下显得异常脆弱. 最后, 纵观所有仿真图可发现, 对

于蓄意攻击, 无论是何种相依模型, 相比于随机攻击都显得更加脆弱.

5 结 论

相依网络鲁棒性的研究有助于更深入全面地了解实际具有相互依存关系网络的运作. 本文在对相依网络模型学习的基础上, 利用典型BA无标度网络构建了基于度的正/负相关相依网络模型, 并主要定义了两个参数 F 和 K . 采用两种攻击方式

(一种是随机攻击方式, 另一种是基于度的蓄意攻击方式), 并与BA-RL相依网络模型进行对比研究, 分析在这两种攻击模式下, 不同的 F 值和 K 值对三种不同的相依网络模型鲁棒性的影响, 并对三种模型鲁棒性进行横向比较分析.

通过研究分析, 发现无论是随机相依网络或是基于度的正/负相关相依网络, 其鲁棒性都是随着 F 的增大而减弱, 随着 K 的增大而增强; 当随机攻击时, 全相依模式($F = 1$)下, BA-ALD相依网络模型鲁棒性优于BA-DLD相依网络模型及BA-RL相依网络模型, 部分相依模式($F = 0.2, 0.5, 0.8$)下, BA-DLD相依网络模型表现出更好的鲁棒性. 而在基于度的蓄意攻击下, 无论 F 为何值, BA-ALD相依网络模型表现出弱鲁棒性. 且对两种攻击模式比较分析, 发现对于蓄意攻击, 无论是何种相依模型, 相比于随机攻击都显得更加脆弱. 这些结论为构建较好鲁棒性的相依网络具有借鉴意义, 同时也为有效抵御相依网络级联失效提供了一种方法.

参考文献

- [1] Hu Y, Kshirim B, Cohen R, Havlin S 2011 *Phys. Rev. E* **84** 066116
- [2] Morris R G, Barthelemy M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 128703
- [3] Buldyrev S V, Shere N W, Cwilich G A 2011 *Phys. Rev. E* **83** 016112
- [4] Albert R, Albert I, Nakarado G L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 025103
- [5] Shen Y, Pei W J, Wang K, Wang S P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3783
- [6] Gong Z Q, Wang X J, Zhi R, Feng A X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 079201
- [7] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, Havlin S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4626
- [8] Chen S M, Pang S P, Zou X Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 058901
- [9] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, Havlin S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3682
- [10] Zhang Z Z, Xu W J, Zeng S Y, Lin J R 2014 *Chin. Phys. B* **23** 088902
- [11] Shi B Y, Liu J M 2012 *IEEE Trans. Syst. Man Cy. B* **42** 1369
- [12] Lü T Y, Piao X F, Xie W Y, Huang S B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 170512 (in Chinese) [吕天阳, 朴秀峰, 谢文艳, 黄少滨 2012 物理学报 **61** 170512]
- [13] Xiao Y D, Lao S Y, Hou L L, Bai L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 180201 (in Chinese) [肖延东, 老松杨, 侯绿林, 白亮 2013 物理学报 **62** 180201]
- [14] Buldyrev S V, Parshani R, Paul G, Stanley H E, Havlin S 2010 *Nature* **464** 1025
- [15] Rinaldi S M, Peerenboom J P, Kelly T K 2001 *IEEE Control Syst.* **21** 11
- [16] Gao J, Buldyrev S V, Havlin S, Stanley H E 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 195701
- [17] Parshani R, Buldyrev S V, Havlin S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 048701
- [18] Shao J, Buldyrev S V, Havlin S, Stanley H E 2011 *Phys. Rev. E* **83** 036116
- [19] Li W, Bashan A, Buldyrev S V, Stanley H E, Havlin S 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 228702
- [20] Gao J X, Buldyrev S V, Stanley H E, Havlin S 2012 *Nat. Phys.* **8** 40
- [21] Li G Y, Cheng B S, Zhang P, Li D Q 2013 *J. Univ. Electron. Sci. Technol. China* **42** 23 (in Chinese) [李国颖, 成柏松, 张鹏, 李大庆 2013 电子科技大学学报 **42** 23]
- [22] Huang X Q, Gao J X, Buldyrev S V, Havlin S, Stanley H E 2011 *Phys. Rev. E* **83** 065101
- [23] Zhou D, Agostino G D, Scala A, Stanley H E 2012 *Phys. Rev. E* **86** 066103
- [24] Donges J F, Schultz H C H, Marwan N, Zou Y, Kurths J 2011 *Eur. Phys. J. B* **84** 635
- [25] Shai S, Dobson S 2012 *Phys. Rev. E* **86** 066120
- [26] Chen S M, Zou X Q, Lü H, Xu Q G 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 028902 (in Chinese) [陈世明, 邹小群, 吕辉, 徐青刚 2014 物理学报 **63** 028902]

The model of interdependent network based on positive/negative correlation of the degree and its robustness study*

Chen Shi-Ming[†] Lü Hui Xu Qing-Gang Xu Yun-Fei Lai Qiang

(School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

(Received 29 July 2014; revised manuscript received 21 September 2014)

Abstract

The model of interdependent network based on positive/negative correlation of the degree is constructed by the typical Barabási-Albert network in this paper. Dependency modality and dependency degree are considered in the model. Two parameters F and K are defined, which represent the proportion of dependency node and the redundancy of dependency, respectively. We study the influences of different values of F and K on the robustness of interdependent network in cascading failures under degree-based attacks and random attacks and also compare the results with those from the random interdependent network model. The simulation results show that the robustness of both random independency and interdependent network based on positive/negative correlation of the degree decreases as F increases and increases as K increases; in the model of full interdependence ($F = 1$), the robustness of interdependent network based on positive correlation of the degree is optimal under random attacks; the interdependent network based on negative correlation of the degree shows stronger robustness in the model of partial interdependence ($F = 0.2, 0.5, 0.8$). While the interdependent network based on positive correlation of the degree shows poorer robustness with any value of F under degree-based attacks.

Keywords: interdependent network, dependency degree, robustness, cascading failure

PACS: 89.75.-k, 89.75.Fb

DOI: [10.7498/aps.64.048902](https://doi.org/10.7498/aps.64.048902)

* Project supported by the Humanities and Social Science Project of Ministry of Education of China (Grant No. 13YJAZH010) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61364017, 60804066).

[†] Corresponding author. E-mail: shmchen@ecjtu.jx.cn