

切换系统的异步镇定: 相邻模型依赖平均驻留时间

王月娥 吴保卫 汪锐

Asynchronous stabilization of switched systems: Adjacent mode-dependent average dwell time

Wang Yue-E Wu Bao-Wei Wang Rui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 050201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.050201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.050201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I5>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

不确定因素下永磁同步电动机系统的混沌鲁棒控制

Chaotic robust control of permanent magnet synchronous motor system under uncertain factors

物理学报.2014, 63(22): 220203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220203>

多无人机协同的稳定控制机理研究

Study on stability control mechanism of multiple unmanned aerial vehicle cooperative system

物理学报.2014, 63(22): 220202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220202>

基于迭代学习的离散切换系统故障估计

Fault estimation for discrete switched system based on iterative learning

物理学报.2014, 63(18): 180202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180202>

切换奇异系统的有限时间稳定

Finite-time stability for switched singular systems

物理学报.2014, 63(17): 170205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170205>

智能群体环绕运动控制

Distributed encirclement control of multi-agent systems

物理学报.2014, 63(14): 140204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140204>

切换系统的异步镇定: 相邻模型依赖平均 驻留时间*

王月娥¹⁾ 吴保卫^{1)†} 汪锐²⁾

1) (陕西师范大学, 数学与信息科学学院, 西安 710119)

2) (大连理工大学, 航空航天学院, 大连 116024)

(2014年9月10日收到; 2014年10月10日收到修改稿)

本文研究一类切换线性系统在异步切换下的镇定问题. 由于控制器的切换信号中存在时滞使得控制器的切换和系统的切换出现了异步的情况. 首先, 提出了相邻模型依赖平均驻留时间的定义. 然后, 通过合并切换信号的方法和多 Lyapunov 函数方法, 给出了相邻模型依赖平均驻留时间切换下整个切换系统稳定的充分条件和控制器设计. 这些条件反映了系统的连续动态、切换时滞和平均驻留时间之间的关系. 最后, 通过例子验证了本文方法的有效性.

关键词: 切换系统, 异步切换, 相邻模型依赖平均驻留时间

PACS: 02.30.Yy, 42.82.Fv

DOI: 10.7498/aps.64.050201

1 引言

切换系统是一类非常重要的混杂动态系统, 它是由一组连续或离散子系统和一个调节这些子系统如何运行的切换信号构成的^[1]. 受到计算机科学和电子技术迅猛发展的影响, 切换系统的研究和应用具备了广阔的平台. 切换系统理论已发展成为当今自动控制领域热点课题之一^[2-11], 并且在工程实际中具有非常广泛的应用, 例如飞行器控制、机器人行走控制、网络控制系统等^[12-16]. 切换系统理论在解决很多实际问题中都凸显了其很大的优势, 即在解决系统基本问题的同时, 也改善了系统的暂态性能和提高了系统的控制精度.

异步切换是指切换系统的控制器(观测器等)的切换信号(切换序列)与子系统的切换信号(切换序列)不一致的切换行为. 造成异步切换的原因有很多, 例如, 切换信号中存在时滞、不确定和扰动

等. 本文考虑由切换时滞所引起的异步切换, 例如, 切换信号的测量需要一定的时间造成的切换时滞; 信息交换和传送过程中拥堵而造成的切换时滞等. 一般来说, 异步切换的存在往往导致系统的性能指标下降, 甚至破坏系统的稳定性^[17-20]. 异步切换理论在通信系统、电力系统、网络控制系统等诸多实际领域中都有着广泛的应用. 例如, 蜂窝移动通信系统是一个典型的切换系统. 蜂窝移动通信系统的特点是将整个网络服务区域划分为若干小区, 然后在每个小区分别建设一个或者多个基站, 用以负责本小区移动通信的联络和控制等功能^[21]. 当用户从一个基站移动到另外一个基站时, 用户和旧的基站之间的链路中断或者释放, 与新的基站之间建立新的链路, 也就是随着用户的移动, 根据基站接收到的信号的强弱, 用户和基站之间的链路发生切换. 另外, 在通信过程和切换过程中, 信号传输需要一定的时间, 引发异步切换现象, 影响着语音质量, 甚至可能导致掉话. 此时, 就需要利用异步

* 国家自然科学基金(批准号: 61403241, 61374072, 11371233)、中国博士后科学基金(批准号: 2014M560748)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: GK201503011)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wubw@snnu.edu.cn

切换系统理论解决移动通信覆盖中的切换问题和时滞问题,从而提高蜂窝移动通信网络的性能.因此,对于切换系统异步切换下的稳定性问题的研究有着重要的理论意义,日益受到国内外学者的关注和重视.文献[19]和文献[22]基于平均驻留时间方法研究了一类切换线性系统的异步切换下的控制问题,给出了使得整个切换系统在异步切换下指数稳定的充分条件和所有的子系统应满足的公共驻留时间.文献[23]将平均驻留时间切换信号扩展到了模型依赖的平均驻留时间切换信号,允许不同的子系统拥有各自不同的平均驻留时间.文献[24]将文献[23]所提出的模型依赖的平均驻留时间方法应用到了切换正时滞系统的异步 L_1 控制问题的讨论中,给出了闭环系统指数稳定和具有 L_1 性能的充分条件.值得指出的是,在文献[24]中,在切换时刻点处刻画Lyapunov函数跳变的参数是仅仅依赖于将要切换到的子系统的,而与从哪个子系统切换过来无关.这就表现为,每个子系统的平均驻留时间与其相邻的前一个运行的子系统无关.事实上,针对每个子系统,从不同的子系统切换而来, Lyapunov函数的跳变程度是不一样的.如,在蜂窝移动通讯系统中,一个基站有多个相邻基站,用户和基站之间的链路发生切换时,从不同的相邻基站切换到同一个基站对话音质量的影响也是不同的,可能从某个基站切换到该基站会发生掉话,而从另外一个基站切换过来不会发生掉话现象,但是可能导致串线.所以,在切换时刻点处,把同一个子系统根据其是由哪个子系统切换而来再次进行分类,得到相邻模型依赖平均驻留时间是非常有意义的.

本文研究一类切换线性系统异步切换下的镇定问题.首先,提出了相邻模型依赖的平均驻留时间概念.然后,利用多Lyapunov函数方法和合并切换信号的方法,通过允许Lyapunov函数在子系统与控制器不匹配的运行时间段上有限增长,并且在切换时刻点处,把同一个子系统根据其是由哪个子系统切换而来再次进行分类,得到相邻模型依赖的Lyapunov函数跳变参数,从而给出使得整个切换系统镇定的充分条件和切换信号所满足的相邻的模型依赖的平均驻留时间.所给出的Lyapunov函数跳变参数不仅依赖于即将切换到的子系统而且依赖于从哪个子系统切换而来.最后,通过例子验证了本文方法的有效性和较小的保守性.

2 问题描述和预备知识

考虑如下的切换线性系统P:

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t), x(0) = x_0, \quad (1)$$

其中 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态; $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow S = \{1, 2, \dots, M\}$ 是切换信号,对应于 $\sigma(t)$,有切换序列 $\{x(t_0) : (l_0, t_0), \dots, (l_i, t_i), \dots, |l_i \in S, i \in \mathbb{N}\}$,表明了当 $t \in [t_i, t_{i+1})$ 时,第 l_i 个子系统被激活.本文考虑如下形式的控制器:

$$u(t) = K_{\sigma(t-\tau_s)}x(t), \quad (2)$$

其中, τ_s 是切换时滞.这里,假设切换时滞 τ_s 是已知的,并且满足 $\tau_s < t_{i+1} - t_i, i \in \mathbb{N}$.

此时,对应的闭环系统为

$$\dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + B_{\sigma(t)}K_{\sigma(t-\tau_s)})x(t). \quad (3)$$

定义1^[18] 系统(1)的平衡点 $x^* = 0$ 称为在切换信号 $\sigma(t)$ 下是全局一致指数稳定的,如果对于任意的初始条件 x_0 ,系统(1)的解 $x(t)$ 满足

$$\|x(t)\| \leq \kappa e^{-\lambda(t-t_0)} \|x(t_0)\|, \forall t \geq t_0,$$

其中,常数 $\kappa > 0, \lambda > 0$.

定义2^[23] 对于切换信号 $\sigma(t)$ 和任意时刻 $T, t, T \geq t \geq 0$,令 $N_{\sigma p}(T, t)$ 代表在时间区间 $[t, T]$ 上子系统 $p, p \in M$ 被激活的切换次数, $T_p(T, t)$ 代表子系统 p 在 $[t, T]$ 上总的运行时间.如果存在 $N_{0p} > 0, \tau_{ap} > 0$,使得不等式

$$N_{\sigma p}(T, t) \leq N_{0p} + \frac{T_p(T, t)}{\tau_{ap}}, \quad \forall T \geq t \geq 0 \quad (4)$$

成立,那么就称切换信号 $\sigma(t)$ 具有模型依赖的平均驻留时间 τ_{ap}, N_{0p} 代表了模型依赖的抖振界, σp 表示切换信号 $\sigma(t) = p$.

在给出相邻模型依赖的平均驻留时间定义之前,我们先给出下面记号:令 p_q 代表子系统 p ,该子系统 p 是由子系统 q 切换来的.例如, p_1 表示子系统 p 是由子系统1切换来的, p_2 表示子系统 p 是由子系统2切换来的.对于任意的 $p \in S$,定义 $S_p = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$.

定义3 对于切换信号 $\sigma(t)$ 和任意时刻 $T, t, T \geq t \geq 0$,令 $N_{\sigma p_q}(T, t), p, q \in S, q \neq p$ 代表在时间区间 $[t, T]$ 上子系统 p_q 被激活的切换次数,

$T_{p_q}(T, t)$ 代表子系统 p_q 在 $[t, T]$ 上总的运行时间. 如果存在 $N_{0p_q} > 0, \tau_{ap_q} > 0$, 使得不等式

$$N_{\sigma p_q}(T, t) \leq N_{0p_q} + \frac{T_{p_q}(T, t)}{\tau_{ap_q}}, \forall T \geq t \geq 0 \quad (5)$$

成立, 那么就称切换信号 $\sigma(t)$ 具有相邻模型依赖平均驻留时间 τ_{ap_q} , N_{0p_q} 代表了相邻模型依赖的抖振界.

在定义 3 中, 把同一个子系统根据其是由哪个子系统切换而来再次进行了分类, 给出了相邻模型依赖平均驻留时间的定义. 因而, 与定义 2 相比较, 有下面的关系式成立:

$$T_p(T, t) = \sum_{q=1, q \neq p}^M T_{p_q}(T, t),$$

$$N_{\sigma p}(T, t) = \sum_{q=1, q \neq p}^M N_{\sigma p_q}(T, t).$$

令 $S_{ave}[\tau_{ap_q}, N_{0p_q}]$ 代表具有相邻模型依赖平均驻留时间 τ_{ap_q} 和抖振界 N_{0p_q} 的一类切换信号.

类似于文献 [22], 我们建立虚拟的切换信号 $\sigma'(t) : [0, \infty) \rightarrow S \times S: \sigma'(t) = (\sigma_1(t), \sigma_2(t))$. 用符号 \oplus 表示合并行为使得 $\sigma' = \sigma_1 \oplus \sigma_2$. 该定义表明切换信号 σ' 的切换次数是切换信号 σ_1 的切换次数与切换信号 σ_2 的切换次数的和. 本文中, 令 $\sigma_1(t) = \sigma(t), \sigma_2(t) = \sigma_1(t - \tau_s)$.

下面我们给出两个引理.

引理 1 对于任意的 $p \in S, i \in S_p$, 令 $\sigma_1 i(t) \in S_{ave}[\tau_{ai}, N_{0i}]$ 且 $\sigma_2 i(t) = \sigma_1 i(t - \tau_s)$, 则有 $\sigma_2 i(t) \in S_{ave}[\tau_{ai}, N_{0i} + \frac{\tau_s}{\tau_{ai}}]$.

证明 考虑任意的时间区间 $(t_0, t]$. 令 $\tau_{i_k}, k = 1, \dots, N_{\sigma_2 i}(t, t_0)$ 代表在区间 $(t_0, t]$ 上 $\sigma_2 i$ 的切换时刻, 并且令 $\tau'_{i_k}, k = 1, \dots, N_{\sigma_2 i}(t, t_0)$ 代表在区间 $(t_0, t]$ 上与 τ_{i_k} 相对应的 $\sigma_1 i$ 的切换时刻, 即 $\tau_{i_k} = \tau'_{i_k} + \tau_s$, 则

$$\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}} \leq \tau_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}} \leq t,$$

且

$$\tau'_{i_1} = \tau_{i_1} - \tau_s > t_0 - \tau_s.$$

因此, 可以得到

$$T_i(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1}) < T_i(t, t_0 - \tau_s).$$

选取任意小的 $\varepsilon > 0$ 使得

$$T_i(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1} - \varepsilon) \leq T_i(t, t_0 - \tau_s)$$

且 $\tau'_{i_1} - \varepsilon \geq t_0$. 因为在区间 $(\tau'_{i_1} - \varepsilon, \tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}]$ 上, 切换了 $N_{\sigma_2 i}(t, t_0)$ 次, 并且

$$\begin{aligned} & N_{\sigma_1 i}(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1} - \varepsilon) \\ & \leq N_{0i} + \frac{T_i(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1} - \varepsilon)}{\tau_{ai}}, \end{aligned}$$

下式成立:

$$\begin{aligned} N_{\sigma_2 i}(t, t_0) &= N_{\sigma_1 i}(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1} - \varepsilon) \\ &\leq N_{0i} + \frac{T_i(\tau'_{i_{N_{\sigma_2 i}(t, t_0)}}, \tau'_{i_1} - \varepsilon)}{\tau_{ai}} \\ &\leq N_{0i} + \frac{T_i(t, t_0 - \tau_s)}{\tau_{ai}} \\ &\leq N_{0i} + \frac{T_i(t, t_0)}{\tau_{ai}} + \frac{\tau_s}{\tau_{ai}}. \end{aligned} \quad (6)$$

引理 2 对于任意的 $p \in S, i \in S_p$, 令 $\sigma_1 i(t) \in S_{ave}[\tau_{ai}, N_{0i}]$ 且 $\sigma_2 i(t) = \sigma_1 i(t - \tau_s)$. 对于任意的时间区间 (t_0, t) , 令 $m_i(t, t_0)$ 代表使得 $\sigma_1 i(t) = \sigma_2 i(t)$ 的总时间, 并且令 $\bar{m}_i(t, t_0) = T_i(t, t_0) - m_i(t, t_0)$. 如果对于正常数 $\alpha_{i,i}, \beta_{i,j}$ 和 $\bar{a}_i \in [0, \alpha_{i,i}]$,

$$\tau_s(\alpha_{i,i} + \beta_{i,j}) \leq (\alpha_{i,i} - \bar{a}_i)\tau_{ai}. \quad (7)$$

则下式成立:

$$\begin{aligned} -\alpha_{i,i}m_i(t, t_0) + \beta_{i,j}\bar{m}_i(t, t_0) &\leq c_{i,j} - \bar{a}_i T_i(t, t_0), \\ \forall t \geq t_0 \geq 0, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $c_{i,j} = (\alpha_{i,i} + \beta_{i,j})N_{0i}\tau_s$.

证明 令 $\tau_1, \dots, \tau_{N_{\sigma_1 i}}$ 代表 $\sigma_1 i$ 在区间 $(t_0, t]$ 上的切换时刻, 那么在区间 (τ_k, τ_{k+1}) 上 $\sigma_1 i(t) \neq \sigma_2 i(t)$ 的时间最多为 τ_s . 因此, 在区间 $(t_0, t]$ 上 $\sigma_1 i(t) \neq \sigma_2 i(t)$ 的总的时间最多为 $N_{\sigma_1 i}(t, t_0)\tau_s$, 表明

$$\bar{m}_i(t, t_0) \leq N_{\sigma_1 i}(t, t_0)\tau_s,$$

因而

$$m_i(t, t_0) \geq T_i(t, t_0) - N_{\sigma_1 i}(t, t_0)\tau_s.$$

因为 $\sigma_1 i(t) \in S_{ave}[\tau_{ai}, N_{0i}]$, 我们有

$$N_{\sigma_1 i}(t, t_0) \leq N_{0i} + T_i(t, t_0)/\tau_{ai}.$$

因此,

$$\bar{m}_i(t, t_0) \leq N_{0i}\tau_s + T_i(t, t_0)\tau_s/\tau_{ai},$$

且

$$\begin{aligned} m_i(t, t_0) &\geq T_i(t, t_0) - [N_{0i} + T_i(t, t_0)/\tau_{ai}]\tau_s \\ &\geq [1 - \tau_s/\tau_{ai}]T_i(t, t_0) - N_{0i}\tau_s, \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 & -\alpha_{i,i}m_i(t, t_0) + \beta_{i,j}\bar{m}_i(t, t_0) \\
 & \leq \alpha_{i,i}N_{0i}\tau_s + \beta_{i,j}N_{0i}\tau_s \\
 & \quad + [-\alpha_{i,i} + \alpha_{i,i}\frac{\tau_s}{\tau_{ai}} + \beta_{i,j}\frac{\tau_s}{\tau_{ai}}]T_i(t, t_0). \quad (9)
 \end{aligned}$$

如果(7)式成立, 则 $-\alpha_{i,i} + \alpha_{i,i}\frac{\tau_s}{\tau_{ai}} + \beta_{i,j}\frac{\tau_s}{\tau_{ai}} \leq -\bar{a}_i$, 因而可得(8)式.

3 主要结论

下面给出使得系统(1)在异步切换下指数稳定的镇定控制器存在的充分条件和控制器设计.

定理1 考虑切换系统(1). 对任意的 $i, j \in S, i \neq j$, 令 $\tau_s \geq 0, \alpha_{i,i} > 0, \beta_{i,j} > 0, \mu_{i,j} > 1$ 为给定的常数. 如果存在矩阵 $\bar{P}_i > 0$ 和 M_i 使得

$$A_i\bar{P}_i + \bar{P}_iA_i^T + B_iM_i + M_i^TB_i^T + \alpha_{i,i}\bar{P}_i < 0, \quad (10)$$

$$A_i\bar{P}_j + \bar{P}_jA_i^T + B_iM_j + M_j^TB_i^T - \beta_{i,j}\bar{P}_j < 0, \quad (11)$$

$$\bar{P}_j \leq \mu_{i,j}\bar{P}_i. \quad (12)$$

那么, 存在一组镇定控制器使得系统(2)对于任意的满足相邻模型依赖平均驻留时间

$$\tau_{aij} > \tau_{aij}^* = \frac{\ln \mu_{i,j} + (\alpha_{i,i} + \beta_{i,j})\tau_s}{\alpha_{i,i}} \quad (13)$$

的切换信号是全局指数稳定的, 并且控制器增益 $K_i = M_i\bar{P}_i^{-1}$.

证明 考虑如下形式的Lyapunov函数

$$V(t) = V_i(t) = x^T(t)P_i x(t), \quad (14)$$

其中 $P_i^{-1} = \bar{P}_i, i \in S$.

根据 $V(t)$ 的定义, 可以得到

$$\begin{aligned}
 & \min_{i \in S} \{\lambda_{\min}(P_i)\} \|x\|^2 \\
 & \leq V(t) \leq \max_{i \in S} \{\lambda_{\max}(P_i)\} \|x\|^2. \quad (15)
 \end{aligned}$$

对于任意的 $i, j \in S$, 沿着系统(3)的轨迹, 我们有

$$\dot{V}_j(t) - \beta_{i,j}V_j(t) = x^T(t)\Pi_{i,j}x(t), \quad (16)$$

$$\dot{V}_i(t) + \alpha_{i,i}V_i(t) = x^T(t)\Sigma_{i,i}x(t), \quad (17)$$

其中

$$\Sigma_{i,i} = P_iA_i + A_i^TP_i + P_iB_iK_i + K_i^TB_i^TP_i + \alpha_{i,i}P_i,$$

$$\Pi_{i,j} = P_jA_i + A_i^TP_j + P_jB_iK_j + K_j^TB_i^TP_j - \beta_{i,j}P_j.$$

在不等式 $\Sigma_{i,i} < 0$ 的两边乘以 \bar{P}_i , 在不等式 $\Pi_{i,j} < 0$ 的两端乘以 \bar{P}_j , 应用Schur引理, 令 $K_i\bar{P}_i = M_i$,

可以得到不等式(17)成立等价于不等式(10)成立, 不等式(16)成立等价于不等式(11)成立. 因此, 如果不等式(10)和(11)成立, 有

$$\dot{V}_i(t) < -\alpha_{i,i}V_i(t), \quad (18)$$

$$\dot{V}_j(t) < \beta_{i,j}V_j(t). \quad (19)$$

由(12)式, 可得

$$V_i \leq \mu_{i,j}V_j. \quad (20)$$

令 $\tau_1, \dots, \tau_{N_{\sigma'}(\tau_0, t)}$ 代表切换信号 σ' 在区间 (τ_0, T) 上的切换时刻, 且 $\tau_0 = t_0, \tau_{N_{\sigma'}(\tau_0, T)+1} = T^-$. 因为 σ' 对于任意的 $t \in [\tau_k, \tau_{k+1})$ 为常值, 由式(18)以及引理1, 我们有

$$\begin{aligned}
 & V(T) \\
 & \leq e^{-\lambda_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}})(T-\tau_{N_{\sigma'}})} h_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}}) V(t_{N_{\sigma'}}^-) \\
 & \leq e^{-\lambda_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}})(T-\tau_{N_{\sigma'}})} e^{-\lambda_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}-1})(\tau_{N_{\sigma'}}-\tau_{N_{\sigma'}-1})} \\
 & \quad \times h_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}}) h_{\sigma'}(\tau_{N_{\sigma'}-1}) V(\tau_{N_{\sigma'}-1}^-) \\
 & \leq \prod_{j=0}^{N_{\sigma'}-1} h_{\sigma'}(\tau_{j+1}) \\
 & \quad \times \exp \left[\sum_{j=0}^{N_{\sigma'}} -\lambda_{\sigma'}(\tau_j)(\tau_{j+1} - \tau_j) \right] V(\tau_0) \\
 & \leq \prod_{i=1}^M \prod_{j=1, j \neq i}^M \mu_{i,j}^{N_{\sigma_2 i j}} \\
 & \quad \times \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M [\beta_{i,j}\bar{m}_{i,j}(T, t_0) \right. \\
 & \quad \left. - \alpha_{i,i}m_{i,j}(T, t_0)] \right\} V(\tau_0), \quad (21)
 \end{aligned}$$

其中, $h_{i,i} = \mu_{i,j}, h_{i,j} = 1, \lambda_{i,i} = \alpha_{i,i}, \lambda_{i,j} = -\beta_{i,j}$. 条件(13)表明存在 $\bar{a}_i \in [0, \alpha_{i,i}]$ 使得

$$\frac{\ln \mu_{i,j}}{\tau_{aij}} < \bar{a}_i < \alpha_{i,i} - \frac{(\alpha_{i,i} + \beta_{i,j})\tau_s}{\tau_{aij}}. \quad (22)$$

应用引理2, 可得

$$\begin{aligned}
 & V(T) \\
 & \leq g_0 \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M \left[\frac{\ln(\mu_{i,j})}{\tau_{aij}} - \bar{a}_i \right] \right. \\
 & \quad \left. \times T_{i,j}(T, t_0) \right\} V(t_0) \\
 & \leq g_0 \exp \left\{ \max_{i,j \in S, j \neq i} \left[\frac{\ln(\mu_{i,j})}{\tau_{aij}} - \bar{a}_i \right] \right. \\
 & \quad \left. \times (T - t_0) \right\} V(t_0), \quad (23)
 \end{aligned}$$

其中

$$g_0 = \exp \left\{ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M \left[c_{ij} + N_{0ij} \ln(\mu_{i,j}) + \frac{\tau_s}{\tau_{aij}} \ln \mu_{i,j} \right] \right\}.$$

令 $q = \max_{i,j \in S, j \neq i} \left\{ \frac{\ln(\mu_{i,j})}{\tau_{ai}} - \bar{a}_i \right\}$, 由 (22) 式, 我们有 $q < 0$ 且

$$V(T) \leq g_0 e^{q(T-t_0)} V(t_0). \quad (24)$$

证毕.

4 仿真算例

考虑具有两个子系统的切换线性系统 (1) [19], 其中,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.5 \\ 0.5 & -0.3 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ -1 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [-0.4 \ 1.8]^T, B_2 = [0.1 \ 1.5]^T. \quad (25)$$

在文献 [19] 中, 当切换时滞 $\tau_s = 0.5$ 时, 对切换系统 (1) 通过设计满足平均驻留时间的切换信号, 使得整个切换系统达到指数稳定, 但是要求两个子系统的平均驻留时间都大于等于 3.0660 s. 在文献 [24] 中, 类切换正系统在异步切换下的镇定问题得到了研究, 要求切换信号满足模型依赖平均驻留时间, 但是与相邻模型的动态行为无关. 由于系统 (1) 是一般的切换线性系统不是正系统, 所以文献 [24] 中的结论不适用. 给定 $\tau_s = 0.5$, $\mu_{1,2} = 1.02$, $\mu_{2,1} = 1.02$, $\alpha_{1,1} = 0.3$, $\alpha_{2,2} = 0.3$, $\beta_{1,2} = 1.5$, $\beta_{2,1} = 0.75$, 本文通过设计相邻模型依赖的平均驻留时间切换信号, 求解定理 1 中的条件, 可以得到两个子系统分别满足平均驻留时间 $\tau_{a12}^* = 3.0660$ 和 $\tau_{a21}^* = 1.8160$, 就可以使得整个切换系统得到指数镇定. 对应的控制器增益为

$$K_1 = [1.2522 \ -1.6414],$$

$$K_2 = [-1.6704 \ -1.7674]. \quad (26)$$

子系统 1 和子系统 2 的闭环系统状态响应曲线如图 1 和图 2 所示, 其中初始条件 $x_0 = [0.8 \ 1.2]^T$. 图 3 给出了切换系统 (1) 的切换信号. 图 4 所示为切换系统在异步切换信号下的闭环系统的状态响应曲线.

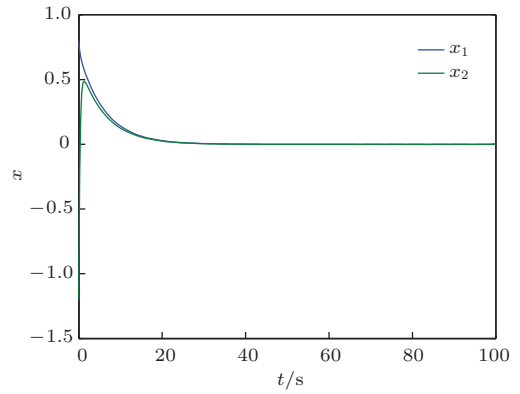


图 1 系统 1 的状态响应曲线

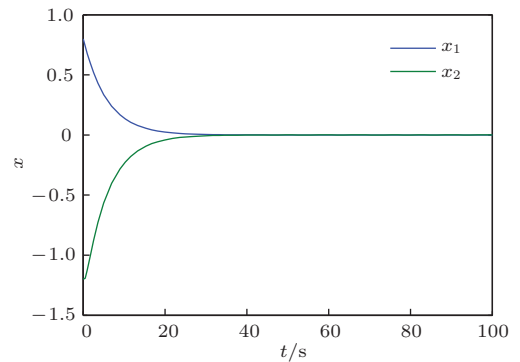


图 2 子系统 2 的状态响应曲线

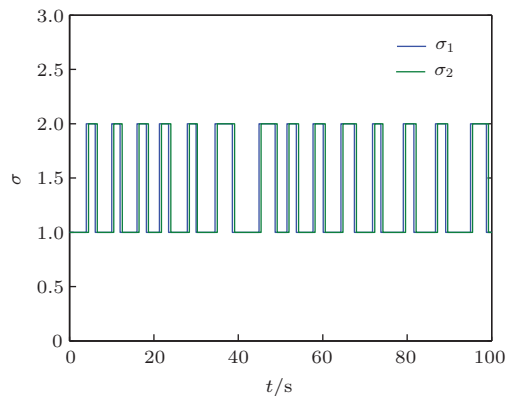


图 3 切换信号

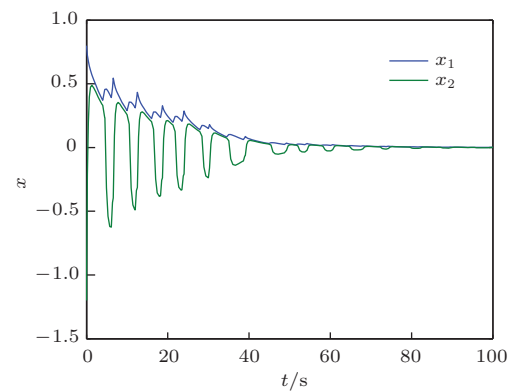


图 4 切换系统 (1) 的状态响应曲线

5 结 论

本文通过相邻模型依赖的平均驻留时间方法研究了一类切换线性系统在异步切换下的镇定问题. 首先, 提出了相邻模型依赖平均驻留时间的定义. 然后, 通过合并切换信号的方法和多 Lyapunov 函数方法, 给出了相邻模型依赖平均驻留时间切换下整个切换系统稳定的充分条件和控制器设计. 切换非线性时滞系统异步切换下的镇定问题将是我们未来研究的一个主题.

参考文献

- [1] Liberzon D, Morse A S 1999 *IEEE Contr. Syst. Mag.* **19** 59
- [2] Cheng D Z, Guo Y Q 2005 *Control Theory & Applications* **22** 954 (in Chinese) [程代展, 郭宇骞 2005 控制理论与应用 **22** 954]
- [3] Zhao J, Hill D J 2008 *Automatica* **44** 1220
- [4] Sun X M, Wang W 2012 *Automatica* **48** 2359
- [5] Wang D, Wang W, Shi P 2009 *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Cybern.* **39** 800
- [6] Wang D, Shi P, Wang W 2010 *IET Control Theory Appl.* **4** 100
- [7] Lian J, Shi P, Feng Z 2013 *IEEE Trans. Cybern.* **4** 3
- [8] Niu B, Zhao J 2013 *Int. J. Syst. Sci.* **44** 978
- [9] Zhang J L, Zhang H G, Luo Y H, Feng T 2014 *Neuro-computing* **133** 163
- [10] Cao W, Guo Y, Sun M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 180202 (in Chinese) [曹伟, 郭媛, 孙明 2014 物理学报 **63** 180202]
- [11] Zhang Y L, Wu B W, Wang Y E, Han X X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 170205 (in Chinese) [张耀利, 吴保卫, 王月娥, 韩晓霞 2014 物理学报 **63** 170205]
- [12] Duan G R, Wang H Q 2005 *Acta Aeronaut. Astronaut. Sin.* **26** 144 (in Chinese) [段广仁, 王好谦 2005 航空学报 **26** 144]
- [13] Lin X Z, Du H B, Li S H 2011 *Control and Decision* **26** 841 (in Chinese) [林相泽, 都海波, 李世华 2011 控制与决策 **26** 841]
- [14] Wu Z H, Peng L, Xie L B, Wen J W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 128901
- [15] Li L, Fang H J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110505
- [16] Sun F L, Zhu W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110204
- [17] Wang Y E, Sun X M, Shi P, Zhao J 2013 *IEEE Trans. Cybern.* **43** 2261
- [18] Wang Y E, Zhao J, Jiang B 2013 *IEEE Trans. Autom. Control* **58** 2114
- [19] Zhang L X, Gao H J 2010 *Automatica* **46** 953
- [20] Xiang Z R, Wang R H 2009 *IET Control Theory and Applications* **3** 1041
- [21] Zhang Y R 2006 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: Southwest Jiaotong University) (in Chinese) [张艳荣 2006 博士学位论文 (成都: 西南交通大学)]
- [22] Vu L, Kristi M A 2010 *IEEE Trans. Autom. Control* **55** 2385
- [23] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, Liu M 2012 *IEEE Trans. Autom. Control* **57** 1809
- [24] Xiang M, Xiang Z R, Karimi H R 2014 *Inform. Sciences* **278** 703

Asynchronous stabilization of switched systems: Adjacent mode-dependent average dwell time*

Wang Yue-E¹⁾ Wu Bao-Wei^{1)†} Wang Rui²⁾

1) (College of Mathematics and Information Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

2) (School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

(Received 10 September 2014; revised manuscript received 10 October 2014)

Abstract

This paper addresses the stabilization problem of a class of switched linear systems. Due to the presence of switching delay in the switching signal of the controller, the switching of the controller and the of the system are turned out to be asynchronous. By combining switching signal method with the multiple Lyapunov function method, some sufficient conditions are provided to guarantee the stability of the whole switched system by an adjacent mode-dependent average dwell time scheme. These conditions imply the relationship among the continuous dynamics, switching delay, and the average dwell time. Finally, a numerical example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: switched system, asynchronous switching, adjacent mode-dependent average dwell time

PACS: 02.30.Yy, 42.82.Fv

DOI: [10.7498/aps.64.050201](https://doi.org/10.7498/aps.64.050201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61403241, 61374072, 11371233), and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2014M560748), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. GK201503011).

† Corresponding author. E-mail: wubw@snnu.edu.cn