

参数不确定统一混沌系统的鲁棒分数阶比例-微分控制

路永坤

Robust fractional-order proportional-derivative control of unified chaotic systems with parametric uncertainties

Lu Yong-Kun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 050503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.050503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.050503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphys.ac.cn/CN/Y2015/V64/I5>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制器设计

[D esign of an adaptive sliding mode controller for synchronization of fractional-order chaotic systems](#)

物理学报.2015, 64(4): 040505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040505>

永磁同步发电机混沌运动分析及最优输出反馈 H_8 控制

[Analysis of chaos in permanent magnet synchronous generator and optimal output feedback \$H_8\$ control](#)

物理学报.2015, 64(4): 040504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040504>

间歇反馈法实现单模 Lorenz-Haken 激光系统的周期镇定与同步

[Realization of periodical control and synchronization of single-mode laser Haken-Lorenz system with intermittent feedback](#)

物理学报.2015, 64(3): 030504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030504>

基于量子并行粒子群优化算法的分数阶混沌系统参数估计

[Research on particle swarm optimization algorithm with characteristic of quantum parallel and its application in parameter estimation for fractional-order chaotic systems](#)

物理学报.2015, 64(3): 030505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030505>

基于快速全线性预测控制的混沌系统控制与同步

[Control and synchronization in chaotic systems based on fast linear predictive control](#)

物理学报.2015, 64(1): 010502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010502>

参数不确定统一混沌系统的鲁棒分数阶比例-微分控制*

路永坤†

(天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

(2014年10月15日收到; 2014年11月26日收到修改稿)

针对含参数不确定的整数阶统一混沌系统, 提出一种鲁棒分数阶比例-微分 (PD^μ) 控制. 通过变换将受控统一混沌系统转换成等效被控对象及其等效控制器. 针对等效被控对象, 基于一种改进 Monje-Vinagre 方法并考虑到求解性能约束方程组的复杂度, 设计了鲁棒 PD^μ 控制器. 通过基于最小相角边界传递函数和最大增益边界传递函数的设计约束来保证受控统一混沌系统对参数不确定性的鲁棒性能. 数值仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 统一混沌系统, 参数不确定, 鲁棒, 分数阶比例-微分控制

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.64.050503

1 引言

统一混沌系统是混沌系统的一个重要分支. 由吕金虎等学者所提出的统一混沌系统将 Lorenz 系统, Lü 系统和 Chen 系统连接起来. 统一混沌系统及其控制器已经在通讯等领域引起许多研究者的关注^[1,2]. 目前对整数阶统一混沌系统及其整数阶控制器的研究已经取得大量成果. Wang 等研究了不确定参数的统一混沌系统的有限时间控制器^[3]; Wei 等研究了统一混沌系统的自适应控制器^[4]; Chen 等研究了统一混沌系统的自适应神经网络控制器^[5].

近几年来, 将统一混沌系统与分数阶系统结合起来的研究受到了广泛关注. 人们对分数阶理论的研究历史悠久^[6]. 相比整数阶系统及其控制器, 分数阶系统及其控制器增加了微分阶次 μ 和积分阶次 λ 两个自由度. 分数阶统一混沌系统是整数阶统一混沌系统的一种推广^[7]. 针对分数阶统一混沌系统, 分数阶控制器的研究也取得了一些成果. Yang 等基于整数阶统一混沌系统的等效无源方法,

设计了一种分数阶统一混沌系统的状态反馈控制器^[8]; Liu 等研究了分数阶统一混沌系统的预测控制器^[9]; Qi 等研究了分数阶统一混沌系统的滑模控制器^[10].

比例-微分-积分 (PID) 控制器是常用的控制器, 它已在混沌系统中有很多成功应用. Zou 等基于全局微分进化算法, 设计了一个混沌系统的 PID 同步控制器^[11]; 针对离散混沌模型, Hung 等设计了一个 PID 同步控制器^[12]; 牛培峰等基于遗传算法, 研究了 Chen 系统和永磁同步电机混沌系统的 PID 控制^[13].

分数阶 PID ($PI^\lambda D^\mu$) 控制器是基于分数阶控制和传统 PID 控制的控制器. $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数整定是 $PI^\lambda D^\mu$ 控制的一个基本研究问题, 在国内外已经成为一个研究焦点. 尤其是基于频域的 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器参数整定方法取得了比较丰硕的成果. Monje 和 Vinagre 等提出了一种基于五个设计约束的 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器设计方法 (Monje-Vinagre 方法), 该方法通过一组性能约束来保证控制系统对增益变化和噪声的鲁棒性能^[14]; Li 等通过简单的

* 天津市高等学校科技发展基金计划 (批准号: 20130722) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: automationcn@126.com

绘图方法来确定一种分数阶比例-微分(PD^μ)控制器参数^[15],并将该方法应用到直流电机的PD^μ控制中; Vinopraba等基于内模控制原理设计了一个PI^λD^μ控制器^[16]; Saidi等通过定义含不确定性被控对象的最小相角边界传递函数,最大相角边界传递函数,最小增益边界传递函数和最大增益边界传递函数,提出了三种分数阶控制器设计方法^[17],其中两种方法是对Monje-Vinagre方法的推广,这些设计方法将Monje-Vinagre方法的相角裕度约束和被控对象增益变化鲁棒性约束的截止频率推广到期望频带上.

受上述已有研究工作的启发,本文在文献^[3]和文献^[17]的基础上,基于整数阶统一混沌系统,通过变换将受控统一混沌系统转换成等效被控对象及其等效控制器,针对等效被控对象设计了鲁棒PD^μ控制器.同文献^[17]相比,本文并没有采用文献^[17]中将截止频率推广到期望频带上的改进,以减小方程求解的复杂度.最后,通过数值仿真验证了所提出方法的有效性.

2 不确定受控统一混沌系统模型和问题描述

考虑一类参数不确定的受控统一混沌系统,其数学模型为^[3]

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= (25\alpha + 10)(z_2 - z_1) + u_1, \\ \frac{dz_2}{dt} &= (28 - 35\alpha + \varepsilon_1)z_1 - z_1z_3 \\ &\quad + (29\alpha - 1 + \varepsilon_2)z_2 + u_2, \\ \frac{dz_3}{dt} &= z_1z_2 - \left(\frac{\alpha + 8}{3} + \varepsilon_3\right)z_3 + u_3, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $z_i (i = 1, 2, 3)$ 为状态变量, $\alpha \in [0, 1]$ 为系统参数, $\varepsilon_i (i = 1, 2, 3)$ 为不确定参数, $|\varepsilon_i| \leq \eta_i (i = 1, 2, 3)$, $\eta_i (i = 1, 2, 3)$ 已知, $u_i (i = 1, 2, 3)$ 为控制输入. 原点 ($z_i = 0$) 是系统的不稳定平衡点.

设计目标是针对(1)式所示不确定受控统一混沌系统,设计一个控制器,该控制器使从不同初始值出发的系统状态都稳定控制到原点.

3 鲁棒PD^μ控制器设计

设计流程有以下三个步骤:

步骤1 选取控制律

$$u_1 = -(25\alpha + 10)z_2 - k_{P1}(z_1 + T_{I10}D_t^{\alpha_1}z_1),$$

${}_0D_t^{\alpha_1}$ 表示在时域上的分数阶微分算符, k_{P1} 为比例系数, T_{I1} 为微分系数, k_{P1} 和 T_{I1} 均为正, $0 < \alpha_1 < 1$, 然后将控制律代入(1)式的第一个方程,可得

$$\frac{dz_1}{dt} = -(25\alpha + 10)z_1 - k_{P1}(z_1 + T_{I10}D_t^{\alpha_1}z_1), \quad (2)$$

考虑到控制目标是将状态控制到原点. 相应地,(2)式的等效被控对象 G_1 及其分数阶控制器 C_1 的传递函数分别为

$$G_1(s) = \frac{1}{s + 25\alpha + 10}, \quad (3)$$

$$C_1(s) = k_{P1}(1 + T_{I1}s^{\alpha_1}), \quad (4)$$

其中, s 为复变量, s^{α_1} 为 ${}_0D_t^{\alpha_1}$ 的拉氏变换. 可以根据文献^[15]中的相角裕度约束,截止频率约束和被控对象增益变化鲁棒性三个设计约束,并采用其中的绘图方法来确定控制器参数 k_{P1} , T_{I1} 和 α_1 . 具体步骤可以参考文献^[15].

步骤2 选取控制律 $u_2 = -f_1z_2 - c_2$, c_2 为分数阶控制项, $f_1 \geq 29\alpha - 1 + \eta_2$, 当 z_1 收敛于原点,即 $z_1 = 0$ 时,将控制律代入(1)式的第二个方程,可得

$$\frac{dz_2}{dt} = (29\alpha - 1 + \varepsilon_2 - f_1)z_2 - c_2, \quad (5)$$

相应地,(5)式的等效被控对象 G_2 及其分数阶控制器 C_2 的传递函数分别为

$$G_2(s) = \frac{T_1}{T_1s + 1}, \quad (6)$$

$$C_2(s) = k_{P2}(1 + T_{I2}s^{\alpha_2}), \quad (7)$$

其中, $T_1 \in [T_{1\min}, T_{1\max}]$, $T_{1\min} = 1/(f_1 + \eta_2 - 29\alpha + 1)$, $T_{1\max} = 1/(f_1 - \eta_2 - 29\alpha + 1)$, T_1 的标称值 $T_{1N} = 1/(f_1 - 29\alpha + 1)$, k_{P2} 和 T_{I2} 均为正, $0 < \alpha_2 < 1$.

根据文献^[17],采用针对不确定系统的相角裕度约束,截止频率约束和被控对象增益变化鲁棒性三个性能约束,本文没有用期望频带代替截止频率,以减小文献^[17]中改进Monje-Vinagre方法在求解方程时的复杂度,且令 $s = j\omega$, 则

$$\arg(G_{2p}(j\omega_{c1})C_2(j\omega_{c1})) = -\pi + \theta_{m1}, \quad (8)$$

$$\left. \frac{d \arg(G_{2p}(j\omega)C_2(j\omega))}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{c1}} = 0, \quad (9)$$

$$|G_{2g}(j\omega_{c1})C_2(j\omega_{c1})|_{dB} = 0, \quad (10)$$

其中, $G_{2p}(s)$ 和 $G_{2g}(s)$ 分别是 $G_2(s)$ 的最小相角边界传递函数和最大增益边界传递函数, $G_{2p}(s) = T_{1N}/(T_{1\max}s + 1)$, $G_{2g}(s) = T_{1\max}/(T_{1\min}s + 1)$, θ_{m1} 为 C_2 作用下系统相角裕度, ω_{c1} 为 C_2 作用下系统截止频率; (8) 式, (9) 式和 (10) 式分别是基于最小相角边界传递函数的相角裕度约束, 基于最小相角边界传递函数的增益变化鲁棒性约束和基于最大增益边界传递函数的截止频率约束.

步骤3 选取控制律 $u_3 = -f_2 z_3 - c_3$, c_3 为分数阶控制项, $f_2 \geq -(8 + \alpha)/3 + \eta_3$, 将控制律代入 (1) 式的第三个方程, 可得

$$\frac{dz_3}{dt} = -(\varepsilon_3 + f_2 + (8 + \alpha)/3)z_3 - c_3, \quad (11)$$

同理相应地, (11) 式的等效被控对象 G_3 及其分数阶控制器 C_3 的传递函数分别为

$$G_3(s) = \frac{T_2}{T_2s + 1}, \quad (12)$$

$$C_3(s) = k_{P3}(1 + T_{I3}s^{\alpha_3}), \quad (13)$$

其中,

$$T_2 \in [T_{2\min}, T_{2\max}],$$

$$T_{2\min} = 1/(f_2 + \eta_3 + (8 + \alpha)/3),$$

$$T_{2\max} = 1/(f_2 - \eta_3 + (8 + \alpha)/3),$$

T_2 的标称值 $T_{2N} = 1/(f_2 + (8 + \alpha)/3)$, k_{P3} 和 T_{I3} 均为正, $0 < \alpha_3 < 1$.

与步骤2类似, 也可以得到如下三个方程:

$$\arg(G_{3p}(j\omega_{c2})C_3(j\omega_{c2})) = -\pi + \theta_{m2}, \quad (14)$$

$$\left. \frac{d \arg(G_{3p}(j\omega)C_3(j\omega))}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{c2}} = 0, \quad (15)$$

$$|G_{3g}(j\omega_{c2})C_3(j\omega_{c2})|_{dB} = 0, \quad (16)$$

其中,

$$G_{3p}(s) = T_{2N}/(T_{2\max}s + 1),$$

$$G_{3g}(s) = T_{2\max}/(T_{2\min}s + 1),$$

θ_{m2} 和 ω_{c2} 分别为 C_3 作用下系统相角裕度和系统截止频率.

针对 (8) 式, (9) 式和 (10) 式所构成方程组, 本文仍采用文献 [15] 的绘图方法进行求解. (14) 式, (15) 式和 (16) 式所构成方程组的求解过程与 (8) 式, (9) 式和 (10) 式所构成方程组类似. 当存在不确定参数 $\varepsilon_i (i = 1, 2, 3)$ 时, 所提出的鲁棒 PD $^\mu$ 控制方法可以保证参数不确定统一混沌系统仍能渐近稳

定于原点, 并且系统增益波动也不会影响系统的稳定性.

4 仿真与分析

本部分主要通过基于 MATLAB 的两组仿真来说明本文所提出的方法对统一混沌系统控制的有效性. 为了便于比较, 本文采用了文献 [3] 的仿真中选取的统一混沌系统不确定参数, $\varepsilon_1 = \sin z_1$, $\varepsilon_2 = \cos z_2$, $\varepsilon_3 = \sin z_2$. 第一组仿真的统一混沌系统参数的初始值 [3] 为 $(z_1(0) z_2(0) z_3(0)) = (-5 \ 5 \ 10)$, 第二组仿真的统一混沌系统的初始值 [18] 为 $(z_1(0) z_2(0) z_3(0)) = (1 \ 2 \ 3)$.

当 $\alpha = 0$ 时受控系统为含不确定性 Lorenz 系统, 控制器参数为 $k_{P1} = 6.282$, $k_{P2} = 1.144$, $k_{P3} = 1.229$, $T_{I1} = 1.652$, $T_{I2} = 2.4$, $T_{I3} = 2.555$, $a_1 = 0.658$, $a_2 = 0.948$, $a_3 = 0.954$, $f_1 = 3$, $f_2 = 2$; 当 $\alpha = 0.8$ 时受控系统为含不确定性 Lü 系统, 控制器参数为 $k_{P1} = 6.346$, $k_{P2} = 1.144$, $k_{P3} = 1.272$, $T_{I1} = 1.702$, $T_{I2} = 2.4$, $T_{I3} = 2.635$, $a_1 = 0.652$, $a_2 = 0.948$, $a_3 = 0.934$, $f_1 = 26.2$, $f_2 = 2$; 当 $\alpha = 1$ 时受控系统为含不确定性 Chen 系统, 控制器参数为 $k_{P1} = 6.339$, $k_{P2} = 1.144$, $k_{P3} = 1.275$, $T_{I1} = 1.722$, $T_{I2} = 2.4$, $T_{I3} = 2.672$, $a_1 = 0.65$, $a_2 = 0.948$, $a_3 = 0.928$, $f_1 = 32$, $f_2 = 2$. 第一组仿真在 $\alpha = 0$, $\alpha = 0.8$ 和 $\alpha = 1$ 的系统状态响应曲线分别如图 1, 图 2 和图 3 所示. 第二组仿真在 $\alpha = 1$, $\alpha = 0.8$ 和 $\alpha = 0$ 的系统状态响应曲线分别如图 4, 图 5 和图 6 所示.

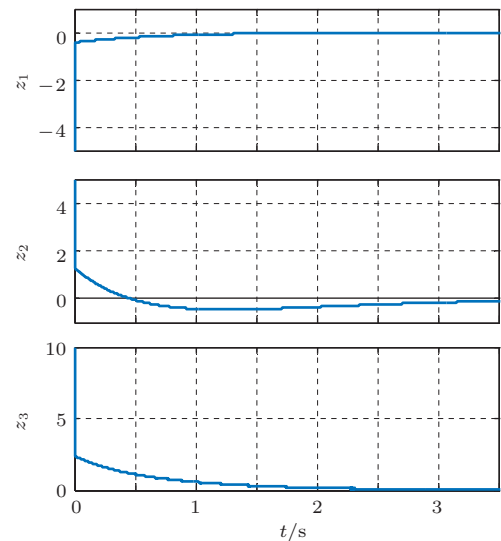


图1 第一组 $\alpha = 0$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线

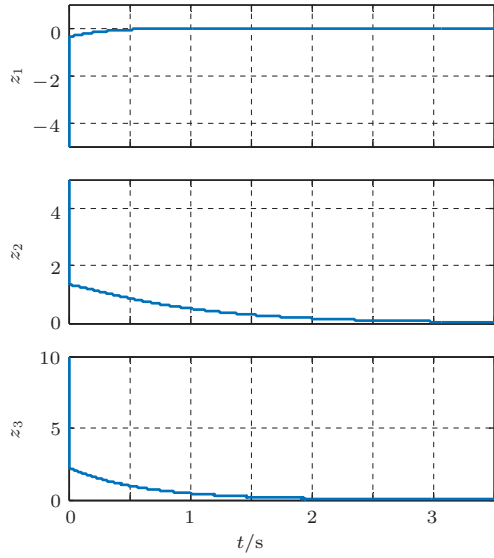


图2 第一组 $\alpha = 0.8$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线

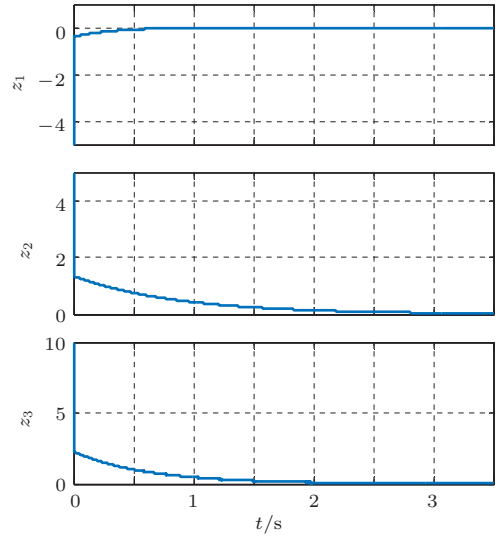


图3 第一组 $\alpha = 1$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线

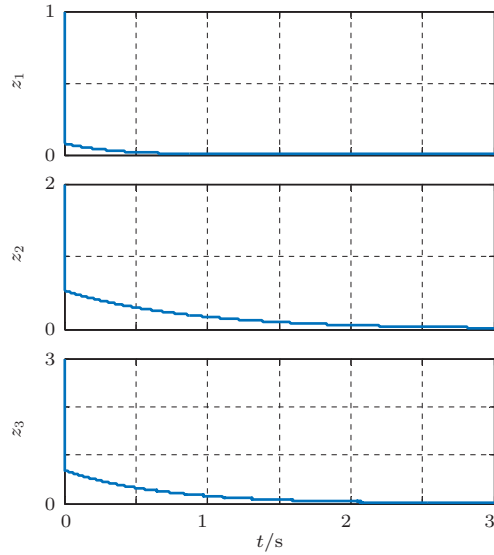


图4 第二组 $\alpha = 1$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线

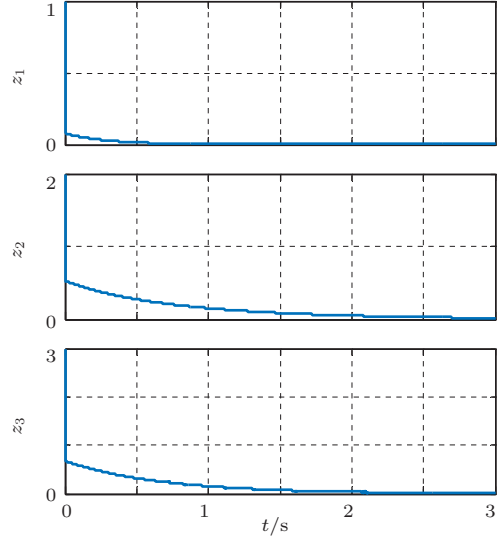


图5 第二组 $\alpha = 0.8$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线

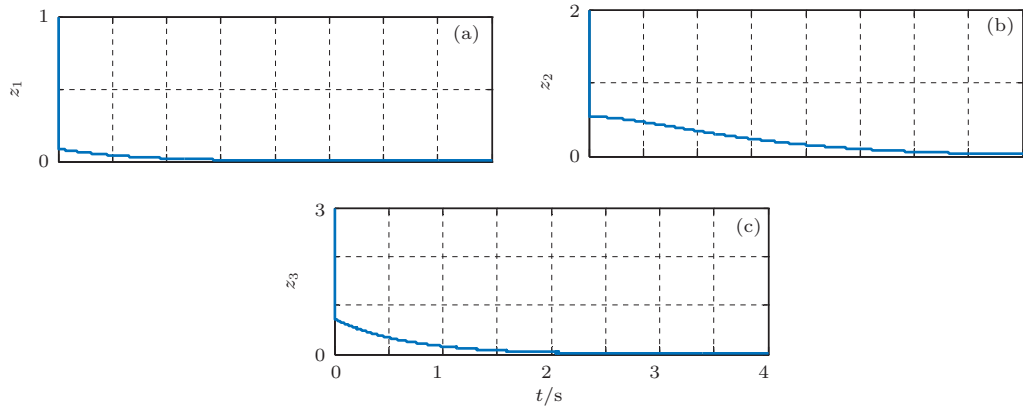


图6 第二组 $\alpha = 0$ 时受控含参数不确定性统一混沌系统的状态响应曲线 (a) z_1 的曲线; (b) z_2 的曲线; (c) z_3 的曲线

通过两组仿真的状态响应曲线可以看出, 受控统一混沌系统的状态响应迅速, 且调节时间, 超调量和稳态误差适当. 因此在系统存在参数不确定时, 所提出的控制器仍能将统一混沌系统状态控制到原点.

5 结 论

本文研究了含参数不确定性统一混沌系统的控制问题. 通过变换将受控统一混沌系统转换成等效被控对象及其等效控制器, 基于一种改进 Monje-Vinagre 方法并考虑到求解性能约束方程组的复杂度, 提出一种针对统一混沌系统的鲁棒 PD^μ 控制设计方法. 该控制方法可以将含参数不确定性统一混沌系统状态稳定控制到原点. 基于 MATLAB 的数值仿真验证了所提出控制方法的有效性.

参考文献

- [1] Smaoui N, Karouma A, Zribi M 2011 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **16** 3279
- [2] Cheng C 2012 *Applied Mathematics and Computation* **219** 2698
- [3] Wang H, Han Z, Xie Q, Zhang W 2009 *Nonlinear Dynamics* **55** 323
- [4] Wei W, Li D H, Wang J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 040510
- [5] Wang H, Chen B, Lin C 2013 *ICIC Express Letters* **7** 423
- [6] Mohan J J, Deekshitulu G V S R 2012 *International Journal of Differential Equations* **2012** 780619
- [7] Hu J B, Zhao L D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 240504 (in Chinese) [胡建兵, 赵灵东 2013 物理学报 **62** 240504]
- [8] Yang J, Qi D L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 020508
- [9] Liu J, Li X, Zhao J 2011 *Proceedings of the 2011 Chinese Control and Decision Conference Mianyang, China*, May 23–25, 2011 p2093
- [10] Qi D L, Wang Q, Yang J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100505
- [11] Zou D, Gao L, Li S 2014 *ICIC Express Letters* **8** 2745
- [12] Hung M L, Lin J S, Yan J J, Liao T L 2008 *Chaos, Solitons and Fractals* **35** 781
- [13] Niu P F, Zhang J, Guan X P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3759 (in Chinese) [牛培峰, 张君, 关新平 2007 物理学报 **56** 3759]
- [14] Monje C A, Vinagre B M, Feliu V, Chen Y 2008 *Control Engineering Practice* **16** 798
- [15] Li H S, Luo Y, Chen Y Q 2010 *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **18** 516
- [16] Vinopraba T, Sivakumaran N, Narayanan S, Radhakrishnan T K 2012 *Journal of Control Theory and Applications* **10** 297
- [17] Saidi B, Amairi M, Najjar S, Aoun M <http://dx.doi.org/10.1007/s11071-014-1698-1> [2014-9-18]
- [18] Gao X, Liu X W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 84 (in Chinese) [高心, 刘兴文 2007 物理学报 **56** 84]

Robust fractional-order proportional-derivative control of unified chaotic systems with parametric uncertainties*

Lu Yong-Kun[†]*(School of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China)*

(Received 15 October 2014; revised manuscript received 26 November 2014)

Abstract

In this paper, a robust fractional-order proportional-derivative (PD^μ) control is designed for controlling in integer-order unified chaotic systems with parametric uncertainties. Equivalent plant is obtained by transforming the controlled dynamic system, and then the PD^μ controller as an equivalent controller is applied to the equivalent plant. In the uncertain controlled unified chaotic systems, one equation is certain, and the other two equations are uncertain. The equivalent controller for the certain system is then designed based on a fractional-order proportional-derivative controller, in which three specifications for phase margin, gain crossover frequency, and robustness should be met. On the other hand, the robustness of uncertain systems is achieved by an improved Monje-Vinagre tuning method, however, the pre-specified frequency band should be replaced by the gain crossover frequency in order to reduce the complexity in determining the controllers for the uncertain systems. Specifications related to phase margin for the lower bound of the phase, gain crossover frequency for the upper bound of the gain, and robustness for the lower bound of the phase constraints are satisfied by the uncertain system. Parameters of the equivalent controller are determined based on a graphical method. Origins of the unstable equilibrium can be asymptotically stabilized by the proposed strategy for the integer-order unified chaotic systems with parametric uncertainties. Numerical simulation examples for Chen system, Lü system, and Lorenz system, are given to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: unified chaotic systems, parametric uncertainties, robust, fractional-order proportional-derivative control

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

DOI: [10.7498/aps.64.050503](https://doi.org/10.7498/aps.64.050503)

* Project supported by the Science and Technology Development Foundation of the Higher Education Institutions of Tianjin Municipality of China (Grant No. 20130722).

† Corresponding author. E-mail: automationcn@126.com