

基于信号子空间重构的鲁棒子区域 Frost 波束形成

范展 梁国龙 付进 王燕

Robust sub-regional Frost beamforming based on the signal subspace reconstruction

Fan Zhan Liang Guo-Long Fu Jin Wang Yan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 054303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.054303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I5>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

声速剖面对不同深度声源定位的影响

Influences of sound speed profile on the source localization of different depths

物理学报.2015, 64(2): 024302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024302>

单载波频域均衡中的水声信道频域响应与噪声估计

Frequency domain response estimation of underwater acoustic channel and noise estimation for single-carrier frequency domain equalization

物理学报.2014, 63(19): 194304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194304>

基于赛利斯模型和分数阶微分的兰姆波信号消噪

Noise suppression for Lamb wave signals by Tsallis mode and fractional-order differential

物理学报.2014, 63(18): 184301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.184301>

二进制偏移载波调制的零相关窗水声同步技术研究

Underwater acoustic synchronization telemetry research based on binary offset carrier modulated signal with zero correlation window

物理学报.2014, 63(10): 104301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104301>

用信号处理技术及传播理论还原雷声频谱

Thunder acoustic spectrum obtained by using digital signal processing and propagation effects

物理学报.2013, 62(8): 084303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084303>

基于信号子空间重构的鲁棒子区域 Frost 波束形成*

范展 梁国龙 付进† 王燕

(哈尔滨工程大学水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

(哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2014年7月28日收到; 2014年8月19日收到修改稿)

本文针对一个感兴趣子区域内的宽带波束形成问题, 提出一种基于信号子空间重构的鲁棒 Frost 波束形成算法. 该算法的基本思想是利用一个矩阵滤波器从所估计的信号加干扰子空间中提取感兴趣信号(SOI)的特征分量; 然后利用该特征分量重构信号子空间; 最后利用重构的信号子空间构造一组线性约束最小方差(LCMV)准则, 来保证 SOI 近似无失真通过. 与现有的其他鲁棒 Frost 波束形成算法相比, 本文算法的一个显著优点是在未知 SOI 实际波达方向与频带等先验信息的情况下, 其导向与带宽均能够自适应地匹配 SOI. 因此在整个感兴趣子区域内, 它都能获得接近最优值的输出信干噪比. 理论分析与仿真研究验证了算法的有效性.

关键词: 矩阵滤波器, 鲁棒 Frost 波束形成, 线性约束最小方差准则, 信号子空间

PACS: 43.60.+d, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.64.054303

1 引言

宽带波束形成是阵列信号处理的一个重要发展方向, 在雷达、声纳、通信、麦克风阵列等领域具有广泛应用^[1-7]. 本文针对一个感兴趣的子区域展开研究, 目的是通过波束形成估计分布于该子区域之内的宽带信号的时域波形. 在本文模型中, 感兴趣的子区域是预先给定的, 而总信源数、各个信号的波达方向(direction of arrival, DOA)、带宽、功率、噪声方差等信息均未知. 为了便于后面的分析, 将分布于该感兴趣子区域之内的信号定义为感兴趣的信号(signal of interest, SOI), 将分布于该子区域之外的其他信号均定义为干扰, 如图 1 所示.

Frost 波束形成器(又被称之为线性约束最小方差(linearly constrained minimum variance, LCMV)波束形成器^[8])是一种经典的时域宽带波束形成器. 它采用有限脉冲响应(finite impulse re-

sponse, FIR) 滤波器结构, 来实现时域与空域二维联合滤波. 理想情况下, Frost 波束形成器可获得接近最优值的输出信干噪比(signal to interference-plus-noise ratio, SINR). 但当模型失配时, 如出现观测方向偏差、通道校准误差等, 其性能会急剧退化^[9]. 在本文中, 由于 SOI 的实际 DOA 是未知的,

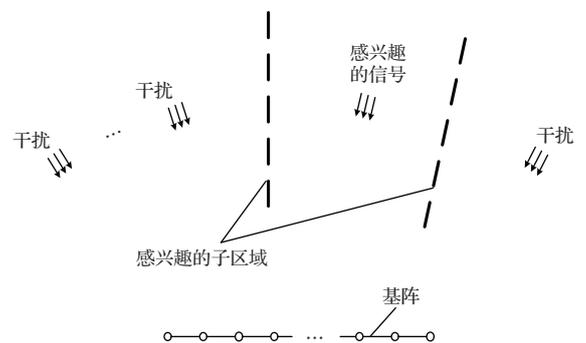


图 1 基阵模型图

* 国家自然科学基金(批准号: 51279043, 61201411, 51209059)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fujin@hrbeu.edu.cn

因此很难直接通过常规的Frost波束形成器估计SOI的波形。

在过去20年间,有不少鲁棒Frost波束形成算法被提出,如最差性能最优算法^[8]、对角加载算法^[10]等.这些鲁棒算法的基本思想都是源自与之相对应的窄带波束形成算法,它们在优化Frost波束形成器性能的同时也保留了原算法固有的缺点.例如,对角加载算法的加载量难以确定,最差性能最优算法的约束边界亦难以确定^[11].此外,这些鲁棒算法的本质都是通过对导向矢量的邻域施加约束来提高其鲁棒性.只要SOI的主分量分布在所设定的约束区域之内,就能够获得期望的增益.但在实际应用中,邻域通常不能设置太大,否则会降低波束形成器的自由度,导致整体性能下降.在本文模型中,如果感兴趣子区域包含一个较大的角度区间,那么以上这些鲁棒Frost波束形成算法都将失效.

针对以上问题,本文构造了一种新的鲁棒Frost波束形成算法.它的基本思想是利用一个矩阵滤波器从所估计的信号加干扰子空间中提取SOI的特征分量;然后,利用所提取的特征分量重构信号子空间;最后,利用重构的信号子空间构造一组LCMV准则,以保证SOI分量近似无失真通过.与现有的一些其他鲁棒Frost波束形成算法相比,本文算法的优点是在未知SOI实际DOA、频带等信息的情况下,其导向与带宽均能够自适应地匹配SOI,因此在整个感兴趣子区域内,它都能够获得接近最优值的增益.此外,在实时运算中,本文算法的总运算量与标准Frost波束形成器相近,比较容易实时实现.

2 问题描述

2.1 基阵信号模型

考虑一个由 M 元各向同性阵元组成的均匀直线基阵 (uniform linear array, ULA), 接收到观测空间 $K < M$ 个不同方向入射的宽带远场复平面波. 假设第 m ($m = 1, 2, \dots, M$) 个阵元接收的数据序列为

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_m(\theta_k)) + v_m(t),$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad (1)$$

式中, $\{\theta_k\}_{k=1}^K$ 表示 K 个信号的波达方向, $\tau_m(\theta_k)$ 为第 k 个信源相对于空间某任意参考点的传播

延时, 对于阵元间距为 d 的ULA, 满足 $\tau_m(\theta) = \tau_1(\theta) + d(m-1) \sin \theta / (2c)$, $m = 1, 2, \dots, M$, 其中 c 为波传播速度. $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ 与 $v_m(t)$ 分别表示信号和噪声的时域波形, 假设它们均为统计独立的宽带高斯随机过程. 定义系统有效工作频带为 Ω , 假设各宽带信号的带宽分别为 $\{\Omega_k\}_{k=1}^K$, 满足 $\Omega_k \subseteq \Omega$, $k = 1, 2, \dots, K$.

接下来, 定义一个感兴趣的子区域 Θ , 假设 (1) 式中的第一个信号分布在该子区域之内, 剩下的 $K-1$ 个信号均分布在该子区域 Θ 之外, 即 $\theta_1 \in \Theta$ 和 $\theta_k \notin \Theta$, $k = 2, 3, \dots, K$. 根据本文模型, 第一个信号被归类为SOI, 剩下的 $K-1$ 个信号均被归类为干扰.

2.2 Frost波束形成器

图2示出了Frost波束形成器的结构, 它包含 M 个阵元, 每个阵元连接一个 L 阶FIR数字滤波器. Frost波束形成器的响应可表示成频率 f 与角度 θ 的函数,

$$p(f, \theta) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L w_{m,l} e^{-j2\pi f[\tau_m(\theta) + (l-1)T_s]}, \quad (2)$$

式中 w_{ml} 表示第 m 个阵元的第 l 个权系数, T_s 代表单位采样间隔. 采用向量形式, (2) 式可进一步表示为

$$p(f, \theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(f, \theta), \quad (3)$$

式中,

$$\mathbf{a}(f, \theta) = [e^{-j2\pi f \tau_1(\theta)}, \dots, e^{-j2\pi f(\tau_1(\theta) + (L-1)T_s)}, \dots, e^{-j2\pi f \tau_M(\theta)}, \dots, e^{-j2\pi f(\tau_M(\theta) + (L-1)T_s)}]^T$$

为导向矢量, $\mathbf{w} = [w_{11}, \dots, w_{1L}, \dots, w_{m1}, \dots, w_{mL}, \dots, w_{M1}, \dots, w_{ML}]^T$ 为波束形成器的权向量, $[\cdot]^H$ 与 $[\cdot]^T$ 分别表示共轭转置与转置.

相应地, 该Frost波束形成器的输出可表示为

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t), \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_1(t - (L-1)T_s), \dots, x_M(t), \dots, x_M(t - (L-1)T_s)]^T$$

为输入数据向量.

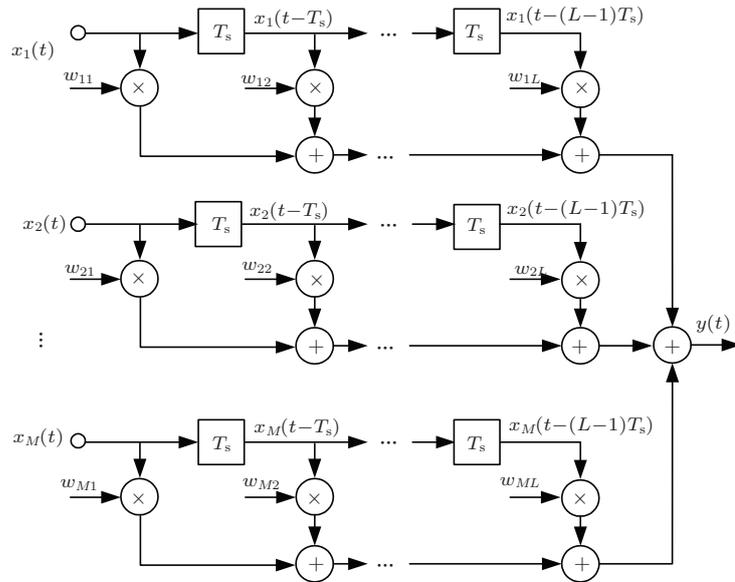


图2 Frost 波束形成器的结构图

2.3 LCMV 准则

如果确知 SOI 的实际 DOA 与带宽, 那么 Frost 波束形成器的权系数 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{LM}$ 可通过下式求解得到,

$$\begin{aligned} & \min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \\ & \text{s.t. } |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1, f)| = 1, f \in \Omega_1, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{LM \times LM}$ 为观测数据协方差矩阵. 对 (5) 式进行适当转化, 可得到下面的 LCMV 优化问题 [9],

$$\begin{aligned} & \min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \\ & \text{s.t. } \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{F}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 \mathbf{C} 是一个 $LM \times J$ 维约束矩阵, 它通过对矩阵

$$\mathbf{Q} = \int_{\Omega_1} \mathbf{a}(\theta_1, f) \mathbf{a}^H(\theta_1, f) df$$

进行特征值分解, 然后取所有主特征值所对应的特征向量组合得到 (假设主特征值的数量为 J). \mathbf{F} 是一个 $J \times 1$ 维响应向量. 线性约束 $\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{F}$ 用来保证 SOI 分量近似无失真通过. (6) 式的解可采用拉格朗日算子求得, 即

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{F}. \quad (7)$$

本质上, 约束矩阵 \mathbf{C} 代表 SOI 的主分量所张成的子空间, 它包含了 SOI 的所有导向矢量信息, 因此由 (7) 式计算出的 Frost 波束形成器的导向与带宽均能够匹配 SOI, 进而可获得接近最优值的输出 SINR. 然而在本文模型中, SOI 的实际 DOA 与带

宽均是未知的, 因此我们无法直接通过上面的方法求出约束矩阵 \mathbf{C} 与响应向量 \mathbf{F} , 也就无法直接得到该 Frost 波束形成器权系数 (7). 本文接下来的内容就是通过重构信号子空间 \mathbf{C} 并估计响应向量 \mathbf{F} 来设计 Frost 波束形成器.

3 本文提出的算法

3.1 信号子空间重构

在本节, 我们设计了一种基于矩阵滤波的信号子空间重构算法, 它的基本思想是利用一个矩阵滤波器对所估计的信号加干扰子空间进行空域滤波, 来提取 SOI 特征分量, 然后利用该特征分量重构信号子空间. 下面将从三个方面介绍该算法.

1) 信号加干扰子空间估计

首先利用 N 个快拍数据 $\{\mathbf{x}(n)\}_{n=1}^N$ 估计样本协方差矩阵, 即

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n) \mathbf{x}(n)^H. \quad (8)$$

矩阵 \mathbf{R} 是一个半正定矩阵, 对其进行特征值分解可得

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H, \quad (9)$$

其中 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \cdots \ \mathbf{u}_{LM}]$ 为特征向量矩阵, $\{\mathbf{u}_m\}_{m=1}^{LM}$ 为 LM 个相互正交的单位特征向量, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{LM}\}$ 为特征值对角矩阵, 假设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{LM}$.

特征向量矩阵 \mathbf{U} 可以被分成两个相互正交的部分, 即信号加干扰子空间 $\mathbf{U}_{s+i} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \cdots \ \mathbf{u}_D]$ 与噪声子空间 $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{D+1} \ \mathbf{u}_{D+2} \ \cdots \ \mathbf{u}_{LM}]$. 其中 D 代表信号加干扰子空间的维数, 它通常是未知的. 实际应用中, 可以通过一些现有的算法估计维数 D , 如 MDL 算法、AIC 算法等^[12], 这里不再作深入探讨.

本质上, 信号加干扰子空间 \mathbf{U}_{s+i} 包含了各个信源的所有导向矢量信息, 它满足

$$\frac{\|\mathbf{U}_{s+i}^H \mathbf{a}(f, \theta_k)\|}{\|\mathbf{a}(f, \theta_k)\|} \simeq 1, \quad f \in \Omega_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (10)$$

其中 $\|\cdot\|$ 代表范数运算, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 等号成立. (10) 式进一步展开可得

$$\mathbf{U}_{s+i} \mathbf{U}_{s+i}^H \mathbf{a}(f, \theta_k) \simeq \mathbf{a}(f, \theta_k), \quad f \in \Omega_k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (11)$$

2) 矩阵滤波

接下来, 我们构造一个矩阵滤波器, 利用它对子空间 \mathbf{U}_{s+i} 进行空域滤波, 来提取 SOI 的特征分量.

定义矩阵滤波器为 $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{LM \times LM}$, 其通带与阻带分别定义为 θ 与 θ_i , 其中 $\theta_i \subset \bar{\theta}$ ($\bar{\theta}$ 代表 θ 的补区间). 矩阵滤波器 \mathbf{G} 可通过求解下面的凸优化问题得到^[13],

$$\begin{aligned} \min \quad & r \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\|(\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{a}(f, \theta)\|}{\|\mathbf{a}(f, \theta)\|} \leq \zeta, \theta \in \theta, f \in \Omega, \\ & \frac{\|\mathbf{G}\mathbf{a}(f, \theta)\|}{\|\mathbf{a}(f, \theta)\|} \leq r, \theta \in \theta_i, f \in \Omega, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 \mathbf{I} 是一个单位矩阵, ζ 与 r 分别表示通带波动与阻带衰减系数. (12) 式的第一个约束条件是为了保护子空间 \mathbf{U}_{s+i} 中的 SOI 特征分量, 第二个约束条件是为了滤除干扰特征分量. 为了达到期望的滤波效果, 在求解 (12) 式的过程中, 可以适当调整参数 ζ 的值 (在满足约束条件 $0 < \zeta \ll 1$ 的前提下), 以使 $r^2 \ll 1$.

最后, 利用矩阵滤波器 \mathbf{G} 对子空间 \mathbf{U}_{s+i} 进行空域滤波, 得到滤波输出为

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{G}\mathbf{U}_{s+i}. \quad (13)$$

3) 信号子空间重构

首先, 构造一个矩阵 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{LM \times LM}$ 和一个函数 $g(\mathbf{e})$ 如下:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}_{s+i} \mathbf{U}_s^H \mathbf{U}_s \mathbf{U}_{s+i}^H, \quad (14)$$

$$g(\mathbf{e}) = \frac{\mathbf{e}^H \mathbf{H} \mathbf{e}}{\mathbf{e}^H \mathbf{e}}, \quad (15)$$

其中 \mathbf{e} 是一个 LM 维向量, 函数 $g(\mathbf{e})$ 的值代表特征矩阵 \mathbf{H} 中向量 \mathbf{e} 所对应的特征分量的归一化功率. 对矩阵 \mathbf{H} 进行特征值分解可得

$$\mathbf{H} = \mathbf{V} \mathbf{Z} \mathbf{V}^H, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \cdots \ \mathbf{v}_{LM}]$ 为特征向量矩阵, $\{\mathbf{v}_m\}_{m=1}^{LM}$ 为 LM 个相互正交的单位向量, $\mathbf{Z} = \text{diag}\{z_1, z_2, \dots, z_{LM}\}$ 为特征值对角矩阵, 假设 $z_1 \geq z_2 \geq \dots \geq z_{LM}$.

接下来, 分析矩阵 \mathbf{H} 中各个信源的特征分量的功率. 将各个信源的导向矢量 $\mathbf{a}(f, \theta_k)$, $f \in \Omega_k$, $k = 1, 2, \dots, K$, 代入 (15) 式, 并结合 (11) 与 (13) 式可得

$$\begin{aligned} g(\mathbf{a}(f, \theta_k)) &= \frac{\mathbf{a}^H(f, \theta_k) \mathbf{H} \mathbf{a}(f, \theta_k)}{\mathbf{a}^H(f, \theta_k) \mathbf{a}(f, \theta_k)} \\ &= \frac{\|\mathbf{U}_s \mathbf{U}_{s+i}^H \mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2}{\|\mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2} \\ &= \frac{\|\mathbf{G} \mathbf{U}_{s+i} \mathbf{U}_{s+i}^H \mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2}{\|\mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2} \\ &\simeq \frac{\|\mathbf{G} \mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2}{\|\mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

对于干扰特征分量 ((17) 式中令 $k = 2, 3, \dots, K$), 结合 (12) 式的第二个约束条件可得

$$\begin{aligned} g(\mathbf{a}(f, \theta_k)) &\simeq \frac{\|\mathbf{G} \mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2}{\|\mathbf{a}(f, \theta_k)\|^2} \leq r^2, \\ f &\in \Omega_k, \quad k = 2, 3, \dots, K. \end{aligned} \quad (18)$$

当矩阵滤波器的阻带衰减系数满足 $r^2 \ll 1$ 时, 矩阵 \mathbf{H} 中的大多数干扰特征分量都将被滤除. 相应地, 对于 SOI 特征分量 ((17) 式中令 $k = 1$), 结合 (12) 式的第一个约束条件可得

$$\begin{aligned} -\zeta^2 \leq g(\mathbf{a}(f, \theta_1)) &\simeq \frac{\|\mathbf{G} \mathbf{a}(f, \theta_1)\|^2}{\|\mathbf{a}(f, \theta_1)\|^2} \\ &\leq (1 + \zeta)^2, \quad f \in \Omega_1. \end{aligned} \quad (19)$$

当矩阵滤波器的通带波动因子满足 $\zeta \ll 1$ 时, 矩阵 \mathbf{H} 中的 SOI 特征分量将会被有效保留.

既然矩阵 \mathbf{H} 中的干扰特征分量已被有效滤除, 而 SOI 特征分量得到了有效保留, 那么在特征值矩阵 \mathbf{Z} 中, 所有与干扰特征分量相对应的特征值都将接近 0, 而与 SOI 特征分量相对应的特征值都将接近 1. 由此可设置一个门限 η 对矩阵 \mathbf{H} 的特征值

$\{z_m\}_{m=1}^{LM}$ 进行检测与判决, 以此来估计信号子空间的维数, 即

$$\mathbf{J} = \arg \min_m \{z_m < \eta\} - 1. \quad (20)$$

相应地, 将所有大于门限的特征值所对应的特征向量组合起来, 便得到了本文重构的信号子空间, 即

$$\mathbf{C} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \cdots \ \mathbf{v}_J]. \quad (21)$$

本质上, 本文算法是一种子空间算法. 在子空间中, 各信源的功率均已被归一化(见(10)式), 因此检测门限 η 的取值可以不依赖各信源的实际功率. 结合(18)与(19)式, 我们将检测门限设置为 $\eta = [r^2 + (1 + \zeta)^2]/2$.

3.2 响应向量估计

响应向量 \mathbf{F} 被表示成重构的信号子空间 \mathbf{C} (21) 与一个期望响应波束形成器 $\mathbf{w}_q \in \mathbb{C}^{LM \times 1}$ 的联合响应, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}^H \mathbf{w}_q, \quad (22)$$

其中 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{J \times 1}$, \mathbf{w}_q 是一个在整个感兴趣子区域 Θ 与频带 Ω 内均具有近似无失真响应的固定波束形成器, 即

$$1 - \varepsilon \leq \|\mathbf{w}_q^H \mathbf{a}(f, \theta)\| \leq 1 + \varepsilon, \theta \in \Theta, f \in \Omega, \quad (23)$$

式中 $0 < \varepsilon \ll 1$ 为该固定波束形成器的通带波动因子. 该波束形成器 \mathbf{w}_q 可以通过文献[14]介绍的方法设计得到, 在此不再赘述.

3.3 波束形成器设计

将重构的信号子空间 \mathbf{C} (21) 与响应向量 \mathbf{F} (22) 分别代入(7)式, 便得到本文的 Frost 波束形成器权系数,

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{w}_q. \quad (24)$$

对于本文算法, 由于所重构的信号子空间 \mathbf{C} 包含了 SOI 的所有导向矢量信息, 而期望响应波束形成器 \mathbf{w}_q 又能够保证感兴趣子区域内任意方向与频带的信号均近似无失真通过, 因此本文算法无需确知 SOI 的实际 DOA 与频带, 其导向与带宽均能够自适应地匹配 SOI, 进而可获得接近最优值的增益.

此外, 还需特别说明的是, 当感兴趣子区域 Θ 与系统有效工作频带 Ω 被预先给定之后, 矩阵滤波器 \mathbf{G} (12) 与期望响应波束形成器 \mathbf{w}_q 均可以被预先设计, 而不需要实时在线调整. 在

实时运算中, 本文算法的主要计算包括三次特征值分解(运算量为 $O(2L^3M^3 + J^3)$) 与一次矩阵滤波(运算量为 $O(DL^2M^2)$), 总运算量为 $O(2L^3M^3 + DL^2M^2 + J^3)$, 与标准 Frost 波束形成器及常规对角加载 Frost 波束形成器的运算量相近(它们的运算量均为 $O(L^3M^3 + J^3)$). 与基于最差性能最优的 Frost 波束形成器相比(其运算量为 $O((N_f + 2)L^3M^3 + J^3)$, 其中 N_f 为其所求解的凸优化问题的约束准则数量, 通常 $N_f \gg 2$), 本文算法的运算效率得到了有效提升.

4 仿真研究

考虑由 $M = 20$ 元各向同性阵元组成的均匀直线基阵, 阵元间距为工作频带上界频率所对应的半波长. 假设各个阵元接收的加性噪声均为统计独立的零均值同方差高斯白噪声. 定义基阵舷侧法线方向为 0° , 感兴趣的子区域定义为 $\Theta = [-25^\circ, 25^\circ]$, 系统有效工作频带为 $\Omega = [0.15, 0.45]$ (采样频率被归一化为 1). FIR 滤波器阶数设为 $L = 32$. 采用内点法[13]求解凸优化问题(12)来设计矩阵滤波器 \mathbf{G} , 其通带波动因子设为 $\zeta = 0.05$, 阻带区域设为 $\Theta_i = [-90^\circ, -40^\circ] \cup [40^\circ, 90^\circ]$, 得到阻带衰减因子为 $r = 0.08$, 图 3 示出了矩阵滤波器的响应. 根据参数 ζ 与 r 的值, 可计算出特征值检测门限为 $\eta = 0.55$. 接下来, 采用文献[14]介绍的方法设计期望响应波束形成器 \mathbf{w}_q , 其通带波动因子设置为 $\varepsilon = 0.05$, 图 4 示出了该波束形成器的响应. 从图中可以看出, 该波束形成器在整个感兴趣子区域内均具有近似无失真响应, 因此它能够保证该区域内任意方向与频带的信号均近似无失真通过.

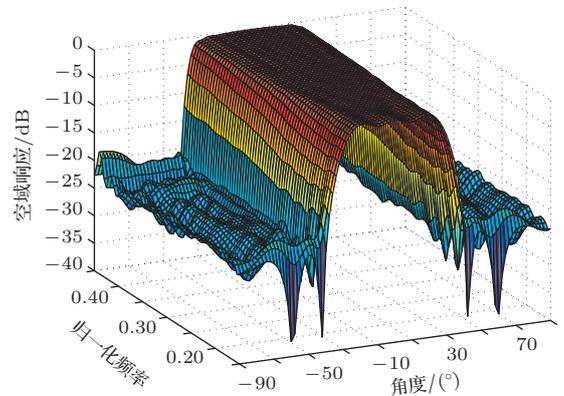


图 3 (网刊彩色) 矩阵滤波器的响应图

接下来构造两个实例, 分别从波束图与输出

SINR 两个方面验证本文算法的性能, 并将本文算法的仿真结果与标准 Frost 波束形成算法 (SFB)、基于对角加载的鲁棒 Frost 波束形成算法 (DL-RFB) [10] 和基于最差性能最优的鲁棒 Frost 波束形成算法 (WC-RFB) [8] 进行对比. 在下面的所有仿真实验中, 样本协方差矩阵均采用 10 s 数据估计得到. 在对输出 SINR 进行仿真分析时, 所有实验结果均通过 500 次 Monte-Carlo 实验平均得到.

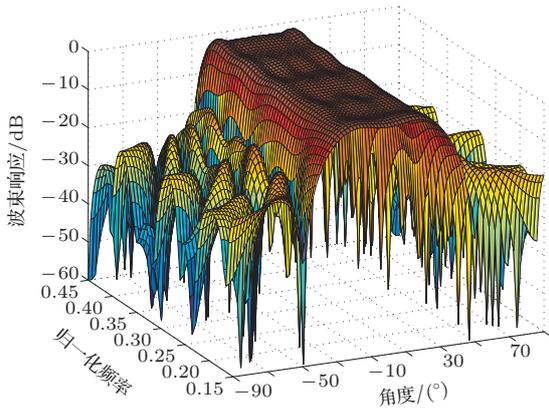


图4 (网刊彩色) 期望响应波束形成器的响应图

实例1 波束图分析

假设观测空间有两个具有随机波形的宽带远场复平面波入射到基阵, 二者的 DOA 与带宽分

别为 $\{\theta_1 = -20^\circ, \Omega_1 = [0.25, 0.30]\}$ 与 $\{\theta_2 = 60^\circ, \Omega_2 = [0.15, 0.45]\}$. 由于第一个信号位于感兴趣的子区域之内, 因此在本文模型中它被归类为 SOI. 第二个信号分布在感兴趣的子区域之外, 它被归类为干扰. 信噪比设为 0 dB, 干噪比设为 30 dB. 假设各波束形成器的带宽与系统有效工作带宽保持一致, 假定的观测方向设为 0° (对应的观测方向偏差为 20°). 此外, DL-RFB 算法的对角加载量设为 $10\sigma_n^2$ [10], 其中 σ_n^2 代表噪声方差. WC-RFB 算法的范数约束因子设为 $\varepsilon = 2.6$ [8]. 在本文算法中, 我们采用 AIC 算法 [12] 估计信号加干扰子空间的维数.

图 5、图 6、图 7 与图 8 分别示出了 SFB 算法、DL-RFB 算法、WC-RFB 算法与本文算法的波束图, 其中 (a) 图为整体波束图, (b) 图为 SOI 实际波达方向的频率响应图. 从前三组图可以看出, SFB 算法、DL-RFB 算法与 WC-RFB 算法都在假定的观测方向 (0° 方向) 形成了导向波束, 并在 SOI 的实际波达方向 (20° 方向) 与频带 ($\Omega_1 = [0.25, 0.30]$) 内形成了零陷, 这些零陷会导致信号对消. 从图 8 可以看出, 本文算法的导向与带宽均已经自适应地匹配了 SOI. 这意味着, 当出现较大的观测方向偏差时, SFB 算法、DL-RFB 算法与 WC-RFB 算法都将失效, 只有本文算法依然能够正常工作.

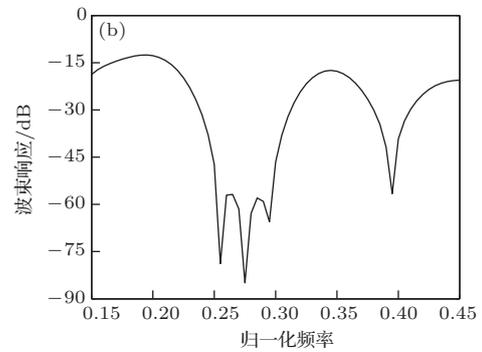
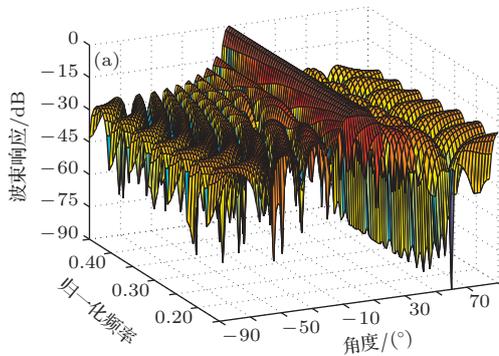


图5 (网刊彩色) SFB 算法的波束图 (a) 整体波束图; (b) SOI 实际波达方向的频率响应图

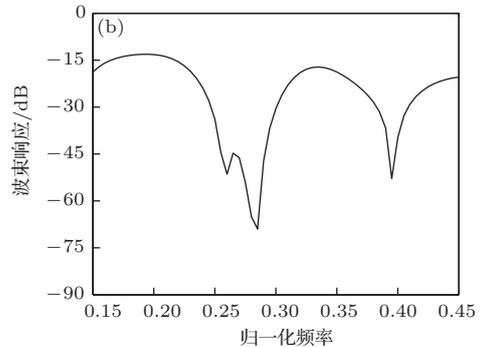
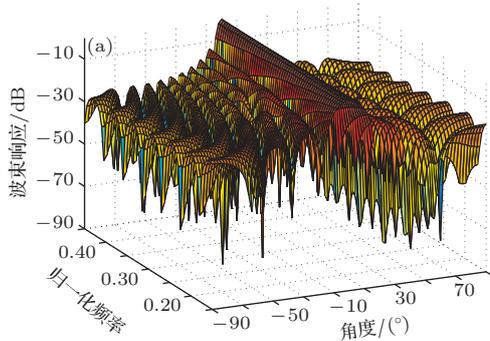


图6 (网刊彩色) DL-RFB 算法的波束图 (a) 整体波束图; (b) SOI 实际波达方向的频率响应图

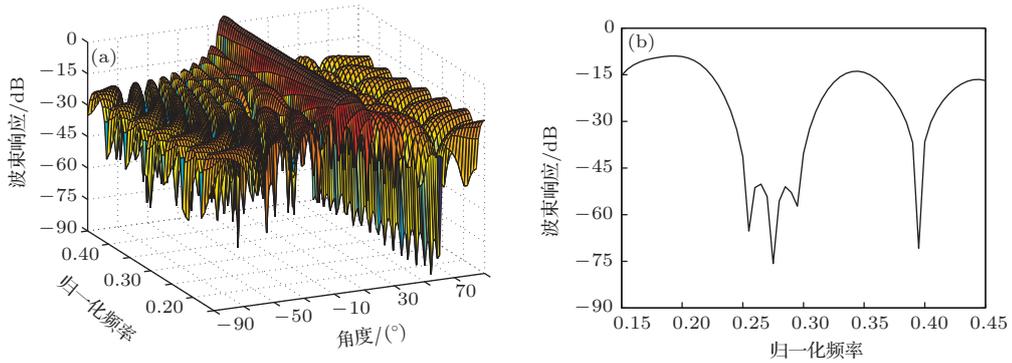


图7 (网刊彩色) WC-RFB算法的波束图 (a)整体波束图; (b)SOI实际波达方向的频率响应图

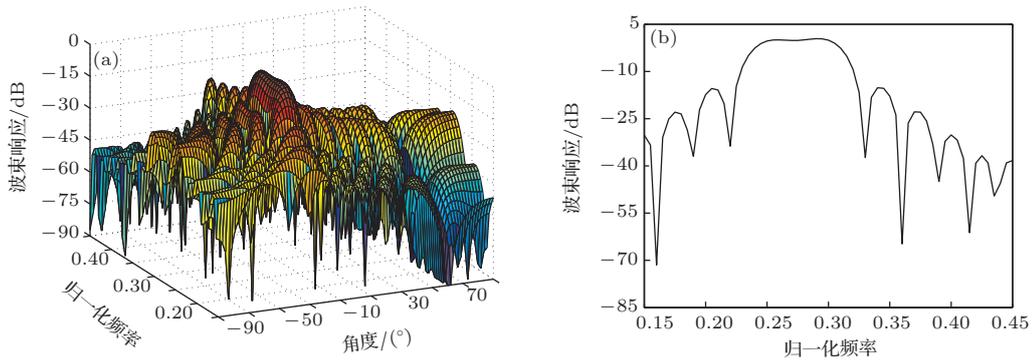


图8 (网刊彩色) 本文算法的波束图 (a)整体波束图; (b)SOI实际波达方向的频率响应图

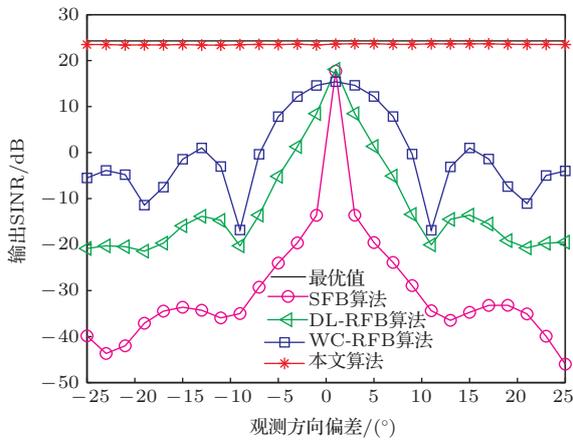


图9 输出SINR随观测方向偏差的变化图

实例2 观测方向偏差对输出SINR的影响分析

假设SOI的实际DOA从 -25° 变化到 25° , 其他参数均与实例1保持一致. 由于假定的观测方向为 0° , 这意味着观测方向偏差亦从 -25° 变化至 25° . 图9示出了不同观测方向偏差下各算法所获得的输出SINR. 图中最优值是在SOI的实际DOA与频带等信息均已知的情况下, 采用标准Frost波束形成器求解得到. 从仿真结果可以看出, SFB算

法对观测方向偏差最敏感, 即使很小的观测方向偏差也会导致其性能严重退化. 对于DL-RFB算法与WC-RFB算法, 它们对较小的观测方向偏差具有一定的鲁棒性, 但是随着观测方向偏差的增大, 其性能也急剧退化. 此外, 当不存在观测方向偏差时, 以上三种算法所获得的输出SINR均比最优值偏低约7 dB, 这主要是因为它们的工作频带没有与SOI的实际频带相匹配, 导致部分带外噪声分量泄露至波束形成器输出端, 使输出SINR降低. 对于本文算法, 由于其导向与频带均能够自适应地匹配SOI, 因此在整个感兴趣子区域内均获得了接近最优值的恒定SINR.

5 结 论

针对感兴趣区域内的宽带波束形成问题, 提出了一种基于信号子空间重构的鲁棒Frost波束形成算法. 该算法利用一个矩阵滤波器对所估计的信号加干扰子空间进行空域滤波, 来提取SOI的特征分量, 并重构信号子空间, 然后通过构造一组LCMV准则来保护SOI分量. 理论分析与仿真研究表明, 在未知SOI实际DOA、频带等信息的情况

下, 本文所构造的 Frost 波束形成器的导向与带宽均能够自适应地匹配 SOI, 因此在整个感兴趣子区域内, 它都能够获得接近最优值的输出 SINR. 此外, 还需特别说明的是, 在设计矩阵滤波器时, 我们要求其通带波动与阻带衰减分别满足 $0 < \zeta \ll 1$ 和 $r^2 \ll 1$, 以达到将感兴趣信号特征分量与干扰特征分量有效分离的目的. 通常, 随着阵元数的增多, 以上条件越容易得到满足, 且矩阵滤波器的过渡带亦可以设置得更窄, 系统有效工作频带可以更宽.

参考文献

- [1] Wang Y, Wu W F, Fan Z, Liang G L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184302 (in Chinese) [王燕, 吴文峰, 范展, 梁国龙 2013 物理学报 **62** 184302]
- [2] Song A G 1999 *Acta Electronica Sin.* **27** 65 (in Chinese) [宋爱国 1999 电子学报 **27** 65]
- [3] Shi J, Yang D S, Shi S G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124302 (in Chinese) [时洁, 杨德森, 时胜国 2012 物理学报 **61** 124302]
- [4] Liang G L, Ma W, Fan Z, Wang Y L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144302 (in Chinese) [梁国龙, 马巍, 范展, 王逸林 2013 物理学报 **62** 144302]
- [5] Lu L, Ji X L, Deng J P, Li X Q 2014 *Chin. Phys. B* **23** 064209
- [6] Lin B Q, Zhao S H, Wei W, Da X Y, Zheng Q R, Zhang H Y, Zhu M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 024201
- [7] Wang Y Q, Ye J S, Liu S T, Zhang Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 114202
- [8] Yong Z, Wei L, Richard J L 2011 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **59** 1175
- [9] Van T H 2002 *Optimum Array Processing* (3rd Ed.) (New York: Wiley) p522
- [10] Hossain M S, Milford G N, Reed M C, Godara L C 2013 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61** 718
- [11] Aboulnasr H, Sergiy A V, Kon M W 2008 *IEEE Signal Process. Lett.* **15** 733
- [12] Athanasios P L, Phillip A R 2001 *IEEE Trans. Signal Process.* **49** 1689
- [13] Boyd S, Vandenberghe L 2004 *Convex Optimization* (1st Ed.) (Cambridge: Cambridge University Press) p125
- [14] Fan Z, Liang G L 2013 *Acta Electronica Sin.* **41** 943 (in Chinese) [范展, 梁国龙 2013 电子学报 **41** 943]

Robust sub-regional Frost beamforming based on the signal subspace reconstruction*

Fan Zhan Liang Guo-Long Fu Jin[†] Wang Yan

(Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin 150001, China)

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 28 July 2014; revised manuscript received 19 August 2014)

Abstract

For the problem of broadband beamforming in a subregion of interest, a robust Frost beamforming algorithm is derived by reconstructing the signal subspace. The basic idea of the proposed algorithm is to extract the characteristic components of the signal of interest (SOI) from the estimated signal-plus-interference subspace by a matrix filter first, then employ these characteristic components to reconstruct the signal subspace, and finally construct a set of linearly constrained minimum variance (LCMV) constraints to protect the SOI components. Compared with some other robust Frost beamformers, the proposed algorithm has a significant advantage, i.e., its steering-angle and band are effective to match the SOI without prior information. Hence, the performance of the proposed algorithm is almost always close to the optimal value across the whole region of interest. Theoretical analysis and simulation results validate the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: matrix filter, robust Frost beamformer, linearly constrained minimum variance constraint, signal subspace

PACS: 43.60.+d, 43.30.+m

DOI: [10.7498/aps.64.054303](https://doi.org/10.7498/aps.64.054303)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51279043, 61201411, 51209059).

[†] Corresponding author. E-mail: fujin@hrbeu.edu.cn