

两相湍流统一色噪声法概率密度函数模型

王路 徐江荣

A two-phase turbulence probability density function model in unified colored-noise approximation

Wang Lu Xu Jiang-Rong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 054704 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.054704

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054704>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I5>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一类新型激波捕捉格式的耗散性与稳定性分析

[On the accuracy and robustness of a new flux splitting method](#)

物理学报.2015, 64(2): 024702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024702>

基于弱可压与不可压光滑粒子动力学方法的封闭方腔自然对流数值模拟及算法对比

[Comparisons among weakly-compressible and incompressible smoothed particle hydrodynamic algorithms for natural convection](#)

物理学报.2014, 63(22): 224701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224701>

基于浸入式边界方法的串联双矩形柱绕流数值模拟

[Numerical simulation of flow around two elongated rectangles in tandem arrangement using an immersed boundary method](#)

物理学报.2014, 63(21): 214702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214702>

脉动流血液通栓的晶格玻尔兹曼模型

[Effect of pulsation on thrombus studied by the lattice Boltzmann method](#)

物理学报.2014, 63(19): 194701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194701>

探空湿度测量太阳辐射误差修正流体动力学研究

[Fluid dynamic analysis on solar heating error of radiosonde humidity measurement](#)

物理学报.2014, 63(14): 144701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.144701>

两相湍流统一色噪声法概率密度函数模型*

王路¹⁾ 徐江荣^{1)2)†}

1) (南京理工大学能源与动力工程学院, 南京 210094)

2) (杭州电子科技大学能源研究所, 杭州 310018)

(2014年7月25日收到; 2014年8月28日收到修改稿)

统一色噪声近似方法对简单一维色噪声问题研究较为充分, 本文将统一色噪声法应用到高度复杂的多维气固两相湍流系统之中. 首先从颗粒运动 Langevin 方程出发, 利用统一色噪声法获得两相湍流 Fokker-Planck 方程, 然后以此为基础建立颗粒轨道两阶矩模型. 文中建立的新模型成功应用于后台阶两相湍流流场的数值模拟, 预报合理正确. 研究表明, 对于多维两相湍流系统, 统一色噪声法仍然行之有效.

关键词: 统一色噪声近似, 概率密度函数模型, 两阶矩模型, 数值模拟

PACS: 47.55.Kf, 47.11.-j, 47.27.E-, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.64.054704

1 引言

气固两相流的研究方法主要包括微观方法、宏观方法以及介于两者之间的格子 Boltzmann 方法^[1,2]和概率密度函数(probability density function, PDF)方法^[3]. 两相湍流中的颗粒运动随机过程是一种色噪声系统的随机过程, 两相湍流系统具有十分复杂的相空间, 给两相湍流色噪声系统的研究带来很大的挑战. 现有的色噪声驱动非马尔科夫过程近似处理方法主要有三种: 小关联时间近似法、扩大维数法和统一色噪声法. 我们前期分别基于小关联时间近似法和色噪声扩维法建立两相湍流 PDF 输运方程^[4,5], 但是小关联近似法不能有效处理强关联色噪声系统. 统一色噪声近似法是处理色噪声问题的有效方法, 它源于 Jung 和 Hanggi^[6]对 O-U 噪声驱动系统的研究, 该方法对噪声的强度和关联时间没有任何限制, 它已经成功的应用于包括生物系统^[7]、双稳系统^[8]、激光系统等^[9]在内的各个领域. 以上的研究都局限于简单一维色噪声随机系统, 复杂多维系统中统一色噪声法的研究尚不成熟, 本文以两相湍流系统为背景, 研究统一色

噪声法在高维色噪声随机系统中的应用, 多维随机系统中各维随机力的相互作用给统一色噪声法带来巨大挑战, 各维随机力是通过雷诺应力联系起来的, 本文用湍流雷诺应力表达的湍流空间关联来处理各个维度随机力的关系. 为检验文中利用统一色噪声法建立的两相湍流 PDF 输运方程的可靠性, 本文根据 Risken 提出的方法^[10]建立模型求解统一色噪声法 PDF 输运方程, 并用于两相湍流流场的数值模拟. 本文的研究发展了统一色噪声方法在多维系统中的应用, 为研究两相湍流问题提出了新的方法.

2 统一色噪声法 PDF 方程

湍流中单个大密度颗粒运动的 Langevin 方程^[3]的形式如下:

$$\frac{dx_i}{dt} = U_{pi}, \quad (1)$$

$$\frac{dU_{pi}}{dt} = \frac{U_{si} - U_{pi}}{\tau_p} + g_i, \quad (2)$$

式中 x_i 和 U_{pi} 分别表示颗粒的位置和瞬时速度, τ_p 为颗粒运动弛豫时间, g_i 为重力加速度, U_{si} 为

* 国家自然科学基金(批准号: 51176044)和浙江省自然科学基金(批准号: Y1110620)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: Jrxu@hdu.edu.cn

流体瞬时速度, 以 $\langle \varphi \rangle$ 表示变量 φ 的系综平均, 则 $U_{si} = \langle U_{si} \rangle + u_{si}$, 其中 $\langle U_{si} \rangle$ 和 u_{si} 分别为气体的平均速度和脉动速度. 两相湍流中的颗粒运动随机过程是一种色噪声系统的随机过程, 如果仅考虑湍流相关函数的特性, 构造如下方程:

$$\frac{du_{si}}{dt} = -\frac{1}{T_L}u_{si} + \frac{1}{\sqrt{T_L}}\Gamma_i(t), \quad (3)$$

T_L 为流体拉氏时间标尺, $\Gamma_i(t)$ 表示颗粒所见流体微团速度. 利用 (2) 式和 (3) 式可得到变量 U_{pi} 的二阶 Langevin 方程

$$\begin{aligned} \ddot{U}_{pi} = & -\left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{T_L}\right)\dot{U}_{pi} \\ & + \frac{1}{\tau_p T_L}(\langle U_{si} \rangle - U_{pi} + \tau_p g_i) \\ & + \frac{1}{\tau_p \sqrt{T_L}}\Gamma_i(t). \end{aligned} \quad (4)$$

令

$$t = \sqrt{T_L}\hat{t}, \quad \hat{U}_{pi} = \frac{d^2 U_{pi}}{d\hat{t}^2}, \quad \hat{U}_{pi} = \frac{dU_{pi}}{d\hat{t}},$$

可将 (4) 式改写成

$$\begin{aligned} \hat{U}_{pi} = & -\frac{\tau_p + T_L}{\tau_p \sqrt{T_L}}\left(\hat{U}_{pi} + \frac{1}{\tau_p}\langle U_{si} \rangle - \hat{U}_{pi} + \tau_p g_i\right) \\ & + \frac{\sqrt{T_L}}{\tau_p}\Gamma_i(\sqrt{T_L}\hat{t}). \end{aligned}$$

$\frac{\tau_p + T_L}{\tau_p \sqrt{T_L}} \rightarrow \infty$ ($T_L \rightarrow 0$ 或 $T_L \rightarrow \infty$), 可看作过阻尼过程, 略去惯性项并换回时间项得到

$$\frac{dU_{pi}}{dt} = \frac{\langle U_{si} \rangle + \tau_p g_i - U_{pi}}{\tau_p + T_L} + \frac{\sqrt{T_L}}{\tau_p + T_L}\Gamma_i(t) \quad (5)$$

(5) 式是一个矢量方程, 各维随机力是通过湍流雷诺应力联系起来的, 各个维度随机力的关系用由湍流雷诺应力表达的湍流空间关联来处理.

定义 $P^r = P^r(t, x_i, U_{pi})$ 为颗粒位置-速度联合 PDF, 则 (1) 式, (2) 式以及 (5) 式对应的湍流两相流动的 PDF 输运方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^r}{\partial t} = & -\frac{\partial U_{pi} P^r}{\partial x_i} \\ & + \frac{1}{\tau_p + T_L} \frac{\partial (U_{pi} - \langle U_{si} \rangle - \tau_p g_i) P^r}{\partial U_{pi}} \\ & + \frac{T_L}{(\tau_p + T_L)^2} \frac{\partial}{\partial U_{pi}} \left(\langle u_{si} u_{sj} \rangle \frac{\partial P^r}{\partial U_{pj}} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

按这种方法, 不仅在 $T_L \rightarrow 0$ 和 $T_L \rightarrow \infty$ 时能得到精确解, 而且在 $0 < T_L < \infty$ 时能得到近似解, 因此统一色噪声近似方法是处理色噪声问题之有效的方法.

3 数值计算方法

PDF 输运方程 (6) 的求解可采用 Risken 的方法, 通过傅里叶变换得到方程组 (6) 成立所必须满足的常微分方程

$$\begin{aligned} \frac{d\langle x_i \rangle}{dt} & = \langle U_{pi} \rangle, \\ \frac{d\langle U_{pi} \rangle}{dt} & = -\frac{1}{\tau_p + T_L}(\langle U_{pi} \rangle - \langle U_{si} \rangle), \\ \frac{d\langle x_i x_j \rangle}{dt} & = \langle x_i u_{pi} \rangle + \langle x_j u_{pj} \rangle, \\ \frac{d\langle x_i u_{pi} \rangle}{dt} & = -\frac{1}{\tau_p + T_L}(\langle x_i u_{pi} \rangle + \langle u_{pi} u_{pi} \rangle), \\ \frac{d\langle u_{pi} u_{pj} \rangle}{dt} & = -\frac{2\langle u_{pi} u_{pj} \rangle}{\tau_p + T_L} + \frac{2T_L \langle u_i u_j \rangle}{(T_L + \tau_p)^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

方程式 (7) 是一组常微分方程, 很容易通过数值方法求解, 本文基于 (7) 式建立基于统一色噪声法的颗粒两阶矩轨道模型.

数值模拟用到湍流 $k-\varepsilon$ 模型和本文提出的新模型, $k-\varepsilon$ 模型的求解使用 SIMPLE 算法 [11], 该方法广泛应用于湍流的计算, 其稳定性和收敛性已经经过大量的计算检验. 颗粒相的计算采用本文的新模型, 本文将统一色噪声两阶矩方程模块插入 SIMPLE 算法中, 颗粒相模块只是求解一组常微分方程, 不会影响原算法的稳定性. 本文提出的颗粒两阶矩轨道模型的具体实施步骤为:

- 1) 采用标准 $k-\varepsilon$ 模型求解连续流场, 获得流场的平均特性.
- 2) 给出颗粒释放数目, 根据流体计算结果计算颗粒的初始条件.
- 3) 根据 (7) 式计算并保存颗粒在时间间隔 Δt 后的新位置以及新位置的运动信息.
- 4) 重复步骤 3) 直至颗粒离开计算区域.
- 5) 重复步骤 3), 4) 直至计算出所有颗粒的轨道.
- 6) 统计计算流场内颗粒平均速度及颗粒的雷诺应力分布.

4 数值模拟结果

后台阶两相流场 [12] 具有典型的特性: 台阶后方有复杂漩涡, 出口处为充分发展的湍流, 气相假设为理想气体, 入口主流速度为 10.5 m/s, 气相流动雷诺数 18400, 颗粒采用直径 70 μm , 密度 8800

kg/m³的铜球, Stokes阻力系数为130, 扩张率5:3, 流场几何尺寸见图1.

气相的计算采用标准 $k-\epsilon$ 模型, 颗粒相的计算采用本文基于统一色噪声法建立的颗粒两阶矩轨道模型, Fessler 和 Eaton 的测量给出 $x = 2H, 5H, 7H, 14H$ 五个区域的实验值, 将计算结果与实验值对比, 从图2的计算结果可以看出, 对于弥散相浓度不高的情况, 气相平均速度模拟结果与实验结果已经基本相符, 但是在出口形成的充分发展的湍流

处的模拟值略小于实验值. 从气相流向及纵向脉动速度计算值和实验值的比较可以看出, 除在台阶后有复杂漩涡的回流区 $k-\epsilon$ 模型的计算结果和实验符合的不是很好外, 模拟结果与实验结果基本相符.

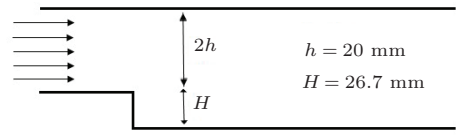


图1 后台阶几何尺寸

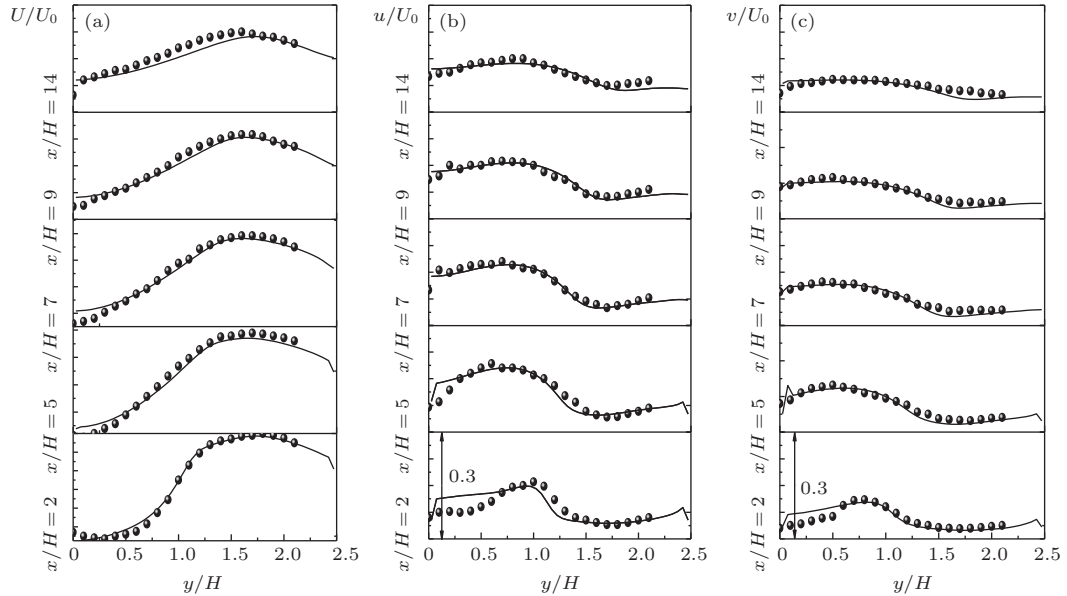


图2 气相计算值与实验值比较 (——计算值; • 实验值) (a) 气体平均速度; (b) 气体流向脉动速度; (c) 气体纵向脉动速度

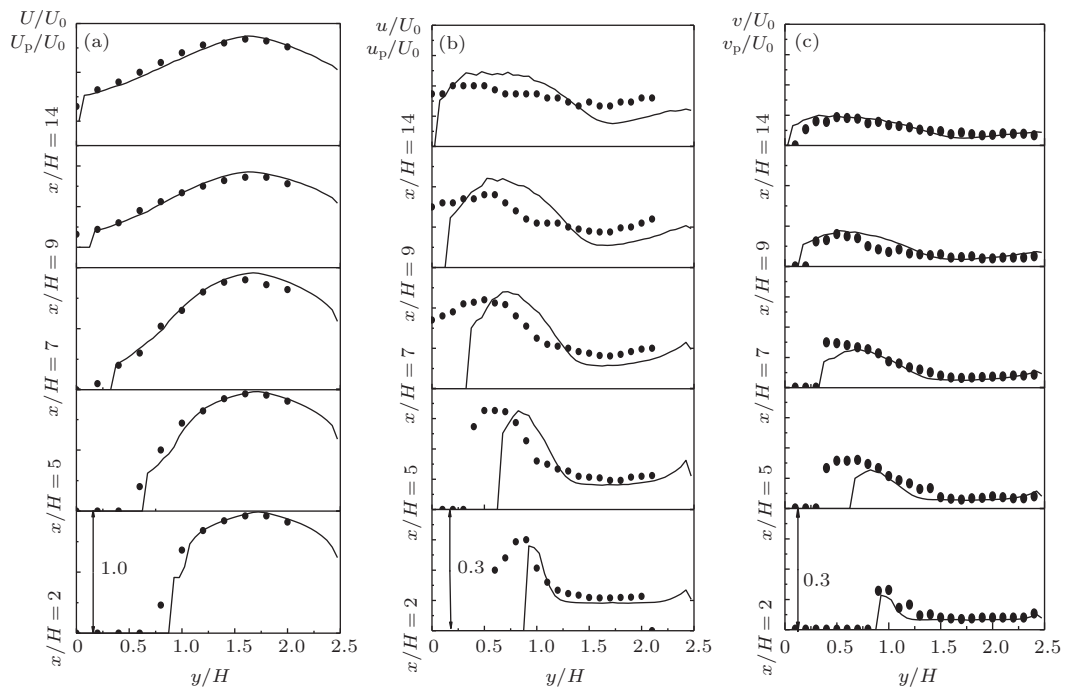


图3 颗粒相计算值与实验值比较 (——计算值; • 实验值) (a) 颗粒平均速度; (b) 颗粒流向脉动速度; (c) 颗粒纵向脉动速度

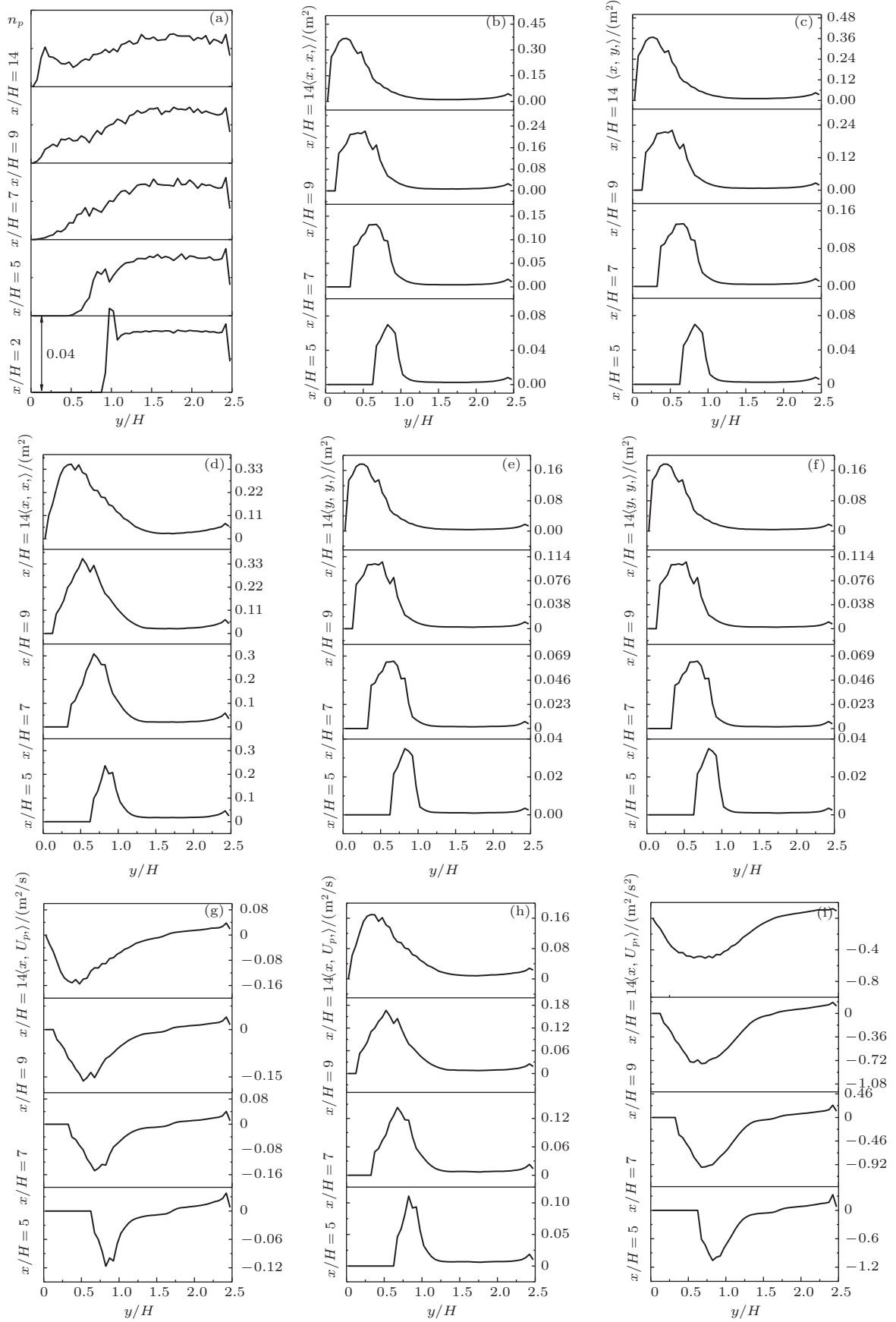


图4 其他量计算结果 (a) 颗粒浓度; (b) 颗粒二阶矩 $\langle x'x' \rangle$; (c) 颗粒二阶矩 $\langle x'y' \rangle$; (d) 颗粒二阶矩 $\langle x'u_p \rangle$; (e) 颗粒二阶矩 $\langle x'v_p \rangle$; (f) 颗粒二阶矩 $\langle y'y' \rangle$; (g) 颗粒二阶矩 $\langle y'u_p \rangle$; (h) 颗粒二阶矩 $\langle y'v_p \rangle$; (i) 颗粒二阶矩 $\langle u_p v_p \rangle$

图3是利用本文提出的两阶矩颗粒轨道模型计算得到的颗粒相平均速度及脉动速度计算值和实验值的比较,从模拟结果可以看出,本文提出的新模型可以很好的模拟出比较光滑的平均速度及其脉动速度值,其中图3(a)是颗粒平均速度计算值和实验值的比较,计算值非常接近实验值.新模型中用 T_L 对Stokes弛豫时间 τ_p 加以修正,很好地预测了出口充分发展的湍流处颗粒平均速度.

本文的模型还预测了其他的两相流场信息,图4(a)给出了流场内颗粒分布浓度的计算值,从图中可以看出:颗粒浓度分布在靠近壁面的边缘区域处较大,这与实际情况较为符合,这一点反映了近壁面处颗粒不断聚集的特点.由图4(b)至(i)为其他二阶矩的计算值,这些量较难用实验方法准确测量,未给出实验结果.可以看出在靠近回流区区域颗粒联合脉动值较大,说明此处颗粒的各脉动量较大,这一点由图3(b)和(c)便能得到证实,这反应了回流区内流动不如其他位置稳定的特点.

5 结 论

本文使用统一色噪声法处理多维两相湍流系统问题,成功的获得PDF输运方程,并以此为基础建立颗粒轨道两阶矩模型,新模型成功的对后台阶两相流场进行了数值模拟,模拟结果与实验值符合的很好.与以往的PDF输运方程相比,扩散系数用

T_L 对弛豫时间 τ_p 进行了有效的修正,这一点在颗粒轨道两阶矩模型的计算结果中得以体现.

参考文献

- [1] Fang H P, Chen S Y 2004 *Chin. Phys.* **13** 46
- [2] Chen S, Shi B C, Liu Z H, He Z, Guo Z L, Zheng C G 2004 *Chin. Phys.* **13** 1657
- [3] Minier J P, Peirano E 2001 *Phys. Rep.* **352** 1
- [4] Li Z X, Xu J R, Yang Z H 2007 *Chin. J. Comput. Phys.* **23** 413 (in Chinese) [李昭祥, 徐江荣, 杨忠华 2007 计算物理 **23** 413]
- [5] Li Z X, Xu J R, Yang Z H 2010 *Chin. J. Comput. Phys.* **27** 38 (in Chinese) [李昭祥, 徐江荣, 杨忠华 2010 计算物理 **27** 38]
- [6] Jung P, Hanggi P 1987 *Phys. Rev. A* **35** 4464
- [7] Zhao Y, Xu W, Zou S C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1396 (in Chinese) [赵燕, 徐伟, 邹少存 2009 物理学报 **58** 1396]
- [8] Zhou B C, Xu W 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2035 (in Chinese) [周丙常, 徐伟 2008 物理学报 **57** 2035]
- [9] Cai H N, Zhou X J, Cao L 1998 *J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech.* **26** 54 (in Chinese) [蔡海宁, 周小计, 曹力 1998 华中理工大学学报 **26** 54]
- [10] Risken H 1989 *The Fokker-Planck Equation: Methods of solution and applications 2nd.* (New York: Springer) pp133-162
- [11] Tao W Q 2001 *Numerical Heat Transfer (Second Edition)* (Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press) pp207-231 (in Chinese) [陶文铨编著 2001 数值传热学 (第2版)(西安: 西安交通大学出版社) 第207—231页]
- [12] Fessler J R, Eaton J K 1999 *J. Fluid Mech.* **394** 97

A two-phase turbulence probability density function model in unified colored-noise approximation*

Wang Lu¹⁾ Xu Jiang-Rong^{1)2)†}

1) (School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

2) (Institute of Energy Science and Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

(Received 25 July 2014; revised manuscript received 28 August 2014)

Abstract

A unified colored-noise approximation (UCNA) method has been widely used to solve the simple one-dimensional problem, and this paper attempts to extend this method to multi-dimensional systems. Firstly, a Fokker-Planck equation is obtained by UCNA method based on the Langevin equation for particle motion, then a two-order moment trajectory model is established on this basis. The new model can be successfully used to predict the backward-facing step two-phase flow, and the simulation results agree well with the measurements. This study shows that the UCNA method is still effective in dealing with multi-dimensional two-phase turbulent systems.

Keywords: unified colored-noise approximation, probability density function model, two-order moment model, numerical simulation

PACS: 47.55.Kf, 47.11.-j, 47.27.E-, 05.40.-a

DOI: [10.7498/aps.64.054704](https://doi.org/10.7498/aps.64.054704)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51176044), and the Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. Y1110620).

† Corresponding author. E-mail: Jrxu@hdu.edu.cn