

一种基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束CT重建算法

韩玉 李磊 闫宾 席晓琦 胡国恩

A half-covered helical cone-beam reconstruction algorithm based on the Radon inversion transformation

Han Yu Li Lei Yan Bin Xi Xiao-Qi Hu Guo-En

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 058704 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.058704

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.058704>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I5>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

递变能量X射线高动态融合图像的灰度表征算法研究

Algorithm of high-dynamic fusion image gray characterization based on variable energy

物理学报.2014, 63(20): 208703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.208703>

基于稀疏优化的计算机断层成像图像不完全角度重建综述

Review of sparse optimization-based computed tomography image reconstruction from few-view projections

物理学报.2014, 63(20): 208702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.208702>

硬X射线微分相衬成像的噪声特性分析

Noise analysis of hard X-ray differential phasecontrast imaging

物理学报.2014, 63(16): 168702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.168702>

基于全变分最小化和快速一阶方法的低剂量CT有序子集图像重建

Ordered subset image reconstruction studied by means of total variation minimization and fast first-order method in low dose computed tomography

物理学报.2014, 63(13): 138701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.138701>

二维光栅角度信号响应函数研究

Response function of angle signal in two-dimensional grating imaging

物理学报.2014, 63(7): 078701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.078701>

# 一种基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束CT重建算法\*

韩玉 李磊 闫镔<sup>†</sup> 席晓琦 胡国恩

(国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

(2014年7月25日收到; 2014年10月10日收到修改稿)

半覆盖螺旋锥束计算机断层成像能够扩展传统螺旋锥束计算机断层成像的成像视野, 实现小面板探测器成像超视野物体. 但是, 各角度下的投影都存在数据截断, 会使重建结果中产生截断伪影, 降低图像质量. 本文提出了一种基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束重建算法, 该算法在滤波时先使用局部算子, 再使用全局算子. 局部算子不受数据截断的影响, 并且降低了运算后的值由于数据截断所造成的不连续性, 因此, 减少了随后全局运算产生的截断误差. 仿真和实际实验结果均验证了本文算法的有效性. 和现有算法的对比也表明, 本文算法针对半覆盖螺旋锥束投影具有更强的截断伪影抑制能力, 能够有效提高重建图像的质量.

**关键词:** X射线光学, 螺旋锥束计算机断层成像, 图像重建, 数据截断

**PACS:** 87.59.-e, 81.70.Tx

**DOI:** 10.7498/aps.64.058704

## 1 引言

螺旋锥束计算机断层成像 (computed tomography, CT) 能够实现对长物体的快速成像, 具有空间分辨率高和射线利用率高的优点, 在医学诊断和工业无损检测等领域应用广泛. 传统的螺旋锥束重建算法要求被重建物体的横截面完全被射束覆盖. 但是, 受硬件尺寸限制, 实际应用中经常会遇到小面阵探测器成像大物体的问题. 此时物体的横截面在各个投影角度下不能被射束完全覆盖, 使投影数据产生横向截断, 导致传统的螺旋锥束重建算法失效<sup>[1-6]</sup>. 虽然, 近些年提出的反投影滤波型<sup>[7-9]</sup>和其他局部重建算法<sup>[10]</sup>能够在一定程度上克服投影数据横向截断的问题, 实现长物体的局部成像, 但是, 若要成像整个超视野物体, 则需要多次分块成像和在三维空间配准拼接, 在效率上存在明显的不足.

为了扩展螺旋锥束CT的成像视野, 解决应用小面阵探测器成像大物体的问题, 一些结合式

的扫描方式和相应的重建算法被提出. Zou等提出了双螺旋扫描方式和双螺旋FDK<sup>[11]</sup>、双螺旋Katsevich<sup>[12]</sup>以及双螺旋BPF型<sup>[13]</sup>重建算法, 能够实现螺旋锥束CT接近2倍的横向成像视野扩展. Han等提出了多次螺旋扫描方式和相应的FBP型重建算法<sup>[14]</sup>, 能够实现更大的横向视野扩展率. 但是这两种方法在工程实施上均存在一些难度, 一种更为简单的方法是实现半覆盖螺旋锥束CT成像. 半覆盖螺旋锥束CT能够拓展接近2倍的横向视野, 为快速检测超视野长物体提供了一种策略. 同时, 其成像时只需要在各个投影角度下覆盖物体横截面的一半, 减少了辐射剂量, 在医学成像中也具有一定的应用前景. 半覆盖锥束重建算法在圆轨迹中的研究更为成熟<sup>[15-21]</sup>, 而在螺旋轨迹中的应用则相对较少. 邹晓兵等提出了半覆盖螺旋FDK算法<sup>[22]</sup>, 相比标准螺旋FDK<sup>[1]</sup>该算法使用一半的投影数据重建整个物体. 但是, 由于每个投影角度下数据存在横向截断, 而该算法采用全局的斜坡滤波器, 因此, 重建结果存在截断伪影. 针对这个问题,

\* 国家高技术研究发展计划“863计划”(批准号: 2012AA011603) 和国家自然科学基金(批准号: 61372172) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: tom.yan@gmail.com

郭吉强等提出了改进的半覆盖螺旋FDK算法<sup>[23]</sup>, 该算法借鉴2维CT中局部滤波的思想, 重建过程中采用一种新的具有局部特性的滤波器, 能够在一定程度上抑制由于数据截断和全局滤波带来的截断伪影. 但是, 其重建结果中截断伪影依然存在, 尤其当发生数据截断的位置接近物体中心时表现更为明显.

2011年, Dennerlein提出了圆轨迹近似截断抑制局部重建算法<sup>[24]</sup>, 对截断伪影具有很强的抑制作用. 该算法在滤波时首先采用局部拉普拉斯算子处理截断的投影数据, 然后再利用全局算子进一步滤波. 算法中的局部滤波不受数据截断的影响, 并且使滤波后的数据更接近0, 极大程度上抑制了随后的全局滤波因数据截断所产生的伪影. 2012年, Wang发展了Dennerlein的思想提出了基于Radon逆变换的圆轨迹局部重建算法<sup>[25]</sup>, 该算法对截断伪影同样具有很强的抑制能力, 同时计算效率更高, 与FDK算法相当. 本文借鉴Dennerlein和Wang在圆轨迹局部重建算法中的思想, 提出了基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束重建算法. 该算法与现有的半覆盖螺旋FDK算法以及其改进算法相比具有更强的截断伪影抑制能力, 提高了重建图像的质量.

## 2 半覆盖螺旋锥束CT几何

本节对半覆盖螺旋锥束CT几何做必要地说明. 如图1所示, 假设被扫描物体被包含在一个半径为 $R_0$ 的圆柱体中, 在圆柱体的中心位置建立固定的右手笛卡尔坐标系 $(x, y, z)$ . 为了实现半覆盖扫描必须实现被扫描物体的偏置, 偏置量用 $D_0$ 表示. 成像时, 物体做螺旋轨迹运动, 即相当于物体固定射线源和探测器同时做反向的螺旋轨迹运动, 假设旋转轴与 $z$ 轴重合, 射线源旋转半径为 $R$ . 定义射线源到探测器的距离为 $S$ , 到平行探测器且过旋转轴的平面的距离为 $D$ . 同时定义旋转的坐标系 $(u, v, w)$ , 其中心为与探测器中心. 对于投影角度 $\lambda$ , 使用 $\hat{e}_u(\lambda)$ ,  $\hat{e}_v(\lambda)$ 和 $\hat{e}_w(\lambda)$ 分别表示3个轴的方向向量, 其中 $\hat{e}_w(\lambda)$ 平行探测器的法向量方向,  $\hat{e}_u(\lambda)$ 沿探测器的行方向,  $\hat{e}_v(\lambda)$ 沿探测器的列方向. 对于探测器上的任何一点, 都可以用坐标 $(u, v)$ 表示. 为了获得重建所需的足够投影数据, 每个角度下X射线至少覆盖被检测物体横截面的一半, 即偏置量需要满足

$$D_0 < D \tan(\gamma_m),$$

$$(D \tan(\gamma_m) + D_0) \cos(\gamma_m) > R_0, \quad (1)$$

其中 $\gamma_m$ 表示最大的扇角的一半.

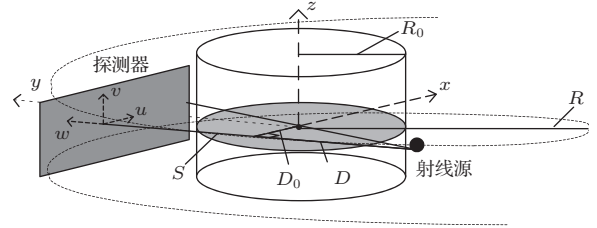


图1 半覆盖螺旋锥束CT几何说明

## 3 基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束重建算法

### 3.1 几何修正

解析重建算法中通常要求射线源与旋转轴的垂线垂直探测器, 而由半覆盖螺旋锥束CT几何可知, 每个投影角度下射线源到旋转轴的垂线并不垂直探测器. 为了实现半覆盖螺旋锥束几何下的三维重建, 本文首先对各个角度下的投影数据做一定的几何修正.

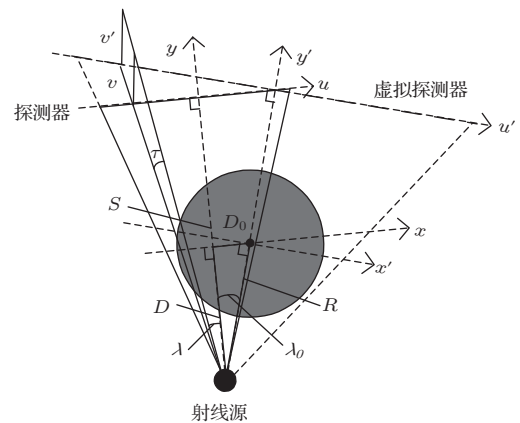


图2 半覆盖螺旋锥束CT几何说明

如图2所示, 以射线源到旋转轴的垂线与探测器的交点为中心构建虚拟探测器, 虚拟探测器与射线源到旋转轴的垂线垂直. 在虚拟探测器中心定义新的旋转坐标系 $(u', v', w')$ , 其3个轴的方向向量为 $\hat{e}_{u'}(\lambda)$ ,  $\hat{e}_{v'}(\lambda)$ 和 $\hat{e}_{w'}(\lambda)$ , 分别对应虚拟探测器的行方向、列方向和法线方向. 虚拟探测器的采样间隔与真实探测器相同, 其上面的点用坐标 $(u', v')$ 表示. 易知, 射线源、物体和虚拟探测器构成的投

影关系满足解析算法的重建条件, 因此, 本文的几何修正部分即实现螺旋锥束投影  $p(\lambda, u, v)$  到  $p'(\lambda, u', v')$  的重新排列.

由图 2 所示的几何关系可知,

$$u = S \times \tan(\gamma), \quad (2)$$

$$v = \sqrt{u^2 + S^2} \times \tan(\tau), \quad (3)$$

其中,  $\gamma = \gamma_0 + \arctan\left(\frac{u'D}{SR}\right)$ , 表示射束的扇角;

$\tau = \arctan\left(v'/\sqrt{\left(\frac{SR}{D}\right)^2 + u'^2}\right)$ , 表示射束与水平平面的夹角;  $\gamma_0 = \arctan(-D_0/D)$ , 表示载物台偏移的扇角.

几何修正只是真实探测器到虚拟探测器的转换, 与投影角度无关, 修正后的投影角度不变. 由 (2) 式所示的  $(u, v)$  和  $(u', v')$  的转换关系可以得到最终的几何修正公式

$$p'(\lambda, u', v') = p(\lambda, S \times \tan(\gamma), \sqrt{u^2 + S^2} \times \tan(\tau)). \quad (4)$$

几何修正没有解决半覆盖螺旋投影存在横向截断的问题, 修正后的数据仍然只覆盖物体横截面的一半(没覆盖物体的部分取零), 存在横向截断. 离散化后的真实探测器和虚拟探测器并不是点对点, 因此, 几何修正过程中需要用到插值运算, 在一定程度上会造成图像细节的模糊. 邹晓兵等提出的半覆盖螺旋 FDK 算法根据  $(u, v)$  和  $(u', v')$  的转换关系对重建公式做了修正, 能够直接在偏心的几何下重建, 避免了几何修正过程, 但是, 其最终的重建公式是在近似条件下得到的, 近似误差随着水平扇角的增大而增大.

### 3.2 滤波反投影

本节介绍基于 Radon 逆变换的滤波反投影重建算法公式. 该公式是基于螺旋 FDK 算法公式推导而来的, 因此, 首先介绍螺旋 FDK 算法.

经过 3.1 节所示的几何修正后, 每个投影角度下, 半覆盖螺旋投影数据满足解析重建算法的要求. 修正后的投影几何为, 射线源到旋转中心的距离为  $R$ , 到探测器的距离为  $S'$ , 其中,  $S' = SR/D$ . 用螺旋 FDK 算法进行三维重建, 重建公式为

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{R^2}{(R-n)^2} p_F(\lambda, u', v') d\lambda, \quad (5)$$

其中,  $f(x, y, z)$  表示被重建物体;  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别表示反投影的起始和终止角度, 角度差为  $2\pi$ ;  $n = -x \sin(\lambda - \lambda_0) + y \cos(\lambda - \lambda_0)$ ;  $p_F(\lambda, u', v')$  表示加权滤波后的投影数据, 加权滤波公式为

$$p_F(\lambda, u', v') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S'}{\sqrt{S'^2 + u'^2 + v'^2}} \times P(\lambda, w, v') |w| e^{2\pi i w u'} dw. \quad (6)$$

由于几何修正没有解决投影数据横向截断的问题, 直接使用 (6) 式所示的全局滤波器  $|w|$  进行滤波会导致最终的重建结果中含有明显的截断伪影, 这也正是半覆盖螺旋 FDK 算法的重建结果中含有截断伪影的原因. Dennerlein 和 Wang 分别提出的基于 2 次滤波的圆轨迹近似局部重建算法对截断伪影具有很强的抑制作用, 他们的算法中均分别采用局部滤波和全局滤波, 其中局部滤波不受数据截断的影响, 并且使滤波后的数据更加接近 0, 提高了截断位置和非截断位置的数据的连续性, 极大程度上抑制了随后的全局滤波因数据截断所产生的伪影. 本文借鉴他们算法的思想, 采用基于 Radon 逆变换的滤波函数对半覆盖螺旋投影数据进行逐行滤波.

由文献 [26] 可知, 斜坡滤波函数能够进行如下分解:

$$|w| = -\frac{1}{2\pi} \text{isgn}(w) \times (2\pi i w). \quad (7)$$

函数  $2\pi i w$  的傅里叶反变换是求导算子,  $-\text{isgn}(w)$  的傅里叶反变换是  $1/(\pi u)$ , 对  $1/(\pi u)$  的卷积即希尔伯特变换. 因此, 对投影数据逐行进行斜坡滤波等价于先对投影数据求导, 再对求导后的数据做希尔伯特变换, 即 (6) 式可以转换为

$$p_F(\lambda, u', v') = \frac{\partial \left[ \frac{S'}{\sqrt{S'^2 + u'^2 + v'^2}} p'(\lambda, u', v') \right]}{\partial u'} \times \frac{1}{2\pi^2 u'}. \quad (8)$$

对滤波后的投影数据进行反投影即可完成重建. 由第 2 节描述的半覆盖螺旋锥束 CT 几何可知, 每个投影角度下, 射束覆盖大于物体横截面的一半, 即物体空间内的点被照射的冗余度是不同的. 在  $2\pi$  角度范围内, 一些点被照射  $2\pi$  次, 而其他点则只被照射  $\pi$  次, 若直接反投影, 则会因为冗余度的差别而产生伪影. 为了消除这种伪影, 本文对反投影做了加权, 加权函数可以使物体空间内的每个点在  $2\pi$  角度范围内只被反投影 1 次. 加权函数的表达式为

$$k(m) = \begin{cases} 1, & m \geq 0, \\ 0, & m < 0, \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $m = x \cos(\lambda - \lambda_0) + y \sin(\lambda - \lambda_0)$ .

结合 (5), (8) 和 (9) 式, 便可得到基于 Radon 逆变换的半覆盖螺旋锥束重建算法

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} k(m) \frac{R^2}{(R-n)^2} \\ &\times \left\{ \frac{\partial \left[ \frac{S'}{\sqrt{S'^2 + u'^2 + v'^2}} p'(\lambda, u', v') \right]}{\partial u'} \frac{1}{u'} \right\} d\lambda. \end{aligned} \quad (10)$$

因此, 由 (10) 式得到本文基于 Radon 逆变换的半覆盖螺旋锥束重建算法的实现步骤:

**第 1 步** 对原始投影数据进行几何修正, 修正后的数据满足解析重建算法的要求:

$$\begin{aligned} p'(\lambda, u', v') &= p(\lambda, S \times \tan(\gamma), \sqrt{u^2 + S^2} \times \tan(\tau)). \end{aligned} \quad (11)$$

**第 2 步** 对修正后的投影数据加权, 然后逐行进行基于 Radon 逆变换的滤波:

$$\begin{aligned} p_F(\lambda, u', v') &= \frac{\partial \left[ \frac{S'}{\sqrt{S'^2 + u'^2 + v'^2}} p'(\lambda, u', v') \right]}{\partial u'} \frac{1}{2\pi^2 u'}. \end{aligned} \quad (12)$$

**第 3 步** 对滤波后的数据在  $2\pi$  角度范围内做加权反投影:

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} k(m) \frac{R^2}{(R-n)^2} \\ &\times p_F(\lambda, u', v') d\lambda. \end{aligned} \quad (13)$$

## 4 实验结果和讨论

为了验证本文算法针对半覆盖螺旋锥束投影重建的有效性, 本节给出了算法的仿真和实际实验结果, 同时将实验结果与半覆盖螺旋 FDK 算法和改进的半覆盖螺旋 FDK 算法的结果进行了比较.

### 4.1 仿真实验

仿真实验以三维 Shepp-Logan 体模 [27] 为被扫描物体, 共有 2 组, 2 组实验参数中除了探测器尺寸和载物台偏移量以外其他参数都相同. 仿真 1

的参数如表 1 所示, 其中物体的横向尺寸 (像素数) 为 256, 探测器的横向尺寸为 150, 每个投影角度下射线只能覆盖物体横截面的部分, 覆盖率为 0.586.

表 1 仿真 1 实验参数

参数	值
射线源到旋转轴距离/mm	100
射线源到探测器距离/mm	300
探测器高度/mm	30
探测器宽度/mm	24
探测器像素尺寸/mm	0.15
探测器像素矩阵	200 × 150
物体半径/mm	6.4
物体高度/mm	12.8
物体矩阵	256 × 256 × 256
物体偏移量/mm	-2.7
螺距/mm	10
重建矩阵	256 × 256 × 256

对仿真 1 得到的半覆盖螺旋锥束投影分别用本文算法、半覆盖螺旋 FDK 算法和改进的半覆盖螺旋 FDK 算法重建, 重建结果沿  $x-y$ ,  $x-z$  和  $y-z$  的二维切片如图 3 所示, 同时相应的切片沿垂直中线的剖面图如图 4 所示.

为了进一步对重建结果进行评价, 本文还对 3 个算法重建的三维图像的误差均方根进行了比较, 如表 2 所示. 误差均方根可根据下式计算得到:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_p(i) - f_r(i))^2}, \quad (14)$$

其中,  $f_p$  和  $f_r$  分别表示真值和重建结果,  $N$  表示体素个数.

表 2 仿真 1 中重建结果的误差均方根

算法	RMSE
半覆盖螺旋 FDK	0.0065
改进的半覆盖螺旋 FDK	0.0053
本文算法	0.0040

由图 3 的结果比较可以看出, 本文算法能够有效地对半覆盖螺旋锥束投影实施重建, 重建图像中没有明显的截断伪影. 而半覆盖螺旋 FDK 算法和改进的半覆盖螺旋 FDK 算法由于受数据截断和全局滤波的影响, 重建图像中有明显的截断伪影, 在  $x-y$ ,  $x-z$  和  $y-z$  的二维切片中分别表现为靠近中心

位置的亮斑、靠近水平中线的亮带, 其中改进的半覆盖螺旋FDK算法由于采用局部特性更为明显的滤波器, 其结果受截断伪影影响的程度小于半覆盖螺旋FDK. 由图4所示的剖面图也可以看出, 半覆盖螺旋FDK算法和改进的半覆盖螺旋FDK算法受截断伪影影响明显, 在水平切片  $x-y$  的剖面中越

靠近中心位置误差越大, 在垂直切片  $x-z$  和  $y-z$  的剖面中各个位置的误差均表现明显. 而本文算法重建切片的剖面与真实剖面符合度最高, 截断误差相对较小. 这从表2所示的误差均方根也可以看出, 与半覆盖螺旋FDK及其改进算法相比, 本文算法具有更强的截断伪影抑制能力.

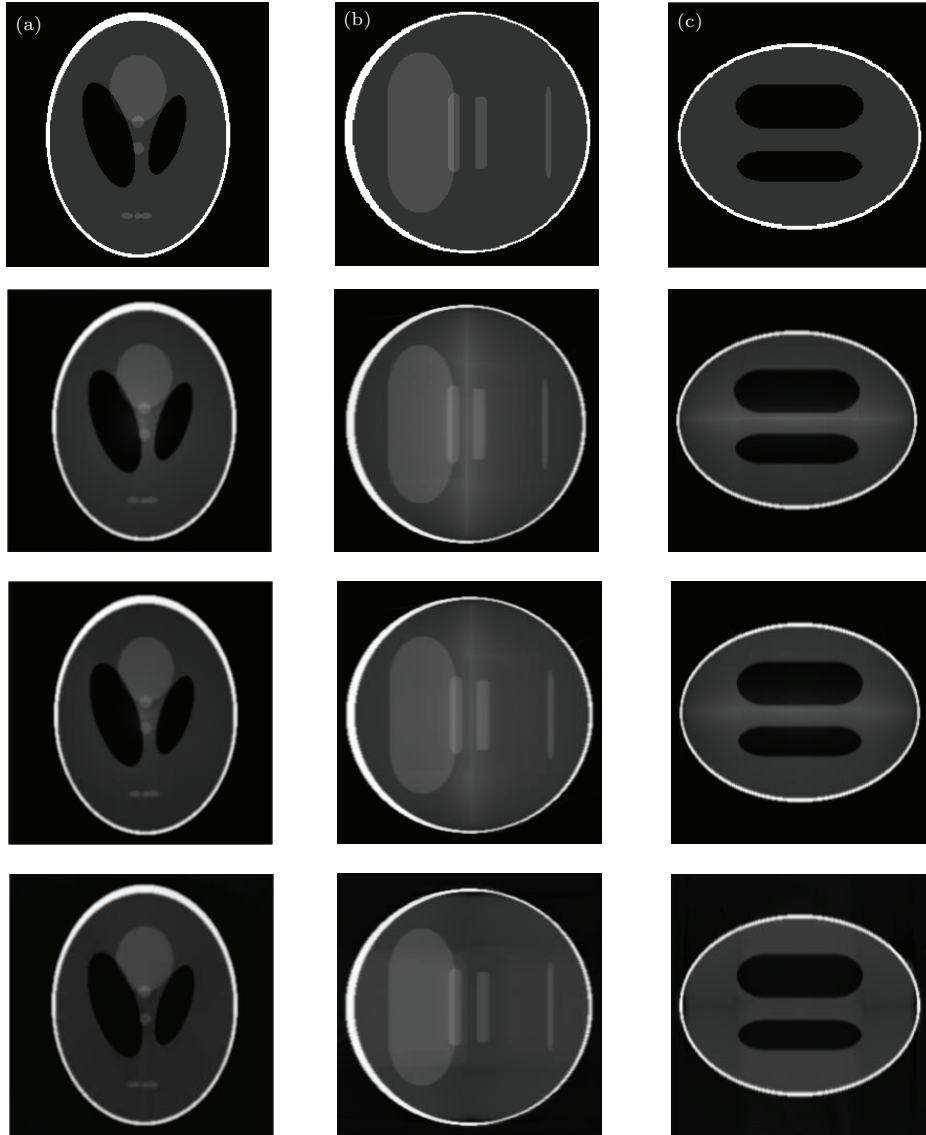


图3 仿真1中重建结果的二维切片 (a), (b), (c) 分别为三维 Shepp-Logan 体模沿  $x-y$ ,  $x-z$ ,  $y-z$  平面的中心切片; 第1, 2, 3, 4 行分别为真值和半覆盖螺旋FDK算法、改进的半覆盖螺旋FDK算法、本文算法的重建结果

为了更好地解释本文算法对半覆盖螺旋锥束投影重建时所表现的优点, 图5对覆盖螺旋FDK算法、改进的半覆盖螺旋FDK算法和本文算法滤波后的数据做了对比. 图5(a), (b), (c) 中线1和线2分别表示3个算法对半覆盖螺旋锥束投影和全覆盖螺旋锥束投影滤波后值. 从图5可以看出, 半覆盖螺旋FDK算法直接采用全局的斜坡滤波器对截断的投影数据进行滤波, 导致滤波后的值产生误

差, 误差在截断点位置最大, 并随着与截断点的距离增大而不断减小. 改进的半覆盖螺旋FDK算法表现出了与原算法类似的误差特性, 只是在误差的幅度上有减小. 而本文算法的半覆盖投影滤波值与全覆盖投影的滤波值非常接近, 误差最小. 这主要是因为本文算法采用了基于Radon逆变换的滤波运算, 首先对截断的投影数据求导, 求导属于局部算子, 不受数据截断的影响, 并且由于图像的分段

连续特性, 求导后的值更接近0, 这在很大程度上减小了与截断数据的差异, 降低了随后的全局希尔伯特运算带来的误差.

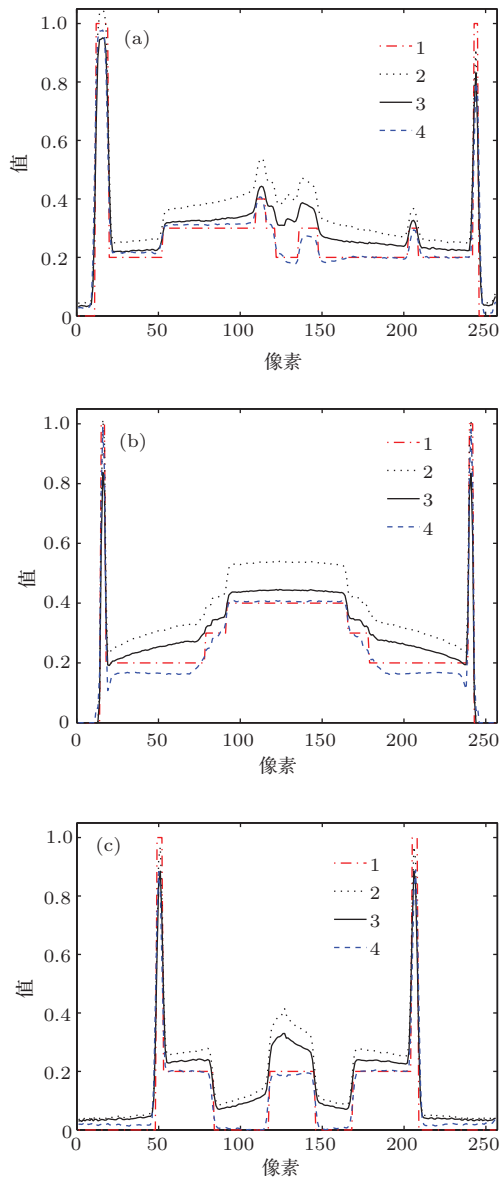


图4 沿图3中二维切片垂直中线的剖线图 (a), (b), (c) 分别对应图3第1, 2, 3列二维切片的剖线图; 线1, 2, 3, 4 分别对应真值和半覆盖螺旋FDK算法、改进的半覆盖螺旋FDK算法、本文算法的重建结果

仿真2的实验参数与仿真1的相同, 除了探测器的尺寸和载物台的偏移量分别变为 $200 \times 140$ 和 $-2.9$  mm. 可以看出, 被扫描物体的尺寸相同, 而仿真2使用的探测器尺寸比仿真1的小, 每个投影角度下的射线相对物体横截面的覆盖率为0.547, 更加接近半覆盖成像的极限0.5. 因此, 仿真2中模拟的情况能够更大程度上扩展螺旋CT的横向视野, 即可以使用更小的探测器成像超视野物体, 同时也

可以在一定程度上减少辐射剂量和重建时间. 由对图5的分析可以知道, 截断误差在截断点位置时最大, 并且随着远离截断点位置不断减小. 仿真2中, 探测器尺寸进一步减小, 发生数据截断的位置更加靠近物体中心, 截断误差对有效数据的影响增大, 对重建算法抑制截断伪影的能力提出更高要求. 仿真2中3个算法重建结果的二维切片如图6所示, 相应的剖线图如图7所示, 对三维重建结果的误差均方根的比较如表3所示.

表3 仿真2中重建结果的误差均方根

算法	RMSE
半覆盖螺旋FDK	0.0092
改进的半覆盖螺旋FDK	0.0072
本文算法	0.0042

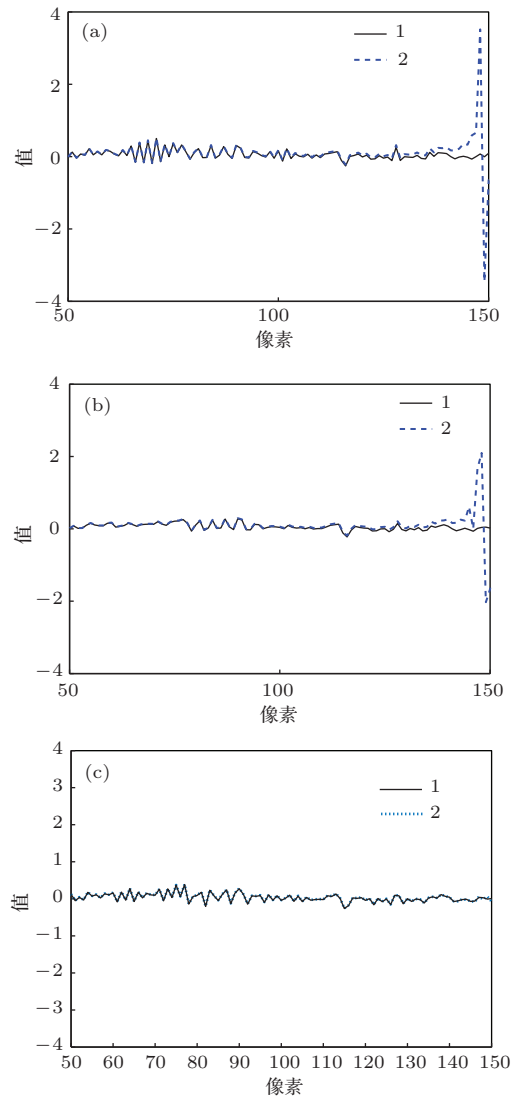


图5 滤波后投影图像的剖线图 (a), (b), (c) 分别表示半覆盖螺旋FDK、改进的半覆盖螺旋FDK、本文算法对投影滤波后的值 (线1, 2 分别表示全覆盖投影的滤波值和半覆盖投的滤波值)

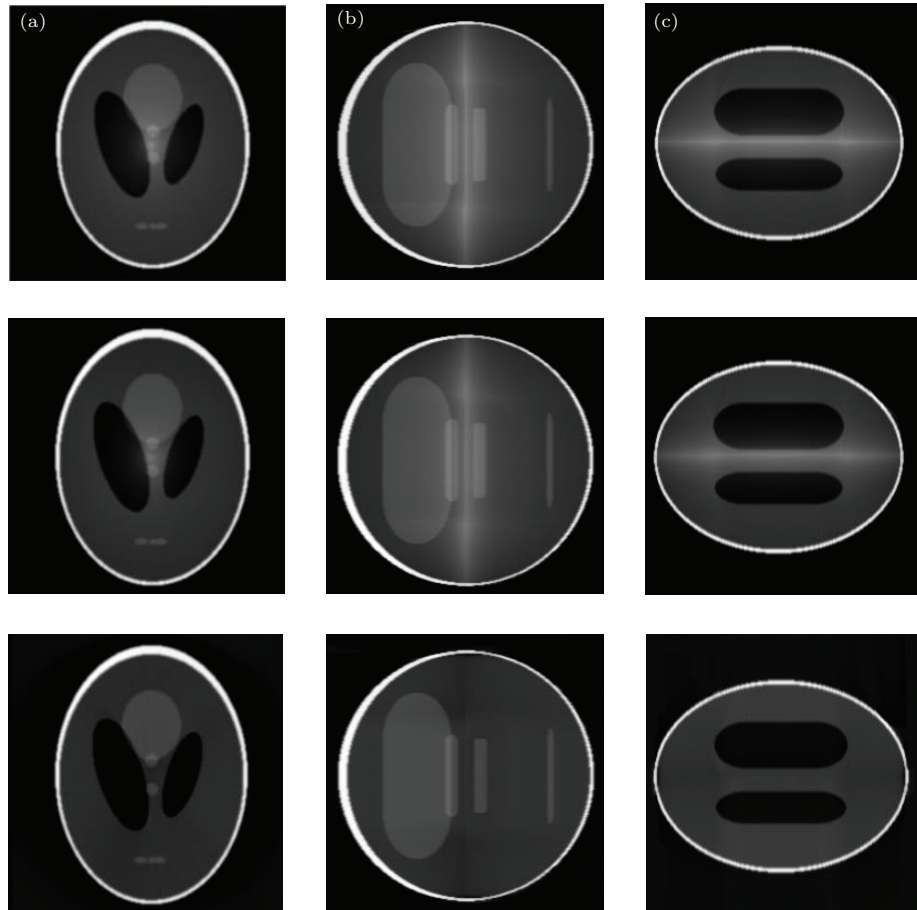


图6 仿真2中重建结果的二维切片 第(a), (b), (c)分别为三维Shepp-Logan体模沿 $x-y$ ,  $x-z$ ,  $y-z$ 平面的中心切片, 第1, 2, 3行分别为半覆盖螺旋FDK算法、改进的半覆盖螺旋FDK算法、本文算法的重建结果

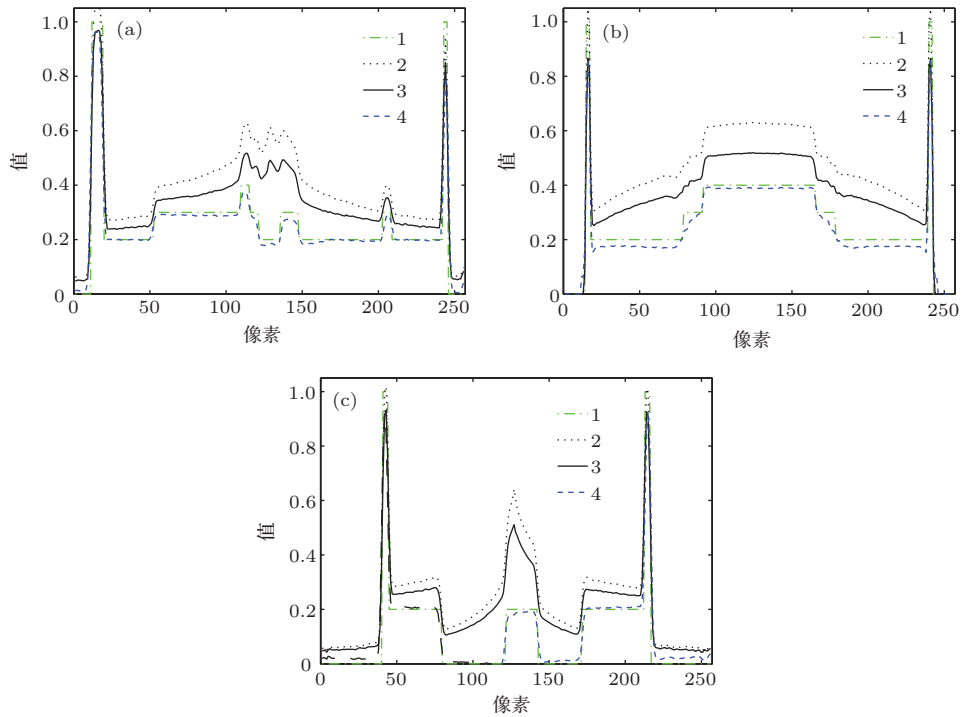


图7 沿图6中二维切片垂直中线的剖线图 (a), (b), (c)分别对应图6第1, 2, 3列二维切片的剖线图; 线1, 2, 3, 4分别对应真值和半覆盖螺旋FDK算法、改进的半覆盖螺旋FDK算法、本文算法的重建结果



由仿真2的结果可以看出,半覆盖螺旋FDK及其改进算法的重建结果中截断误差明显增大,无论是从图6所示的二维切片,还是从图7中对剖线图的数值比较,都可以看出截断误差严重影响了图像质量.而本文算法的重建质量依旧最好,几乎不受截断误差的影响.这主要是因为,随着探测器尺寸的减小,截断误差对有效数据的影响增大,需要对截断误差进行专门的抑制,否则截断误差会导致较低图像的质量.而本文算法采用的两步滤波方式能够明显抑制滤波产生的截断误差,从而提高了最终重建图像的质量.

## 4.2 实际实验

实际中,螺旋锥束CT的成像视野会受限于硬件的尺寸,无法直接对超出其成像视野的物体进行检测.仿真实验的结果表明,本文算法能够抑制由于成像视野不足而产生的截断伪影,实现小视野下对大物体的成像.本节通过实验对本文算法在实际螺旋锥束CT中的应用效果做进一步的

验证.实际实验采用的是微焦斑锥束CT系统(射线源YXLON 225.48,探测器Varian 4030E).半覆盖螺旋扫描的几何参数为,射线源到旋转轴距离358 mm,射线源到探测器距离1438 mm,螺距36 mm,每个角度下的射线相对物体横截面的覆盖率为0.521.被成像的物体是增压器叶轮,3个算法重建结果的二维切片分别如图8所示.

从图8的成像结果可以看出,与仿真实验类似,半覆盖螺旋FDK算法的重建图像有明显的截断伪影,伪影主要表现在图像中心区域的亮斑.改进的半覆盖螺旋FDK算法的结果受到相同截断伪影的影响.而本文重建图像的质量最高,几乎不受截断伪影的影响.这也进一步验证了本文算法在半覆盖螺旋锥束成像中能够较强的抑制截断伪影,提高成像的质量.由成像参数可知,被检测物体的尺寸大于螺旋锥束CT的成像视野,每个角度下视野对物体横截面的覆盖率只有0.521,即实际实验模拟的是小探测器对大物体的成像.因此,本文算法能够扩展螺旋锥束CT的成像视野,在提高小视野下对大物体成像的质量方面具有明显的实用意义.

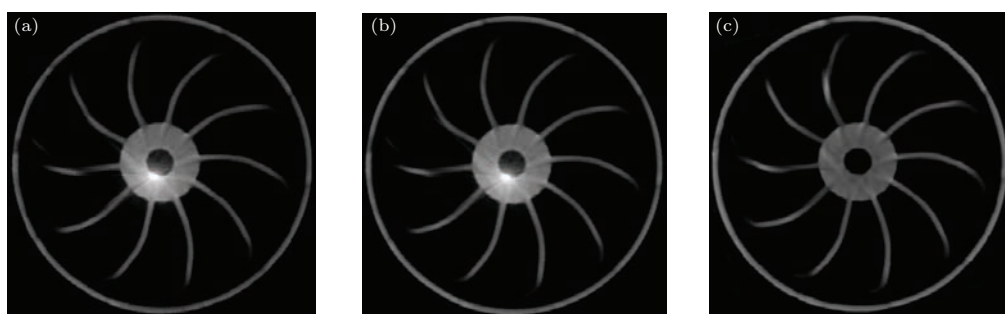


图8 增压器叶轮半覆盖螺旋扫描重建结果 (a) 半覆盖螺旋 FDK; (b) 改进的半覆盖螺旋 FDK; (c) 本文算法

## 5 结 论

针对半覆盖螺旋锥束成像中投影数据横向截断的问题,本文提出了一种基于Radon逆变换的半覆盖螺旋锥束近似重建算法.该算法首先对原始投影数据进行几何修正,以满足解析重建算法要求,然后采用二维Radon逆变换重建算法中的滤波方法对修正后的投影进行滤波,最后通过带加权的反投影得到重建图像.其中滤波过程对截断误差有较强的抑制作用,能够明显提高最终重建图像的质量.滤波时首先对横行截断的投影数据求导,求导为局部算子,不受数据截断的影响,并且由于图像的分片连续特点,求导后的数据更接近0,即更加接

近数据截断后的值,降低了由于数据截断而造成的数据不连续性,随后采用全局的希尔伯特变换得到滤波值.仿真和实际实验均验证了本文算法的有效性.和半覆盖螺旋FDK及其改进算法的比较也表明,本文算法具有更强的截断伪影抑制能力,能够提高重建图像的质量.

## 参考文献

- [1] Wang G, Lin T H, Cheng P C, Shinozaki D M, Kim H G 1991 *Proc. SPIE* **1556** 99
- [2] Turbell H, Danielsson P E 1998 *IEEE Medical Imaging*, Toronto, Canada Nov, 1998 p8
- [3] Noo F, Defrise M, Clackdoyle R 1999 *Phys. Med. Biol.* **44** 561

- [4] Tang X Y, Hsieh J, Roy A N, Dutta S, Samsonov D, Hagiwara A 2006 *Phys. Med. Biol.* **5** 855
- [5] Tam K C, Samarasekera S, Sauer F 1998 *Phys. Med. Biol.* **43**1015
- [6] Katsevich A 2002 *App. Math.* **62** 2012
- [7] Zou Y, Pan X C, Sidky E Y 2005 *Opt. Soc. Am.* **22** 2372
- [8] Yu L, Xia D, Zou Y, Pan X C, Pelizzari C, Munro P 2006 *IEEE Trans. Med. Imag.* **25** 869
- [9] Li L, K J Kang, Chen Z Q, Zhang L, Xing Y X 2009 *J. X-ray Sci. Tech.* **17** 135
- [10] Clackdoyle R, Noo F, Guo J, Roberts J 2004 *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **51** 2570
- [11] Zou X B, Zeng L, Li Z J 2009 *J. X-ray Sci. Tech.* **17** 233
- [12] Zeng L, Zou X B 2010 *J. X-ray Sci. Tech.* **18** 353
- [13] Zeng L, Zou X B 2011 *Current Medical Imaging Reviews* **7** 125
- [14] Han Y, Yan B, Yu CH Q, Li L, Li J X, Bao SH L 2012 *Chi. Phys. B* **21** 068701
- [15] Wang G 2002 *Med. Phys.* **29** 1634
- [16] Gregor J, Gleason S, Paulus M 2003 *IEEE Trans. Imag. Proc.* **2** 803
- [17] Schäfer D, Grass M 2009 *Proceeding of 10th Fully 3D Meeting and 2nd HPIR Workshop*, Beijing, China, September 5–10, 2009 p86
- [18] Kunze H, Dennerlein F 2009 *Proceeding of 10th Fully 3D Meeting and 2nd HPIR Workshop*, Beijing, China, September 5–10, 2009 p138
- [19] Vaz M, Mersereau R, Spalla G 2009 *Proceeding of 10th Fully 3D Meeting and 2nd HPIR Workshop*, Beijing, China, September 5–10, 2009 p178
- [20] Fu J, Lu H R, Gong L 2006 *Opt. Tech.* **32** 209 (in Chinese) [傅健, 路宏年, 龚磊 2006 光学技术 **32** 209]
- [21] Li L, Chen Z Q, Zhang L 2006 *High Energy Phys. Nucl. Phys.* **30** 812
- [22] Zou X B, Zeng L 2010 *Opt. Prec. Eng.* **18** 434 (in Chinese) [邹晓兵, 曾理 2010 光学精密工程 **18** 434]
- [23] Guo J Q, Zeng L, Zou X B 2011 *J. X-ray Sci. Tech.* **19** 293
- [24] Dennerlein F 2011 *11th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine Potsdam*, Germany, July 11–15, 2011 p80
- [25] Wang X C, Yan B, Li L, Hu G E 2012 *Chin. Phys. B* **21** 118702
- [26] Noo F, Defrise M, Clackdoyle R, Kudo H 2002 *Phys. Med. Biol.* **47** 2525
- [27] Shepp L A, Logan B F 1974 *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **21** 21

# A half-covered helical cone-beam reconstruction algorithm based on the Radon inversion transformation\*

Han Yu Li Lei Yan Bin<sup>†</sup> Xi Xiao-Qi Hu Guo-En

(National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou 450002, China)

( Received 25 July 2014; revised manuscript received 10 October 2014 )

## Abstract

Compared with the traditional helical cone-beam computed tomography (CT), the field-of-view (FOV) half-covered cone-beam CT can almost double the FOV and thus image the large object by using a smaller panel detector. However, the projections are transversely truncated, resulting in truncation errors in reconstructed images if no correction measures are taken. In this paper, a half-covered cone-beam reconstruction algorithm based on the Radon inversion transformation is developed, in which the data filtering is performed in two steps. The first step is a local operation and can be carried out correctly even when the data is truncated. This performance of local operation makes the original data closer to zero, so the continuity of data is improved. And this also can restrain the truncation errors caused by the following global operation. Numerical simulations and experimental results are presented to demonstrate the algorithm and to compare it with existing algorithms. Preliminary results indicate that the proposed algorithm can well restrain the truncation errors and improves reconstruction quality.

**Keywords:** X-ray optics, helical cone-beam computed tomography, image reconstruction, truncated data

**PACS:** 87.59.-e, 81.70.Tx

**DOI:** [10.7498/aps.64.058704](https://doi.org/10.7498/aps.64.058704)

---

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA011603), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372172).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [tom.yan@gmail.com](mailto:tom.yan@gmail.com)