

基于压缩感知的一维海面与二维舰船复合后向电磁散射快速算法研究

柴水荣 郭立新

A new fast algorithm based on compressive sensing for composite electromagnetic back scattering from a 2D ship located on a 1D rough sea surface

Chai Shui-Rong Guo Li-Xin

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 060301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.060301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

导电导磁管道外任意放置线圈激励下脉冲涡流场时域解析解

[Analytical solutions to pulsed eddy current field excited by a differently oriented probe coil outside a conducting ferromagnetic pipe](#)

物理学报.2014, 63(24): 240301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240301>

基于压缩感知的目标频空电磁散射特性快速分析

[Fast analysis of electromagnetic scattering characteristics in spatial and frequency domains based on compressive sensing](#)

物理学报.2014, 63(17): 170301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170301>

有限元/边界积分方法在海面及其上方弹体目标电磁散射中的应用

[Electromagnetic scattering from missile target above sea surface with finite element/boundary integral method](#)

物理学报.2013, 62(17): 170301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.170301>

部分 Bessel 形电磁波

[Partial Bessel electromagnetic wave](#)

物理学报.2013, 62(3): 030301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.030301>

二维泊松方程的遗传 PSOR 改进算法

[An ameliorative algorithm of two-dimensional Poisson equation based on genetic parallel successive over-relaxation method](#)

物理学报.2013, 62(2): 020301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.020301>

# 基于压缩感知的一维海面与二维舰船复合后向电磁散射快速算法研究\*

柴水荣<sup>†</sup> 郭立新

(西安电子科技大学物理与光电工程学院, 西安 710071)

(2014年9月16日收到; 2014年10月21日收到修改稿)

矩量法作为数值方法中积分方程方法的代表, 具有计算精度高、所用格林函数自动满足辐射条件、无须额外设置边界条件等优点. 但是在舰船目标与海面复合后向电磁散射仿真中, 传统矩量法需针对每个入射角反复求解矩阵方程组, 导致其在处理后向散射问题时计算量大, 耗时长, 仿真效率低下. 为解决上述问题, 本文提出了一种基于压缩感知技术的矩量法的改进算法. 该算法在求解复合后向散射问题时, 首先利用观测矩阵与传统矩量法中的电压矩阵相乘, 得到一组新的低维度的电压矩阵; 其次通过求解新电压矩阵下的矩阵方程组, 获得电流矩阵的观测值; 最后利用恢复算法(本文采用正交匹配追踪算法)重构出所需的原始入射源照射下的电流系数. 通过与传统矩量法的计算结果对比, 表明本文所提算法能够在保证计算精度的前提下, 明显减少计算时间, 提高计算效率.

**关键词:** 压缩感知, 矩量法, 舰船, 复合后向电磁散射

**PACS:** 03.50.De, 41.20.-q

**DOI:** 10.7498/aps.64.060301

## 1 引言

矩量法(method of moments, MoM)是求解电磁问题的一种经典的精确数值方法, 根据待求解问题所满足的边界条件和初始条件, 从Maxwell方程组出发, 获得待求解问题所满足的线性非齐次方程, 通过将未知函数在基函数空间线性展开并投影到权函数空间实现电磁问题的线性非齐次方程到矩阵方程的转换, 它具有计算精度高、所用格林函数自动满足辐射条件、无须额外设置边界条件等优点, 被广泛地应用于粗糙面与目标复合电磁散射中<sup>[1-3]</sup>. 但是由于MoM描述的是任意两个子散射体间的直接相互作用, 导致MoM获得的矩阵方程是一个满阵方程, 而利用计算机对满阵方程进行存储时对计算机内存的需求为 $O(n^2)$ , 计算复杂度为 $O(n^3)$ , 其中 $n$ 为未知量的个数. 而随着

$n$ 的增大, 一方面矩阵填充速度变慢, 另一方面矩阵求解时间急剧增加. 因此, 诸多加速算法被提出以解决上述问题. 如: 采用共轭梯度法(conjugate gradients)<sup>[4]</sup>来求解矩阵方程组可以将计算复杂度降低到 $O(n^2)$ ; 快速多极子方法<sup>[5]</sup>以及多层快速多极子方法<sup>[6,7]</sup>通过“集线器”思想将计算复杂度降低到 $O(n^{1.5})$ 甚至 $O(n \log n)$ ; 文献<sup>[8]</sup>中将多区域思想引入到矩量法中, 减少了矩量法求解时间, 但是其结果在大角度时效果不好; 文献<sup>[9]</sup>中基于高阶基函数的矩量法来求解二维导体粗糙面的电磁散射; 文献<sup>[10]</sup>和<sup>[11]</sup>分别利用快速多极子与广义前后向方法和迭代物理光学法的混合方法计算了粗糙面与目标的复合电磁散射; 文献<sup>[12]</sup>将有限-边界方法与多层快速多极子方法相结合提出了一种合元极技术. 另外, 基于消息传递接口(message passing interface, MPI)的MoM方法<sup>[13]</sup>被用来计算低掠角入射下一维大尺度海面和二维目标复合

\* 国家杰出青年科学基金(批准号: 61225002)和航空科学基金与航空电子系统射频综合仿真航空科技重点实验室联合资助(批准号: 20132081015)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: srchai1989@gmail.com

电磁散射; 近年来提出了基于统一计算设备结构 (compute unified device architecture, CUDA) 的 MoM 方法<sup>[14,15]</sup> 以提高矩量法的计算效率. 然而上述方法在计算后向散射问题时, 均需针对入射波各个角度反复求解矩阵方程组, 因此, 在对后向散射问题进行仿真时计算时间长、效率低下.

压缩感知 (compressive sensing, CS)<sup>[16,17]</sup> 自 2006 年被提出以来, 表现出了强大的生命力, 由于其采样率远低于“奈奎斯特采样定理”而被广泛应用于编码、信号处理、图像处理、雷达成像等诸多领域. 文献<sup>[18]</sup> 针对双站散射问题提出了一种将 CS 应用到矩量法中的思路. 该算法通过对传统矩量法中待求未知量进行稀疏表示, 减少矩量法矩阵填充计算量, 提高矩阵求解效率. 因此该算法在计算双站散射时具有很大的优势, 但是在海面与舰船目标复合后向电磁散射中, 该算法仍然需要针对每个入射角度进行反复求解, 造成了一定的资源浪费. 本文针对传统矩量法在对海面与舰船目标复合后向电磁散射仿真时计算效率低下的问题, 提出了一种基于 CS 矩量法的加速算法. 该算法首先构建了一种全新的、低维度的、包含丰富角度信息的入射源; 其次利用矩量法求解该入射源下的积分方程组, 获得电流矩阵的观测值; 最后通过正交匹配追踪算法 (orthogonal matching pursuit, OMP) 重构出所需原始入射源入射下的电流系数. 本文第二节首先介绍了矩量法在海面与舰船目标复合电磁散射中的应用, 其次介绍了 CS 的基本理论框架, 最后提出了基于 CS 的矩量法改进算法的具体实施方案; 第三节给出了本文所提算法的验证结果以验证该算法的正确性和有效性.

## 2 理论分析

### 2.1 矩量法在一维海面与二维舰船目标复合电磁散射中的应用

图 1 给出了一维海面与二维舰船目标复合电磁散射的模型, 图中  $\theta_i$  和  $\theta_s$  分别代表入射角和散射角;  $S_r$  表示海面轮廓, 舰船处于海面上方的轮廓分别用  $S_{oa}$  和  $S_{ob}$  表示.

由于所讨论的海面为开域问题, 因此存在由于人为截断而引起的人工反射. 为避免这一问题, 本文采用如下的锥形波<sup>[19]</sup> 为入射波源:

$$\varphi_i(\mathbf{r}) = \exp \left\{ ik_0(\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}) [1 + \omega(\mathbf{r})] \right\}$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{(x - z \tan \theta_i)^2}{g^2} \right\}, \quad (1)$$

式中  $\omega(\mathbf{r}) = [2(x - z \tan \theta_i)^2 / g^2 - 1] / (k_0 g \cos \theta_i)^2$ ,  $g$  是锥形波的射束宽度参数,  $\hat{\mathbf{k}}_i$  为入射波矢量的单位向量,  $\hat{\mathbf{k}}_i = -(\sin \theta_i \hat{x} + \cos \theta_i \hat{z})$ ,  $k_0$  为自由空间中的波数,  $\mathbf{r}$  为空间位置矢量. 本文中采用的时谐因子为  $e^{-i\omega t}$ .

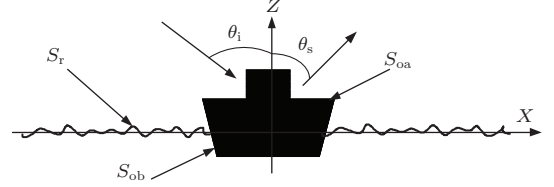


图 1 一维海面与二维舰船目标复合散射示意

文中选用“Pierson-Moskowitz” (PM) 海面. 假设, 海水相对介电常数为  $\varepsilon_1$ , 根据文献<sup>[1, 2]</sup> 可以建立如下积分方程组:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & 0 \\ \rho \mathbf{D} & \mathbf{E} & 0 & \mathbf{F} \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 & 0 \\ \rho \mathbf{D}_1 & \mathbf{E}_1 & 0 & \mathbf{F}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \\ \mathbf{V}_4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中对于水平 (HH) 极化  $\rho = 1$ , 对于垂直 (VV) 极化  $\rho = \varepsilon_1$ , 矩阵  $\mathbf{A} - \mathbf{F}$ ,  $\mathbf{A}_1 - \mathbf{F}_1$  的具体形式见参考文献<sup>[1, 2]</sup>. 通过上式求得  $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}_3, \mathbf{I}_4$  后, 图 1 中所示复合模型的散射系数可表示为

$$\sigma = \frac{|P_s|^2}{P_i}, \quad (3)$$

式中

$$P_i = 8\pi k_0 g \cos \theta_i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ 1 - \frac{1 + 2 \tan^2 \theta_i}{2(k_0 g \cos \theta_i)^2} \right], \quad (4)$$

$$P_s = \int_{sr} \left\{ \mathbf{I}_1 + ik_0(\hat{\mathbf{n}}_r^{(N)} \cdot \hat{\mathbf{k}}_s) \mathbf{I}_2 \right\} \times \exp(-ik_0 \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{k}}_s) dx' + \begin{cases} \int_{soa} \mathbf{I}_3 \exp(-ik_0 \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{k}}_s) dlo, \\ \text{VV 极化,} \\ \int_{soa} ik_0(\hat{\mathbf{n}}_{oa} \cdot \hat{\mathbf{k}}_s) \mathbf{I}_3 \exp(-ik_0 \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{k}}_s) dlo, \\ \text{HH 极化,} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\int_{sr} dx'$  表示沿海面轮廓积分;  $\int_{soa} dlo$  表示对舰船目标处于海面上方的轮廓进行积分;  $\hat{\mathbf{k}}_s$  为

散射波方向的单位向量,  $\hat{k}_s = \sin \theta_1 \hat{x} + \cos \theta_1 \hat{z}$ ;  $\hat{n}_r^{(N)} = -f'(x)\hat{x} + \hat{z}$ ,  $f'(x)$  是海面轮廓的一阶导数;  $\hat{n}_{oa}$  是舰船处于海面上方部分的外法向单位矢量,  $r'$  表示位于海面或者目标上的位置矢量.

### 2.2 压缩感知基本理论

信号是  $K$  稀疏的是指存在一种完备正交基  $\Psi_{N \times N}$ , 使得信号  $x_{N \times 1}$  在其投影上只有  $K$  个较大的分量而其余分量非常小, 即

$$x = \sum_{i=1}^N y_i \Psi_i = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_N] \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \Psi_{N \times N} y_{N \times 1}, \quad (6)$$

且  $y_{N \times 1}$  中, 只有  $K$  个较大的分量而其余分量非常小. (6) 式中  $N$  为信号长度,  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 为信号  $x$  在基函数  $\Psi$  下的投影系数,  $\Psi_{N \times N}$  为稀疏转换基或稀疏变换矩阵.

CS 理论指出, 如果信号是稀疏的, 或者在某个基函数下是稀疏的, 则可以利用信号  $x$  的  $M$  ( $M \approx K \ln(N/K)$ )<sup>[17]</sup> 个线性测量精确重构  $x$ , 即存在  $s_{M \times 1}$  使得

$$s_{M \times 1} = \Phi_{M \times N} x_{N \times 1} = \Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} y_{N \times 1} = \Theta_{M \times N} y_{N \times 1}, \quad (7)$$

(7) 式中  $\Theta \hat{y} = s$  称为欠定方程,  $\Phi_{M \times N}$  为观测矩阵,  $s_{M \times 1}$  为信号在观测矩阵下的观测值,  $\Theta_{M \times N} = \Phi \Psi$  称为传感矩阵. 由于欠定方程中  $\hat{y}$  中未知量有  $N$  个, 而方程只有  $M$  个. 因此, 理论上方程有无穷多解. 但如果观测矩阵满足限制等距性 (restricted isometry property, RIP), 则有惟一最稀疏解. 该过程等效为求解如下最优化问题

$$\hat{y} = \arg \min \|y\|_0 \quad \text{s.t. } \Theta \hat{y} = s, \quad (8)$$

则原始信号的精确重构为

$$\hat{x} = \Psi \hat{y}. \quad (9)$$

(8) 式是 NP 问题, 因而计算复杂度高, 在实际求解中相当困难. 为此, 多种恢复算法被提出, 本文采用应用较为广泛的 OMP 算法<sup>[20]</sup> 作为恢复算法. 综上所述, 压缩感知理论框架如图 2 所示.

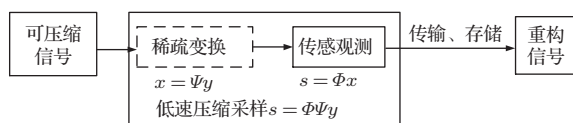


图 2 压缩感知理论框架

### 2.3 基于 CS 复合后向电磁散射快速算法研究

传统矩量法求解复合电磁散射问题可以表示为

$$Z \mathbf{I}(\theta) = \mathbf{V}(\theta), \quad (10)$$

其中  $Z$  为阻抗矩阵, 只与物理模型本身有关, 并不随着入射角度的变化而变化;  $\mathbf{V}$  为电压向量;  $\mathbf{I}$  为电流系数向量. 利用传统矩量法求解舰船目标与粗糙海面复合后向电磁散射问题时, 需要针对每个入射角反复迭代求解 (10) 式, 获得对应角度下的电流系数向量, 导致传统矩量法在对该问题求解时计算量大、耗时长、仿真效率低下.

为解决上述问题, 本文引入 CS 技术, 将每个面元上所有入射角下的电流系数向量看作一组信号, 并引入一组新的入射源, 则本文的问题转换为如何快速准确地求解出新源入射下的电流系数, 并由这组电流系数恢复出原始入射源下的电流系数矩阵<sup>[21,22]</sup>. 为便于描述, 将 (10) 式改写为

$$Z \begin{bmatrix} \mathbf{I}(\theta_1) & \mathbf{I}(\theta_2) & \dots & \mathbf{I}(\theta_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}(\theta_1) & \mathbf{V}(\theta_2) & \dots & \mathbf{V}(\theta_N) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中  $N$  为入射角度个数, 向量  $[\mathbf{I}(\theta_1) \ \mathbf{I}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{I}(\theta_N)]$  中每个行向量均表示一个面元在不同入射角下的电流系数向量, 将其看作是一个长度为  $N$  的一维信号. 如图 2 所示, 将 CS 技术应用到 MoM 中计算后向电磁散射, 可以分为如下几步.

信号稀疏表示: 将 (11) 式转置, 并对  $[\mathbf{I}(\theta_1) \ \mathbf{I}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{I}(\theta_N)]^T$  进行稀疏表示, 则 (11) 式转化为

$$\Psi_{N \times N} \begin{bmatrix} y^T(\theta_1) \\ y^T(\theta_2) \\ \vdots \\ y^T(\theta_N) \end{bmatrix} Z^T = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T(\theta_1) \\ \mathbf{V}^T(\theta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{V}^T(\theta_N) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中  $\Psi_{N \times N}$  为稀疏变换矩阵.

对原始信号进行观测: 将 (12) 式两边均左乘观测矩阵  $\Phi_{M \times N}$ , 可以得到

$$\Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} \begin{bmatrix} y^T(\theta_1) \\ y^T(\theta_2) \\ \vdots \\ y^T(\theta_N) \end{bmatrix} Z^T$$

$$= \Phi_{M \times N} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T(\theta_1) \\ \mathbf{V}^T(\theta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{V}^T(\theta_N) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

将上式中  $\Phi_{M \times N} [\mathbf{V}(\theta_1) \ \mathbf{V}(\theta_2) \ \cdots \ \mathbf{V}(\theta_N)]^T$  记为  $[\mathbf{V}^{\text{CS}}]^T$ , 其每一列代表新的入射源,  $\Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} [y(\theta_1) \ y(\theta_2) \ \cdots \ y(\theta_N)]^T$  记为  $[\mathbf{I}^{\text{CS}}]^T$ , 其每一列代表新源入射下相对应的电流系数. 将 (13) 式转置得到

$$\mathbf{Z}_{N \times N} \mathbf{I}_{N \times M}^{\text{CS}} = \mathbf{V}_{N \times M}^{\text{CS}}. \quad (14)$$

通过求解 (4) 式可以得到新源入射下的电流系数  $\mathbf{I}^{\text{CS}}$ , 该系数即为实际电流系数的观测值.

原始信号重构: 通过恢复算法 (本文采用 OMP 算法) 求解 (8) 式中的最优化问题, 即可通过 (9) 式获得原始入射源照射下的电流系数矩阵.

### 3 数值仿真结果

以下数值计算中, 图 1 中的复合散射模型参数选择如下: 入射波频率选择为  $f = 300 \text{ MHz}$ , 海面

取 PM 谱海面, 被剖分为  $N_{\text{rsf}} = 2048$  段, 剖分间隔为  $0.05 \text{ m}$ , 则海面总长度为  $L = 102.4\lambda = 102.4 \text{ m}$ , 海面上方  $19.5 \text{ m}$  处风速为  $U_{19.5} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 海水介电常数为  $(72.5, 285.86)$ . 舰船尺寸如图 3 所示, 其中舰船吃水深度  $\text{depth} = 1 \text{ m}$ , 锥形波因子为  $g = L/4$ .

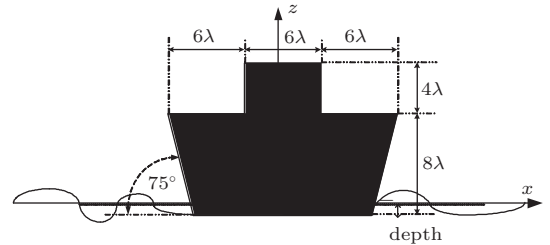


图 3 舰船几何模型

图 4 到图 7 给出了分别利用矩量法和本文所提算法对图 1 中复合模型后向散射进行仿真所得结果的对比. 其中传统矩量法在计算复合模型后向散射时, 角度采样间隔为  $1^\circ$ , 角度范围取  $[-80^\circ - 80^\circ]$ , 共计 161 个采样点, 即矩量法在对复合模型后向散射进行仿真时, 需要求解 161 次 (2) 式中的矩阵方

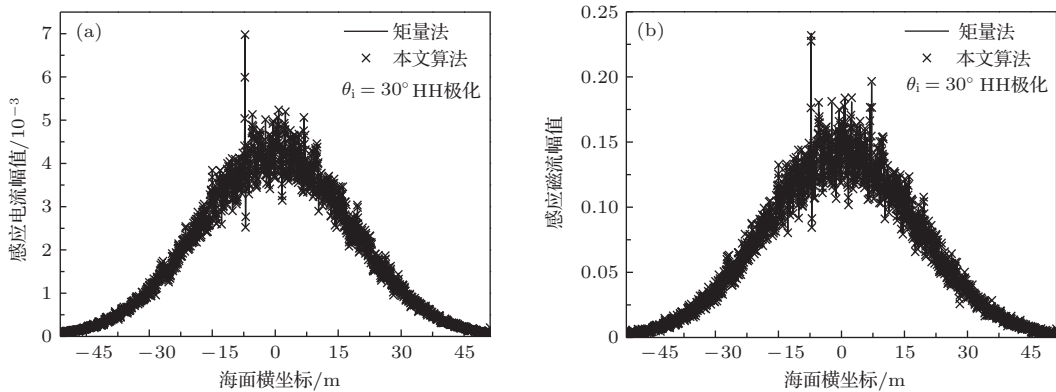


图 4 HH 极化下海面表面感应电流和感应磁流对比 (a) 感应电流; (b) 感应磁流

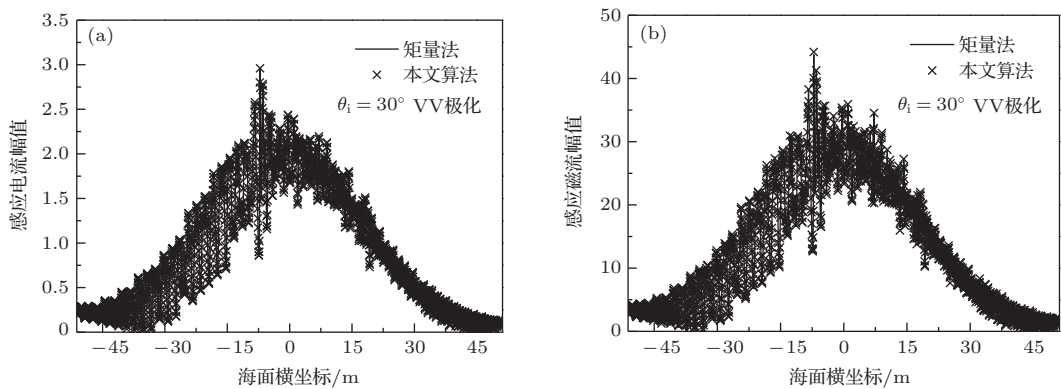


图 5 VV 极化下海面表面感应电流和感应磁流对比 (a) 感应电流; (b) 感应磁流



程组; 本文所提算法在对复合模型后向散射仿真时, 所取观测矩阵为高斯矩阵, 观测次数为  $M = 70$ , 即利用本文算法只需要求解 70 次 (2) 式中的矩阵方程组, 稀疏转换基函数为傅里叶变换基.

图 4 和图 5 分别给出了入射角度选  $\theta_i = 30^\circ$  时, HH 极化下和 VV 极化下传统矩量法和本文所提算法得到的海面感应电流和感应磁流对比. 从图

中可以看出, 无论是 HH 极化还是 VV 极化, 本文所提算法所得感应电流和感应磁流均与传统矩量法所得结果符合得很好.

图 6 为入射角取  $\theta_i = 45^\circ$  时, 两种算法所得目标表面感应电流对比. 从图中可以看出, 对于两种极化方式, 本文所提算法所得目标表面感应电流均与传统矩量法所得结果基本完全符合.

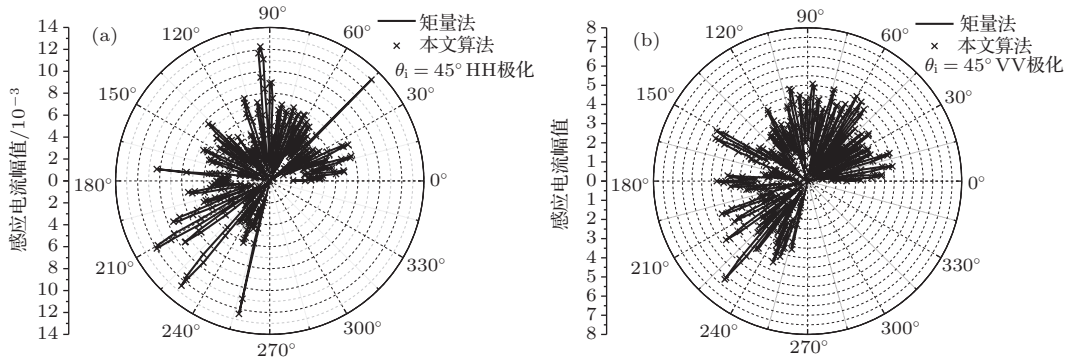


图 6 目标表面感应电流对比 (a) HH 极化; (b) VV 极化

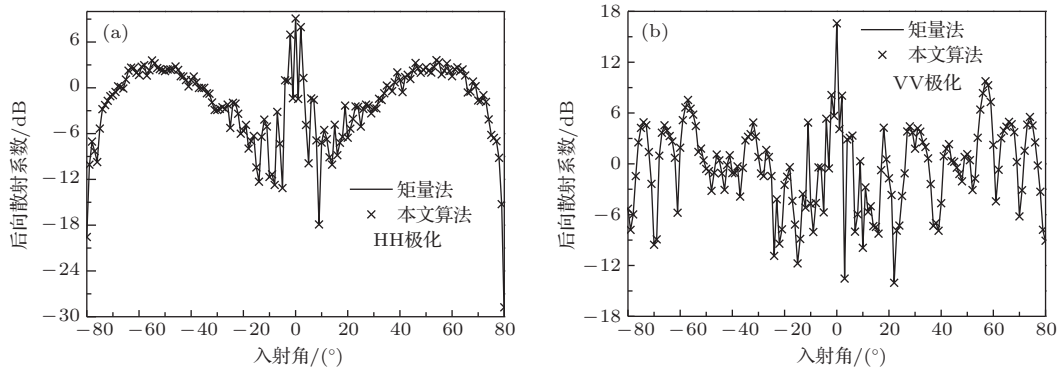


图 7 后向散射系数对比 (a) HH 极化; (b) VV 极化

图 7 为 HH 极化和 VV 极化下两种算法所得复合模型后向散射系数对比. 从图中可以看出, 在所有入射角度下, 本文所提算法与传统矩量法均符合得很好. 从图 4 到图 7 中可以看出, 无论是 HH 极化还是 VV 极化, 本文所提算法均具有很高的准确度, 这充分说明了本文所提算法在海面与舰船目标复合后向电磁散射仿真中的有效性.

为检验本文所提算法的效率, 下面首先分析了经典矩量法和本文所提算法在计算海面与舰船目标复合后向散射时的复杂度; 其次, 对比了两种算法对图 1 中的复合模型后向散射进行仿真时的计算时间.

经典矩量法中, 若未知量个数为  $n$ , 则利用 LU 分解求解矩阵方程组计算复杂度为  $O(n^3)$ , 利用迭代法求解矩阵方程组计算复杂度为  $O(pn^2)$ , 其中

$p$  为迭代次数. 因此在后向散射问题中, 利用迭代法求解矩阵方程组计算复杂度为  $O(Npn^2)$ , 其中  $N$  为入射角度个数. 利用本文提出的算法计算后向电磁散射问题时, 其在新电压向量生成中的计算复杂度为  $O(MNn)$ , 其中  $M$  为观测次数; 求解新电压向量入射下的电流矩阵计算复杂度为  $O(Mpn^2)$ ; 利用 OMP 恢复原始入射源照射下的电流系数矩阵计算复杂度为  $O(NKMn)$ , 其中  $K$  为稀疏度. 由此可见, 本文所提算法在求解后向电磁散射中所用时间约为传统矩量法的

$$\eta = \frac{MNn + Mpn^2 + NKMn}{Npn^2} = \frac{M(K+1)}{pn} + \frac{M}{N} \approx \frac{M}{N}. \quad (15)$$

表 1 给出了不同观测次数下本文所提算法与传统矩量法分别对海面与舰船目标复合后向电磁

散射进行仿真时计算时间对比. 表中计算参数如下: 海面长度为  $L = 102.4$  m, 剖分间隔为 0.05 m, 海面上方 19.5 m 处风速为  $U_{19.5} = 3$  m·s<sup>-1</sup>, 海水介电常数为 (72.5, 285.86), 入射频率为  $f = 300$  MHz, 舰船模型如图 3 所示, 吃水深度为  $depth = 1$  m, 观测矩阵为高斯矩阵, 稀疏转换基函数为傅里叶变换基. 所用计算机处理器为 Intel(R) Xeon(R) X5650 2.67 GHz, 计算机内存 40.0 GB, 编译器为 Intel Parallel Studio XE 2013. 从表中可以看出, 本文所提算法耗时明显少于传统矩量法.

为进一步说明本文所提算法在计算后向散射时的效率, 表 2 和表 3 分别给出了 HH 极化和 VV 极化下海面取不同长度时, 本文所提算法与传统

MoM 对图 1 中所示复合模型后向电磁散射进行仿真时所用时间对比. 表中海面剖分间隔取 0.1 m, 海面长度分别为  $L = 51.2, 102.4, 204.8, 409.6$  m, 观测次数选择  $M = 70$ , 其他参数均与表 1 中所取参数一致. 从表中可以看出, 本文所提算法在对图 1 中所示复合模型后向电磁散射进行仿真时计算时间明显少于传统矩量法, 且随着粗糙海面长度的增加, 所节省计算时间也随着增加. 这是因为随着海面长度的增加, (15) 式中  $M(K+1)/(pn)$  项的分母越大, 从而使得本文所提算法在计算后向散射问题中耗时趋向于传统矩量法的  $M/N = 0.4348$  倍.

表 1 不同观测次数下本文所提算法与 MoM 计算时间对比

计算方法极化方式	传统 MoM/s	本文算法/s				
		$M = 70$	$M = 80$	$M = 90$	$M = 100$	$M = 110$
HH 极化	13209.73	5696.69	6619.86	8709.94	10739.50	12431.52
VV 极化	13076.78	5701.48	6649.93	8146.90	11387.87	12685.02

表 2 HH 极化, 不同海面长度下本文所提算法与 MoM 计算时间对比

海面长度/m	51.2	102.4	204.8	409.6
本文算法/s	478.767	1354.681	5528.551	30821.320
传统 MoM/s	835.963	2665.137	11923.843	71481.359
$\eta$	57.27%	50.83%	46.37%	43.12%

表 3 VV 极化, 不同海面长度下本文所提算法与 MoM 计算时间对比

海面长度/m	51.2	102.4	204.8	409.6
本文算法/s	482.417	1367.598	5551.998	31237.905
传统 MoM/s	822.952	2666.275	11909.740	69825.049
$\eta$	58.62%	51.29%	46.62%	44.74%

需要特别指出的是, 利用 OMP 算法对原始电流向量进行恢复是一个非常耗时的过程, 如在 HH 极化下, 海面长度取  $L = 204.8$  m 时, 利用 OMP

恢复原始电流矩阵共耗时 362.359 s, 但是由于求解矩阵方程组也非常耗时, 且待求解问题为后向散射问题, 因此 OMP 恢复电流矩阵耗时在整个计算耗时中所占比重较小. 例如, 上述情况下, 求解一次 (2) 式中的矩阵方程组大概耗时 73.65 s, 因此利用传统 MoM 直接求解海面与舰船目标复合后向散射时, 求解矩阵方程组耗时 11857.916 s (需求解 161 次 (2) 式中的矩阵方程组), 而利用本文所提算法只需要求解 70 次 (2) 式中的矩阵方程组, 该过程耗时 5100.141 s. 图 8 给出了利用传统矩量法求解矩阵方程组耗时, 本文所提算法求解矩阵方程组耗时以及利用 OMP 恢复原始电流矩阵耗时的对比. 从图中可以看出, OMP 耗时在整个散射中所占比重较小, 且随着海面长度的增大, 其所占比重减少. 因此, 虽然利用 OMP 恢复原始电流矩阵耗时较

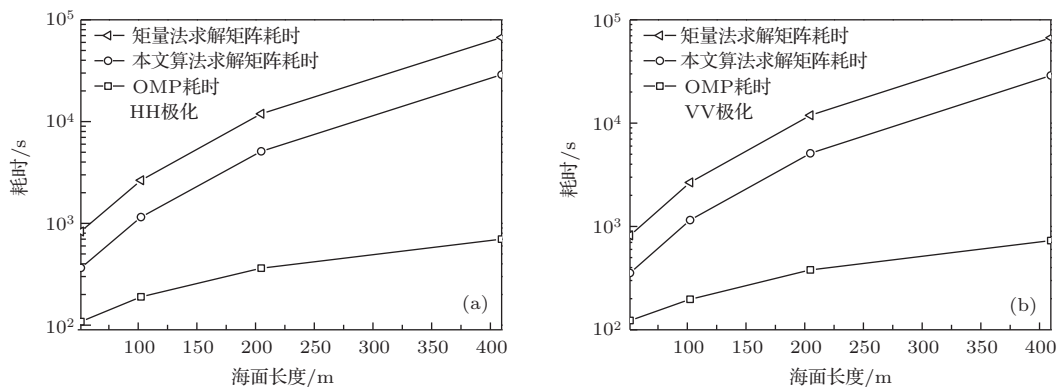


图 8 传统 MoM、本文所提算法求解矩阵方程组以及 OMP 恢复原始电流矩阵耗时对比 (a) HH 极化; (b) VV 极化

多,但是由于其在海面与舰船目标复合后向电磁散射中所占比重较小,使得整个计算中耗时以求解矩阵方程组为主,这就是为什么(15)式中的 $\eta$ 趋于 $M/N$ 的原因.

## 4 结 论

本文针对矩量法在计算宽角度电磁散射(尤其是对电大尺寸舰船目标与海面复合后向电磁散射仿真)时计算效率低下的问题,将压缩感知引入到矩量法中,提出了一种基于压缩感知的新算法.该算法将每个面元在所有角度入射下的电流系数当作一组信号,并引入一组新的低维度的入射源,通过求解该入射源入射下的积分方程组,得到原始电流对应的观测值,然后利用OMP算法恢复出原始入射波照射下的电流系数.通过与传统矩量法对比,说明了本文所提算法在保证计算精度的前提下能够明显提高计算效率.

定量分析观测矩阵是否具有RIP性质是非常困难的.虽然选取随机高斯矩阵作为观测矩阵时,在大多数情况下满足RIP性质,使得观测值恰好由稀疏信号的 $K$ 个稀疏位置的元素通过观测矩阵线性组合得到,从而能够从观测值中成功恢复出原始信号.但是,也有一定的概率使得观测过程破坏了信号中的信息,使得原始信号并不能从观测值中完全恢复出来.因此,如何构造观测矩阵是CS理论的一个重要方面.作者后续将考虑针对该问题中电流向量的特性,针对性的研究适用于该问题的稀疏转换基函数和观测矩阵以提高电流向量的稀疏性,减少观测次数,提高整体计算效率.

## 参考文献

- [1] Wang X D, Gan Y B, Li L W 2003 *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* **2** 319
- [2] Wang X D, Li L W 2009 *Prog. Electromagn. Res.* **91** 35

- [3] Wang R, Guo L X, Wang A Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3179 (in Chinese) [王蕊, 郭立新, 王安琪 2010 物理学报 **59** 3179]
- [4] Hestenes M R, Stiefel E 1952 *J. Res. Nat. Bur. Stand.* **49** 409
- [5] Rokhlin V 1990 *Antennas and Propagation Symposium Digest Dallas, USA, May 7–11, 1990* p80
- [6] Lu C C, Chew W C 1994 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **7** 466
- [7] Song J M, Chew W C 1995 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **10** 14
- [8] Wang A Q, Guo L X, Chai C 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050201
- [9] Wang A Q, Guo L X, Wei Y W, Ma J 2012 *Prog. Electromagn. Res.* **130** 85
- [10] Pino M, Obelleiro F, Landesa L, Burkholder R 2000 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **26** 78
- [11] Dehmollaian M, Biglary H 2012 *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio Science Meeting Chicago, United States, July 8–14, 2012* p1
- [12] Sheng X Q, Yung E K N 2002 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **50** 163
- [13] Ma J, Guo L X, Wang A Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3431
- [14] Lezar E, Davidson D B 2011 *International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications Torino, Italy, September 12–16, 2011* p452
- [15] Fang M, Song K H, Huang Z X, Wu X L 2013 *International Symposium on Antennas & Propagation Nanjing, China, October 23–25, 2013* p1268
- [16] Candès E J 2006 *Proceedings of the International Congress of Mathematicians Madrid, Spain, August 22–30, 2006* p1433
- [17] Donoho D L 2006 *IEEE Trans. Inf. Theory* **52** 1289
- [18] Wang Z, Wang B Z 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120202 (in Chinese) [王哲, 王秉中 2014 物理学报 **63** 120202]
- [19] Thorsos E I 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 78
- [20] Tropp J A, Gilbert A C 2007 *IEEE Trans. Inf. Theory* **53** 4655
- [21] Chen M S, Liu F L, Du H M, Wu X L 2011 *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* **10** 1243
- [22] Chen M S, Wang S W, Ma T, Wu X L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 170301 (in Chinese) [陈明生, 王时文, 马韬, 吴先良 2014 物理学报 **63** 170301]



# A new fast algorithm based on compressive sensing for composite electromagnetic back scattering from a 2D ship located on a 1D rough sea surface\*

Chai Shui-Rong<sup>†</sup> Guo Li-Xin

(School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

( Received 16 September 2014; revised manuscript received 21 October 2014 )

## Abstract

As one of the most popular numerical methods, the method of moments (MoM) is known for its high accuracy. Besides, MoM has other advantages. For example, the integral equations satisfy the Sommerfeld radiation condition automatically, the additional boundary conditions are not needed., etc. But if the wide angle problem, especially the composite electromagnetic back scattering from a ship place on sea surface, is considered, the MoM needs to solve the integral equation at every incident angle, which needs a large calculating quantity, and is time consuming. To solve this problem, a new efficient method based on the compressive sensing and the MoM is proposed and validated in this paper. A new incident source derived through multiplying the transform matrix by the voltage matrix is first introduced. And then the measurements of the induced currents can be obtained by solving the integral equation under the new incident source. Finally the original electromagnetic currents can be recovered by using the recovery algorithms (the orthogonal matching pursuit is used in this paper). The validity and the efficiency of the new method are demonstrated by comparing with the traditional MoM.

**Keywords:** compressive sensing, method of moments, ship, composite back scattering

**PACS:** 03.50.De, 41.20.-q

**DOI:** [10.7498/aps.64.060301](https://doi.org/10.7498/aps.64.060301)

---

\* Project supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars of China (Grant No. 61225002) and the Aeronautical Science Fund and Aviation Key Laboratory of Science and Technology on AISSS, China (Grant No. 20132081015).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [srchai1989@gmail.com](mailto:srchai1989@gmail.com)