

外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁化电流法磁力研究

谭丹 冷永刚 范胜波 高毓璘

Magnetic force of piezoelectric cantilever energy harvesting system with an externally applied magnetic field based on magnetizing current method

Tan Dan Leng Yong-Gang Fan Sheng-Bo Gao Yu-Ji

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 060502 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.060502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

单周期控制三电平 Boost 功率因数校正变换器的慢尺度分岔分析

[Analysis on the slow-scale bifurcation behaviors of one-cycle-controlled three-level Boost power factor correction converter](#)

物理学报.2015, 64(4): 040502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040502>

脉冲序列控制双断续导电模式 BIFRED 变换器的动力学建模与多周期行为

[Dynamical modeling and multi-periodic behavior analysis on pulse train controlled DCM-DCM BIFRED converter](#)

物理学报.2015, 64(1): 010501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010501>

基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究

[Wien-bridge chaotic oscillator based on first-order generalized memristor](#)

物理学报.2014, 63(24): 240505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240505>

非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析

[Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics](#)

物理学报.2014, 63(24): 240504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240504>

指向 Lyapunov 指数及其在单输入单输出系统故障检测中的应用

[Directional Lyapunov exponent and its application to fault detection of the single input single output system](#)

物理学报.2014, 63(22): 220505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220505>

外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁化电流法 磁力研究*

谭丹¹⁾ 冷永刚^{1)2)†} 范胜波¹⁾ 高毓璣¹⁾

1)(天津大学机械工程学院, 天津 300072)

2)(天津大学, 机构理论与装备设计教育部重点实验室, 天津 300072)

(2014年7月30日收到; 2014年10月14日收到修改稿)

以外加磁场压电悬臂梁能量采集系统结构为研究对象, 根据磁化电流方法探讨了具有悬臂梁特征的系统结构的磁场作用力及其计算方法, 给出了相应的磁力计算模型, 并将计算结果与实验数据进行了对比. 研究表明, 磁化电流方法导出的磁力计算模型存在偏差, 其磁力计算误差随着磁铁间距缩小而增大. 通过引入悬臂梁末端磁铁的偏转角度, 对磁化电流法计算模型进行改进, 得到合理的外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁力计算模型, 为该能量采集系统的进一步研究提供了可靠的磁力计算理论依据.

关键词: 能量采集, 磁力, 压电悬臂梁, 磁化电流

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: 10.7498/aps.64.060502

1 引言

目前微电子移动设备主要是依靠电池来提供能量, 由于传统的电池存在寿命短、需要经常更换等缺陷, 而这些缺陷难以从根本上消除解决, 因此如何为微电子移动设备提供持续不间断的电力能源越来越受到关注. 目前, 从环境中进行能量采集并转换为电能逐渐成为研究热点^[1], 尤其是从普遍存在振动的环境中采集能量已成为一个主要的研究方向. 在振动能量采集及其机电能量转换的系统中, 线性压电悬臂梁式能量采集器(或系统)^[2,3], 利用机械振荡器的共振特性将振动能量转换成电能, 由于其共振频带窄, 因此并不利于在实际宽频振动环境中的能量采集应用. 基于外加磁场的非线性压电悬臂梁式能量采集器^[4-7], 利用磁铁间的非线性作用力, 可在一定宽频率范围内有效采集实际环境振动能量, 提高了机电能量的转换效率.

在外加磁场压电悬臂梁能量采集系统研究中

的一个难点是外加磁场或磁力对压电悬臂梁的振动响应及其能量采集效率的影响. 磁铁之间的磁力作用计算是一个复杂的非线性问题, 有些研究工作回避磁力问题的分析, 而直接通过实验测量方式验证外加磁场, 可提高压电悬臂梁系统的机电能量转换效率^[8,9]; 也有研究者并得不出确切的磁力计算模型, 而是利用类比的方式得到在磁场作用下系统势能函数由线性单稳态到非线性双稳态的变化规律, 大致解释了外加磁场是如何提高压电悬臂梁系统的输出^[10]. 外加磁场压电悬臂梁系统的能量采集大小除了受到环境激励的影响外, 更重要的关键影响因素是系统中磁铁间的磁作用力, 它关系到进一步研究系统结构参数如磁铁尺寸、悬臂梁尺寸、磁铁间距等对系统输出的影响.

对于外加磁场压电悬臂梁能量采集系统, 其磁铁间作用力的常用分析方法之一是磁化电流方法. 该方法认为导磁材料在磁场中被磁化后, 其内部和表面产生磁化电流, 导磁材料在磁场中所受的力可

* 国家自然科学基金(批准号: 51275336)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20120032110001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn

根据这种磁化分子电流所受的力进行计算分析. 从目前文献检索看, 其中的磁化电流磁力分析计算常常省略了电流面密度, 认为是电流体密度在磁场中的作用而产生的磁力^[11,12]. 这种磁力简化分析方法与通常认为永磁体内部的磁化电流会相互抵消而只有表面存在磁化电流的分析方法有一定的出入^[13], 因此类似文献^[11, 12]的磁力计算结果存在一定的误差.

本文以外加磁场压电悬臂梁能量采集系统为研究对象, 针对磁化电流磁力计算模型存在的问题, 通过理论分析推导, 给出外加磁场压电悬臂梁能量采集系统中磁力计算的结果, 并与实验法测量的磁力结果进行比较, 阐述磁化电流法磁力计算误差的原因, 为外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的研究提供可靠的磁力分析的理论依据.

2 外加磁场压电悬臂梁能量采集系统

图1中左图为外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的结构示意图. 系统由压电材料(常用PZT)、悬臂梁和一对相同材料及形状和尺寸的磁铁组成. 将其中一块磁铁A粘接在悬臂梁的自由端, 另一块磁铁B固定. 磁铁B产生的磁场看成是磁铁A的外加磁场. 当系统处于平衡位置时, 不考虑磁铁A的重力对压电悬臂梁静力形变的影响, 此时磁铁A位于悬臂梁水平位置的延长线上, 磁铁A与外部磁铁B水平对且相互排斥, 两磁铁中心的距离为 d . 当在外界激励下, 悬臂梁产生振动, 使得悬臂梁上的压电材料变形, 根据压电效应系统可以将振动机械能转化为电能.

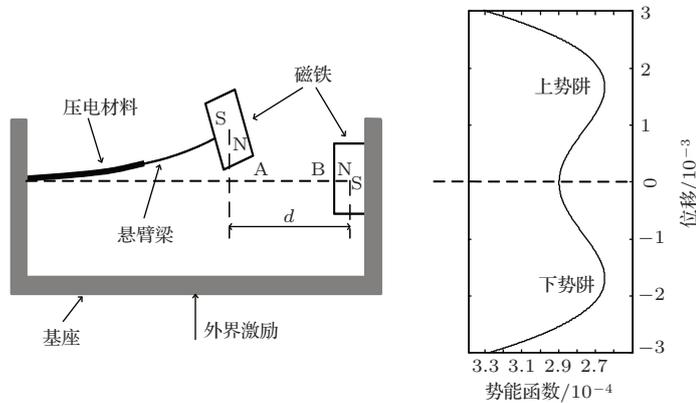


图1 外加磁场压电悬臂梁能量采集系统结构及其势能函数

当 d 足够大时, 两磁铁间的相互作用可以忽略, 悬臂梁自由端磁铁A可被视作质量块, 即系统是传统的线性悬臂梁能量采集系统. 而当 d 取适当值时, 磁铁间产生非线性作用力, 系统的势函数表现为双稳态非线性函数, 如图1右图所示, 即系统在上下两个势阱位置对应出现两个稳定平衡点, 在水平原点位置对应出现一个非稳定平衡点. 此时, 外界激励可使悬臂梁在两个势阱间做大幅度的跃迁振荡, 系统输出电压增大, 可以将更多的振动机械能转化为电能.

本文重点关注双稳态压电悬臂梁能量采集结构的非线性磁力计算问题, 这种双稳态结构中, 两磁铁之间的作用力可以用一个复杂的非线性方程表示, 它与悬臂梁自由端磁铁在垂直方向的位移以及两磁铁之间的水平间距有关. 下面将以磁化电流

法来研究系统中磁力的计算问题, 并将分析计算结果与实验法测量结果进行对比, 给出合理的外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁力计算模型.

3 外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁化电流法磁力分析

经典电磁理论认为, 导磁材料在磁场中所受的力可归结为分子电流所受的力. 导磁材料在磁场中被磁化后, 材料内部存在体内磁化电流, 材料表面存在表面磁化电流, 其各自磁化电流密度分别为^[14]

内部磁化电流体密度

$$\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M}, \quad (1)$$

表面磁化电流面密度

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{M} \times \mathbf{n}, \quad (2)$$

其中 \mathbf{M} 为介质磁化强度, \mathbf{n} 为表面法向矢量, ∇ 为梯度运算符. 则磁场对于导磁材料的作用力即磁场对于磁化电流的力^[15]

$$\mathbf{F} = \iiint_V \mathbf{J}_m \times \mathbf{B}_{\text{ext}} dv + \iint_S \mathbf{K}_m \times \mathbf{B}_{\text{ext}} ds, \quad (3)$$

式中 \mathbf{B}_{ext} 为磁铁外部介质中的磁感应强度, 即空气中的磁感应强度.

被均匀磁化的永磁体为线性各向同性介质, 其磁化强度 \mathbf{M} 为常数, 因此 $\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M} = 0$, 内部磁化电流消失^[13]. 于是磁场作用力(3)式变为

$$\mathbf{F} = \iint_S \mathbf{K}_m \times \mathbf{B}_{\text{ext}} ds. \quad (4)$$

对于一个形状为长方体的磁铁 A, 其磁化强度为 \mathbf{M}_A , 建立如图 2 所示的空间坐标系.

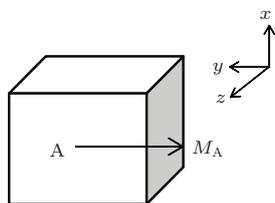


图 2 长方体磁铁 A 的空间结构示意图

在图 2 的空间坐标系中, 磁铁 A 各个表面的法线矢量为

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}} & (\text{上表面}) \\ -\hat{\mathbf{x}} & (\text{下表面}) \\ \hat{\mathbf{y}} & (\text{左侧面}) \\ -\hat{\mathbf{y}} & (\text{右侧面}) \\ \hat{\mathbf{z}} & (\text{前表面}) \\ -\hat{\mathbf{z}} & (\text{后表面}) \end{cases}, \quad (5)$$

上式各字母上的符号“^”表示各方向上的单位矢量. 磁铁 A 的磁化强度沿 y 轴负方向, 即 $\mathbf{M}_A = -M_A \hat{\mathbf{y}}$, 因此, 其对应的表面磁化电流面

密度 $\mathbf{K}_m = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$ 为

$$\mathbf{K}_m = \begin{cases} M_A \hat{\mathbf{z}} & (\text{上表面}) \\ -M_A \hat{\mathbf{z}} & (\text{下表面}) \\ 0 & (\text{左侧面}) \\ 0 & (\text{右侧面}) \\ -M_A \hat{\mathbf{x}} & (\text{前表面}) \\ M_A \hat{\mathbf{x}} & (\text{后表面}) \end{cases}. \quad (6)$$

给出磁铁 A 的表面磁化电流, 如图 3 所示. 将具有图 3 表面磁化电流的磁铁 A 置于磁场中, 该磁场由磁铁 B 产生, 磁铁 B 的形状、大小和材料与磁铁 A 的相同, 且磁铁 B 的磁化强度为 \mathbf{M}_B , 两磁铁水平对中且相互排斥, 如图 4 所示.

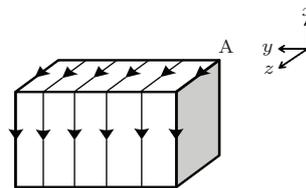


图 3 磁铁 A 的磁化电流方向示意图

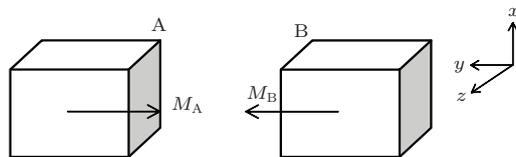


图 4 磁铁 B 产生的磁场对磁铁 A 的作用

磁铁 A, B 之间的作用力可以归结为磁铁 A 的磁化电流在磁铁 B 所产生的磁场中受到的力, 即 $\mathbf{F} = \iint_S \mathbf{K}_m \times \mathbf{B}_{\text{ext-B}} ds$, $\mathbf{B}_{\text{ext-B}}$ 表示磁铁 B 的磁感应强度.

通常, 各向同性磁介质中的磁感应强度可表示为

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (7)$$

磁导率 $\mu = \mu_0 \mu_r$, 其中 μ_0 为真空磁导率, μ_r 为空气的相对磁导率, 取值为 1; \mathbf{H} 为磁场强度. 因此可得

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (8)$$

为了计算沿 x 轴方向上的磁力 \mathbf{F}_x , 不难理解只考虑 y 方向的磁场强度 \mathbf{H}_y 即可, 将该方向的磁感应强度(8)式代入(4)式可得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_x &= \iint_S \mathbf{K}_m \times \mu_0 \mathbf{H}_y ds \\
 &= \begin{cases} -\iint_S M_A \times \mu_0 H_{y1} ds \hat{\mathbf{x}} & \text{(上表面)} \\ \iint_S M_A \times \mu_0 H_{y2} ds \hat{\mathbf{x}} & \text{(下表面)} \\ 0 & \text{(左侧面)} \\ 0 & \text{(右侧面)} \\ 0 & \text{(前表面)} \\ 0 & \text{(后表面)} \end{cases}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中, H_{y1} 和 H_{y2} 分别表示磁铁B产生的磁场在磁铁A的上表面和下表面中心处的沿 y 轴方向上的磁场强度大小. 因此, 磁铁A在磁铁B所产生的磁场中, 受到的沿 x 轴方向上的磁力 \mathbf{F}_x 为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_x &= \iint_S M_A \times \mu_0 H_{y2} ds \hat{\mathbf{x}} \\
 &\quad - \iint_S M_A \times \mu_0 H_{y1} ds \hat{\mathbf{x}} \\
 &= \iint_S M_A \times \mu_0 (H_{y2} - H_{y1}) ds \hat{\mathbf{x}}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

(10) 式即为图4两磁铁沿 x 方向的磁力作用计算公式. 由于磁场在导磁材料所在区域分布的复杂性, 故直接使用该式积分来求磁场力往往比较困难, 一般假设磁场在导磁材料所在区域分布均匀一致. 这样磁力大小可表示为

$$F_x = \mu_0 M_A S (H_{y2} - H_{y1}), \quad (11)$$

式中 M_A 为磁铁A本身的磁化强度大小, S 为磁铁A的上(或下)表面的面积.

以磁铁B中心为坐标原点, 因其磁化强度方向沿 y 轴、大小为 M_B , 则在空间任意点坐标 (x, y, z) 处所产生的沿 y 轴方向的磁场强度为^[16]

$$\begin{aligned}
 H_y(x, y, z) &= \frac{M_B}{4\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{x_p z_p}{y \sqrt{x_p^2 + z_p^2 + y^2}} \right) \right. \\
 &\quad + \tan^{-1} \left(\frac{x_n z_n}{y \sqrt{x_n^2 + z_n^2 + y^2}} \right) \\
 &\quad - \tan^{-1} \left(\frac{x_n z_p}{y \sqrt{x_n^2 + z_p^2 + y^2}} \right) \\
 &\quad \left. - \tan^{-1} \left(\frac{x_p z_n}{y \sqrt{x_p^2 + z_n^2 + y^2}} \right) \right], \quad (12)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 x_p &= x + \frac{h_B}{2}, & x_n &= x - \frac{h_B}{2}, \\
 z_p &= z + \frac{w_B}{2}, & z_n &= z - \frac{w_B}{2},
 \end{aligned}$$

h_B, w_B 分别为磁铁B的高、宽, 参见图5.

图5为图1外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的结构简图, 悬臂梁自由端磁铁A的磁化强度为 M_A , 固定磁铁B的磁化强度为 M_B , 悬臂梁位于水平位置时, 两磁铁磁化强度方向均与 y 轴方向平行, 此时两磁铁位置和状态与图4的情况一致. l_b 为悬臂梁长度; l_A, w_A, h_A 分别为磁铁A的长、宽、高; l_B, w_B, h_B 分别为磁铁B的长、宽、高; e 为两磁铁水平间隔距离.

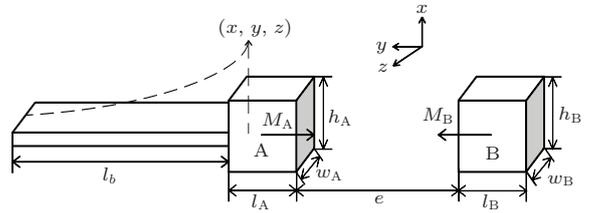


图5 外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的结构示意图

此结构中为了讨论非线性磁力作用对于系统动力学行为的影响, 重点关注使得磁铁上下振动的磁力, 即沿 x 轴方向的磁力计算(11)式. 至于沿 y 轴方向的磁力, 由于其变化对于系统中总势能的影响极小, 因此可以忽略不计^[17].

在磁铁B中心为坐标原点的条件下, 记悬臂梁自由端磁铁的中心点A的坐标为 (x, y, z) 来描述磁铁A在振动过程中的位置变化. 当悬臂梁处于水平位置时, 磁铁A中心坐标为 $(0, d, 0)$, $d = e + l_A/2 + l_B/2$ 为两磁铁中心距离. 当磁铁A上下振动时, 根据图5两磁铁的位置关系, 磁铁A上表面中心处坐标为 $(x + h_A/2, d, 0)$, 下表面中心处坐标为 $(x - h_A/2, d, 0)$. 将磁铁A上、下表面中心坐标分别代入(12)式可分别计算得到 H_{y1}, H_{y2} . 于是由(11)式可得到磁铁间作用力(x 轴方向的磁力)为

$$\begin{aligned}
 F_x &= \mu_0 M_A S \left[H_{y2} \left(x - \frac{h_A}{2}, d, 0 \right) \right. \\
 &\quad \left. - H_{y1} \left(x + \frac{h_A}{2}, d, 0 \right) \right], \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中 $S = l_A w_A$ 为磁铁A的上(或下)表面的面积, x 代表悬臂梁自由端磁铁A的垂直位移.

为了验证(13)式的准确性,以文献[17]中实验数据为基准真值进行对比分析.文献[17]的实验装置如图6(a)所示.分别测量两磁铁水平间隔距离 e 为4, 5, 10 mm时磁力的大小,文献[17]给出的结果见图6(b),图中的点即为实验测量数据.

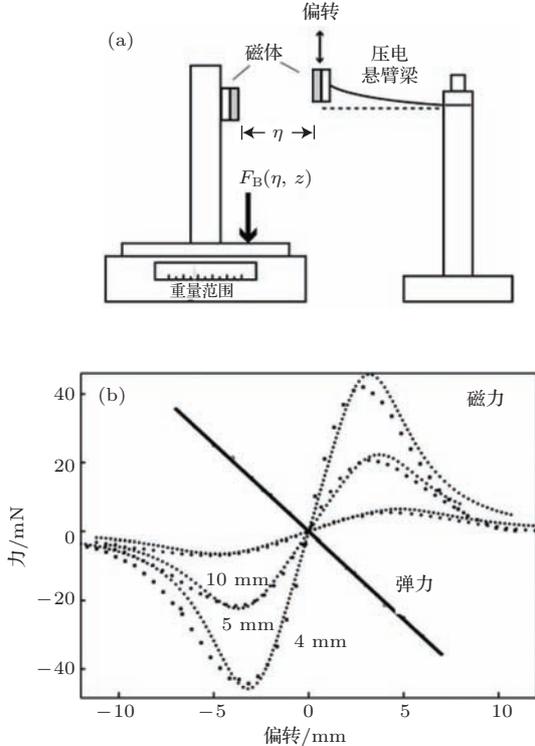


图6 实验法测量磁力 (a) 磁力测量实验装置; (b) 实验测量磁力曲线

图7是根据磁化电流法磁力计算(13)式,利用MATLAB软件进行数值仿真得到的磁力计算结果,其中的参数均与图6的参数一致,悬臂梁长 $l_b = 44$ mm,两磁铁长度 $l_A = l_B = 1.5$ mm,宽度 $w_A = w_B = 4.76$ mm,高度 $h_A = h_B = 3.74$ mm,磁铁A, B的磁化强度均为 4.3×10^5 A·m⁻¹.对比图7和图6(b),可以看出磁化电流法得出的磁力曲线与实验数据整体趋势一致,随着磁铁间距的增大,磁铁间的作用力曲线整体减小;对于某个有限磁铁间距 e ,当悬臂梁自由端磁铁A垂直位移 x 增大时,磁铁间的作用力先增大达到最大值,之后随着垂直位移的增大而减小,而且产生最大磁力的偏移量 x ,会随着磁铁间距 e 的减小而稍稍减小.比较两图的磁力数据值(特别是最大磁力值),磁铁间距 e 逐渐缩小时,计算与实验结果误差逐渐增大,在最小磁铁间距 $e = 4$ mm时,磁化电流法得出的结果要远小于实验测量结果.

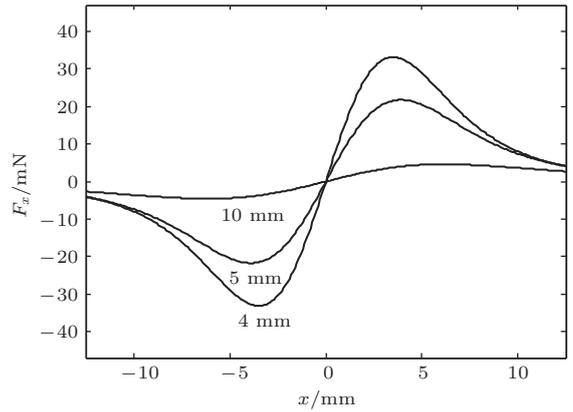


图7 根据磁化电流法得出的磁力函数图像

之所以根据磁化电流法得到的计算结果与实验测量结果存在一定误差,其原因在于:(13)式计算的前提条件认为,悬臂梁自由端磁铁A在运动过程中一直为水平状态,这样磁场强度 H_{y1} 和 H_{y2} 的计算坐标可分别始终为 $(x + \frac{h_A}{2}, d, 0)$ 和 $(x - \frac{h_A}{2}, d, 0)$,即为悬臂梁水平状态时磁铁A的上、下表面中心点坐标.然而,在实际压电悬臂梁振动过程中,由于自由端磁铁A会发生绕 z 轴的转动,并不能够满足(13)式磁铁A运动过程一直为水平状态的要求,因此磁场强度 H_{y1} 和 H_{y2} 的计算需要重新考虑.下面分析悬臂梁振动导致磁铁A发生绕 z 轴转动的磁力计算.

图8是压电悬臂梁振动使其自由端磁铁A发生绕 z 轴转动后的状态图.以固定磁铁B的中心为坐标原点建立坐标系,记磁铁A上下表面的中心点分别为 O_1, O_2 ,为了计算其坐标,引入磁铁A的磁化强度 M_A 与水平方向的偏转角度 φ .

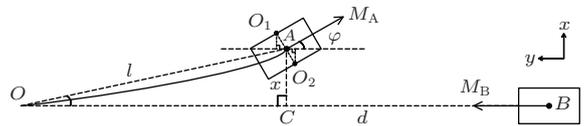


图8 磁铁A振动过程发生转动状态的磁力分析

图8中,悬臂梁固定端记为点O,磁铁中心A点在水平方向的映射记为点C.由于贴有压电片的悬臂梁刚度很高,可以近似认为悬臂梁为小角度振动,因此可近似得 $BC = d, OA = l = l_b + l_A/2$,

$\angle AOC = \varphi$, 则有

$$\sin \varphi = \sin \angle AOC = \frac{AC}{AO} = \frac{x}{l_b + \frac{l_A}{2}}, \quad (14)$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}, \quad (15)$$

其中, l_b 为悬臂梁长度, l_A 为磁铁 A 的长度.

因此, 上表面中心点 O_1 的 x 坐标为 $x + O_1A \cdot \cos \varphi$, y 坐标为 $d + O_1A \cdot \sin \varphi$, 其中, $O_1A = h_A/2$, 则点 O_1 的空间坐标为

$$\left(x + \frac{h_A}{2} \cdot \cos \varphi, d + \frac{h_A}{2} \cdot \sin \varphi, 0 \right).$$

同理可得点 O_2 的空间坐标为

$$\left(x - \frac{h_A}{2} \cdot \cos \varphi, d - \frac{h_A}{2} \cdot \sin \varphi, 0 \right).$$

将点 O_1 和 O_2 的坐标分别代入 (12) 式可分别得 H_{y1} 和 H_{y2} , 则由 (11) 式得到改进后的磁铁间作用力 F'_x (x 轴方向的磁力) 为

$$\begin{aligned} F'_x &= \mu_0 M_A S \\ &\times \left[H_{y2} \left(x - \frac{h_A}{2} \cdot \cos \varphi, d - \frac{h_A}{2} \cdot \sin \varphi, 0 \right) \right. \\ &\left. - H_{y1} \left(x + \frac{h_A}{2} \cdot \cos \varphi, d + \frac{h_A}{2} \cdot \sin \varphi, 0 \right) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $S = l_A w_A$ 仍然为磁铁 A 的上 (或下) 表面的面积, x 代表悬臂梁自由端磁铁 A 的垂直位移.

同样以文献 [17] 中实验数据为基准真值进行对比分析, 验证 (16) 式的准确性. 数值给出两磁铁水平间隔距离 e 分别为 4, 5, 10 mm 时磁力 F'_x 随 x 的变化曲线, 如图 9 中的实线所示. 作为对比, 图 9 中同时给出了由 (13) 式得到的图 7 磁力数值结果, 如图中虚线所示. 其中的计算参数均与图 6 的参数一致.

比较图 9 中改进后磁力计算结果 (实线) 与图 6 (b) 的实验测量结果可以看出, 改进后的磁力计算结果虽然仍然小于实验测量结果, 且随着两磁铁水平间距缩小其误差也仍然增大, 但是与改进前的磁力计算结果 (虚线) 相比可以发现, 改进后的磁力计算结果更接近于实验结果, 表明改进后的磁力计算模型更适合磁铁实际振动状态的分析. 因为改进后的磁力计算模型考虑了悬臂梁振动导致磁铁 A 发生绕 z 轴的转动, 重新计算了磁铁 A 上下

表面中心处的磁场强度, 因此计算得到的磁力更加准确.

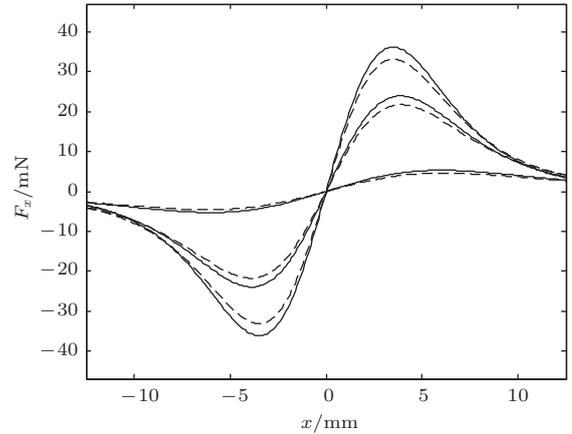


图 9 根据磁化电流法得出的改进前后的磁力函数图像 (实线为改进后的磁力图像; 虚线为改进前的磁力图像)

改进后磁力计算结果之所以仍然存在误差, 是因为计算模型中假设悬臂梁为小角度振动, 可以得到 $BC = d$, $OA = l = l_b + l_A/2$, $\angle AOC = \varphi$ 等关系式. 而当两磁铁间距较小时, 由于磁力较大, 悬臂梁振动幅度也增大, 因此悬臂梁振动不能满足小角度振动的假设条件, 此时实际磁铁间距 $BC > d$, 实际角度 $\varphi > \angle AOC$, 于是在悬臂梁非小角度振动计算磁场强度 $H_{y1}(x_1, y_1, 0)$ 和 $H_{y2}(x_2, y_2, 0)$ 时, 相对于 (16) 式中的磁场强度坐标值, x_1 减小、 y_1 增大、 x_2 增大、 y_2 减小, 这样的坐标值将导致磁铁间作用力 F'_x 增大. 例如以图 9 参数及其间隔距离 $e = 4$ mm 为例, 任意给 d 和 φ 小增量, 使 x_1 减小、 y_1 增大、 x_2 增大、 y_2 减小, 可得磁力 F'_x 随 x 的变化曲线, 如图 10 中点划线所示. 图 10 中实线为根据 (16) 式假设悬臂梁为小角度振动得到的图 9 改进后的磁力数值结果.

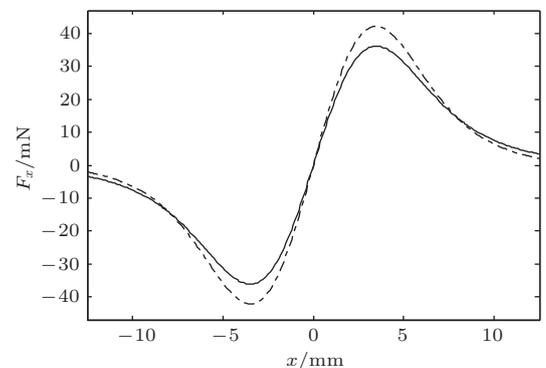


图 10 悬臂梁小角度 (实线) 和非小角度 (点划线) 振动的磁力计算比较

从图 10 两条曲线对比可清晰地知道, 在磁铁间隔距离很小时考虑悬臂梁非小角度振动, 其磁力计算结果更接近于实际 F'_x 磁力测量值, 这就定性解释了改进后磁力计算模型仍然存在误差的原因.

4 结 论

本文根据磁化电流原理, 探讨了外加磁场压电悬臂梁能量采集系统中磁力的计算问题. 研究结果表明, 磁化电流法推导出的磁力计算模型存在一定的误差, 其磁力计算结果通常要小于实际磁力大小, 原因在于悬臂梁振动过程中, 自由端磁铁会发生转动, 不能满足理论推导过程中磁铁始终保持水平状态的假设条件. 针对磁化电流磁力计算模型存在误差的问题, 本文考虑了悬臂梁自由端磁铁偏转角度因素, 提出了磁化电流磁力计算的改进模型, 此改进模型的磁力计算结果减小了磁力计算误差, 比改进前的磁力计算结果更接近于实际磁力值.

参考文献

- [1] Priya S, Inman D J (Translated by Huang J Q, Huang Q A) 2010 *Energy Harvesting technologies* (Nanjing: Dongnan University Press) pp1-4 (in Chinese) [(印)沙山克·普利亚, (美)丹尼尔·茵曼 著 (黄见秋, 黄庆安 译) 2010 能量收集技术 (南京: 东南大学出版社) 第 1—4 页]
- [2] Kim H S, Kim J H, Kim J 2011 *Int. J. Precis. Eng. Man.* **12** 1129
- [3] Lu Y W, Shan X B, Yuan J B, Xie T 2010 *Machinery Design & Manufacture* **5** 118 (in Chinese) [卢有为, 单小彪, 袁江波, 谢涛 2010 机械设计与制造 **5** 118]
- [4] Cottone F, Vocca H, Gammaitoni L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 080601
- [5] Andò B, Baglio S, Trigona C, Dumas N, Latorre L, Nouet P 2010 *J. Micromech. Microeng.* **20** 125020
- [6] S Stanton S C, McGehee C C, Mann B P 2010 *Physica D* **239** 640
- [7] Fan K Q, Xu C H, Wang W D, Fang Y 2014 *Chin. Phys. B* **23** 084501
- [8] Han Q W, Li K, Yan L, Zhou J L, Wang Y, Chen W L H 2011 *Piezoelectr. Acoustoop.* **33** 85 (in Chinese) [韩权威, 李坤, 严玲, 周金龙, 王雨, 陈王丽华 2011 压电与声光 **33** 85]
- [9] Ma H A, Liu J Q, Tang G, Yang C S, Li Y G 2011 *Trans. Microsyst. Technol.* **30** 66 (in Chinese) [马华安, 刘景全, 唐刚, 杨春生, 李以贵 2011 传感器与微系统 **30** 66]
- [10] Ferrari M, Ferrari V, Guizzetti M, Andò B, Baglio S, Trigona C 2010 *Sensor Actuat. A: Phys.* **162** 425
- [11] Chen Z S, Yang Y M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 074301 (in Chinese) [陈仲生, 杨拥民 2011 物理学报 **60** 074301]
- [12] Gao Y J, Leng Y G, Fan S B, Lai Z H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 090501 (in Chinese) [高毓璣, 冷永刚, 范胜波, 赖志慧 2014 物理学报 **63** 090501]
- [13] Furlani E P, Reznik S, Kroll A 1995 *IEEE Trans. Magn.* **31** 844
- [14] Agashe J S, Arnold D P 2008 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41** 105001
- [15] Bobbio S, Delfino F, Girdinio P, Molino P 2000 *IEEE Trans. Magn.* **36** 663
- [16] Akoun G, Yonnet J P 1984 *IEEE Trans. Magn.* **20** 1962
- [17] Lin J T, Lee B, Alphenaar B 2010 *Smart Mater. Struct.* **19** 045012

Magnetic force of piezoelectric cantilever energy harvesting system with an externally applied magnetic field based on magnetizing current method*

Tan Dan¹⁾ Leng Yong-Gang^{1)2)†} Fan Sheng-Bo¹⁾ Gao Yu-Ji¹⁾

1) (School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

2) (Key Laboratory of Mechanism Theory and Equipment Design of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(Received 30 July 2014; revised manuscript received 14 October 2014)

Abstract

This paper focuses on the piezoelectric cantilever energy harvesting system with an externally applied magnetic field. The calculation method and model for the magnetic force are proposed from the magnetizing current method, and the calculation results are compared with a set of experimental data. The study shows that there is a deviation in the calculation model derived by the magnetizing current method, which increases as the distance between two magnets decreases. The calculation model is improved by introducing the deflection angle of the magnet at the end of the cantilever beam, and is reliable to calculate the magnetic force of piezoelectric cantilever energy harvesting system with an externally applied magnetic field for further studying this energy harvesting system.

Keywords: energy harvesting, magnetic force, piezoelectric cantilever beam, magnetizing current

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: [10.7498/aps.64.060502](https://doi.org/10.7498/aps.64.060502)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275336), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of High Education of China (Grant No. 20120032110001).

† Corresponding author. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn