## 物理学报 Acta Physica Sinica





Institute of Physics, CAS

Duffing 振子微弱信号检测盲区消除及检测统计量构造

牛德智 陈长兴 班斐 徐浩翔 李永宾 王卓 任晓岳 陈强

Blind angle elimination method in weak signal detection with Duffing oscillator and construction of detection statistics

Niu De-Zhi Chen Chang-Xing Ban Fei Xu Hao-Xiang Li Yong-Bin Wang Zhuo Ren Xiao-Yue Chen Qiang

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 060503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.060503 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060503 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

单周期控制三电平 Boost 功率因数校正变换器的慢尺度分岔分析

Analysis on the slow-scale bifurcation behaviors of one-cycle-controlled three-level Boost power factor correction converter

物理学报.2015, 64(4): 040502 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040502

脉冲序列控制双断续导电模式BIFRED变换器的动力学建模与多周期行为

Dynamical modeling and multi-periodic behavior analysis on pulse train controlled DCM-DCM BIFRED converter

物理学报.2015, 64(1): 010501 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010501

基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究

Wien-bridge chaotic oscillator based on fisrt-order generalized memristor 物理学报.2014, 63(24): 240505 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240505

非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析

Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics 物理学报.2014, 63(24): 240504 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240504

指向 Lyapunov 指数及其在单输入单输出系统故障检测中的应用

Directional Lyapunov exponent and its application to fault detection of the single input single output system 物理学报.2014, 63(22): 220505 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220505

# Duffing振子微弱信号检测盲区消除及 检测统计量构造<sup>\*</sup>

牛德智<sup>1)2)†</sup> 陈长兴<sup>1)</sup> 班斐<sup>3)</sup> 徐浩翔<sup>4)</sup> 李永宾<sup>4)</sup> 王卓<sup>1)</sup> 任晓岳<sup>1)</sup> 陈强<sup>1)</sup>

(空军工程大学理学院,西安 710051)
 (西安通信学院,西安 710106)
 (空军工程大学科研部,西安 710051)
 (空军工程大学装备管理与安全工程学院,西安 710051)
 (2014年6月26日收到;2014年11月19日收到修改稿)

针对 Duffing 振子进行同频微弱信号检测时存在的检测盲区,提出了一种策动力移相法予以消除.结合微弱信号特性对检测盲区表达式进行分析,得出了策动力与待测信号的"相差"位于检测盲区时的角度范围,通过使策动力相位产生相移量 π 后实现对同频信号的检测,实验证明了方法的可行性.为了克服定性分析的不足和有效区分振子系统信号检测过程中出现的不同状态,构造了一个基于类 Halmiton 系统的检测统计量,并设计了基于该统计量的任意频率信号检测方法步骤,方法的核心是以检测统计量出现极大值处所在的连续两个频点作为待测信号的频率范围.在不同检测过程的仿真实验基础上,给出了混沌、间歇混沌和大周期的检测统计量数值范围,进而利用该数值范围作为判据实现了对任意频率信号的检测.实验结果表明,该方法不仅为系统状态提供了定量的判据准则,而且提高了信号检测性能,进一步完善了现有利用 Duffing 振子进行微弱信号检测的方法.

关键词: Duffing 振子, 微弱信号, 检测盲区, 检测统计量 PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

**DOI:** 10.7498/aps.64.060503

#### 1引言

在强噪声环境中有效检测出微弱信号具有工程应用的重大意义. 传统的检测方法一般是对接收信号进行噪声滤除来实现, 能检测的信噪比有限, 而且此类方法很容易对有用的信号造成损害. 近年来, 随着非线性科学的迅速发展, 基于非线性系统的信号检测技术为该问题的研究提供了新的思路<sup>[1,2]</sup>. 自1992年Birx<sup>[3]</sup>提出将Duffing混沌振子用于微弱信号检测起, 利用混沌振子进行微弱信号的检测已成为一个研究热点. 混沌振子具有对微弱周期信号的敏感性和对噪声的免疫性, 可实现的最

低检测信噪比达 –111 dB. 由于其良好的检测性能, 该方法已被逐渐应用到雷达、声纳、通讯、生物医学 等工程领域<sup>[4-6]</sup>.

目前, Duffing 振子实现了对 chrip 信号、微弱 正弦信号、舰船线谱等的有效检测<sup>[7-9]</sup>, 且也出现 了将基于 Duffing 系统的各种变形方法用于信号检 测, 如联合增益递推的 Duffing 系统弱信号检测算 法、双耦合 Duffing 振子系统检测强色噪声背景中 周期信号的方法等<sup>[10]</sup>.在理论完善和方法推广方 面, 文献 [11, 12] 采用 Melnikov 函数分析的方法给 出了混沌阈值的表达式, 并用实验方法给出了混沌 向大周期跃迁的临界值; 文献 [13] 为减小过渡过程

<sup>\*</sup> 陕西省自然科学基础研究计划项目(批准号: 2014JM8344)资助的课题.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: niudezhi 001@163.com

<sup>© 2015</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

对检测性能的影响,给出了一种改进型的检测方法; 文献 [14] 指出了间歇混沌的振荡周期及间歇混沌现象可辨认的频率间隔; 文献 [15, 16] 用振子阵列实现了对任意频率信号的检测; 文献 [9] 只需采用一个振子结构,通过构造策动力序列项的方法就可实现通过振子阵列检测任意信号频率的功能; 文献 [17] 在三维空间里研究 Duffing 系统特性, 深入揭示了状态演化的规律; 文献 [18] 利用一阶非线性非自治 Duffing 方程的吸引子曲线,实现了对基于随机共振的微弱信号检测方法的统一和延拓, 具有一定借鉴意义.

在现有的研究成果中, Duffing 振子信号检测 方法中还存在两个方面的问题: 一是通过混沌向大 周期的转化进行同频信号检测时存在检测盲区<sup>[16]</sup>; 二是利用状态转化来进行信号检测时主要停留在 定性分析上,这主要是指通过观察时域序列图和相 图等方式进行系统所处状态的判决,显然这具有一 定的主观性<sup>[9]</sup>.针对问题二,魏恒东等<sup>[19]</sup>构造了 伪哈密顿量进行混沌态向大周期态转化的判断,但 是该方法在构造统计量时没有考虑阻尼项和策动 力项,也无法检测出间歇混沌状态. 文献 [20, 21] 提 出了基于Lyapunov指数的状态判据方法,给出了 伴随策动力变化的Lvapunov指数统计特性,该方 法仅限于待测信号与策动力频率相同的情形. 路鹏 和李月<sup>[22]</sup>用大周期状态下的周期平均面积作为几 何特征量,给出了同频微弱信号幅度估计的方法, 当待测信号频率不同时方法需要做进一步的完善. 建立一种更为合理的统计判据方法,使其能够有效 区分出Duffing系统演化过程中的各个状态,并且 可以根据该统计量实现对任意频率信号的检测,是 解决问题二所应重点考虑的方向.

基于以上分析,本文提出了一种同频信号检测盲区消除方法,该方法不再受待测信号初相的范围限制,从而可以有效判断出信号的有无.进一步,根据Duffing方程构造出类Halmiton系统检测统计量,使其可以有效区分混沌、间歇混沌和大周期状态,基于该统计量实现对任意频率未知信号的检测.

### 2 Duffing 振子微弱信号检测原理

Homes型 Duffing 方程一般表示为

$$\ddot{x} + \mu \dot{x} - x + x^3 = F\cos(wt), \qquad (1)$$

在该方程中, μ为阻尼比, F cos(wt) 为系统的周期 策动力, 伴随 F 的变化, 系统分别表现出倍周期振 荡、混沌和大周期状态. 记混沌和大周期态之间的 临界值为 F<sub>d</sub>, 则利用 Duffing 振子进行微弱信号检 测的原理就是: 将 F 设置成临界值, 当加入微弱的 待测信号 s(t) 时, 系统总的策动力幅值将大于 F<sub>d</sub>, 从而根据系统的状态变化检测出待测信号.

设待测信号 $s(t) = A\cos(w_x t + \varphi) = A\cos((w + \Delta w)t + \varphi)$ (其中 $w_x = w + \Delta w$ ),在不考虑噪声影响时(因Duffing系统具有很强的噪声免疫性<sup>[14]</sup>),方程(1)中系统总的策动力(合成策动力)为

$$F_{d} \cos(wt) + s(t)$$
  
=  $F_{d} \cos(wt) + A \cos((w + \Delta w)t + \varphi)$   
=  $F(t) \cos(wt + \theta(t)),$  (2)

其中, F(t) 为合成策动力幅值部分,  $\theta(t)$  为合成策 动力初相部分, 表达式分别为

$$F(t) = \sqrt{F_{\rm d}^2 + 2F_{\rm d}A\cos(\Delta wt + \varphi) + A^2}, \quad (3)$$

$$A\sin(\Delta wt + \varphi)$$

$$\theta(t) = \arctan \frac{A \sin(\Delta w t + \varphi)}{F_{\rm d} + A \cos(\Delta w t + \varphi)}.$$
(4)

对于微弱信号而言,常有 $A \ll F_d$ ,则 $\theta(t)$ 一项近似为0.这样,基于Duffing振子的微弱信号检测就是要讨论 $F(t) = F_d$ 的关系,进而得到系统处于哪种状态以实现对待测信号的检测.由于 $\Delta w$ 的存在,信号检测将分为同频或者有频差两种情况.

一般为实现对任意频率信号的检测<sup>[16]</sup>,常采 用等价检测模型,其状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = wy, \\ \dot{y} = w(-\mu y + x - x^3 + F_d \cos(wt) + s(t)). \end{cases}$$
(5)

#### 2.1 待测信号与策动力频率相同时的检测

当待测信号与策动力频率相同, 即 $\Delta w = 0$ 时, 策动力幅值为

$$F(t) = \sqrt{F_{\rm d}^2 + 2F_{\rm d}A\cos\varphi + A^2}.$$
 (6)

由分析知, 当 $\varphi \in (0, \pi - \arccos(A/(2F_d))) \cup$ ( $\pi + \arccos(A/(2F_d)), 2\pi$ )时,  $F(t) > F_d$ , 此时 系统会发生混沌态到大周期的转化(表现为大 周期态), 通过该变化可以检测出待测信号, 将 此时 $\varphi$ 对应的角度区间称作可检测区. 而当  $\varphi \in [\pi - \arccos(A/(2F_d)), \pi + \arccos(A/(2F_d))]$ 时,  $F(t) \leq F_d$ , 此时系统状态仍为混沌态, 尽管有待测

1

信号加入,但是信号不能被检测出来,即待测信号 落入检测盲区.本文第3节将对该问题进行进一步 讨论.

### 2.2 待测信号与策动力频率存在频差时 的检测

当待测信号与策动力频率存在一定的频差,即  $\Delta w \neq 0$ 时:

$$(F_{\rm d} - A)^2 \leqslant F_{\rm d}^2 + 2F_{\rm d}A\cos(\Delta wt + \varphi) + A^2$$
$$\leqslant (F_{\rm d} + A)^2, \tag{7}$$

F(t)将会在  $[F_d - A, F_d + A]$ 之间变化,此时系 统呈现间歇混沌状态.研究表明,  $|\Delta w/w| \leq 0.03$ 时<sup>[15]</sup>, 有规则的间歇混沌现象可以被辨认出来,在 时域上间歇混沌的周期为 $2\pi/\Delta w$ ,则据此也可以 检测出待测信号.

3 一种检测盲区消除方法

#### 3.1 方法的实现

在 2.1 小节中, 我们指出了 Duffing 振子检测同 频信号存在盲区, 当φ位于检测盲区时, 系统不能 检测出该信号. 实质上, 此处φ代表的是原策动力 与待测信号的初相之差, 本文将其简称为"相差". 在原策动力初相为0时, "相差"就只含待测信号初 相, 即为φ. 要消除检测盲区, 则要设法将影响合成 策动力幅值的"相差"由检测盲区移至可检测区.

在 微 弱 信 号 检 测 时,  $A \ll F_d$ , 则 有 arccos( $A/2F_d$ )  $\approx \pi/2$ , 这样检测盲区实质上就是 ( $\pi/2, 3\pi/2$ ), 相应的可检测区近似为( $-\pi/2, \pi/2$ ). 考虑策动力中含有初相 $\alpha$ 的情况, 当Duffing方程 中加入待测信号后,系统总的策动力项(合成策动 力项)为

$$F_{d} \cos(wt + \alpha) + A \cos(wt + \varphi)$$

$$= F_{d}(\cos(wt) \cos \alpha - \sin(wt) \sin \alpha)$$

$$+ A(\cos(wt) \cos \varphi - \sin(wt) \sin \varphi)$$

$$= (F_{d} \cos \alpha + A \cos \varphi) \cos(wt)$$

$$- (F_{d} \sin \alpha + A \sin \varphi) \sin(wt)$$

$$= F' \cos(wt + \theta'), \qquad (8)$$

其中,

$$F' = \sqrt{(F_{\rm d} \cos \alpha + A \cos \varphi)^2 + (F_{\rm d} \sin \alpha + A \sin \varphi)^2}$$
$$= \sqrt{F_{\rm d}^2 + A^2 + 2F_{\rm d}A \cos(\alpha - \varphi)},$$

 $\theta' = \arctan \frac{F_{\rm d} \sin \alpha + A \sin \varphi}{F_{\rm d} \cos \alpha + A \cos \varphi}$ 

在新的策动力幅值 F'中,若"相差" $\alpha - \varphi$ 位于 可检测区,则可以实现信号检测.若 $\alpha - \varphi$ 位于检 测盲区时,使原策动力初相产生一个相移为 $\pi$ ,即 用 $\alpha + \pi$ 代替 $\alpha$ 作为Duffing振子的原策动力初相, 可以分析出 $\alpha + \pi - \varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ 位于可检测 区.这样,对同频信号检测盲区消除的过程可以描 述为:设定Duffing系统策动力幅值为混沌到大周 期的临界值  $F_d$ ,加入待测弱信号后,若发生混沌到 大周期的转化,则说明有该同频信号;若系统保持 混沌态,则令原策动力相位产生一个相移量 $\pi$ ,出 现混沌向大周期的状态转化现象说明有同频微弱 信号存在,否则说明没有同频微弱信号存在.

应该说明的是, 当原策动力中的初相 $\alpha$ 变化时, 相应的混沌向大周期转化的临界值 Fd 也会发生变 化. 考虑α在[0, 2π]之间变化, 步进量为π/10, 进 行不同初相时系统临界值的实验,发生混沌到大周 期转化的状态判断可采用相图法或者下文介绍的 检测统计量方法,本文此处为保证实验的连续性 实际采用的就是检测统计量方法,且实验时也验 证了该方法和采用相图判断是一致的. 图1中通过 仿真给出了不同α时的系统由混沌态到大周期态 临界值的变化曲线(仿真时取 $\mu = 0.5$ ,初始值( $x_0$ ,  $y_0) = (0,1), w = 1),$ 可以看出初相为0时临界值 F<sub>d</sub>最小,为0.824,而初相非0时的临界值有所增加 但变化规律不易掌握. 事实上, 混沌运动过程中的 阈值会受初始值、计算精度等多种因素的影响,具 体在Duffing 系统中来说, 由倍周期振荡到混沌态 的阈值可以由确定的解析形式来描述<sup>[11,12]</sup>,而由 混沌态到大周期态的阈值确定则只能通过实验方 法予以确定,如文献 [13] 中讨论的混沌到大周期的 阈值可精确到小数点后十位,而文献 [18] 研究在不 同参数情况下的阈值情况,只考虑到小数点后三位 的变化.本文侧重于讨论和说明所提方法的有效 性及实施过程,所以在实验确定临界值时仅考虑到 0.001的精度, 即  $F_d = 0.824$  时系统为混沌状态, 当  $F_{\rm d} = 0.825$  时系统就变为大周期状态,系统能实现 的最小信号检测幅度也就是0.001. 另外需要说明 的是对具有任意频率单周期策动力的 Duffing 振子 而言, 若阻尼比和初始值相同, 则其临界值是相同 的,这由文献 [16] 对任意频率检测的推导公式就可 得知,即满足(1)式的临界值也必然满足(5)式(下 文5.1中也将给出该结论的实验说明). 这样, 基于

理论分析和仿真结果可知,利用设定系统的临界值 来检测待测信号时,要根据不同的 $\alpha$ 设定不同的临 界值,这将会使检测过程变得复杂.另外,由于 $\theta'$ 的存在,即使 $\alpha - \varphi$ 处于可检测区,也可能使等效策 动力幅值(由F'和 $\theta'$ 共同决定)小于临界值,不能 检测出待测信号.



图1 不同初相角时的混沌向大周期转化的临界值

为进一步提高方法的简单易行性,并考虑到微弱信号 $A \ll F_{\rm d}$ , 对 $\theta'$ 分析如下:

$$\begin{split} \alpha &= 0 \, \vec{\mathfrak{g}} \, \pi \, \vec{\mathfrak{b}} \,, \\ \theta' &= \arctan \frac{0 + A \sin \varphi}{\pm F_{\mathrm{d}} + A \cos \varphi} \\ &= \arctan \frac{(A/F_{\mathrm{d}}) \cdot \sin \varphi}{\pm 1 + (A/F_{\mathrm{d}}) \cdot \cos \varphi} \approx 0. \end{split}$$

由此说明,若能保持原策动力的初相 $\alpha$ 为0或 $\pi$ ,则 总策动力幅度 *F*′ 在进行阈值比较时,就不用考虑  $\theta$ ′ 的影响.由前分析可知,若 $\varphi$ 位于检测盲区,则  $\pi - \varphi$ 位于可检测区.

这时, 检测盲区消除的方法可以简化为: 在基 于(5)式的检测模型中(该模型中的 $\alpha$ 均为0), 若 $\varphi$ 位于检测盲区, 则使原策动力中的初相由0移相至  $\pi$ (此时系统的"相差"为 $\pi - \varphi$ ), 通过系统发生混沌 到大周期的转化, 就可以检测出同频信号的存在, 两种情况下系统状态均为混沌则说明信号不存在. 本文将这种消除检测盲区的方法称之为"策动力移 相法".

#### 3.2 可行性实验验证

在原策动力初相为0情况下,取 $\varphi = 1.2\pi$ 位于 检测盲区,设待测微弱信号为幅度为0.01(由上节 说明知对于幅度为0.001的信号也能检测出来),由 图1知原策动力相位为0时系统的混沌向大周期转 化临界值为 $F_d = 0.824$ ,取策动力频率w = 5, $\mu$ 值 和初始值同3.1小节.在该组参数下,系统的相图 表现为混沌而无法检测出待测信号.仿真所得的系 统相图如图2(a)所示.采用"策动力移相法"后系 统的状态如图2(b)—(d)所示.



图 2 策动力移相前后的系统状态图 (a)  $\alpha$ 为0时的相图; (b)  $\alpha$ 为 $\pi$ 时的完整相图; (c)  $\alpha$  为 $\pi$ 时系统稳定后的 相图; (d)  $\alpha$ 为 $\pi$ 时的x时域图

060503-4

由图2可以看出,对原策动力进行移相处理 后,系统的相图由混沌转化为大周期,在该过程 中,系统经一个短暂的过渡期后衍化为大周期状态 (图2(b)中的相轨迹图在大周期之前有一小段时间 的不稳定运动轨迹),之后系统稳定地保持在大周 期态,图2(d)中的*x*序列时域图的变化规律也能很 好地说明了这一点.在大周期态运行时,由于初始 值选取的敏感性等因素,大周期态存在一个短暂的 稳化时间,文献[22]的实验结果也能说明这一点.

另外,在该待测信号幅度条件下,实验中加入最大方差为0.0625 (即幅度为0.25)的高斯白噪 声时,仍能据此方法检测出待测信号,由此可以 给出该检测盲区消除方法可实现的检测信噪比为 10lg(0.5×0.01<sup>2</sup>/0.16) = -30 dB. 该方法主要在于 消除检测盲区,并未在提高检测信噪比方面进行深 化,数据结果与己有的文献结果基本一致.

通过"策动力移相法"进行检测盲区消除后, 系统状态由混沌态变为大周期态,表示有待测信号 的存在,这就实现了对检测盲区内的微弱信号检 测,实验结果证明了该方法的可行性.

## 4 基于Halmiton系统的检测统计 量构造

前面主要对 Duffing 振子进行同频信号检测的 方法及改进进行了讨论,实际中应用更加广泛的是 对任意未知频率信号的检测,其利用的就是 Duffing 振子的间歇混沌特性.为进一步减少由观察相 图或时域图特征建立判断结果的主观性及操作不 便性,本节中将通过构造检测统计量的方法来判定 系统所处的不同状态,使得对任意频率信号的检测 方法更加完善,可执行性更强.

#### 4.1 Halmiton系统的基本概念

对于平面微分动力系统 $\dot{x} = F(x)$ ,其中  $x = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}$ ,  $F = (f_1, f_2)^{\mathrm{T}}$ ,若存在光滑函数  $H(x_1, x_2)$ ,使得 $f_1 = \partial H / \partial x_2$ ,  $f_2 = -\partial H / \partial x_1$ , 即在动力系统中有

$$\dot{x}_1 = \partial H / \partial x_2, \quad \dot{x}_2 = -\partial H / \partial x_1.$$
 (9)

满足上式的动力系统称作 Halmiton 系统. 文献 [19] 指出,在不考虑阻尼项和策动力项时, Duffing 系统的 Halmiton 量为

$$H(x,y) = y^2/2 - x^2/2 + x^4/4.$$
 (10)

该函数在一定程度上描述了系统的能量分布,这给 本文设计检测统计量来实现任意频率信号的检测 提供了思路,且设计的统计量需体现系统的完整 性,同时能够有效区分信号检测过程中系统出现的 不同状态.

#### 4.2 类 Halmiton 系统检测统计量的构造 及适应性分析

考虑在 (5) 式的检测模型中,存在一类似 Halmiton 系统的函数  $H_l(x, y)$  满足:

$$\begin{cases} \dot{x} = \partial H_l / \partial y = wy, \\ \dot{y} = -\partial H_l / \partial x \\ = w(-\mu y + x - x^3 + F_d \cos(wt) + s(t)). \end{cases}$$
(11)

在上式中,分别对两个偏微分方程进行积分运算,可得类Halmiton系统函数为

$$H_l(x,y) = w(y^2/2 + \mu xy - x^2/2 + x^4/4 + F\sin(wt)/w + \int s(t) dt).$$
(12)

之所以将该系统称为类Haltimon系统,是因为(11)式并不严格满足Halmiton系统的要求.另外还因为,由(12)式确定的系统能量分布与(10)式中标准的Halmiton系统类似,但整体的能量分布曲线簇会有一定程度的旋转(如图3).

构造检测统计量时, 应保证所选的时间区间 [ $t_0, t_N$ ] 是系统状态稳定保持的时间区间 (若运行时 间过短, 系统状态未完整表现出来, 可能会造成系 统状态的误判, 如大周期的时间长度至少为 $2\pi/w$ , 间歇混沌的时间长度至少为 $2\pi/\Delta w$ , 混沌的时间 长度应保证系统具有明显的相图特征), 这样基于 类 Halmiton 系统可构造如下检测统计量:

$$T_{l} = \frac{w}{N+1} \sum_{t_{i}=t_{0}}^{t_{N}} (y_{t_{i}}^{2}/2 + \mu x_{t_{i}}y_{t_{i}} - x_{t_{i}}^{2}/2 + x_{t_{i}}^{4}/4 + F \sin(wt_{i})/w) + \frac{w}{t_{N} - t_{0}} \int_{t_{0}}^{t_{N}} s(t) dt,$$
(13)

在该统计量中,对于待测微弱正弦信号s(t),由于 其为周期信号且单个周期内的积分值为0,所以  $\int_{t_0}^{t_N} s(t) dt 中仅有不足一个时间周期内的数值对$ 整个积分值有贡献,另外微弱信号幅值较小,所以 积分项  $\int_{t_0}^{t_N} s(t) dt$  近似为0. 这样检测统计量可进 一步简化为

$$T_{l} = \frac{w}{N+1} \sum_{t_{i}=t_{0}}^{t_{N}} (y_{t_{i}}^{2}/2 + \mu x_{t_{i}}y_{t_{i}} - x_{t_{i}}^{2}/2 + x_{t_{i}}^{4}/4 + F \sin(wt_{i})/w).$$
(14)

应该说明的是,此统计量能够根据 s(t) 不同类型 (同频信号、具有一定频差信号或0信号)时形成的  $(x_i, y_i)$  分布不同,进而产生不同的统计结果与系 统的各个状态 (大周期、间歇混沌、混沌) 相对应. 另 外,若实际环境中存在噪声,则在统计量中应该加 入噪声项  $w \int_{t_0}^{t_N} n(t) dt/(t_N - t_0)$ ,对于大多数的零 均值噪声而言,在较长时间内噪声项的数值也近似 为0,这说明了构造的统计量和 Duffing 系统具有一 致的噪声免疫性.



图 3 两种系统的能量分布 (a) Halmiton 系统; (b) 类 Halmiton 系统

#### 4.3 基于检测统计量的任意频率信号检测 方法步骤

在构造出检测统计量后,可针对固定参数下的 Duffing振子结构,依次设定系统处于混沌、间歇 混沌、大周期状态(暂不考虑倍周期振荡),得到

三种状态下的检测统计量值域区间分别为: Ω<sub>1</sub>:  $T_l < T_l^{(1)}, \ \Omega_2: \ T_l^{(2)} < T_l < T_l^{(3)}, \ \Omega_3: \ T_l > T_l^{(4)}, \ \square$ 分界值满足的大小为 $T_l^{(1)} < T_l^{(2)} < T_l^{(3)} < T_l^{(4)}$ 确立这种大小关系是在不同状态之间预留了过 渡段,其代表的状态关系如图4所示.之所以设 定这种大小关系,是因为在Halmiton系统中,其 能量分布曲线上的数值从内而外是依次增大的 (经过坐标原点(0,0)点的曲线称为同宿轨道,同 宿轨道以内(内轨)能量值为负,同宿轨道以外(外 轨)能量值为正),大周期态始终处于外轨其能量 值为正较大, 混沌态在内外轨之间来回跳变, 其 能量值相对较小. 而类 Halmiton 与 Halmiton 系统 的特性类似,除了能量分布曲线整体有一个旋转 外,其曲线簇上的数值大小关系与Halmiton系统 一致, 应为检测统计量就是按照能量分布构造的, 所以可知混沌态的检测统计量小于大周期态. 另 外,从(14)式的检测统计量本身分析,在某一频率 下,不同状态检测统计量的大小关系实质上就相 当于 $y^2/2 + \mu xy - x^2/2 + x^4/4$ 在时间[t<sub>0</sub>, t<sub>N</sub>]内 数学期望的大小(策动力一项只会因时间长度不 同,不会因状态不同而不同,故不考虑该项).由于  $-x^2/2 + x^4/4 = [(x^2 - 1)^2 - 1]/4$ , 所以该数学期 望可看作对两项二阶矩和一项四阶矩的数学期望, 这样就可以从能量(功率谱)的角度分析: 混沌态的 功率谱表现为宽谱特性且数值较小,大周期态的功 率谱表现为线谱特性且数值较大,间歇混沌态的功 率谱同时具有宽谱和线谱特性,但数值介于两者之 间. 据此可以得出三种状态的检测统计量关系满足 混沌 < 间歇混沌 < 大周期, 从而保证了图4 中不 同状态检测统计量的大小关系成立. 此外, 对于混 沌态的检测统计量,可以采用多帧数据的检测统计 量求平均的方式减小混沌态本身的不确定性,且由 后文知, 混沌态的检测统计量值会随频率的变化而 略有浮动,实际应用时可将频率较小时的检测统计 量值作为混沌态的边界值,这不会影响最终的检测 结果,因为信号检测主要运用的是间歇混沌和大周 期的检测统计量特性.

在图4中,预留的过渡段意义是相邻状态的检测统计量值域区间没有严格的分界点或者分界点 难以确定,引入它是为了说明当检测统计量落入过 渡段时,需结合时域图特性或相图特性等其他特征 进行系统状态判断,而在其他非过渡带的范围内 则可以直接按照检测统计量的计算数值判断系统 所处的状态.此处说明,过渡段的设立是有物理现 象依据的,例如在混沌与间歇混沌之间,由于某些 间歇混沌实际发生了,但是其间歇规律又不容易 辨认,正如文献[14,16]指出间歇混沌容易辨认的 频率间隔为0.03,大于该频率间隔时实质上也是有 间歇混沌发生的,正如(7)式揭示的那样.这种情 况下混沌与间歇混沌的检测统计量数值是比较接 近的.又如在间歇混沌与大周期之间,在策动力相 位(或合成策动力相位)非0时,大周期状态会经过 一段稳化期,系统稳定后其将保持在规律的大周期 态,但是由于稳化期的存在,有时会导致检测统计 量略小于标准大周期的检测统计量,这时也需辅助 辨别后方能确定其状态.关于 $T_l^{(1)} - T_l^{(4)}$ 的实验结 果将在下节给出.





通过实验方法给出不同状态的检测统计量 范围后,并引入频率控制模块使得混沌振子的 系统工作频率可调,频率控制模块控制Duffing 振子工作频率的变化规律为 $w_k = w \cdot q^{k-1}$ ,其中 0.97  $\leq q \leq 1.03$ ,则基于Duffing振子的微弱信号检 测方法可以描述为:

1) 初始化频率控制模块, 即令k = 1, 设定系统 开始的工作频率为w, 并将系统策动力幅值调整到 临界状态 $F_d$ , 即在未加入待测信号时系统工作在 混沌状态;

2) 加入待测信号,选定可使系统维持在稳定状态的时间段,计算时域输出的检测统计量 $T_{l,k}$ ,它表示对应系统第k个工作频率 $w_k$ 下的检测统计量,计算公式仍按照(14)式进行,只是在不同的 $w_k$ 时系统的输出序列 $(x_i, y_i)$ 会有不同,因而每个频率下的检测统计量也不同;

3) 在 k = 1时, 若  $T_{l,k} > T_l^{(4)}$ , 说明存在同频 微弱信号, 若  $T_{l,k} < T_l^{(1)}$ , 暂不做判断, 令策动力产 生一相移量  $\pi$ , 再次计算  $T_{l,k}$ , 若  $T_{l,k} > T_l^{(4)}$ , 则说 明通过策动力移相法检测出了同频信号.此时频 率控制模块不再发生变化, 单次的信号检测过程完 成; 若出现的不是该现象, 则需进行进一步的信号 检测,即待测信号为任意非同频信号的情形,此时 令 k = k + 1,且使策动力相位还原为0;

4) 计算新的检测统计量序列,每计算一次令k递增加1,若相邻的两个 $T_{l,k}$ 和 $T_{l,k+1}$ 同时位于 $\Omega_2$ 的范围之内,则据此可以估计出待测信号的频率为  $w_x = (w_k + w_{k+1})/2$ ; 实际中由于不同策动力频率 时对应的 $\Omega_2$ 的区间端点会有一定浮动,所以通常 可采用寻找位于 $\Omega_2$ 范围内的两个连续检测统计量 (其中有一个须为极大值)对应的频点作为待测信 号的频率范围;至此,频率控制模块所生成的工作 频率不再变化,检测完成.

至此,基于检测统计量的信号检测方法实现 了对任意频率微弱信号的检测,并且可以自适应 地调节系统工作频率的个数,相比较于振子阵列 法<sup>[15,16]</sup>或者构造策动力序列项<sup>[9]</sup>的方法(这两种 方法都需要提前预知待测信号的频率范围,然后设 计能够覆盖此频率范围的固定振子阵列或者策动 力序列项,进而根据时域图表现出的间歇混沌特性 确定待测信号的频率),该方法在不知道待测信号 频率范围的情况下,也能够在检测统计量满足要求 的频点处检测到待测信号,并使系统不再产生冗余 结构.实质上这种方法也可看作是对振子阵列法或 者策动力序列项法等的进一步完善.

5 检测统计量用于微弱信号检测的实验分析

#### 5.1 不同状态的检测统计量特性

在本节的仿真实验中,采用如(5)式的信号检 测模型,取 $\mu = 0.5$ ,仿真步长为0.1,系统总的仿真 时长为1500,系统的初始值( $x_0, y_0$ ) = (0,1),混沌 振子的策动力项和待测信号均不考虑初相影响,待 测微弱信号的幅度为0.01,振子的工作频率和待测 信号频率在不同的实验中设置会有区别,这样对不 同参数变化时的检测统计量变化情况进行仿真,得 到的实验结果如图5(a)—(f)所示.

图 5 (a) 给出了 w = 1 时的检测统计量随策动 力幅值变化的曲线, 如 3.1 小节所述, 本实验对策 动力的幅值变化只考虑到小数点后第三位. 由 曲线数据可知, 对于该固定结构的 Duffing 振子而 言, 其策动力幅值的临界值为 0.824, 当 F > 0.824时系统发生状态转化由混沌态变为大周期态, 混 沌态的  $T_l$  约小于 0.42, 大周期态的  $T_l$  约大于 0.62. 图 5 (b) 为 F = 0.824, w = 1时间歇混沌现象中, 不 同的频率间隔  $\Delta w$ 时对应的检测统计量变化. 当  $\Delta w = 0$ 时为策动力与待测信号同频的情况, 此 时的系统输出状态为大周期, 由图像中可以看出 此时的  $T_l$  数值约为 0.62, 这和图 5 (a) 的结果是一 致的. 当  $\Delta w \neq 0$ 时, 系统发生间歇混沌, 图中 给出了 $\Delta w \leq 0.03$ 时的间歇混沌状态下的检测 统计量范围,有 $T_l \in [0.45, 0.52]$ .为了便于分析, 图 5 (c)将检测统计量随策动力的变化曲线与临界 值 F = 0.824时不同频差所引起间歇混沌的检测统 计量同时显示,从中可以看出:混沌、间歇混沌和大 周期的检测统计量数值具有较大区别.



图5 不同参数时的检测统计量  $T_l$  变化曲线 (a) w = 1,策动力幅度变化时的  $T_l$ ; (b) F = 0.824, w = 1,间歇混沌中 频率间隔变化时的  $T_l$ ; (c) 将 w = 1,策动力幅度变化时的  $T_l$  和临界状态下 (F = 0.824)不同的频率间隔产生间歇混沌时的  $T_l$  同时显示; (d) 在不同的策动力频率下,策动力幅度变化时的  $T_l$ ; (e) w = 1,间歇混沌中在不同的频率间隔下,策 动力变化时的  $T_l$ ; (f) F = 0.824, w = 1,间歇混沌中在不同的频率间隔下,待测信号幅度变化时的  $T_l$ 

图 5 (d) 仿真了不同的策动力频率时检测统 计量随策动力的变化曲线, 特别地, 图中给出了  $w = 0.4^{[6]}$ 时的曲线变化情况, 实验结果为随着w的增加, 临界状态的检测统计量数值会有所下降, 但是大周期态的检测统计量量基本不随频率变化 而变化; 同时可以看出混沌态的 $T_1$ 约小于0.43, 大 周期态的*T*<sub>l</sub>大于0.62. 另外可以看出,不同频率时 混沌向大周期转化的临界值*F*<sub>d</sub>都是一样的,均在 0.824 处,这也为前文中以图1的实验结果为基础 进行3.2小节的方法验证提供了实验依据. 该实验 是对不同待测信号频率下的检测统计量变化情况 所进行的讨论,目的是要实验得出不同频率信号的 不同状态检测统计量范围共性,为利用间歇混沌特 性实现信号的频率检测提供依据.此处的实验表 明,对于不同频率的信号而言,间歇混沌态的检测 统计量范围均位于0.45到0.62之间.若Duffing系 统的其他参数变化时,检测统计量的范围必然也会 发生变化,但本文利用的是固定参数(如μ和系统 初始值等)下的结构进行未知信号的频率检测,所 以此处给出的是不同信号频率下各状态的检测统 计量范围,而不必再仿真Duffing结构中不同参数 时的检测统计量范围.

图 5 (e) 所示为w = 1时,在间歇混沌的幅值 范围内,让策动力幅值 F 在 0.821—831 以 0.001 的 步长变化 (F 的变化需满足 (7) 式中间歇混沌发生 的条件),得到不同频差下间歇混沌的检测统计 量范围.在这种情况下,间歇混沌的检测统计量 范围会比之前实验的几种情况的大,其范围约为  $T_l \in [0.45, 0.62]$ .图 5 (f) 为 F = 0.824, w = 1 时待 测信号幅度在 0.01—0.02 变化时不同频差下的检 测统计量变化曲线.所得的检测统计量除个别点外 也基本位于  $T_l \in [0.45, 0.52]$ .另外从该图实验结果 也可以看出,随着频差  $\Delta w$  的增大,间歇混沌检测 统计量的数值也整体有所下降 (往混沌方向的检测 统计量的数值靠近,或者说检测统计量向过渡段靠 近),这与已有的研究成果指出的 $\Delta w$ 增大时间歇 混沌将变得不明显的结论是一致的.

综合以上仿真结果,本文给出了Duffing振 子用于信号检测时系统不同状态的检测统计量 范围, 即 $T_l^{(1)} = 0.42$ ,  $T_l^{(2)} = 0.45$ ,  $T_l^{(3)} = 0.6$ ,  $T_{l}^{(4)} = 0.62$ (图 5 (d) 和图 5 (f) 说明混沌和间歇混沌 的检测统计量没有严格区分,图5(e)的实验说明 间歇混沌的检测统计量数值也会接近大周期的检 测统计量,实际上图2实验中具有短暂稳化时间的 大周期态的检测统计量也和间歇混沌的最大检测 统计量接近,这些都说明了在不同状态的分界处应 该预留一个过渡段). 有了这些不同状态的检测统 计量范围,就可以按照该范围设定检测统计量的门 限(结合图4的示意),由系统输出状态按照(14)式 计算的数值大于某状态的左端点门限而小于其右 端点门限,则说明此时系统处于该状态,通过这种 数值比较的方式提高了检测效率. 只有当检测统 计量的值位于过渡段范围内时,才结合其他辅助方 法对系统状态予以进一步的确认,状态确认后即能 给出相应的信号检测结果. 由于对未知信号的频 率检测主要是利用间歇混沌的特性,结合图5(d) 的实验结果可知, 若所要检测的信号频率增大(或 减小), 则间歇混沌态左端点门限应适当减小(或增 大). 或者, 不用专门调整门限, 而在若干进入该状 态范围的检测统计量中以极大值及其相邻的检测 统计量所在的两个频率点作为未知信号频率估计 范围, 这样就避免了由于调整门限而带来实现过程 的复杂性.

#### 5.2 振子阵列法信号检测实验

在本文的方法中,通过频率控制模块寻找到 检测统计量出现极大值处所在的两个相邻频点后, 就可以得到待测信号的频率估计,此时振子的策 动力频率不再变化,这里的极大值就是在不同频 率对应的检测统计量序列中寻找最大值即可,在 matlab仿真中通过"max"函数命令就可实现,在 其他仿真程序中也可用比较法实现, 之所以称为 极大值是因为仅是对离散频率对应的检测统计量 来讨论的. 此处为了突出检测统计量的构造对于 振子阵列法的完善, 所以结合检测统计量进行能 覆盖待测信号频率的振子阵列实验<sup>[16]</sup>.设定系 统工作在临界状态 $F_d = 0.824$ ,系统的基准频率 w = 1,待测信号幅度同上节,频率 $w_x = 2$ ,振子阵 列数为30,则该阵列能测量的信号频率范围为[1,  $1 \times 1.03^{30-1}$ ] = [1, 2.3566]. 基于检测统计量的振子 阵列法信号检测仿真实验结果如图6所示.图6(a) 为不同标号振子处的检测统计量曲线,可以看出在 24号振子处, 检测统计量出现了极大值, 且24, 25 号振子的检测统计量的值都位于 $\Omega_2$ 范围内,则这 两个振子所在的频点就是待测信号的频率范围(不 选择23,24号振子所在频点处作为待测信号频率 范围是因为23号振子处的检测统计量值不在Ω2范 围内),  $w_x = (1.03^{24-1} + 1.03^{25-1})/2 \approx 2.0032$ , 估 计误差为0.16%. 图6(b)和(c)给出了这两个振子 处的系统输出时域图,间歇混沌的特性比较明显且 容易辨认.事实上,检测统计量也检测出了26号振 子处出现了间歇混沌,其检测统计量的值在图6(a) 中也大于0.45,但若分析其时域图(图6(d))又发现 这种间歇混沌在时域难以辨认,这样也说明了检测 统计量方法可以检测到频差间隔更大而在时域无 法辨认的间歇混沌现象,表现出了该方法的优越性 能. 在信噪比范围的适应性方面, 通过加入不同方 差的高斯白噪声后进行实验发现,在本文参数下, 方法最大可检测的信噪比约为-35 dB.



图 6 基于检测统计量的振子阵列法信号检测结果 (a) 不同标号振子处的检测统计量曲线; (b) 24 号振子的时域 图; (c) 25 号振子的时域图; (d) 26 号振子的时域图

#### 5.3 适应步长型间歇混沌信号检测实验

仿真参数设置仍同上节,不同求解步长的个 数为30,在满足采样定理的条件下,令方法中所 需的 $f_{\rm s} = 100.$ 基于检测统计量的适应步长法<sup>[9]</sup> 信号检测的仿真实验结果如图7所示.图7(a)给 出了不同的求解步长时的检测统计量曲线,按照 检测统计量数值变化出现极大值且其所在的相邻 两个求解步长对应的频点位于 $\Omega_2$ ,则将这两个频 点作为待测信号的频率范围,同样也检测出了该 信号. 图7(b)和(c)的时域图是为了说明确实在 第24和25个求解步长时发生了间歇混沌. 另外, 图7(a)中还出现了第26和27个求解步长所在的 频点位于 $\Omega_2$ 的情形(这两者的检测统计量未出现 极大值),图7(d)的时域图像也说明了在该情形下 的系统状态为间歇混沌. 若基于传统方法, 则有可 能将第25,26个或第26,27个频点作为待测信号的 频率范围,二者的频率中间分别为2.0633和2.1252, 导致的检测误差将分别是3.16%和6.26%,这样基 于检测统计量的方法精度就分别是这二者误差精 度的约20和39倍. 实验说明了融入检测统计量 的适应步长方法不仅避免了观察法定性分析的主 观性, 而且能够提高信号检测的精度性能. 进一 步,实验确定了该情况下的最大检测信噪比为约为

-31 dB,相比5.2小节的信噪比范围有所减小,这 是因为该情况下的信噪比还会受到不同采样频率 的影响.

通过以上的实验说明,在Duffing系统中建立 基于检测统计量的信号检测方法是可行的,并且它 可以有效地与传统方法进行结合,避免了状态判断 的主观性,提高了信号检测结果的误差精度,能够 很好地实现对任意频率微弱信号的检测.

特别需要说明的是, 仿真实验为说明检测统计 量的有效性及用于信号频率检测的实现过程, 在 5.2和5.3小节中结合振子阵列法和适应步长法且 限定了频率范围来进行说明.事实上, 对于频率范 围未知信号的检测通过本文方法也可以实现. 主 要有两种途径: 一是采用文献 [15, 16] 中的速度标 记法将未知频率信号映射到固定的圆频率范围内, 然后采用本文方法进行频率检测, 最后根据速度标 记的逆转换过程化为实际频率, 需要注意的是, 若 待估计信号的频率范围较大时, 在速度标记法后应 相应地提高精度处理过程, 这样才能降低估计的 相对误差; 二是直接采用本文方法使频率控制单 元次数不断增加, 直到搜索到检测统计量的极大 值, 且要保证极大值位于间歇混沌态的检测统计量 范围内. 由之前的实验过程知, 有可能出现其他非 真实频率点处的统计量也进入间歇混沌态检测统 计量范围的情况(如图6(a)中的26号振子、图7(a) 中的26和27号振子),此时应该选取这些数值中 的极大值及其相邻检测统计量也位于间歇混沌 态统计量范围的频率区间作为对未知信号的频率 估计范围.



图 7 基于检测统计量的适应步长法的信号检测结果 (a)不同序号求解步长处的检测统计量曲线; (b) 第 24 个求 解步长的时域图; (c) 第 25 个求解步长的时域图; (d) 第 26 个求解步长的时域图

#### 6 结 论

1)针对 Duffing 系统同频信号检测存在检测盲 区的问题,提出了一种"策动力移相"的方法对检测 盲区予以消除.当加入检测信号后若系统状态维持 在混沌状态,暂时不做信号有无的判断,令策动力 初相产生一相移量π后再次测试系统状态,出现了 混沌到大周期的变化则说明待测信号存在,这样就 不会造成误判.考虑到策动力中不同初相对应的临 界工作状态值不同,在检测时应将策动力初相调节 为0.

2) 从降低传统诸多方法在状态判决时采用观 察法的主观性,构造了基于类Halmiton系统的检 测统计量作为系统状态的量化判断标准.理论分 析了该检测统计量具有一定的噪声适应性,这与 Duffing系统本身具有噪声免疫性是一致的,保证 了统计结果不会受噪声干扰.

3)基于检测统计量建立了实现任意信号检测的方法步骤.通过不同情况下系统状态的检测统计

量规律,用实验分析方法给出了不同状态的检测统 计量范围,为直接应用检测统计量的数值进行系统 状态判断提供了数据支撑.将检测统计量与现有方 法相融合进行的实验表明,其操作可执行性和检测 性能都得到了提高,这对于现有方法也是体系上的 完善.

#### 参考文献

- [1] Xu Y C, Yang C L 2010 J. Harbin Institute Technol. 42 446
- [2] Chen M J, Ling H L, Liu Y H, Qu S X, Ren W 2014 Chin. Phys. B 23 028701
- [3] Birx D I 1992 IEEE Int. Joint Conf. Neural Networks 22 881
- [4] Zhang X Y, Guo H X, Wang B H 2007 Chin. Sci. Bull.
   52 1906
- [5] Shi S H, Yuan Y, Wang H Q, Luo M K 2011 Chin. Phys. Lett. 28 040502
- [6] Wang Y C, Zhao Q C, Wang A B 2008 Chin. Phys. B 17 2373
- [7] Wen Z, Li L P 2007 Acta Automat. Sin. 33 536 (in Chinese) [文忠, 李立萍 2007 自动化学报 33 536]

- [8] Liu H B, Wu D W, Dai C J, Mao H 2013 Acta Electron. Sin. 41 8 (in Chinese) [刘海波, 吴德伟, 戴传金, 毛虎 2013 电子学报 41 8]
- [9] Cong C, Li X K, Song Y 2014 Acta Phys. Sin. 63 064301 (in Chinese) [丛超, 李秀坤, 宋扬 2014 物理学 报 63 064301]
- [10] Rui G S, Zhang Y, Miao J, Zhang S, Shi T 2012 Acta Electron. Sin. 40 1269 (in Chinese) [芮国胜, 张洋, 苗俊, 张嵩, 史特 2012 电子学报 40 1269]
- [11] Yang M, An J P, Chen N, Wei J C 2011 Trans. Beijing Institute Technol. **31** 329 (in Chinese) [杨淼, 安建平, 陈 宁, 卫景宠 2011 北京理工大学学报 **31** 329]
- [12] Jimenez-Triana A, Tang K S W, Chen G R 2010 IEEE Trans. Circ. Syst.-II: EXPRESS BRIEFS 57 305
- [13] Wang Y S, Jiang W Z, Zhao J J, Fan H D 2008 Acta Phys. Sin. 57 2053 (in Chinese) [王永生, 姜文志, 赵建军, 范洪达 2008 物理学报 57 2053]
- [14] Jiang W L, Wu S Q, Zhang J C 2002 J. Yanshan Univ.
  26 114 (in Chinese) [姜万录, 吴胜强, 张建成 2002 燕山大 学学报 26 114]

- [15] Xu Y C 2010 Ph. D. Dissertation (Harbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [徐艳春 2010 博士学 位论文 (哈尔滨:哈尔滨工业大学)]
- [16] Wang G Y, Chen D J, Lin J Y, Chen X 1999 IEEE Trans. Industr. Electron. 46 440
- [17] Vahedi H, Gharehpetian G B, Karrari M 2012 IEEE Trans. Power Delivery 27 1973
- [18] Fan J, Zhao W L, Zhang M L, Tan R H, Wang W Q
   2014 Acta Phys. Sin. 63 110506 (in Chinese) [范剑, 赵 文礼, 张明路, 檀润华, 王万强 2014 物理学报 63 110506]
- [19] Wei H D, Gan L, Li L P 2012 J. Univ. Electron. Sci. Technol. China 41 203 (in Chinese) [魏恒东, 甘露, 李立 萍 2012 电子科技大学学报 41 203]
- [20] Jin T, Zhang H 2011 Sci. China: Inform. Sci. 41 1184
   (in Chinese) [金天, 张骅 2011 中国科学: 信息科学 41 1184]
- [21] Yuan R S, Ma Y A, Yuan B, Ao P 2014 Chin. Phys. B
   23 010505
- [22] Lu P, Li Y 2005 Acta Electron. Sin. 33 527 (in Chinese)
   [路鹏, 李月 2005 电子学报 33 527]

## Blind angle elimination method in weak signal detection with Duffing oscillator and construction of detection statistics<sup>\*</sup>

Niu De-Zhi<sup>1)2)†</sup> Chen Chang-Xing<sup>1)</sup> Ban Fei<sup>3)</sup> Xu Hao-Xiang<sup>4)</sup> Li Yong-Bin<sup>4)</sup> Wang Zhuo<sup>1)</sup> Ren Xiao-Yue<sup>1)</sup> Chen Qiang<sup>1)</sup>

(Air-Force Engineering University, Science College, Xi'an 710051, China)
 (Xi'an Communication Institue, Xi'an, 710106, China)

3) (Air-Force Engineering University, Department of Scientific Research, Xi'an 710051, China)

4) (Air-Force Engineering University, Equipment Management and Safety Engineering College, Xi'an 710051, China)

(Received 26 June 2014; revised manuscript received 19 November 2014)

#### Abstract

Aiming at the blind angle in detecting weak signals of the same frequency by Duffing oscillator, a novel method of dephasing for the driving signals is proposed to eliminate the blind angle. According to the characteristic of weak signals, expression of blind angle is analyzed, and then the range of blind angle is found out, which corresponds to the amplitude of a new driven signal synthesized from the original driven signals and the unknown one. By making the original driven signal phase shift a degree of  $\pi$ , detection for the same frequency signal can be realized when the synthesized signal is located in the blind angle region, whose feasibility is proven by an experiment that it remains in chaotic status in the case of blind angle but becomes a great period status after the original driven signal's phase is dephased by  $\pi$ . To overcome the drawbacks of qualitative analysis and distinguish effectively different status in signal detection course, a detection statistics based on likelihood-Halmiton system is constructed. On the basis of it, a diagram of detection for any frequency signal is drawn. The key point is to make it as an unknown signal's frequency range where there are two adjacent frequency values whose corresponding detection statistics both located in the range of intermittent chaotic status, while one of them is just corresponding to the maximum value of the detection statistics. By simulations of different circumstances, detection statistics for numerical ranges of chaos, intermittent chaos, and great period is summarized. Furthermore, detection for any frequency signal may be realized by use of the numerical range. It is shown that the proposed method could not only provide quantitative judgment for the system status, but improve the signal detection performance. Also, it could be combined well with the traditional oscillator array method or adaptive step intermittent chaotic oscillator method, which further can improve some existing signal detection methods with Duffing oscillator.

Keywords: Duffing oscillator, weak signal, blind angle, detection statistic

**PACS:** 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

**DOI:** 10.7498/aps.64.060503

<sup>\*</sup> Project supported by the Natural Science Foundation of Shaanxi, China (Grant No. 2014JM8344).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: niudezhi\_001@163.com