

水下目标几何声散射回波在分数阶傅里叶变换域中的特性

李秀坤 孟祥夏 夏峙

Characteristics of the geometrical scattering waves from underwater target in fractional Fourier transform domain

Li Xiu-Kun Meng Xiang-Xia Xia Zhi

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 064302 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.064302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.064302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

声速剖面对不同深度声源定位的影响

[Influences of sound speed profile on the source localization of different depths](#)

物理学报.2015, 64(2): 024302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024302>

单载波频域均衡中的水声信道频域响应与噪声估计

[Frequency domain response estimation of underwater acoustic channel and noise estimation for single-carrier frequency domain equalization](#)

物理学报.2014, 63(19): 194304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194304>

二进制偏移载波调制的零相关窗水声同步技术研究

[Underwater acoustic synchronization telemetry research based on binary offset carrier modulated signal with zero correlation window](#)

物理学报.2014, 63(10): 104301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104301>

基于压缩拷贝场向量的空域滤波器设计

[Spatial filter design based on compressed replica vectors](#)

物理学报.2014, 63(10): 104302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104302>

一种更具普适性的浅海不确定声场快速算法

[A fast and more universal algorithm for an uncertain acoustic field in shallow-water](#)

物理学报.2014, 63(8): 084301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.084301>

水下目标几何声散射回波在分数阶傅里叶变换域中的特性*

李秀坤^{1)2)†} 孟祥夏¹⁾²⁾ 夏峙¹⁾²⁾

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2014年7月24日收到; 2014年9月23日收到修改稿)

水下目标散射回波在时域、频域混叠在一起, 而且受声波入射角度的影响严重, 在不同的入射角度下表现出很大的差异, 需要建立全方位入射角度下回波分量的理论分析模型. 本文推导了目标几何声散射分量在分数阶傅里叶变换域中随入射角度变化的解析表达式; 确定了目标几何声散射回波分量在最佳分数阶傅里叶变换域中的全方位模型, 从理论上证明了目标回波的几何特征形式; 给出了离散分数阶傅里叶变换对声散射分量的分辨能力和计算精度与发射信号带宽和观测时间之间的关系. 实验数据处理表明, 建立的分数阶傅里叶变换域的全方位模型与目标几何特征是一致的, 对未知入射角度下的目标识别提供了理论依据.

关键词: 水下目标探测, 几何声散射分量, 分数阶傅里叶变换, 分辨力

PACS: 43.30.+m, 43.60.+d, 43.60.-c, 43.60.Hj

DOI: 10.7498/aps.64.064302

1 引言

在探测水下无源或者安静型目标特别是掩埋或沉底物体时, 常发射一种脉冲信号, 利用调制在散射回波中的目标信息进行特征提取与识别. 该方法能够探测远距离目标, 并能获得弹性信息, 其基础是对水下目标声散射机理和回波特性的研究^[1].

已有研究大多以球壳或圆柱体等简单结构目标为基础, 得到了目标回波的基本结构及特性^[2]. 按照传播特点, 水下目标散射回波主要包括几何散射波和弹性散射波两种. 其中几何散射波与目标形状、尺寸有关, 可用于识别不同形状的目标; 而弹性散射波与目标材质结构等有关, 能够提供更加详细的信息, 但其机理相对复杂. 以有限长圆柱壳体为例, 几何散射波与目标外形有关, 容易获取; 而弹性散射波随着其内部真空或者充水^[3]、内部隔板的有无^[4]及其周期性^[5], 以及表面覆盖层^[6]等条件的变化而产生很大差异. 对于沉底或掩埋于水下的

目标, 其回波还受到海底界面的影响^[7], 由目标本身和界面相互作用会产生多重散射, 增加了回波成分^[8], 而海底的散射特性还会增强或削弱不同的回波成分^[9]. 目标所处环境对回波特性的影响是目标识别中需要考虑的另一机理性问题.

在声散射机理研究成果的基础上, 为准确识别水下目标, 需要分析回波中包含的声散射成分的类型和特性, 提取其中有关目标特征的信息. 常用的方法包括利用匹配滤波器获得时间-角度信息^[10], 或利用傅里叶变换获得频率-角度信息^[11,12]. 但实际上由于水声信道存在随机起伏以及目标的散射特性的影响, 回波中含有随机的畸变成分, 使得匹配滤波器难以达到理论性能, 而傅里叶变换对所分析信号的性质有所限制. 时频分析方法能够给出信号的时间-频率二维信息, 诸如短时傅里叶变换、Wigner-Ville 分布等能够较好地分析声散射回波特性^[13-15], 但这些方法或者受到时频分辨能力的限制, 或者分量间的影响严重, 仍然难以达到理想

* 国家自然科学基金 (批准号: 51279033) 和黑龙江省自然科学基金 (批准号: F201346) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lixiukun@hrbeu.edu.cn

的分析效果;另外在此基础上难以提取能够用于自动识别的特征参数.作为一种时频分析方法,分数阶傅里叶变换具有与理想条件下匹配滤波相同的脉冲压缩性能^[16,17],但其参考信号可以自动调整以便最佳匹配接收信号,而且存在反变换,可以获得处理后的时域波形.分数阶傅里叶变换首先被成熟地应用于光学信息处理中^[18],其后在信号处理领域引起了人们的关注,已广泛应用于声呐、雷达、通信及图像处理等领域^[19-21].

水下目标回波中几何声散射分量往往作为主要贡献者,在实际水下目标探测识别、特别是在受海洋环境噪声以及混响干扰的情况下,能够提供相对稳健的特征信息.为更好地利用几何声散射分量,并为分析弹性声散射分量提供基础,本文将分数阶傅里叶变换用于分析水下目标回波中的几何声散射分量,研究发射线性调频脉冲信号时目标回波在分数阶傅里叶域的理论形式,并分析信号参数对离散计算结果分辨能力和计算精度的影响.

2 水下目标声散射模型

水下目标回波中各声散射成分在时域、频域混叠在一起,利用现有信号分析处理方法难以分析各自的特性,很难将目标声散射机理的研究成果应用于实际水下目标探测中.为在工程应用中准确描述水下复杂目标的散射特性,汤渭霖教授于1994年提出了水下目标的亮点模型^[22].亮点模型将复杂目标分解为多个亮点,每个亮点的声散射回波相干叠加构成目标的回波信号;并且将亮点产生回波这一过程看作线性系统,利用传递函数来求取回波信号的表达式.亮点主要分为几何和弹性两类,其中几何散射波主要包括光滑表面上的镜反射波和棱角波,与目标尺寸及声波入射角度等因素有关;弹性散射波是声波在介质分界面上作用的结果,是由于目标的弹性性质而产生的,依赖于目标的材质及内部结构.假设发射信号的频域表达式为 $P_i(\omega)$,则单个亮点产生的声散射信号为

$$P_o(\omega) = \frac{e^{jkr}}{r} H(\mathbf{r}, \omega) P_i(\omega), \quad (1)$$

因子 e^{jkr}/r 是为了修正声波在远场的辐射规律, k 为波数, $H(\mathbf{r}, \omega)$ 为声散射过程的传递函数,其表达式可以写为

$$H(\mathbf{r}, \omega) = A(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega\tau} e^{j\varphi}, \quad (2)$$

其中, $A(\mathbf{r}, \omega)$ 为幅度因子,对于一些棱角和边缘亮点及弹性类亮点,其与信号频率有关,而对于镜反射亮点,仅与目标的尺寸有关; τ 为时延因子,由亮点相对于参考点的声程决定; φ 为相位因子,与亮点性质有关.

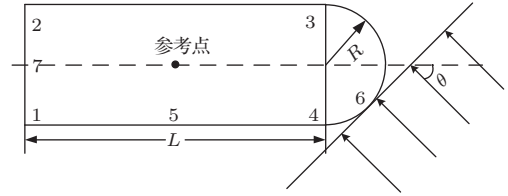


图1 球冠形圆柱体几何声散射模型

在这三个亮点参数中,时延因子较容易获取,实际中常以此来分析回波结构及估计目标尺寸.本文重点研究球冠形圆柱体的几何声散射,主要包括镜反射回波及棱角散射回波,图1为其模型示意图.其中入射声波为平面波,入射角度为 θ ,目标尺寸如图所示.图中标注了7处可能产生几何声散射的区域,分别为棱角1至4、半侧柱面5、半球面6以及圆端面7.由参考文献^[23]可知,对于收发合置声呐,在不同的声波入射角度下,目标几何声散射成分的数目及分布不同,在 $[0^\circ, 180^\circ]$ 范围内主要分为:

- 1) $\theta = 0^\circ$, 只有半球面6产生的镜反射回波;
- 2) $0^\circ < \theta < 90^\circ$, 主要包括镜反射亮点6和棱角1和4;
- 3) $\theta = 90^\circ$, 只有半侧柱面5产生的镜反射回波;
- 4) $90^\circ < \theta < 180^\circ$, 包括棱角1, 2和4;
- 5) $\theta = 180^\circ$, 只有圆端面7产生的镜反射回波.

以图中标注为参考点,各个亮点的时延因子分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_1 = \frac{L \cos \theta - 2R \sin \theta}{c}, \\ \tau_2 = \frac{L \cos \theta + 2R \sin \theta}{c}, \\ \tau_4 = -\frac{L \cos \theta + 2R \sin \theta}{c}, \\ \tau_5 = -\frac{2R}{c}, \\ \tau_6 = -\frac{L \cos \theta + 2R}{c}, \\ \tau_7 = -\frac{L}{c}. \end{array} \right. \quad (3)$$

声波入射角度变化时,时延因子随之变化,使得目标几何声散射回波具有时空变化特性.实际水下目标探测只能在某个特殊角度下进行,需要建立全角

度下的先验知识库进行搜索匹配, 而其基础是对各个角度下各声散射分量特性的研究.

3 分数阶傅里叶变换

作为一种信号变换形式, 分数阶傅里叶变换适用于处理具有线性调频性质的非平稳信号. 在发射线性调频脉冲信号时, 水下目标回波中的各声散射分量满足该性质, 适用于使用分数阶傅里叶变换进行分析处理.

3.1 分数阶傅里叶变换定义和基本性质

对于时域信号 $x(t)$, 其 p 阶分数阶傅里叶变换定义^[18]为

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{K}_p(u, t)x(t)dt, \quad (4)$$

其中, $\tilde{K}_p(u, t)$ 为变换的核函数, 表达式为

$$\tilde{K}_p(u, t) = \begin{cases} A_\alpha \exp[j\pi(u^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha + t^2 \cot \alpha)] & \alpha \neq n\pi, \\ \delta(t - u) & \alpha = 2n\pi, \\ \delta(t + u) & \alpha = (2n + 1)\pi, \end{cases} \quad (5)$$

式中 $A_\alpha = \sqrt{1 - j \cot \alpha}$ 为幅度因子, $\alpha = p\pi/2$ 为变换的旋转角度, p 为变换的阶次, n 为任意整数. 分数阶傅里叶变换是一种统一的时频分析方法, 能在时域和频域之间的变换域上提供更多的信号特征. 从时频平面上看, 分数阶傅里叶变换可以看作将时频坐标轴以角度 α 做逆时针旋转, 然后将信号的时频分布向横坐标投影, 投影结果即为变换结果^[24]. 当旋转后的横坐标与信号的时频分布线垂直时, 变换结果为冲激形式, 信号能量聚集在一条脉冲上, 此时称对应的阶次为最佳分数阶变换阶次^[25], 变换结果为最佳分数阶傅里叶变换域.

分数阶傅里叶变换满足正交变换的基本性质, 并具有一些独特的运算性质, 部分如下所列, 其中算子 $\mathcal{F}^p[\cdot]$ 为 p 阶分数阶傅里叶变换算子.

1) 线性叠加性质, 即

$$\mathcal{F}^p \left[\sum_n c_n x_n(t) \right] = \sum_n c_n \mathcal{F}^p [x_n(t)], \quad (6)$$

其中 c_n 为常数.

2) 阶次叠加性质, 即

$$\mathcal{F}^{p_1} \mathcal{F}^{p_2} = \mathcal{F}^{p_1+p_2}, \quad (7)$$

由于0阶变换为信号本身, 因此对时域信号进行 p 阶分数阶傅里叶变换后再进行 $-p$ 阶变换, 就能恢复信号的时域波形.

3) 满足 Parseval 准则, 即变换前后能量守恒

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}^p [x(t)]|^2 du. \quad (8)$$

4) 时移性质, 对于信号 $x(t)$ 经时延 τ 后形成的信号 $x_1(t) = x(t - \tau)$, 其分数阶傅里叶变换结果为

$$\begin{aligned} X_{p1}(u) &= \mathcal{F}^p [x_1(t)] \\ &= \exp(j\pi\tau^2 \sin \alpha \cos \alpha) \exp(-j2\pi u\tau \sin \alpha) \\ &\quad \times X_p(u - \tau \cos \alpha), \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $X_p(u) = \mathcal{F}^p [x(t)]$.

3.2 分数阶傅里叶变换的数值计算

将分数阶傅里叶变换离散化处理使用比较广泛的是采样型算法^[26]. 在对数据进行离散化时, 由于同时涉及时域和频域, 需要进行量纲归一化. 具体做法是引入尺度因子, 常取^[27]

$$S = \sqrt{T_s/f_s}, \quad (10)$$

其中, T_s 为观测时间, f_s 为采样频率. 并定义新坐标 $x = t/S$, $v = f \cdot S$, 则归一化后的宽度为

$$\Delta x = \sqrt{T_s \cdot f_s} = \sqrt{N}, \quad (11)$$

式中 N 为观测数据点数. 这样, 信号的时宽、带宽以及变换后 u 域宽度都为 Δx .

从时频平面上看, 量纲归一化相当于对原数据做尺度变换. 对于一个线性调频脉冲信号, 量纲归一化使得调频斜率发生变化, 假设原信号调频斜率为 k , 则量纲归一化后调频斜率变为

$$k' = k \cdot \frac{T_s}{f_s}. \quad (12)$$

对于一个经过量纲归一化后得到的离散样本信号 $x(n/\Delta x)$, $-N/2 \leq n \leq N/2$, 离散化分数阶傅里叶变换的计算公式为

$$\begin{aligned} &F^p[x] \left(\frac{m}{2\Delta x} \right) \\ &= \frac{A_\alpha}{2\Delta x} \exp \left[j\pi(\gamma - \beta) \left(\frac{m}{2\Delta x} \right)^2 \right] \\ &\quad \times \sum_{n=-N}^N \exp \left[j\pi\beta \left(\frac{m-n}{2\Delta x} \right)^2 \right] \\ &\quad \times \exp \left[j\pi(\gamma - \beta) \left(\frac{n}{2\Delta x} \right)^2 \right] x \left(\frac{n}{2\Delta x} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\gamma = \cot \alpha$, $\beta = \csc \alpha$, $-N \leq m \leq N$. 该公式可以使用快速傅里叶方法计算. 首先对信号两倍内插, 然后将得到的结果进行两倍抽取, 得到信号的离散分数阶傅里叶变换结果 $X_p(m/\Delta x)$, $-N/2 \leq m \leq N/2$. 计算结果含有 N 个点, 对应于原连续信号的 N 个离散样本, 采样间隔为 $1/\Delta x$.

4 目标几何声散射回波的分数阶傅里叶变换

在发射线性调频脉冲信号时, 目标回波中的各声散射分量仍具有线性调频性质, 但由于幅度、相位的变化, 声散射分量与线性调频脉冲信号间存在差异, 经分数阶傅里叶变换后也有所不同. 本节主要分析几何声散射回波经分数阶傅里叶变换后的特性, 为将分数阶傅里叶变换用于实际水下目标回波分析提供理论指导.

假设发射信号为幅度为 A_0 , 初始频率为 f_0 , 调频斜率为 k , 信号长度为 T 的线性调频脉冲信号

$$x(t) = \begin{cases} A_0 \exp(j2\pi f_0 t + j\pi k t^2), & t \in [0, T], \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (14)$$

而水下目标共包含 M 个几何声散射分量, 则根据亮点模型, 回波信号可以表述为

$$s(t) = \sum_{i=1}^M x_i(t) = \sum_{i=1}^M A_i(\mathbf{r}, \omega) x(t - \tau_i) \exp(j\varphi_i), \quad (15)$$

其中, $A_i(\mathbf{r}, \omega)$, τ_i 及 φ_i 分别为第 i 个几何亮点的幅度、时延及相位因子.

4.1 镜反射回波

对于如镜反射亮点一样、幅度因子与信号频率无关的几何声散射分量, 选择旋转角度满足 $\cot \alpha = -k$, 其最佳分数阶傅里叶变换结果为

$$X_{ip}(u) = A_{ip} T \exp[j\pi T(f_0 - k\tau_i - u \csc \alpha)] \times \text{sinc}[\pi T(f_0 - k\tau_i - u \csc \alpha)], \quad (16)$$

其中,

$$A_{ip} = A_0 A_i A_\alpha \exp(j\varphi_i + j\pi u^2 \cot \alpha) \times \exp[-j\pi(k\tau_i^2 + 2u\tau_i \csc \alpha)].$$

即回波信号在其最佳分数阶傅里叶变换域中为 sinc 函数形式, 可以起到脉冲压缩的效果. 幅度极大值及其位置、主瓣零点宽度分别为

$$|X_{ip}(u)|_{\max} = \frac{A_0 A_i T}{\sqrt{|\sin \alpha|}}, \quad (17)$$

$$u_{i \max} = (f_0 - k\tau_i) \sin \alpha, \quad (18)$$

$$\Delta u_i = \frac{2}{T} \sin \alpha, \quad (19)$$

极大值位置与初始频率 f_0 、调频斜率 k 以及时延因子 τ_i 有关; 幅度极大值和主瓣零点宽度都与发射信号长度 T 及调频斜率 k 有关. 对于不同的回波成分, 幅度因子影响变换后的幅值大小, 而时延因子的不同表现在脉冲位置的不同, 在最佳分数阶傅里叶变换结果中可以将脉冲位置和极大值大小作为反映回波特性的特征量.

当 $T \rightarrow \infty$ 时, 变换结果

$$X_{ip}(u) = 2\pi A_0 A_i A_\alpha \exp(j\varphi_i + j\pi u^2 \cot \alpha) \times \exp[-j\pi(k\tau_i^2 + 2u\tau_i \csc \alpha)] \times \delta(f_0 - k\tau_i - u \csc \alpha) \quad (20)$$

变成冲激函数形式, 即在信号参数不变的情况下, 增大信号长度, 可以将回波信号压缩为窄脉冲的形式. 在实际中, 信号长度有限, 会产生具有一定宽度的脉冲峰, 这将会带来分辨能力的问题.

在最佳分数阶傅里叶变换域之外, 即 $\cot \alpha \neq -k$ 时, 计算结果^[25]为

$$X_{ip}(u) = \begin{cases} A_{pn} \{ [c(T_2) - c(T_1)] + j[s(T_2) - s(T_1)] \}, & k + \cot \alpha > 0, \\ A_{pn} \{ [c(T_2) - c(T_1)] - j[s(T_2) - s(T_1)] \}, & k + \cot \alpha < 0, \end{cases} \quad (21)$$

其中,

$$A_n = \frac{A_0 A_i A_\alpha}{\sqrt{2|k + \cot \alpha|}} \exp[j\varphi_i + j\pi \mu^2 \cot \alpha + j\pi(k\tau_i^2 - 2f_0\tau_i)] \times \exp \left[-j\pi \frac{(f_0 - k\tau_i - \mu \csc \alpha)^2}{k + \cot \alpha} \right],$$

而

$$c(t) = \int_0^t \cos \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) dz,$$

$$s(t) = \int_0^t \sin \left(\frac{\pi}{2} z^2 \right) dz$$

为菲涅尔积分形式. 另外

$$T_1 = \sqrt{2|k + \cot \alpha|} \left(\tau_i + \frac{f_0 - k\tau_i - u \csc \alpha}{k + \cot \alpha} \right),$$

$$T_2 = \sqrt{2|k + \cot \alpha|} \left(\tau_i + T + \frac{f_0 - k\tau_i - u \csc \alpha}{k + \cot \alpha} \right).$$

从(21)式可以看出, $X_{ip}(u)$ 在 (p, u) 平面上关于 (p_0, u_0) 中心对称, 其中 $p_0 = \alpha_0/(\pi/2)$, $u_0 = (f_0 - k\tau_i) \sin \alpha_0$, 而 $\alpha_0 = \arccot(-k)$. 数值计算表明, (21)式在 u 域上接近于矩形分布, $\cot \alpha$ 与 $-k$ 相差越大, 矩形的宽度越大, 高度越小. 即变换阶次与最佳阶次相距越大, 其变换结果的极大值越小, 在最佳分数阶傅里叶变换域中极大值最大. 因而可以在 (p, u) 平面上通过搜索最大值的方法确定最佳分数阶傅里叶变换阶次.

4.2 棱角反射回波

不同于镜反射回波, 棱角反射回波的幅度因子随信号频率变化. 以图1中的棱角1为例, 其幅度因子为

$$A_1 = \sqrt{\frac{c}{2(f_0 + kt - k\tau_1)a}} \cdot \frac{1}{\sin^{3/2} \theta \cos \theta}, \quad (22)$$

时延因子和相位因子分别为 τ_1 和 φ_1 . 最佳分数阶傅里叶变换为

$$S_{p1}(u) = A_\alpha A_0 \sqrt{\frac{c}{2a \sin^{3/2} \theta \cos \theta}} \times \exp[j\pi(u^2 \cot \alpha - 2f_0\tau_1 + k\tau_1^2) + j\varphi_1] \times \int_{\tau_1}^{\tau_1+T} \frac{1}{\sqrt{f_0 + k(t - \tau_1)}} \times \exp[j2\pi(f_0 - k\tau_1 - u \csc \alpha)t] dt. \quad (23)$$

考虑上式中的积分项, 令其为 S_I , 再令 $z = \sqrt{f_0 + k(t - \tau_1)}$, 则有

$$S_I = \int_{\sqrt{f_0}}^{\sqrt{f_0+kT}} \frac{2}{k} \exp \left[j \frac{2\pi}{k} (f_0 - k\tau_1 - u \csc \alpha) \times (z^2 + k\tau_1 - f_0) \right] dz. \quad (24)$$

当 $u = (f_0 - k\tau_1) \sin \alpha$ 时, 积分结果为 $2/k$; 其他情况下, 再次利用变量代换, 可以得到积分结果

$$S_I = \begin{cases} A_S \{ [c(W_2) - c(W_1)] + j[s(W_2) - s(W_1)] \}, & u > (f_0 - k\tau_1) \sin \alpha, \\ A_S \{ [c(W_2) - c(W_1)] - j[s(W_2) - s(W_1)] \}, & u < (f_0 - k\tau_1) \sin \alpha, \end{cases} \quad (25)$$

其中,

$$A_S = \frac{2}{k} \exp \left[j \frac{2\pi}{k} (f_0 - k\tau_1 - u \csc \alpha)(k\tau_1 - f_0) \right],$$

$$W_1 = 2\sqrt{|f_0 - k\tau_1 - u \csc \alpha|/k} \cdot \sqrt{f_0},$$

$$W_2 = 2\sqrt{|f_0 - k\tau_1 - u \csc \alpha|/k} \cdot \sqrt{f_0 + kT},$$

式中, $c(t)$ 和 $s(t)$ 为菲涅尔积分形式. 受幅度因子的影响, 这种类型的几何声散射回波分量在最佳分数阶变换域不再是冲激或者sinc函数形式, 而是近似于矩形分布, 矩形的宽度与发射信号的参数 f_0, k 及 T 有关. 但与镜反射回波一样, 在最佳分数阶傅里叶变换域的极大值位置仍为 $u_1 = (f_0 - k\tau_1) \sin \alpha$.

从时频面投影的物理意义上看, 声散射回波幅度上的变化导致信号能量在时频面上的分布与线性调频脉冲信号有所不同, 但其分布仍然还是一条斜线段, 因而在最佳分数阶傅里叶变换域仍然会形成一个峰, 极大值的位置也相同; 而在非最佳分数阶傅里叶变换域, 主峰会变宽, 根据Parseval准则, 其幅值会小于最佳变换域的极大值. 图2为幅度因子变化的声散射回波信号在分数阶傅里叶变换域上的分布, 可以发现其与线性调频脉冲信号相似. 也就是说, 对于参数未知的棱角反射回波信号, 仍然可以通过在 (p, u) 平面上搜索极大值的方法确定最佳分数阶傅里叶变换阶次, 进而在最佳分数阶傅里叶变换域进行分析处理.

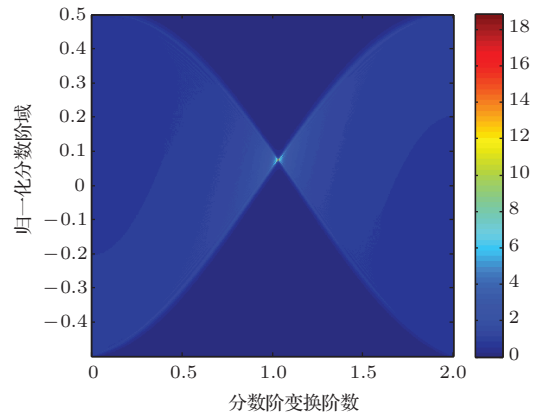


图2 (网刊彩色) 幅度变化的声散射回波信号的分数阶傅里叶变换分布

对于含有多个声散射分量的回波信号, 考虑到分数阶傅里叶变换满足线性叠加性质, 其变换结果为各个分量结果的叠加. 图3为含有三个声散射分量的回波信号的分数阶傅里叶变换仿真结果, 其中各分量的幅度和时延因子不同. 图中红色虚线为利用极大值搜索得到的最佳分数阶傅里叶变换域, 在其之上每个散射分量形成对应的峰, 因而在最佳变

换域中可以根据峰的数目判断回波中所含的散射分量的个数. 在最佳变换域之外, 各分量相互干涉形成图中的条纹状分布.

在最佳分数阶傅里叶变换域, 由各声散射回波分量的时延因子与所形成的脉冲位置形成了映射

关系, 通过获取极大值的位置可以计算得到各分量的时延因子. 对于图 1 所示的目标模型, 可得到入射角度变化时在最佳分数阶傅里叶变换域中的所形成的峰的变化特性, 如表 1 所示, 其中反映了目标的几何尺寸及入射角度的信息.

表 1 目标散射回波在分数阶傅里叶变换域的变化特性

散射点	入射角度范围	峰值点位置
棱角 1	$(0^\circ, 90^\circ) \cup (90^\circ, 180^\circ)$	$\left(f_0 - k \frac{L \cos \theta - 2R \sin \theta}{c}\right) \sin \alpha$
棱角 2	$(90^\circ, 180^\circ)$	$\left(f_0 - k \frac{L \cos \theta + 2R \sin \theta}{c}\right) \sin \alpha$
棱角 4	$(0^\circ, 90^\circ) \cup (90^\circ, 180^\circ)$	$\left(f_0 + k \frac{L \cos \theta + 2R \sin \theta}{c}\right) \sin \alpha$
半侧柱面 5	90°	$\left(f_0 + k \frac{2R}{c}\right) \sin \alpha$
半球面 6	$[0^\circ, 90^\circ)$	$\left(f_0 + k \frac{L \cos \theta + 2R}{c}\right) \sin \alpha$
圆端面 7	180°	$\left(f_0 + k \frac{L}{c}\right) \sin \alpha$

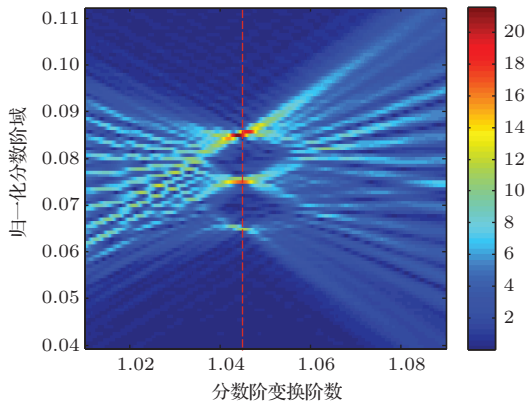


图 3 (网刊彩色) 含有多个分量的回波信号的分数阶傅里叶变换

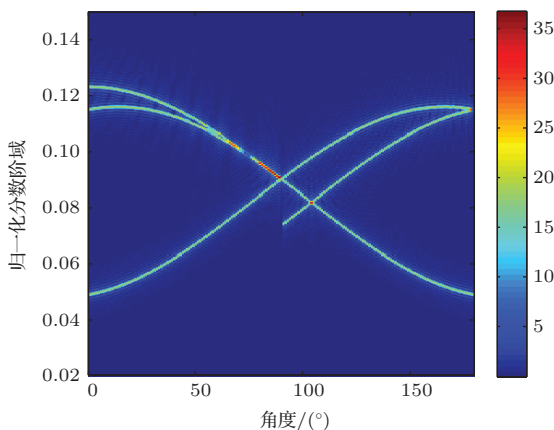


图 4 (网刊彩色) 分数阶傅里叶变换域中声散射分量随入射角度的变化特性

当声波入射角度变化时, 时延量随之变化, 在分数阶傅里叶变换域会形成对应的变化曲线. 在几何尺寸一定的情况下, 仿真各个角度下的目标回

波, 通过分数阶傅里叶变换可以得到时延-角度变化曲线, 如图 4 所示. 该图中仅仿真了各散射分量的时延因子的变化, 并没有考虑幅度和相位因子. 从中可以看出分数阶傅里叶变换能够表征出时延随声波入射角度的变化.

5 声散射回波在离散分数阶傅里叶变换域中的分辨能力

数值计算时, 受量纲归一化的影响, 离散信号相对于原信号发生了尺度上的改变. 分析离散分数阶傅里叶变换域中声散射回波的特性, 有助于促进实际应用.

5.1 离散分数阶傅里叶变换域下散射回波的特性

量纲归一化会对分数阶傅里叶变换结果产生影响. 以第 i 个镜反射回波为例, 在观测时间为 T_s 内长度为 T 的信号经过量纲归一化及两倍插值后为

$$x_i \left(\frac{n}{2\Delta x} \right) = \begin{cases} A_0 A_i \exp(j\varphi_i) \exp \left[j2\pi f_0 \left(\frac{nS}{2\Delta x} - \tau_i \right) + j\pi k \left(\frac{nS}{2\Delta x} - \tau_i \right)^2 \right], & n \in [N_1, N_2], \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (26)$$

其中, $N_1 = \lceil 2f_s x \tau_i \rceil$, $N_2 = \lceil 2f_s (\tau_i + T) \rceil$, $\lceil \cdot \rceil$ 和 $\lfloor \cdot \rfloor$ 分别表示向上和向下取整.

将上式代入 (13) 式, 可得

$$\begin{aligned}
 & X_{ip} \left(\frac{m}{2\Delta x} \right) \\
 &= \frac{A_0 A_i A_\alpha}{2\Delta x} \exp \left[j\pi\gamma \left(\frac{m}{2\Delta x} \right)^2 \right] \exp(j\varphi_i - j2\pi f_0 \tau_i) \\
 & \times \sum_{n=N_1}^{N_2} \left\{ \exp \left[-j2\pi\beta \frac{mn}{(2\Delta x)^2} + j\pi\gamma \left(\frac{n}{2\Delta x} \right)^2 \right] \right. \\
 & \left. \times \exp \left[j2\pi f_0 \frac{nS}{2\Delta x} + j\pi k \left(\frac{nS}{2\Delta x} - \tau_i \right)^2 \right] \right\}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

令 $\gamma = -kS^2$, 则可将上式计算并化简为

$$\begin{aligned}
 & X_{ip} \left(\frac{m}{2\Delta x} \right) \\
 &= \frac{A_0 A_i A_\alpha}{2\Delta x} \exp \left[j\pi\gamma \left(\frac{m}{2\Delta x} \right)^2 \right] \\
 & \times \exp \left(j\varphi_i - j2\pi f_0 \tau_i + j\pi k \tau_i^2 \right) \\
 & \times \exp \left[j\pi \left(-\frac{\beta m}{(2\Delta x)^2} + \frac{f_0 S}{2\Delta x} - \frac{kS\tau_i}{2\Delta x} \right) \right] \\
 & \times (N_1 + N_2) \\
 & \times \sin \left[\pi \left(-\frac{\beta m}{(2\Delta x)^2} + \frac{f_0 S}{2\Delta x} - \frac{kS\tau_i}{2\Delta x} \right) \right] \\
 & \times (N_2 - N_1 + 1) \\
 & \times \sin^{-1} \left[\pi \left(-\frac{\beta m}{(2\Delta x)^2} + \frac{f_0 S}{2\Delta x} - \frac{kS\tau_i}{2\Delta x} \right) \right]. \quad (28)
 \end{aligned}$$

将该结果进行两倍抽取, 并取模值, 可得到声散射回波在离散分数阶傅里叶变换域的分布为

$$\begin{aligned}
 & \left| X_{ip} \left(\frac{m}{\Delta x} \right) \right| \\
 &= \frac{A_0 A_i (N_2 - N_1 + 1)}{2\Delta x \sqrt{|\sin \alpha|}} \\
 & \times \left| \sin \left[\pi \left(-\frac{\beta m}{2(\Delta x)^2} + \frac{f_0 S}{2\Delta x} - \frac{kS\tau_i}{2\Delta x} \right) \right] \right. \\
 & \left. \times (N_2 - N_1 + 1) \right] (N_2 - N_1 + 1)^{-1} \\
 & \times \sin^{-1} \left[\pi \left(-\frac{\beta m}{2(\Delta x)^2} + \frac{f_0 S}{2\Delta x} - \frac{kS\tau_i}{2\Delta x} \right) \right], \quad (29)
 \end{aligned}$$

这是 sinc 函数的离散形式, 其极大值为

$$\left| X_{ip} \left(\frac{m}{\Delta x} \right) \right|_{\max} = \frac{A_0 A_i (N_2 - N_1 + 1)}{2\Delta x \sqrt{|\sin \alpha|}}$$

$$\begin{aligned}
 & \approx \frac{A_0 A_i 2f_s T}{2\Delta x \sqrt{|\sin \alpha|}} \\
 &= \frac{A_0 A_i \Delta x T}{\sqrt{|\sin \alpha|} T_s}, \quad (30)
 \end{aligned}$$

式中假定 $(N_2 - N_1 + 1) \approx 2f_s T$. 极大值对应的位置为

$$\frac{m_i}{\Delta x} = (f_0 - k\tau_i) S \sin \alpha, \quad (31)$$

零点宽度为

$$\frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{2S}{T} \sin \alpha. \quad (32)$$

可以看出, 在离散分数阶傅里叶变换域, 每个声散射分量仍然表现为峰的形式, 极大值位置与零点宽度与信号参数有关. 在某些角度下, 两个声散射分量间的时延差可能很小, 受零点宽度的影响, 会存在分辨能力的问题, 讨论声散射分量在分数阶傅里叶变换域的分辨能力具有很重要的意义.

在离散情况下, 极大值位置与时延因子之间的映射关系为

$$\tau_i = \frac{f_0}{k} - \frac{m_i}{\Delta x} \frac{1}{kS \sin \alpha}. \quad (33)$$

而映射到时间域后的零点宽度为

$$\Delta \tau_i = \frac{2}{B}, \quad (34)$$

其中, B 为发射信号的带宽. 从时域上看, 分数阶傅里叶变换能起到的脉冲压缩效果与匹配滤波器相同. 此外, 由 (33) 式可知, 离散计算的精度为

$$d\tau = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{kS \sin \alpha}, \quad (35)$$

其与观测时间长度有关. 增加观测时间长度, 可以提高计算精度.

5.2 仿真分析

对于棱角反射回波, 难以给出具体的分辨能力的解析表达式. 通过仿真研究其在离散分数阶傅里叶变换域中的计算精度和分辨能力. 其中, 计算精度取变换结果中相邻两点间的距离; 分辨能力取最大值两侧分别下降到最大值的 $\sqrt{2}/2$ 倍后的两点间的距离, 即半功率宽度.

首先仿真观测时间一定时信号长度对变换结果的影响. 发射信号初始频率 2 kHz, 采样频率 100 kHz, 观测时间为 5 ms. 在调频斜率分别为 5, 10 及 20 kHz·ms⁻¹ 时分别得到了信号长度为 0.1—5 ms 下的计算精度和分辨能力, 如图 5 所示. 在调频斜率一定的情况下, 随着信号长度的增加, 信号带宽增大, 因而分辨能力的数值呈下降趋势,

即分辨能力提高. 而在相同的时间长度下, 调频斜率越大, 分辨能力越高. 计算精度与信号长度无关, 因而没有变化. 但受计算精度的影响, 分辨能力会出现阶梯型变化.

下面仿真信号长度一定时观测时间长短对变换结果的影响. 仿真信号长度为 2 ms, 观测时间范围为 2—5 ms, 其他参数与上述相同, 结果如图 6 所示. 随着观测时间长度的增加, 计算精度的数值变小, 即所得到的精度高. 而对于分辨能力来说, 其会随观测时间长度的变化总体上呈下降趋势, 其中会有波动现象, 波动范围为对应计算精度的大小. 这是由于在主峰宽度不是计算精度的整数倍, 采样后在主峰内会存在一个采样点的差异.

通过对图 5 和图 6 的分析可以看出, 声散射回波在离散分数阶傅里叶变换域的分辨能力实际上受发射信号带宽的影响, 而与观测时间的长短无关. 信号长度一定时通过增加调频斜率, 或者调频斜率一定时通过增加信号长度, 都可以提高分辨能力. 但在实际声呐目标探测中, 这些参数不能无限地增加, 还要综合考虑换能器的工作带宽及作用距离等因素. 而对于计算精度, 可以发现其与观测时间有关, 这是分数阶傅里叶变换的离散计算方法所决定的. 随着观测时间的增加, 计算精度提高, 也可以在一定程度上影响分辨能力, 但不能从根本上突破分辨能力的限制.

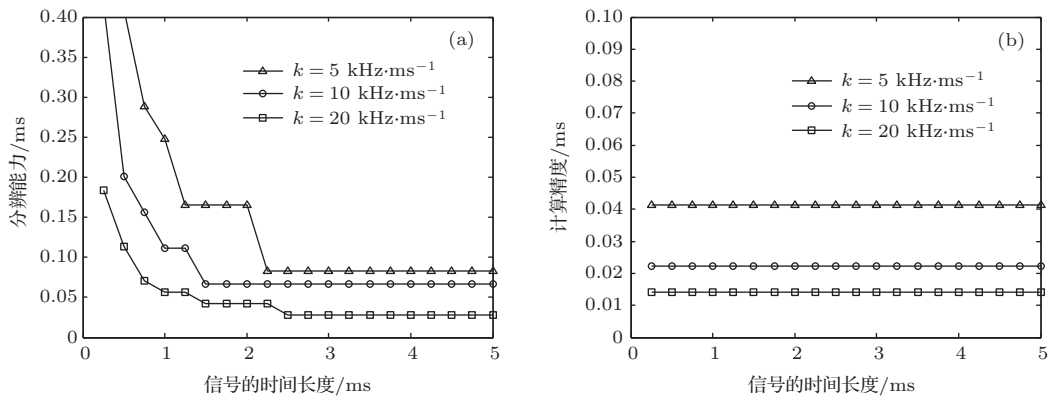


图 5 相同观测时间下信号长度对分辨能力和计算精度的影响 (a) 分辨能力; (b) 计算精度

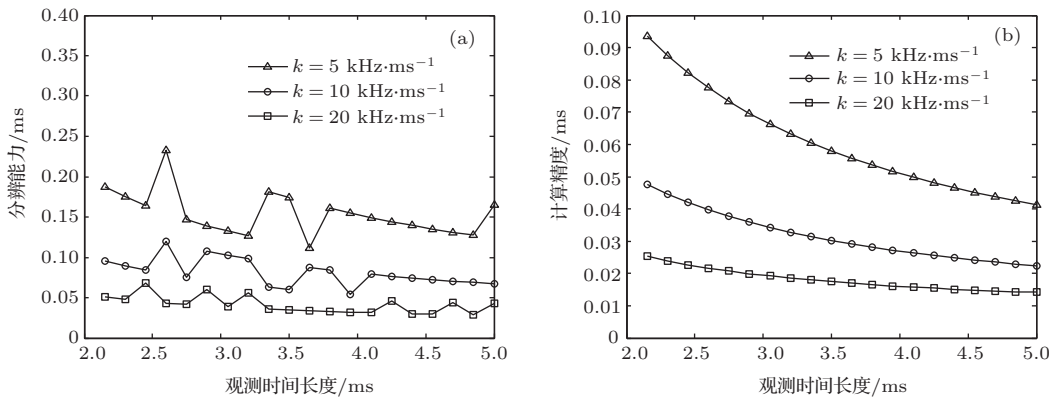


图 6 相同信号长度下观测时间对分辨能力和计算精度的影响 (a) 分辨能力; (b) 计算精度

6 实验数据处理

为研究目标的散射特性, 在消声水池利用主动声呐系统采集目标模型的散射回波信号. 声呐采用收发合置换能器基阵, 发射换能器发射不同参数的线性调频脉冲信号, 接收换能器接收信号后送入数

据采集器以文件形式保存. 模型为球冠形圆柱体, 固定在旋转装置上进行旋转, 相对于换能器一些特殊姿态如图 7 所示, 分别对应前文中的 5 种声波入射条件. 实验数据处理结果中, 频率利用采样频率进行归一化, 时延以数据点数表示.

取姿态 (d) 对应的目标回波数据, 其时域波形、频谱分析、Wigner-Ville 分布以及分数阶傅里叶变

换结果如图 8 所示. 其中按照发射信号的参数计算得到理论上最佳分数阶傅里叶变换阶数为 1.0760, 处理时阶数在 1—1.15 范围内以步长 0.00015 变化. 从时域波形以及频谱分析结果中难以看出有关目标声散射分量的信息, 而从 Wigner-Ville 分布上可以看出若干时频分布线, 但无法判断信号自项与交叉项, 难以准确分析. 从分数阶傅里叶变换结果中, 可以观察到三个明显的能量聚集区域, 如图中标注, 对应于三个声散射分量. 相对于其他分析方法, 分数阶傅里叶变换能够较清晰地分析信号, 对每个分量都能取得良好的分离效果. 另外还可以看出, 每个分量的极大值对应的横坐标不同, 换言之, 每个分量的最佳分数阶傅里叶变换阶次不同. 这说

明在实际中, 水下目标的各散射分量相对于发射信号会发生一些变化, 分数阶傅里叶变换有助于分析这些变化, 提供更多的目标特征信息.

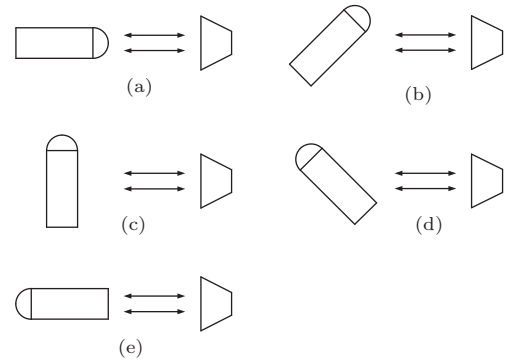


图 7 目标与换能器间的姿态示意图

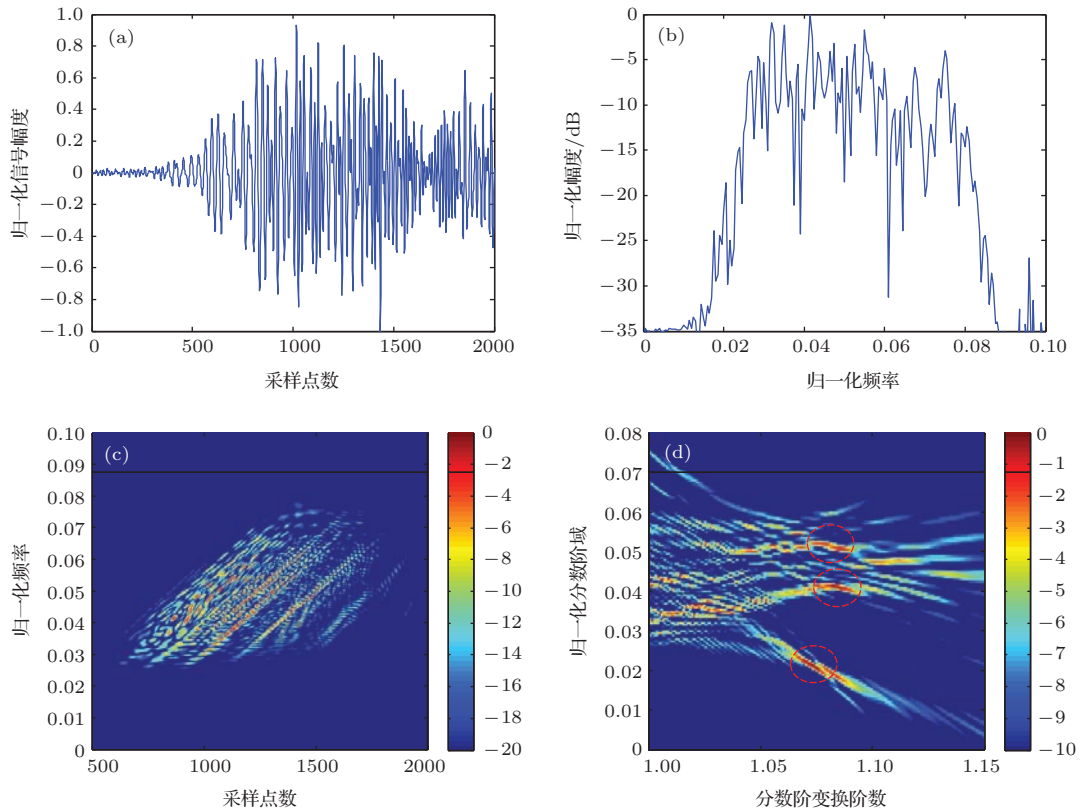


图 8 (网刊彩色) 水下目标回波数据处理 (a) 时域波形; (b) 频谱分析; (c) Wigner-Ville 分布; (d) 分数阶傅里叶变换

取图 7 中每种姿态对应的数据, 分别利用匹配滤波器和分数阶傅里叶变换进行处理, 其中分数阶傅里叶变换阶数的范围和步长与图 8 相同, 通过搜索最大值确定最佳阶数, 结果如图 9 所示. 对于状态 (a), 仅有一个半球面的镜面反射, 理论上声散射回波的幅度恒定, 从处理结果中可以看出两种方法都得到了一个明显的峰值, 其位置一致. 状态 (b) 中, 除球冠的镜面反射外, 还有两个棱角反射波, 但

因棱角反射波相对镜面反射波很小, 在处理结果中仅能看到一个较大的峰值. 状态 (c) 和 (e) 中分别仅有一个圆柱面和端面的镜反射波, 分别形成一个峰值. 状态 (d) 在声波所能到达的亮区存在三个棱角, 故存在三个棱角反射波. 但由于棱角反射波幅度较小, 而且幅度随频率变化, 图中每个峰相对镜反射回波较宽, 而且容易受到干扰影响. 可以看出, 分数阶傅里叶变换具有和匹配滤波器相同的声散射

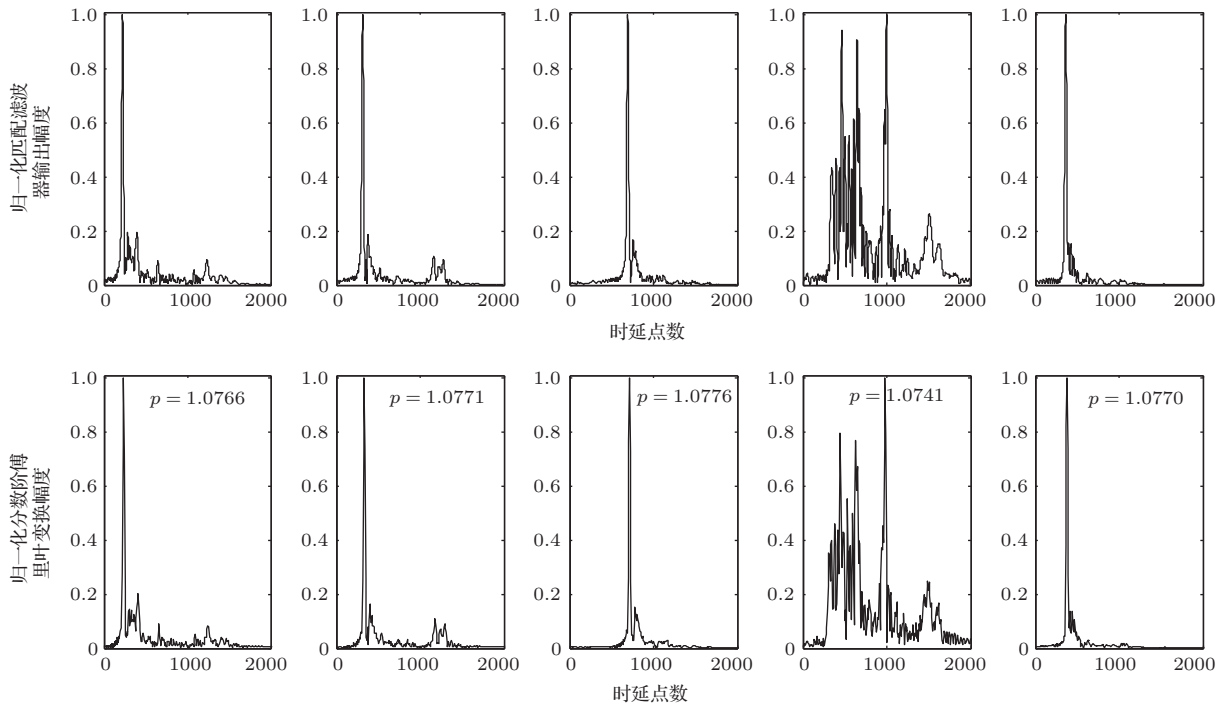


图9 利用匹配滤波器和分数阶傅里叶变换处理结果

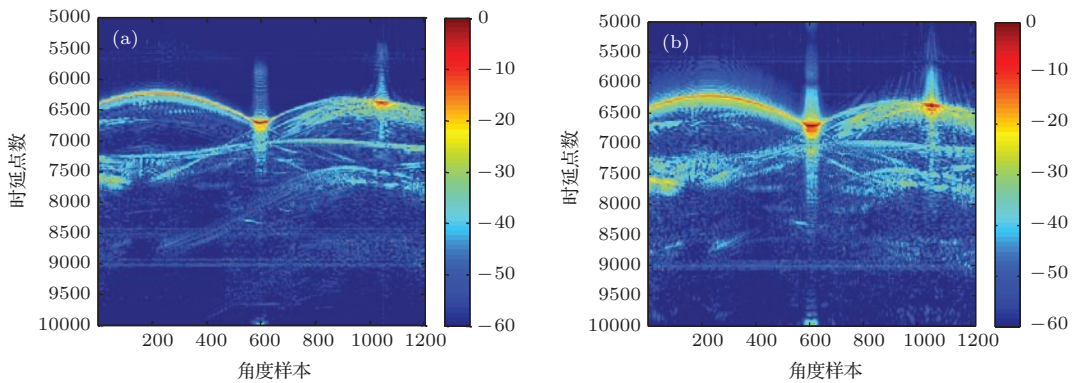


图10 (网刊彩色) 不同发射信号带宽的目标回波的分数阶傅里叶变换分析 (a) 带宽范围0.02—0.08; (b) 带宽范围0.05—0.08

回波分析效果, 但分数阶傅里叶变换的优势在于能够调节变换阶次以取得与实际信号相匹配的最佳效果.

下面对比不同发射信号参数的目标回波分数阶傅里叶变换结果, 讨论参数对处理结果的影响. 图10中发射信号长度为1000, 图10(a)中归一化带宽为0.02—0.08, 图10(b)中为0.05—0.08, 利用分数阶傅里叶变换域与时延的映射关系可以得到时间-角度信息. 可以看出, 前者在声散射分量随角度变化的表示上明显优于后者. 图10(a)中带宽较大, 分辨能力高, 所形成的主峰较窄, 因而在一些角度下对于相邻较近的声散射回波在图10(a)中能够分辨出, 而在图10(b)中无法分辨. 在图10(a)中, 可

以明显地观察到声散射回波随角度的变化曲线, 能够清楚地分析目标在不同声波入射角度下的声散射回波特性. 所以在实际水下目标探测时, 为了获得较高的分类识别效果, 可以在条件允许的情况下增大带宽, 这样能在分析中获得较高的分辨能力.

7 结 论

结合水下目标的声散射特性以及线性调频脉冲信号在分数阶傅里叶变换下的能量聚集特性, 本文将分数阶傅里叶变换应用于分析水下目标几何声散射回波. 相对于匹配滤波, 分数阶傅里叶变换能够根据实际信号获得最佳的匹配效果, 能够更准确地分析回波特性. 通过理论推导、仿真分析及实

验数据处理, 主要得到以下结果:

1) 水下目标几何声散射回波在最佳分数阶傅里叶变换域表现为sinc函数或近似于sinc函数的脉冲形式, 可以获得与匹配滤波相同的脉冲压缩效果, 能够将在时域和频域混叠的回波分量分离开;

2) 当声波入射角度变化时, 从分数阶傅里叶变换结果中可以得到几何声散射回波的变化特性, 据此可以建立全方位入射角度下目标回波的分析模型;

3) 在离散分数阶傅里叶变换域中, 各声散射分量表现为离散脉冲的形式. 多个分量间的分辨能力受发射信号带宽的影响, 带宽越大, 分辨能力越好; 观测时间长度影响计算精度, 会在一定程度上影响分辨能力, 但无法突破由信号带宽带来的限制.

本文可为实际水下目标探测的参数选取提供参考, 也可为利用分数阶傅里叶变换处理水下目标回波信号并提取识别特征提供理论基础.

参考文献

- [1] Li X K, Yang S E 2001 *J. Harbin Eng. Univ.* **22** 25 (in Chinese) [李秀坤, 杨士莪 2001 哈尔滨工程大学学报 **22** 25]
- [2] Fan J 2001 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Shanghai Jiaotong University) (in Chinese) [范军 2001 博士学位论文(上海: 上海交通大学)]
- [3] Fan W, Zheng G Y, Fan J 2010 *Acta Acustica* **35** 419 (in Chinese) [范威, 郑国垠, 范军 2010 声学学报 **35** 419]
- [4] Pan A, Fan J, Wang B 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **134** 3452
- [5] Pan A, Fan J, Zhuo L K 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024301 (in Chinese) [潘安, 范军, 卓琳凯 2013 物理学报 **62** 024301]
- [6] Li L, Wen J H, Cai L, Zhao H G, Wen X S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 014301
- [7] Williams K L, Kargl S G, Thorsos E I, Burnett D S, Lopes J L, Zampolli M, Marston P L 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 3356
- [8] Waters Z J, Simpson H J, Sarkissian A, Dey S, Houston B H, Bucaro J A, Yoder T J 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **132** 3076
- [9] Déculot D, Liétard R, Maze G 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 1328
- [10] Chen Y F, Li G J, Wang Z S, Zhang M W, Jia B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084302 (in Chinese) [陈云飞, 李桂娟, 王振山, 张明伟, 贾兵 2013 物理学报 **62** 084302]
- [11] Bucaro J A, Houston B H, Saniga M, Dragonette L R, Yoder T, Dey S, Kraus L, Carin L 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **123** 738
- [12] Zheng G Y, Fan J, Tang W L 2010 *Acta Acustica* **35** 31 (in Chinese) [郑国垠, 范军, 汤渭霖 2010 声学学报 **35** 31]
- [13] Ou H H, Au W W L, Sirmos V L 2010 *Oceans 2010 MTS/IEEE Seattle* Seattle, USA, September 20–23, 2010 p1
- [14] Anderson S D, Sabra K G, Zakharia M E, Sessarego J P 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 164
- [15] Laaboubi M, Aassif E, Latif R, Dliou A, Maze G, Déculot D 2013 *Aerosp. Sci. Technol.* **27** 216
- [16] Tao R, Li X M, Li Y L, Wang Y 2009 *IEEE Trans. Signal Process.* **57** 2852
- [17] Deng B, Wang X, Tao R, Liu X Z 2012 *Acta Armament.* **33** 764 (in Chinese) [邓兵, 王旭, 陶然, 刘贤忠 2012 兵工学报 **33** 764]
- [18] Ozaktas H M, Kutay M A, Zalevsky Z 2001 *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing* (New York: Wiley) pp1–5, 118–122
- [19] Tao R, Deng B, Wang Y 2006 *Sci. China: Inform. Sci.* **49** 1
- [20] Sejdíć E, Djurović I, Stanković L 2011 *Signal Process.* **91** 1351
- [21] Chen Y, Zhao H C, Chen S, Zhang S N 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 118403 (in Chinese) [陈勇, 赵惠昌, 陈思, 张淑宁 2014 物理学报 **63** 118403]
- [22] Tang W L 1994 *Acta Acustica* **19** 92 (in Chinese) [汤渭霖 1994 声学学报 **19** 92]
- [23] Tang W L, Chen D Z 1988 *Acta Acustica* **13** 29 (in Chinese) [汤渭霖, 陈德智 1988 声学学报 **13** 29]
- [24] Almeida L B 1994 *IEEE Trans. Signal Process.* **42** 3084
- [25] Liu F, Xu H F, Tao R, Wang Y 2012 *Sci. China: Inform. Sci.* **55** 1301
- [26] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A, Bozdagi G 1996 *IEEE Trans. Signal Process.* **44** 2141
- [27] Xu H F, Liu F 2010 *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Information and Automation* Harbin, China, June 20–23, 2010 p408

Characteristics of the geometrical scattering waves from underwater target in fractional Fourier transform domain*

Li Xiu-Kun^{1)2)†} Meng Xiang-Xia¹⁾²⁾ Xia Zhi¹⁾²⁾

1) (*Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

(Received 24 July 2014; revised manuscript received 23 September 2014)

Abstract

The components of the underwater target scattering waves alias together in time domain and frequency domain realistically. They are affected by the incident angle, and show great differences under different angles. It is necessary to build an analytical model of scattering waves under all-direction incident angles theoretically. The analytical expressions of geometrical scattering components changing with the incident angle in fractional Fourier transform domain are deduced in this paper. The all-direction model in optimal fractional Fourier transform domain of the scattering waves is built. Based on this, the geometrical feature of underwater target echo is provided. In addition, the relationships between the resolution and the bandwidth of transmitted signal, and between the calculation accuracy and the length of observational signal are given. By processing experimental data, it is indicated that the model in fractional Fourier transform domain is in accordance with the characteristics of underwater target. It can provide a theoretical basis for target recognition under unknown incident angle.

Keywords: underwater target detection, geometrical scattering waves, fractional Fourier transform, resolution

PACS: 43.30.+m, 43.60.+d, 43.60.-c, 43.60.Hj

DOI: 10.7498/aps.64.064302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51279033) and the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province, China (Grant No. F201346).

† Corresponding author. E-mail: lixikun@hrbeu.edu.cn