物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计

巴斌 刘国春 李韬 林禹丞 王瑜

Joint for time of arrival and direction of arrival estimation algorithm based on the subspace of extended hadamard product

Ba Bin Liu Guo-Chun Li Tao Lin Yu-Cheng Wang Yu

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 078403 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.078403
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.078403
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I7

基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计*

巴斌[1)†] 刘国春[1)] 李韬[1)] 林禹丞[2)] 王瑜[1)]

1) (解放军信息工程大学, 郑州 450001)

2) (中国人民解放军 61539 部队, 北京 100091)

(2014 年 9 月 7 日收到; 2014 年 11 月 2 日收到修改稿)

在窄带阵列天线正交频分复用系统的到达时间和波达方向联合估计中, 针对阵元数目较少时波达方向估计精度不高, 特别是多径数目大于阵元数目导致的波达方向无法估计问题, 提出一种基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计算法. 该算法首先利用各阵元上的频域信道估计构成扩展信道频域响应矢量, 然后计算扩展信道频域响应矢量自相关矩阵, 并进行特征值分解得到哈达玛积扩展噪声子空间, 最后构造伪谱函数并进行二维谱峰搜索, 从而实现到达时间和波达方向的联合估计. 仿真结果表明, 与现有算法相比, 在复杂度没有大幅提高的前提下, 该算法的估计结果均方根误差更加接近克拉美罗界, 且到达时间和波达方向估计能够自动配对, 在多径数目大于阵元数目时依然适用.

关键词: 阵列天线, 正交频分复用, 到达时间, 波达方向

PACS: 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.50.Qx, 89.70.Eg **DOI:** 10.7498/aps.64.078403

1 引 言

正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 技术是一种多载波数字调制技术, 具有较高的频带利用率, 并且能够有效对抗频率选择性衰落. 阵列天线 OFDM 利用自适应波束形成技术产生空间定向波束, 将天线主波束对准用户信号波达方向, 旁瓣或零陷对准干扰信号波达方向, 从而大幅度提高了 OFDM 系统的性能. 目前, 它被广泛应用于水声通信系统 [1,2]、第四代移动通信 (the 4th generation mobile communication, 4G)、电气电子工程师协会 (Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE)802.11 无线局域网 (Wireless Local Area Network, WLAN) 和全球微波互联接入 (Worldwide Interoperability for Microwave Access, WiMax) 等各个标准中.

窄带阵列天线 OFDM 系统在为用户提供数据服务的同时也可以提供基于位置的服务 (location based services, LBS). 到达时间 (time of arrival, TOA) 估计是位置估计的关键技术之一, 被应用于雷达 [3] 和无线电通信中的目标定位 [4]. 此外, 利用阵列天线对信号波达方向 (direction of arrival, DOA) 的估计可以有效减少定位系统的节点数, 因此研究基于 TOA 和 DOA 联合估计的定位方法具有重要的意义.

阵列天线 OFDM 系统中的 TOA 和 DOA 联合估计方法主要可以分为两大类: 一是两步联合估计方法; 二是 TOA 和 DOA 独立估计并进行配对的方法.

两步联合估计方法首先对各个阵元分别进行高精度 TOA 估计, 然后利用阵元间的时延差构成三角几何关系计算 DOA. 对于 TOA 估计, 近年来, 学者们进行了大量的研究. 受系统工作带宽和采样率的限制, 传统的 TOA 估计方法性能较差, 文

* 国家高技术研究发展计划 (863 计划)(批准号: 2012AA01A502, 2012AA01A505) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xidianbabin@163.com

献[5]给出了一种基于子载波相位差的OFDM无线信号TOA估计算法, 该算法在高斯白噪声信道中能够提供高精度的TOA估计, 但无法适用于复杂的多径环境. 为了进一步研究多径环境下的高精度TOA估计, 学者们提出了许多超分辨算法, 包括最小范数谱估计算法[6], 多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC) 算法[7]、传播算子算法(propagator method, PM)[8]、求根MUSIC算法[9]、旋转不变技术估计信号参数(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法[10]、基于马尔科夫链蒙特卡罗的时延估计算法[11]等. 这些超分辨算法通常利用信道频域响应自相关矩阵进行特征分解, 然后构造伪谱函数并利用谱峰搜索得到TOA估计. 文献[12]通过矩阵束方法对TOA和DOA进行联合估计, 利用了宽带信号对TOA的高精度估计, 然后通过时延差构造几何关系, 从而求得DOA. TOA的估计精度直接影响阵元间时延差所构成的三角几何关系精度, 在窄带条件下, TOA的估计精度无法满足三角几何关系的精度要求, 从而导致DOA估计失效.

TOA和DOA独立估计并进行配对的方法首先分别进行TOA和DOA的独立估计, 然后进行配对. 对于DOA估计, 文献[13]对接收信号进行频域处理, 通过构造类似窄带形式DOA的估计模型, 然后利用MUSIC算法实现了DOA估计. 但是DOA估计的性能受阵列孔径的限制, 在阵元数目较少时, 阵列孔径较小, DOA估计精度不高. 另外, 算法要求多径数目小于阵元数目. 在复杂多径信道条件下, 当多径数目大于阵元数目时, 自相关矩阵维度小于信号子空间维度, 算法无法分解出噪声子空间, 从而无法实现对DOA的估计.

在窄带阵列天线OFDM系统的到达时间和波达方向联合估计中, 针对阵元数目较少时波达方向估计精度不高, 特别是多径数目大于阵元数目时导致的波达方向无法估计问题, 本文给出一种基于Hadamard积扩展子空间的TOA和DOA联合估计算法. 该算法扩展了虚拟系统带宽和虚拟阵列孔径, 提高了时间分辨能力和空间分辨能力, 并且可以实现参数的自动配对; 增大了自相关矩阵维度, 在多径数目大于阵元数目时, 依然能够有效地估计DOA.

文中用到的符号和算子说明如下: $[\bullet]^{\mathrm{T}}$ 表示转置; $[\bullet]^{\mathrm{H}}$ 表示共轭转置; $\hat{x}$ 表示对精确值 x 的估计; $E[\bullet]$ 表示取期望.

2 窄带阵列天线OFDM系统的信号接收模型

考虑由 M 个阵元组成的均匀线阵, 假设信号源与天线足够远, 即信源与阵列天线的距离远大于阵元的间距, 以致于信号到达各阵元的波前为平面波, 这样的信号称为远场信号. 第 i 条径到达阵列天线的模型如图1所示.

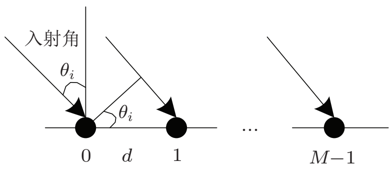

图1 天线阵列示意图

远场信号到达各阵元的方向角相同, 用 θ_i 表示, 成为波达方向, 定义为第 i 条径到达阵元的直射线与阵元法线方向之间的夹角. 以阵元0作为参考阵元, 即第 i 条径从信源到参考阵元上的传播时延为 τ_i. 那么, 第 i 条径到达其他阵元的时间相对于参考阵元存在延迟(或超前). 令第 i 条径在第 m 个阵元引起的相对时延为 $\xi_{m,i}$, 则由图1易知, 第 i 条径的波达方向 θ_i 与相对时延 $\xi_{m,i}$ 之间存在关系:

$$\xi_{m,i} = \frac{md\sin\theta_i}{c}, \tag{1}$$

式中 d 是两个相邻阵元之间的距离, c 表示光速, θ_0 表示首达经的波达方向, 即DOA估计的参数.

第 m 个阵元的无线多径信道冲击响应可以表示为

$$h_m(t) = \sum_{i=0}^{L_{\mathrm{P}}-1} \alpha_i \delta(t-\tau_i-\xi_{m,i}),$$
$$0 \leqslant m \leqslant M-1, \tag{2}$$

其中, L_{P} 为多径数, $\alpha_i = |\alpha_i|\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_i}$ 为第 i 条多径分量的复衰落系数, τ_i 为第 i 条多径分量的传播时延. 传播时延升序排列, τ_0 表示首达径到达参考阵元的传播时延, 即TOA估计的参数, δ 表示冲击函数. 在每一个快拍中, $|\alpha_i|$ 不变, ϕ_i 在区间 $(0, 2\pi)$ 上服从均匀分布[14], 记为 $\phi_i \sim U(0, 2\pi)$. 因此, 多径分量复衰落系数 $\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{L_{\mathrm{P}}-1}$ 相互独立.

第 m 个阵元在第 k 个子载波上的信道频域

响应为

$$\begin{aligned}&\hat{H}_{m,k}\\&=\sum_{i=0}^{L_{\mathrm{P}}-1}\alpha_i\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T}\right)(\tau_i+\xi_{m,i})}+n_{m,k}\\&=\sum_{i=0}^{L_{\mathrm{P}}-1}\alpha_i\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T}\right)\tau_i}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T}\right)\xi_{m,i}}+n_{m,k},\\&0\leqslant k\leqslant K-1,\end{aligned}\tag{3}$$

其中, f_{c} 为发射信号载频, T 是OFDM系统中快速傅里叶变换(fast fourier transformation, FFT)/FFT逆变换(inverse fast fourier transform, IFFT)的周期, $\boldsymbol{n}_{m,k}\sim N\left(0,\sigma^2\right)$ 是复高斯白噪声, K 表示OFDM系统子载波个数(即FFT点数).

由(1)式和(3)式可知, 信道频域响应含有TOA与DOA的信息, 下面讨论TOA和DOA的联合估计方法.

3 窄带阵列天线OFDM系统中TOA和DOA联合估计

在窄带阵列天线OFDM系统的到达时间和波达方向联合估计中, 当阵元数目较少时波达方向估计精度不高, 特别是多径数目大于阵元数目时将导致波达方向无法估计. 利用多个阵元的频域信道估计构成扩展信道频域响应矢量, 并求其自相关矩阵. 由于扩展信道频域响应矢量维度相对扩展前信道频域响应矢量维度的倍数是阵元数目, 因此, 自相关矩阵的维度得到了极大的扩展. 这种处理方法可等效扩展虚拟系统带宽和虚拟阵列孔径, 有效提高时间分辨能力和空间分辨能力, 并实现参数的自动配对; 同时, 由于增大了自相关矩阵维度, 因此在多径数目大于阵元数目时, 依然能够求得Hadamard积扩展噪声子空间, 进而估计DOA.

下面首先介绍TOA和DOA联合估计算法的设计, 然后给出算法的步骤, 最后对算法的复杂度进行分析.

3.1 算法设计

根据(3)式, 第 m 个阵元上信道频域响应可以表示为矢量形式

$$\hat{\boldsymbol{H}}_m=\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{n}_m,\tag{4}$$

其中,

$$\boldsymbol{\tau}=\left[\tau_0\ \tau_1\ \cdots\ \tau_{L_{\mathrm{P}}-1}\right]^{\mathrm{T}},\tag{5}$$

$$\boldsymbol{\theta}=\left[\theta_0\ \theta_1\ \cdots\ \theta_{L_{\mathrm{P}}-1}\right]^{\mathrm{T}},\tag{6}$$

$$\hat{\boldsymbol{H}}_m=\left[\hat{\boldsymbol{H}}_{m,0}\ \hat{\boldsymbol{H}}_{m,1}\ \cdots\ \hat{H}_{m,K-1}\right]^{\mathrm{T}},\tag{7}$$

$$\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)=\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{0}{T}\right)(\tau_0+\xi_{m,0})} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{0}{T}\right)(\tau_1+\xi_{m,1})} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{0}{T}\right)(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1}+\xi_{m,L_{\mathrm{P}}-1})}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{1}{T}\right)(\tau_0+\xi_{m,0})} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{1}{T}\right)(\tau_1+\xi_{m,1})} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{1}{T}\right)(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1}+\xi_{m,L_{\mathrm{P}}-1})}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{K-1}{T}\right)(\tau_0+\xi_{m,0})} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{K-1}{T}\right)(\tau_1+\xi_{m,1})} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{K-1}{T}\right)(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1}+\xi_{m,L_{\mathrm{P}}-1})}\end{bmatrix},\tag{8}$$

$$\boldsymbol{n}_m=\left[n_{m,0}\ n_{m,1}\ \cdots\ n_{m,K-1}\right]^{\mathrm{T}}.\tag{9}$$

$\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)$ 可以表示为Hadamard积形式

$$\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)=\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\tau}\right)\odot\boldsymbol{V}_m\left(\boldsymbol{\theta}\right),\tag{10}$$

其中, $\odot$ 表示Hadamard积. 另外,

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\tau}\right)=\left[\boldsymbol{a}\left(\tau_0\right)\ \boldsymbol{a}\left(\tau_1\right)\ \cdots\ \boldsymbol{a}\left(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1}\right)\right],\tag{11}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\left(\tau_i\right)=\Big[&\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{0}{T}\right)\tau_i}\quad\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{1}{T}\right)\tau_i}\quad\cdots\\&\times\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{K-1}{T}\right)\tau_i}\Big]^{\mathrm{T}},\end{aligned}\tag{12}$$

$$\boldsymbol{V}_m\left(\boldsymbol{\theta}\right)=\left[v_m\left(\theta_0\right)\ v_m\left(\theta_1\right)\ \cdots\ v_m\left(\theta_{L_{\mathrm{P}}-1}\right)\right],\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}_m\left(\theta_i\right)=\Big[&\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{0}{T}\right)\xi_{m,i}}\quad\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{1}{T}\right)\xi_{m,i}}\quad\cdots\\&\times\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f_{\mathrm{c}}+\frac{K-1}{T}\right)\xi_{m,i}}\Big]^{\mathrm{T}},\end{aligned}\tag{14}$$

根据(8)式、(12)式和(14)式, $\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)$ 可以表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Q}_m\left(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta}\right)=\Big[&\boldsymbol{q}_m\left(\tau_0,\theta_0\right)\quad\boldsymbol{q}_m\left(\tau_1,\theta_1\right)\quad\cdots\\&\times\ \boldsymbol{q}_m\left(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1},\theta_{L_{\mathrm{P}}-1}\right)\Big],\end{aligned}\tag{15}$$

其中, $\boldsymbol{q}_m\left(\tau_i,\theta_i\right)=\boldsymbol{a}\left(\tau_i\right)\odot v_m\left(\theta_i\right)$.

利用 M 个阵元的信道频域响应矢量 $\hat{\boldsymbol{H}}_m$(其中 $0\leqslant m\leqslant M-1$), 根据(4)式对信道频域响应矢量

进行扩展

$$\hat{\boldsymbol{H}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{H}}_0\\ \hat{\boldsymbol{H}}_1\\ \vdots\\ \hat{\boldsymbol{H}}_{M-1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_0(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})\\ \boldsymbol{Q}_1(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})\\ \vdots\\ \boldsymbol{Q}_{M-1}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})\end{bmatrix}\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{n}$$
$$=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{n}, \qquad (16)$$

其中,

$$\boldsymbol{n}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{n}_0 & \boldsymbol{n}_1 & \cdots & \boldsymbol{n}_{M-1}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})=\Big[\boldsymbol{q}(\tau_0,\theta_0)\ \ \boldsymbol{q}(\tau_1,\theta_1)\ \ \cdots \times\boldsymbol{q}(\tau_{L_{\mathrm{P}}-1},\theta_{L_{\mathrm{P}}-1})\Big],$$
$$\boldsymbol{q}(\tau_i,\theta_i)=\Big[\boldsymbol{q}_0^{\mathrm{T}}(\tau_i,\theta_i)\ \ \boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}(\tau_i,\theta_i)\ \ \cdots \times\boldsymbol{q}_{M-1}^{\mathrm{T}}(\tau_i,\theta_i)\Big]^{\mathrm{T}}.$$

对 (16) 式求自相关矩阵

$$\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}=E\left[\hat{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}}\right]$$
$$=\boldsymbol{Q}(\tau,\theta)\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})+\sigma^2\boldsymbol{I}, \qquad (17)$$

其中, Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}=E[\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{H}}]$ 为多径分量复衰落系数的自相关矩阵, $L_{\mathrm{P}}\times L_{\mathrm{P}}$ 维矩阵 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha})=L_{\mathrm{P}}$ 为非奇异矩阵; 扩展阵列流型矩阵 $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})$ 的秩 $\mathrm{rank}[\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})]=L_{\mathrm{P}}$, 故 $\mathrm{rank}\left[\boldsymbol{Q}(\tau,\theta)\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})\right]=L_{\mathrm{P}}$; $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵.

对 $\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}$ 进行谱分解

$$\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}=\sum_{i=0}^{L_{\mathrm{P}}-1}\lambda_i\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}+\sum_{i=L_{\mathrm{P}}}^{MK-1}\lambda_i\boldsymbol{u}_i\boldsymbol{u}_i^{H}$$
$$=\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{\varLambda}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{\varLambda}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}. \qquad (18)$$

可以发现, $\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}$ 的特征值具有如下分布:

$$\lambda_0\geqslant\lambda_1\geqslant\cdots\geqslant\lambda_{L_{\mathrm{P}}-1}\geqslant\lambda_{L_{\mathrm{P}}}$$
$$=\lambda_{L_{\mathrm{P}}+1}=\cdots=\lambda_{MK-1}=\sigma^2. \qquad (19)$$

对角矩阵 $\boldsymbol{\varLambda}_{\mathrm{S}}=\mathrm{diag}\left[\lambda_0,\lambda_1,\cdots,\lambda_{L_{\mathrm{P}}-1}\right]$, 对角矩阵 $\boldsymbol{\varLambda}_{\mathrm{N}}=\mathrm{diag}\left[\lambda_{L_{\mathrm{P}}},\lambda_{L_{\mathrm{P}}+1},\cdots,\lambda_{MK-1}\right]$. 由矩阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}=\left[\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_{L_{\mathrm{P}}-1}\right]$ 张成的线性子空间 $\mathrm{span}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}})$ 称为 Hadamard 积扩展信号子空间, 由矩阵 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}=\left[\boldsymbol{u}_{L_{\mathrm{P}}},\boldsymbol{u}_{L_{\mathrm{P}}+1},\cdots,\boldsymbol{u}_{MK-1}\right]$ 张成的线性子空间 $\mathrm{span}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}})$ 称为 Hadamard 积扩展噪声子空间.

根据文献 [15]

$$\boldsymbol{q}^{\mathrm{H}}(\tau_i,\theta_i)\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}=0,\quad 0\leqslant i\leqslant L_{\mathrm{P}}-1. \qquad (20)$$

基于 Hadamard 积扩展子空间 TOA 和 DOA 联合估计算法的伪谱可以表示为

$$P(\tau,\theta)=\frac{1}{\boldsymbol{q}^{\mathrm{H}}(\tau,\theta)\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{q}(\tau,\theta)}. \qquad (21)$$

由于 $\boldsymbol{q}^{\mathrm{H}}(\tau_i,\theta_i)\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}=\boldsymbol{0}$, 则 $P(\tau_i,\theta_i)$ 是算法的伪谱峰, 并且实现了 TOA 与 DOA 的自动配对.

扩展信道频域响应的导向矢量 $\boldsymbol{q}(\tau_i,\theta_i)$ 具有 MK 个信道频域响应的采样, 故虚拟带宽的维数扩展为 MK, 是初始物理信道频域响应维度 K 的 M 倍. 同理, 虚拟阵列孔径扩展为 $(MK-1)d$, 是初始阵列孔径 $(M-1)d$ 的 $\dfrac{MK-1}{M-1}$ 倍, 从而提高了 TOA 和 DOA 的联合估计精度. 当多径数目大于阵元数目并且小于自相关矩阵维度时, 即 $M<L_{\mathrm{P}}<MK$, 根据 (18) 式, 依然能够分解出 Hadamard 积扩展噪声子空间, 从而实现对 DOA 的估计.

3.2 算法步骤

由以上推导与分析, 所提算法的流程可以归纳如下:

步骤 1 构造扩展信道频域响应 $\hat{\boldsymbol{H}}$;

步骤 2 计算扩展信道频域响应 $\hat{\boldsymbol{H}}$ 的自相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}$;

步骤 3 对自相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{\hat{H}\hat{H}}$ 进行特征值分解, 并得到 Hadamard 积扩展噪声子空间 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}$;

步骤 4 构造伪谱 $P(\tau,\theta)$, 并利用二维谱峰搜索估计 τ_0 和 θ_0.

3.3 算法复杂度分析

本文算法的计算复杂度主要包括三部分: 自相关矩阵估计, 复杂度为 $O\left(M^3K^3\right)$; 自相关矩阵的特征值分解, 其复杂度同样为 $O\left(M^3K^3\right)$; 进行参数估计时需要二维谱峰搜索, 复杂度为 $O\left(M^2K^2Z_\tau Z_\theta\right)$, 其中, Z_τ 和 Z_θ 分别为 TOA 和 DOA 的搜索网格数. 因此, 该算法复杂度为 $O\left(2M^3K^3+M^2K^2Z_\tau Z_\theta\right)$. 文献 [7] 的 TOA 估计方法复杂度为 $O\left(2K^3+K^2Z_\tau Z_\theta\right)$. 文献 [13] 的 DOA 估计方法复杂度为 $O\left(2M^3+M^2Z_\tau Z_\theta\right)$. 算法复杂度对比如表 1 所示.

假设多径数目 $L_{\mathrm{P}}=5$、子载波数目 $K=64$ 时, 对于本文算法, $M=2$ 即可进行有效的 TOA 和 DOA 联合估计; 文献 [13]DOA 估计算法, 天线数目至少设置为 $M=6$. 因此本文算法的复杂度并未大幅度提高.

表 1　算法复杂度对比表

算法	复杂度
本文算法	$O\left(2M^3K^3+M^2K^2Z_\tau Z_\theta\right)$
文献 [7]TOA 估计算法	$O\left(2K^3+K^2Z_\tau Z_\theta\right)$
文献 [13]DOA 估计算法	$O\left(2M^3+M^2Z_\tau Z_\theta\right)$

4　克拉美罗界

克拉美罗界给出了无偏估计子的均方误差下界, 下面给出所给模型相应的克拉美罗界. 首先定义参数矢量 $\left[\sigma^2\ \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\eta}=\left[\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\tau}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\theta})$, 其中 $\boldsymbol{\tau}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 的定义为 (5) 式和 (6) 式.

$$\begin{aligned}&L\left[\hat{\boldsymbol{H}}(0)\ \cdots\ \hat{\boldsymbol{H}}(R-1)\right]\\&=\frac{1}{(2\pi)^{MKR}\left(\sigma^2/2\right)^{MKR}}\\&\quad\times\exp\left\{-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\left[\hat{\boldsymbol{H}}(r)-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\alpha}(r)\right]^{\mathrm{H}}\right.\\&\quad\left.\times\left[\hat{\boldsymbol{H}}(r)-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\alpha}(r)\right]\right\},\end{aligned}\tag{22}$$

其中, $\boldsymbol{\alpha}(r)$ 和 $\hat{\boldsymbol{H}}(r)$ 分别表示第 r 次统计时的多径复衰落系数和扩展信道频域响应矢量, R 表示统计次数.

对 $L\left[\hat{\boldsymbol{H}}(0)\ \cdots\ \hat{\boldsymbol{H}}(R-1)\right]$ 取对数得

$$\begin{aligned}\ln L=&-MKR\ln(2\pi)-MKR\ln\left(\sigma^2/2\right)\\&-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\left[\hat{\boldsymbol{H}}(r)-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\alpha}(r)\right]^{\mathrm{H}}\\&\times\left[\hat{\boldsymbol{H}}(r)-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\alpha}(r)\right].\end{aligned}\tag{23}$$

定义 $\bar{\alpha}(r)$ 和 $\tilde{\alpha}(r)$ 分别表示 $\alpha(r)$ 的实部和虚部, 即 $\bar{\alpha}(r)=\operatorname{Re}[\alpha(r)]$, $\tilde{\alpha}(r)=\operatorname{Im}[\alpha(r)]$. 分别求 $\ln L$ 对 σ^2, $\bar{\alpha}(r)$ 和 $\tilde{\alpha}(r)$ 的偏导数得

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\left(\sigma^2\right)}=-\frac{MKR}{\sigma^2}+\frac{1}{\sigma^4}\sum_{r=0}^{R-1}\boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}(r)\boldsymbol{n}(r),\tag{24}$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\bar{\alpha}(r)}=\frac{2}{\sigma^2}\operatorname{Re}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right],\tag{25}$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\tilde{\alpha}(r)}=\frac{2}{\sigma^2}\operatorname{Im}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right].\tag{26}$$

为了求得 $\dfrac{\partial\ln L}{\partial\boldsymbol{\eta}}$, 首先分别计算 $\ln L$ 对 θ_i 和 τ_i 的偏导数

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\theta_i}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\operatorname{Re}\left\{\alpha_i^*(r)\boldsymbol{d}_{\theta_i}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right\},$$

$$i=0,\cdots,L_p-1,\tag{27}$$

其中, $\boldsymbol{d}_{\theta_i}$ 表示 $\boldsymbol{Q}$ 的第 i 列对 θ_i 的偏导数, 即

$$\boldsymbol{d}_{\theta_i}=\begin{bmatrix}\partial v_0(\theta_i)/\partial\theta_i\odot\boldsymbol{a}(\tau_i)\\\partial v_1(\theta_i)/\partial\theta_i\odot\boldsymbol{a}(\tau_i)\\\vdots\\\partial v_{M-1}(\theta_i)/\partial\theta_i\odot\boldsymbol{a}(\tau_i)\end{bmatrix}.$$

类似可得

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\ln L}{\partial\tau_i}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{n=1}^{N}\operatorname{Re}\left\{\alpha_i(n)\boldsymbol{d}_{\tau_i}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(n)\right\},\\&i=0,\cdots,L_{\mathrm{P}}-1,\end{aligned}\tag{28}$$

其中, $\boldsymbol{d}_{\tau_i}$ 表示 $\boldsymbol{Q}$ 的第 i 列对 τ_i 的偏导数, 即

$$\boldsymbol{d}_{\tau_i}=\begin{bmatrix}v_0(\theta_i)\odot\partial\boldsymbol{a}(\tau_i)/\partial\tau_i\\v_1(\theta_i)\odot\partial\boldsymbol{a}(\tau_i)/\partial\tau_i\\\vdots\\v_{M-1}(\theta_i)\odot\partial\boldsymbol{a}(\tau_i)/\partial\tau_i\end{bmatrix}.$$

因此, 可得 $\ln L$ 对 $\boldsymbol{\theta}$ 和 $\boldsymbol{\tau}$ 的偏导数

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\boldsymbol{\theta}}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\operatorname{Re}\left\{\{\operatorname{diag}[\boldsymbol{\alpha}(r)]\}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_\theta^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right\},\tag{29}$$

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\boldsymbol{\tau}}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\operatorname{Re}\left\{\{\operatorname{diag}[\boldsymbol{\alpha}(r)]\}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}_\tau^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right\},\tag{30}$$

其中,

$$\boldsymbol{D}_\theta=\left[\boldsymbol{d}_{\theta_0},\ \cdots,\ \boldsymbol{d}_{\theta_{L_{\mathrm{P}}-1}}\right],$$

$$\boldsymbol{D}_\tau=\left[\boldsymbol{d}_{\tau_0},\ \cdots,\ \boldsymbol{d}_{\tau_{L_{\mathrm{P}}-1}}\right].$$

进而可得 $\ln L$ 对 $\boldsymbol{\eta}$ 的偏导数

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\boldsymbol{\eta}}=\frac{2}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\operatorname{Re}\left\{\{\operatorname{diag}[\boldsymbol{\alpha}(r)]\}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}(r)\right\},\tag{31}$$

其中, $\boldsymbol{D}=[\boldsymbol{D}_\theta\ \ \boldsymbol{D}_\tau]$.

根据文献 [16] 和文献 [17], 得到如下公式:

$$E\left[\left[\frac{\partial\ln L}{\partial\left(\sigma^2\right)}\right]^2\right]=\frac{MKR}{\sigma^4},\tag{32}$$

$$\begin{aligned}&E\left[\left[\frac{\partial\ln L}{\partial\bar{\boldsymbol{\alpha}}(r_1)}\right]\left[\frac{\partial\ln L}{\partial\bar{\boldsymbol{\alpha}}(r_2)}\right]^{\mathrm{T}}\right]\\&=\frac{2}{\sigma^2}\operatorname{Re}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}\right]\delta_{r_1,r_2},\end{aligned}\tag{33}$$

其中, $0 \leqslant r_1 \leqslant R-1$, $0 \leqslant r_2 \leqslant R-1$.

$$E\left[\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(r_1)}\right]\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(r_2)}\right]^{\mathrm{T}}\right] = -\frac{2}{\sigma^2}\mathrm{Im}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}\right]\delta_{r_1,r_2}, \tag{34}$$

$$E\left[\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}(r_1)}\right]\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(r_2)}\right]^{\mathrm{T}}\right] = \frac{2}{\sigma^2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}\right]\delta_{r_1,r_2}, \tag{35}$$

$$E\left[\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \bar{\boldsymbol{\alpha}}(r)}\right]\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right]^{\mathrm{T}}\right] = \frac{2}{\sigma^2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}(r)\right], \tag{36}$$

其中, $\boldsymbol{B}(r) = \boldsymbol{I}_2 \otimes \mathrm{diag}[\boldsymbol{\alpha}(r)]$, $\boldsymbol{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\otimes$ 表示 Kronecker 积.

$$E\left[\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(r)}\right]\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right]^{\mathrm{T}}\right] = \frac{2}{\sigma^2}\mathrm{Im}\left[\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}(r)\right], \tag{37}$$

$$E\left[\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right]\left[\frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right]^{\mathrm{T}}\right] = \frac{2}{\sigma^2}\sum_{r=0}^{R-1}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}(r)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}(r)\right]. \tag{38}$$

Fisher 信息矩阵 (Fisher information matrix, FIM) 为 $E\left(\gamma\gamma^{\mathrm{T}}\right)$, 其中,

$$\gamma = \partial \ln L/\partial\left[\sigma^2 \quad \bar{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(0) \quad \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(0) \quad \cdots \quad \bar{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(R-1) \times \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}(R-1) \quad \eta^{\mathrm{T}}\right].$$

根据 FIM, 则 $\boldsymbol{\eta}$ 的克拉美罗 CRB($\boldsymbol{\eta}$) 满足如下等式:

$$\mathrm{CRB}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{\sigma^2}{2}\left\{\sum_{r=0}^{R-1}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}(r)\boldsymbol{D}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_Q^{\perp}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}(r)\right]\right\}^{-1}, \tag{39}$$

其中 $\boldsymbol{P}_Q^{\perp} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}_Q = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q}\left(\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}\right)^{-1}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}$.

5 仿真实验

本节将对 TOA 和 DOA 联合估计算法的性能进行分析. 在窄带阵列天线 OFDM 系统中, 由于两步联合估计方法失效, 本节将对比 TOA 和 DOA 独立估计并进行配对的方法. 在 TOA 和 DOA 独立估计方法中, 文献 [7] 的 TOA 估计方法和文献 [13] 的 DOA 估计方法极具代表性, 因此, 对比算法将选用这两篇文献.

首先定义均方根误差 (root mean square error, RMSE),

$$\Omega_{\mathrm{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\hat{x}_n - x\right)^2}, \tag{40}$$

$\hat{x}_n$ 表示第 n 次仿真得到的参数估计值, x 表示对应的参数真实值.

本节采用 Monte Carlo 仿真来评估算法的 TOA 和 DOA 联合估计性能. 窄带阵列天线 OFDM 系统相关参数设置如表 2 所示.

表 2 窄带阵列天线 OFDM 系统相关参数设置

参数	值
循环前缀 T_{G}/μs	1.6
FFT 周期 T /μs	3.2
系统带宽 B/MHz	20
子载波数量/个	64
载波频率 f_{c}/GHz	2.4
阵元数 M	4
阵元间距 d	$\dfrac{c}{2(f_{\mathrm{c}}+B)}$

仿真 1 本文算法在低信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 下的联合估计性能

在 SNR 为 0 dB 和 5 dB 的情况下, 假设多径数目 $L_{\mathrm{P}} = 3$, 多径的到达时间分别为 5 ns, 10 ns, 15 ns, 波达方向分别为 10°, 15°, 20°, 对本文的算法进行 100 次 Monte Carlo 仿真, 得到 TOA 和 DOA 联合估计的散布图, 从图 2 (a) 和 (b) 可以看出该算法在低信噪比条件下具有较好的联合估计性能.

仿真 2 本文算法性能与文献 [7] 算法和文献 [13] 算法性能以及 CRB 对比

与仿真 1 相同的条件下, 将本文算法与文献 [7] 的 TOA 估计算法和文献 [13] 的 DOA 估计算法进行比较, 分别绘制出不同算法对 TOA 和 DOA 估计的 RMSE 的性能曲线和 CRB 界.

由图 3 可知, 本文的联合估计算法性能明显优于文献 [7] 中的 TOA 估计性能和文献 [13] 中的 DOA 估计性能, 这主要是因为本文算法通过 Hadamard 积扩展子空间, 使虚拟带宽和虚拟阵列孔径得到了扩展, 从而提高了 TOA 和 DOA 的估计精度.

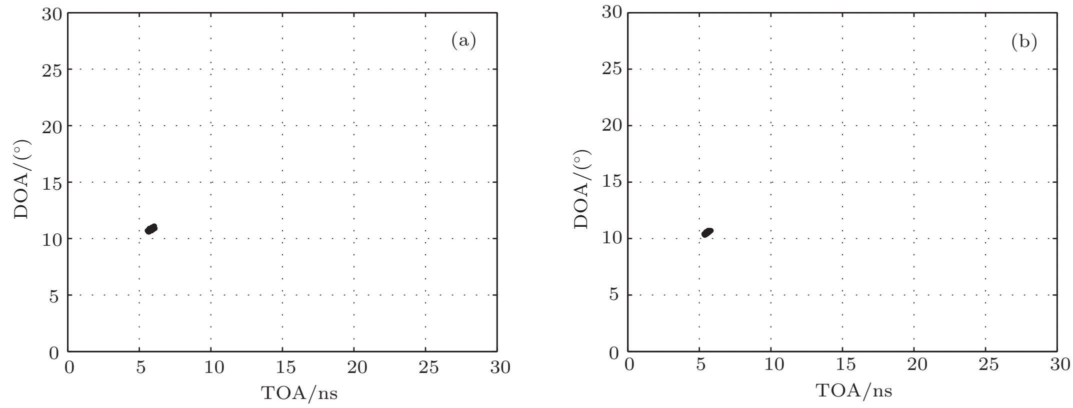

图 2　(a) SNR= 0 dB 时 TOA 和 DOA 联合估计散步图; (b) SNR= 5 dB 时 TOA 和 DOA 联合估计散步图

仿真 3　多径数目大于阵元数目的性能仿真

将阵元数 M 设置为 2, 其他仿真条件与仿真 1 条件相同, 验证本文算法在多径数目大于阵元数时的有效性, 分别绘制出本文算法对 TOA 和 DOA 估计的 RMSE 的性能曲线和 CRB 界.

由图 4 可知, 本文算法在多径数目大于阵元数时依然能够有效估计 TOA 和 DOA 参数. 这是由于自相关矩阵的维度得到了扩展, 在多径数目大于阵元数目时依然能够分解出 Hadamard 积扩展噪声子空间.

本文提出的 TOA 和 DOA 联合估计算法具有以下优点:

1) 本文算法扩展了虚拟带宽和虚拟阵列孔径, 从而使 TOA 和 DOA 估计的 RMSE 更加接近 CRB;

2) 本文算法扩展了自相关矩阵的维度, 在多径数目大于阵元数目时, 依然能够分解出 Hadamard 积扩展噪声空间, 从而能够对 TOA 和 DOA 实现有效地联合估计.

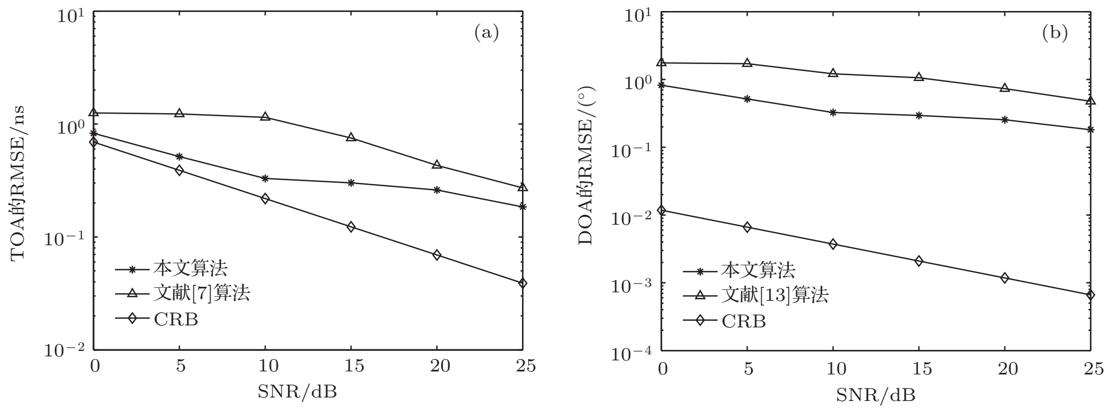

图 3　(a) TOA 估计性能比较; (b) DOA 估计性能比较

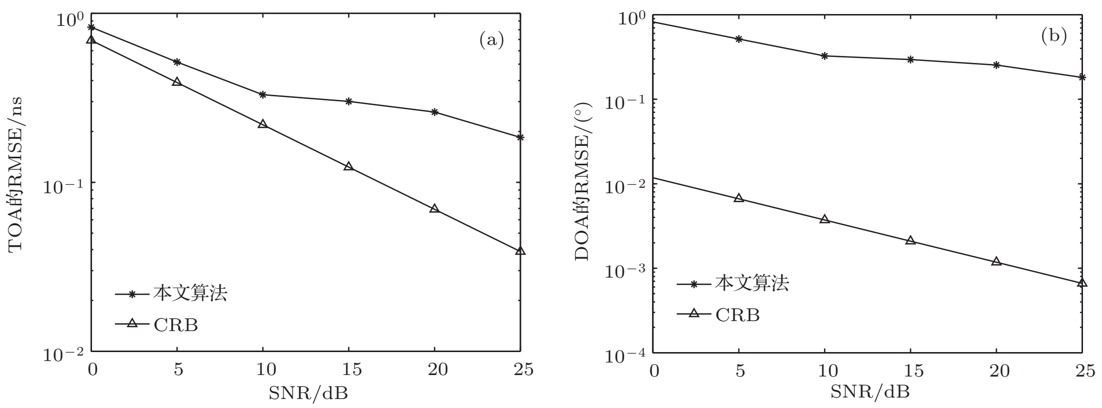

图 4　(a) TOA 估计性能比较; (b) DOA 估计性能比较

6 结 论

在窄带阵列天线OFDM系统的到达时间和波达方向联合估计中, 针对阵元数目较少时波达方向估计精度不高, 特别是多径数目大于阵元数目时导致的波达方向无法估计问题, 本文给出一种基于Hadamard积扩展子空间的TOA和DOA联合估计算法. 并给出了详细的模型构建、联合估计算法过程以及算法的计算复杂度分析、模型的CRB推导和仿真实验. 算法通过扩展虚拟带宽和虚拟阵列孔径从而使TOA和DOA估计的RMSE更加接近CRB. 同时, 算法扩展了自相关矩阵的维数, 从而在多径数目大于阵元数目时, 依然能够有效地估计TOA和DOA.

参考文献

[1] Wang Y L, Ma S L, Liang G L, Fan Z 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 044302 (in Chinese) [王逸林, 马世龙, 梁国龙, 范展 2014 物理学报 **63** 044302]

[2] Cai H, Deng H C, Wang Y F, Cai H Z, Liu Y T 2006 *Physics* 350 (in Chinese) [蔡慧, 邓红超, 王永丰, 蔡惠智, 刘云涛 2006 物理 350]

[3] Ren H P, Li W C, Liu D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030511

[4] Luo B W, Dong J J, Yu Y, Yang T, Zhang X L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 023201

[5] Ni H 2010 *M. S. Dissertation* (Xian: Xidian University) (in Chinese) [倪浩 2010 博士学位论文 (西安: 西电电子科技大学)]

[6] Li J, Pei L, Cao M Y, Yu D Y 2006 *Chinese Journal of Radio Science* **21** 771 (in Chinese) [李晶, 裴亮, 曹茂永, 郁道银 2006 电波科学学报 **21** 771]

[7] Li X, Ma X, Yan S, Hou C 2012 *IET Radar Sonar & Navigation* **6** 781

[8] Jiang H, Cao F C, Ding R 2008 *Int Conf Circuits and Systems for Communications* (Shanghai: IEEE) p535

[9] Wang F Q, Zhang X F, Wang F 2014 *Journal on Communications* **35** 137 (in Chinese) [王方秋, 张小飞, 汪飞 2014 通信学报 **35** 137]

[10] Oh D, Kim S, Yoon S H, Chong J W 2013 *IEEE Trans Wirel Commun* **12** 3130

[11] Li J, Zhao Y J, Li D H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 130701 (in Chinese) [李晶, 赵拥军, 李冬海 2014 物理学报 **63** 130701]

[12] Ding R, Qian Z H, Wang X 2014 *Journal of Electronics & Information Technology* **32** 313 (in Chinese) [丁锐, 钱志鸿, 王雪 2014 电子与信息学报 **32** 313]

[13] Cao F C, Li M 2010 *IEEE Int. Conf. Wireless Communications Networking and Mobile Computing* (Chengdu: IEEE) p1

[14] Li X, Pahlavan K 2004 *IEEE Trans. Wirel Commun* **3** 224

[15] Schmidt R O 1986 *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.* **34** 276

[16] Vanderveen M C, Van der Veen A J, Paulraj A 1998 *IEEE Trans Signal Process* **46** 682

[17] Stoica P, Arye N 1989 *IEEE Trans Acoust, Speech Signal Process* **37** 720

Joint for time of arrival and direction of arrival estimation algorithm based on the subspace of extended hadamard product*

Ba Bin[1)†] Liu Guo-Chun[1)] Li Tao[1)] Lin Yu-Cheng[2)] Wang Yu[1)]

1) (*Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China*)

2) (*The 61539th unit of PLA, Beijing 100091, China*)

(Received 7 September 2014; revised manuscript received 2 November 2014)

Abstract

In the joint estimation for time of arrival (TOA) and direction of arrival (DOA) in the narrow-band orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system with antenna arrays, the estimation accuracy is not high in the situation of few numbers of arrays. Especially, DOA cannot be estimated if the number of multiple paths is more than that of the arrays. For these problems, a joint estimation algorithm for TOA and DOA based on the subspace of the extended hadamard product is proposed. First of all, the algorithm constructs an extended channel response in frequency domain via channel estimation for each array in the frequency domain. Then, auto-correlation matrix of extended channel response in the frequency domain is estimated by sampling many times. This estimation method of channel response in the frequency domain can use the fast Fourier transform algorithm. And the hadamard product in the extended noise subspace is obtained by eigenvalue decomposition. Finally, the pseudo-spectral function is constructed and used to search for spectrum peaks, so as to realize the joint estimation of TOA and DOA. The proposed algorithm requires no parameter paring but needs a two-dimensional searching. Monte Carlo algorithm can be used to reduce computational complexity. Simulation results show that the root mean square error of the joint TOA and DOA estimation which can be matched automatically is closer to the Cramer-Rao bound than that using present algorithms. And the proposed algorithm can be still applied when the number of multiple paths is more than number of arrays.

Keywords: array antenna, orthogonal frequency division multiplexing, time of arrival, direction of arrival

PACS: 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.50.Qx, 89.70.Eg **DOI:** 10.7498/aps.64.078403

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant Nos. 2012AA01A502, 2012AA01A505).

† Corresponding author. E-mail: xidianbabin@163.com