

Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和内禀消相干对基于两量子比特 Heisenberg 自旋系统的量子密集编码的影响

邹琴 胡小勉 刘金明

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system

Zou Qin Hu Xiao-Mian Liu Jin-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 080302 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.080302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I8>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非均匀磁场和杂质磁场对自旋 1 系统量子关联的影响

Effects of inhomogeneous magnetic field and magnetic impurity on the quantum correlation of spin-1 system

物理学报.2015, 64(3): 030301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030301>

共同环境中三原子间纠缠演化特性研究

Entanglement evolution of three interacting twolevel atoms within a common environment

物理学报.2015, 64(1): 010302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010302>

极性分子摆动态的三体量子关联

Tripartite quantum correlations of polar molecules in pendular states

物理学报.2014, 63(20): 200302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200302>

光与物质相互作用系统中的量子 Fisher 信息和自旋压缩

Quantum Fisher information and spin squeezing in the interaction system of light and matter

物理学报.2014, 63(17): 170302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170302>

不同方向 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和磁场对自旋系统纠缠和保真度退相干的影响

Effects of different Dzyaloshinskii-Moriya interaction and magnetic field on entanglement and fidelity in intrinsic decoherence in a spin system

物理学报.2014, 63(11): 110302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110302>

Dzyaloshinskii-Moriya相互作用和内禀消相干对 基于两量子比特Heisenberg自旋系统的量子密集 编码的影响*

邹琴 胡小勉 刘金明†

(华东师范大学, 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

(2014年10月20日收到; 2014年11月15日收到修改稿)

通过求解Milburn方程, 研究了内禀消相干条件下包含Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用的两量子比特Heisenberg自旋系统实现的量子密集编码最佳传输容量的演化特性, 分析了不同方向DM相互作用、不同初态、各向异性以及内禀消相干因子等参数对最佳编码容量的影响. 研究表明: 初态的选择对系统密集编码最佳传输容量的影响很大, 不同类型初态下密集编码容量的依赖参数不完全相同; 当系统初态处于 $c|01\rangle + d|10\rangle$ 形式的非最大纠缠时, 引入较弱的DM相互作用 z 分量可提高最佳编码容量; 相位消相干可抑制最佳编码容量的涨落并使其在长时间演化下趋于稳定. 研究还发现: 内禀消相干下, 通过选取合适的最大纠缠初态, 系统密集编码的最佳传输容量能够保持理想极大值2; 而且无论引入哪个方向的DM相互作用, 基于两量子比特Heisenberg自旋系统的最佳编码容量总可优于经典通信的传输容量.

关键词: Heisenberg模型, Dzyaloshinskii-Moriya相互作用, 内禀消相干, 最佳编码容量

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 42.50.Lc

DOI: 10.7498/aps.64.080302

1 引言

量子纠缠作为量子计算和量子信息的基础资源在量子密钥分发^[1]、量子隐形传态^[2]、量子密集编码(QDC)等^[3]量子信息处理过程中扮演着非常重要的角色. 自1992年Bennett和Wiesner^[3]首先提出利用Einstein-Podolsky-Rosen对进行QDC以来, 基于各种纠缠态作为量子通道来实现QDC已成为量子通信的一个重要研究分支, 取得了长足的进展^[4-18]. 理论上, Barenco和Ekert^[4]研究了采用部分纠缠态的标准密集编码方案, 并证明了Bell测量可最大化发送者和接收者间的相互信息. Hao等^[5]提出了利用三粒子Greenberger-Horne-Zeilinger态作为量子通道的可控密集编码

方案, 该方案随后被推广到自由传输光场的连续变量可控密集编码情形^[6]. Liu等^[7]将密集编码策略从两方拓展到了多方, 同时量子态的希尔伯特空间维数也从二维拓展到了高维. 通常真实的量子系统将不可避免地与其周围的环境发生相互作用, 导致系统相干性的损失. 为此, 文献^[12-14]研究了各种类型环境噪声影响下的密集编码过程. Quek等^[12]分析了非对易噪声下Bell态的纠缠突然死亡及其QDC的能力. Metwally^[14]描述了采用Bloch通道进行密集编码的动力学过程, 研究发现最大纠缠态比部分纠缠态在克服Bloch噪声方面更具有鲁棒性. 另一方面, 实验上人们已在光学系统^[15-17]和核磁共振体系^[18]中相继演示了量子态的密集编码传输过程.

* 国家自然科学基金(批准号: 11174081, 11034002, 11134003, 11104075)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2011CB921602, 2012CB821302)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jmliu@phy.ecnu.edu.cn

近年来, 固态量子系统因具有良好的可操控性和可扩展性已成为量子信息处理的主要发展方向之一, 而作为其中较简单的Heisenberg自旋链模型因其广泛的应用前景更成为了人们关注的焦点^[19–22]. 大量研究表明^[23–29], 除了Heisenberg自旋链中的各向异性会对系统的量子纠缠产生影响以外, 温度、磁场以及消相干效应也是影响纠缠大小的重要因素, 因此可通过操控这些参量以便获得有效的纠缠资源. 注意到, 基于Heisenberg自旋链系统的量子态传输和QDC已受到一些研究者的关注. 例如: Qiu等^[30]研究了采用两比特Heisenberg XXX 型热纠缠系统作为量子信道实施的QDC过程, 探讨了温度、Dzyaloshinskii-Moriya (DM)相互作用和耦合系数对密集编码的影响. Cai等^[31]讨论了引入外磁场情况下利用两比特Heisenberg XXZ 自旋链实现的QDC, 研究表明外磁场会削弱系统的密集编码能力, 且反铁磁性物质在密集编码过程中要优于铁磁性物质. Huang和Sun^[32]研究了量子比特Heisenberg XX 自旋链系统中的热纠缠和相应的密集编码, 分析了外磁场的大小和方向对体系纠缠度及其密集编码容量的影响.

据我们所知, 利用Heisenberg自旋系统进行QDC的研究大多是系统处于热平衡态, 所引入的自旋与轨道耦合相互作用常取 z 方向的分量, 而且多选取最大纠缠态作为系统的初始态, 考虑到自旋与轨道耦合相互作用的各向异性以及初态的选择等对系统的纠缠特性有较大影响, 继而将直接影响QDC的效果. 在此基础上, 本文研究在内禀消相干、不同方向的DM相互作用以及部分纠缠初态下基于两量子比特Heisenberg XYZ 模型实现的QDC过程, 探讨Heisenberg系统的各个参数对密集编码传输容量的影响. 结果表明: 初始态和DM相互作用对密集编码最佳传输容量随时间的演化有重要的影响; 不同类型初态下, 影响最佳密集编码传输容量的参数也不尽相同; 在形式为 $c|01\rangle + d|10\rangle$ 的非最大纠缠初态下, 较弱的DM相互作用可提高系统密集编码的最佳传输容量. 而且, 选取合适的最大纠缠初态能够使得系统最佳编码容量保持理想的传输容量值. 此外, 在不同方向DM相互作用和内禀消相干影响下, 利用两量子比特Heisenberg自旋系统实现的QDC的最佳传输容量总优于经典通信的传输容量.

2 物理模型

当考虑 z 方向的DM相互作用时, 两量子比特Heisenberg XYZ 系统的哈密顿量可写为

$$H = \frac{1}{2}[J_x\sigma_x^1\sigma_x^2 + J_y\sigma_y^1\sigma_y^2 + J_z\sigma_z^1\sigma_z^2 + D_z(\sigma_x^1\sigma_y^2 - \sigma_y^1\sigma_x^2)], \quad (1)$$

其中, σ_α^j ($j = 1, 2; \alpha = x, y, z$)表示量子比特 j 的泡利矩阵; J_α 表示自旋相互作用的耦合系数, $J_\alpha > 0$ 代表系统呈现反铁磁性, $J_\alpha < 0$ 代表系统呈现铁磁性; D_z 表示DM相互作用沿 z 方向的分量, 它源于自旋与轨道之间的耦合^[33,34]. 在基矢 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 下, 容易求得哈密顿量 H 的本征值和相应的本征态为

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2}(J_z + \Delta), \\ |\phi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle), \\ E_2 &= \frac{1}{2}(J_z - \Delta), \\ |\phi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle), \\ E_3 &= \frac{1}{2}(-J_z + \delta), \\ |\phi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + e^{i\omega}|10\rangle), \\ E_4 &= -\frac{1}{2}(J_z + \delta), \\ |\phi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - e^{i\omega}|10\rangle), \end{aligned} \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} \delta &= 2\sqrt{D_z^2 + J^2}, \\ \omega &= \arctan \frac{D_z}{J}, \\ J &= \frac{1}{2}(J_x + J_y) \end{aligned}$$

为系统在 XY 平面的平均耦合系数, $\Delta = J_x - J_y$ 为系统在 XY 平面的各向异性.

类似地, 当考虑 y 方向的DM相互作用时, 系统的哈密顿量可写为

$$H' = \frac{1}{2}[J_x\sigma_x^1\sigma_x^2 + J_y\sigma_y^1\sigma_y^2 + J_z\sigma_z^1\sigma_z^2 + D_y(\sigma_z^1\sigma_x^2 - \sigma_x^1\sigma_z^2)], \quad (3)$$

其中, D_y 表示DM相互作用沿 y 方向的分量, 其他参数含义与(1)式相同. 同样可求得哈密顿量 H' 的

本征值

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1}{2}(J_y + \Delta'), & \lambda_2 &= \frac{1}{2}(J_y - \Delta'), \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2}(-J_y - \delta'), & \lambda_4 &= \frac{1}{2}(-J_y + \delta')\end{aligned}\quad (4)$$

和相应的本征态为

$$\begin{aligned}|\psi_1\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2}(|00\rangle - |11\rangle), & |\psi_2\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2}(|01\rangle + |10\rangle), \\ |\psi_3\rangle &= \frac{1}{2}(\sqrt{1 - \cos\omega'}|00\rangle + \sqrt{1 + \cos\omega'}|01\rangle \\ &\quad - \sqrt{1 + \cos\omega'}|10\rangle + \sqrt{1 - \cos\omega'}|11\rangle), \\ |\psi_4\rangle &= \frac{1}{2}(\sqrt{1 + \cos\omega'}|00\rangle - \sqrt{1 - \cos\omega'}|01\rangle \\ &\quad + \sqrt{1 - \cos\omega'}|10\rangle + \sqrt{1 + \cos\omega'}|11\rangle),\end{aligned}\quad (5)$$

其中, $\delta' = 2\sqrt{D_y^2 + J'^2}$, $\omega' = \arctan(D_y/J')$, $J' = \frac{1}{2}(J_z + J_x)$ 表示系统在 XZ 平面的平均耦合系数, $\Delta' = J_z - J_x$ 表示系统在 XZ 平面的各向异性.

通常, 任何一个量子系统都不可避免地与环境发生相互作用, 这将导致系统相干性的损失^[35,36]. 1991年, Milburn^[37]给出了一种描述开放量子系统的内禀消相干特性的物理模型, 即仅考虑纯相位退相干的影响时, 量子系统在马尔可夫近似下随时间演化的动力学主方程可表示成如下形式^[38]:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -i[H, \rho(t)] - \frac{\gamma}{2}[H, [H, \rho(t)]], \quad (6)$$

其中 γ 为内禀消相干因子. 上述主方程的一般解可写成:

$$\rho(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma t)^k}{k!} M^k \rho(0) M^{+k}, \quad (7)$$

其中, $\rho(0)$ 为系统的初始密度矩阵, M^k 定义为

$$M^k = H^k \exp(-iHt) \exp\left(-\frac{\gamma t}{2} H^2\right). \quad (8)$$

因此, Milburn 方程所描述的量子系统的密度矩阵随时间的演化可表示为

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \sum_{m,n} \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(\varepsilon_m - \varepsilon_n)^2 - i(\varepsilon_m - \varepsilon_n)t\right] \\ &\quad \times \langle \zeta_m | \rho(0) | \zeta_n \rangle | \zeta_m \rangle \langle \zeta_n |,\end{aligned}\quad (9)$$

其中 $\varepsilon_{m,n}$ 和 $|\zeta_{m,n}\rangle$ 分别表示系统哈密顿量的本征值和相应的本征态.

3 最佳编码容量

密集编码的最佳传输容量是衡量一个量子通道执行密集编码好坏的参量, 即 Alice 发送单个量子比特所能传输的最多经典信息. 本文采用 $\chi = S(\bar{\rho}^*) - S(\rho)$ 来度量最佳编码容量^[39,40], 其中 $S(\rho) = -\text{tr}(\rho \log_2 \rho)$ 表示密度矩阵 ρ 的冯诺依曼熵, $\bar{\rho}^*$ 表示密集编码后的信息平均态.

3.1 基于施加 z 方向 DM 相互作用的 Heisenberg 模型的最佳编码容量

1) 假设系统初始处于纠缠态 $|\psi_1(0)\rangle_{12} = a|00\rangle_{12} + b|11\rangle_{12}$, 其中 a 和 b 是实参数且满足 $a^2 + b^2 = 1$, 粒子 1 属于发送者 Alice, 粒子 2 属于接收者 Bob. 根据 (2) 和 (9) 式, 系统随时间演化的密度矩阵可表示为

$$\begin{aligned}\rho_1(t) &= \alpha_+ |00\rangle \langle 00| + \eta |00\rangle \langle 11| \\ &\quad + \eta^* |11\rangle \langle 00| + \alpha_- |11\rangle \langle 11|,\end{aligned}\quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned}\alpha_{\pm} &= \frac{1}{2} \left[1 \pm (a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right) \right], \\ \eta &= ab + \frac{i}{2}(a^2 - b^2) \sin(\Delta t) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right).\end{aligned}\quad (11)$$

现采用与时间有关的混合纠缠态 $\rho_1(t)$ 作为 QDC 的传输信道, 发送者 Alice 首先对自己持有的量子比特分别实施如下 4 个局域幺正变换:

$$\begin{aligned}U_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & U_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ U_2 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & U_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (12)$$

然后她把粒子 1 通过经典通道传输给 Bob. 在 Alice 实施局域幺正变换后, 初始共享的纠缠态 ρ_1 变为以各自概率 $p_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 处于 $\rho_{1,i} = [(U_i)_1 \otimes \mathbf{I}_2] \rho_1 [(U_i^+)_1 \otimes \mathbf{I}_2]$ 的态, 其中 \mathbf{I} 表示单位矩阵. 此时所有信息的平均态定义为 $\bar{\rho}_1^* = \sum_{i=0}^3 p_i \rho_{1,i}$. 利用 $\rho_1(t)$ 作为 QDC 的量子通道, 在等概率 $p_i = 1/4$ 情形下, 系统所有信息的平均态可表示为

$$\begin{aligned}
 \bar{\rho}_1^* &= \frac{1}{4} \sum_{i=0}^3 [(U_i)_1 \otimes \mathbf{I}_2] \rho_1(t) [(U_i^+)_1 \otimes \mathbf{I}_2] \\
 &= \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{4}(a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right) \right] \\
 &\quad \times (|11\rangle\langle 11| + |01\rangle\langle 01|) \\
 &\quad + \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4}(a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right) \right] \\
 &\quad \times (|10\rangle\langle 10| + |00\rangle\langle 00|). \quad (13)
 \end{aligned}$$

则密集编码的最佳传输容量为

$$\begin{aligned}
 \chi_1 &= S(\bar{\rho}_1^*) - S(\rho_1) \\
 &= -\frac{1 - (a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right)}{2} \\
 &\quad \times \log_2 \frac{1 - (a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right)}{4} \\
 &\quad - \frac{1 + (a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right)}{2} \\
 &\quad \times \log_2 \frac{1 + (a^2 - b^2) \cos(\Delta t) \exp\left(-\frac{\gamma \Delta^2 t}{2}\right)}{4} \\
 &\quad + \frac{1 + \sqrt{(a^2 - b^2)^2 \exp(-\gamma \Delta^2 t) + 4a^2 b^2}}{2} \\
 &\quad \times \log_2 \frac{1 + \sqrt{(a^2 - b^2)^2 \exp(-\gamma \Delta^2 t) + 4a^2 b^2}}{2} \\
 &\quad + \frac{1 - \sqrt{(a^2 - b^2)^2 \exp(-\gamma \Delta^2 t) + 4a^2 b^2}}{2} \\
 &\quad \times \log_2 \frac{1 - \sqrt{(a^2 - b^2)^2 \exp(-\gamma \Delta^2 t) + 4a^2 b^2}}{2}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

从(14)式可知, χ_1 是与 a, b, Δ, γ 和 t 有关的函数, 而与系统的DM相互作用分量 D_z 无关. 因此, 当系统初态为 $|\psi_1(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ 形式时, 系统的最佳传输容量不受 z 方向上的自旋与轨道相互作用的影响. 图1给出了不同初态下最佳传输容量 χ_1 与 Δ 和 t 的关系. 由图1(a)可知, 当系统的初态为最大纠缠态(即 $a = b = \sqrt{2}/2$) 时, $\chi_1 \equiv 2$, 这也可从(14)式得以解析验证. 可见这种情形下, 基于两量子比特 Heisenberg XYZ 模型的密集编码的最佳传输容量不受内禀消相干因子 γ 和系统的各向异性 Δ 的影响, 总呈现标准密集编码信息容量的极大值. 当初态为非最大纠缠态时, 下面分两种情况讨论最佳编码容量随各参量的变化. 一方面, 当 $\Delta = 0$ 时,

$$\chi_1 = 1 - 2b^2 \log_2 b - 2a^2 \log_2 a,$$

它是一个仅与初态参数有关且不小于1的函数; 初态纠缠度越大, χ_1 越大. 因此, 初态为 $|\psi_1(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ 形式的各向同性 Heisenberg 系统的密集编码传输容量不受内禀消相干作用的影响, 是一个与初态参量有关的函数, 而且只要系统初态为纠缠态, 其编码容量就优于任何经典方式的编码容量. 另一方面, 当 $\Delta \neq 0$ 时, 从图1(b)和图1(c)可看出, χ_1 随着 Δ 和 t 的变化出现振幅涨落; 在 Δ 确定的情况下, 最佳传输容量 χ_1 在短时间内从初始值迅速上升至峰值, 然后呈现振幅衰减的振荡, 并最终趋于稳定. 因此, 通过调节各向异性 Δ 值和选择适当的相互作用时间可获得较大的密集编码传输容量.

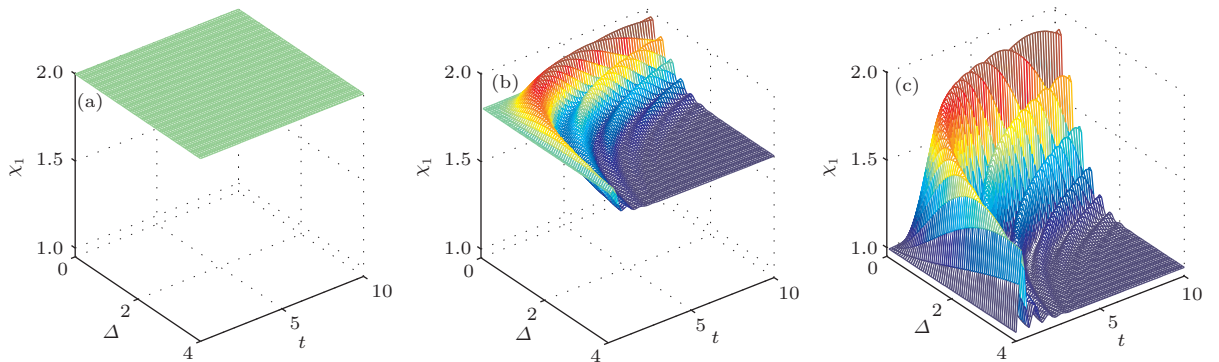


图1 (网刊彩色) 最佳编码容量 χ_1 随各向异性 Δ 和时间 t 的变化 ($J = 1, \gamma = 0.1$) (a) $a = b = \sqrt{2}/2$; (b) $a = \sqrt{3}/2, b = 1/2$; (c) $a = 1, b = 0$

Fig. 1. (color online) Optimal coding capacity χ_1 as a function of anisotropic coupling parameter Δ and time t with $J = 1$ and $\gamma = 0.1$ for different initial states: (a) $a = b = \sqrt{2}/2$; (b) $a = \sqrt{3}/2, b = 1/2$; (c) $a = 1, b = 0$.

2) 假设系统的初态处于 $|\psi_2(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ 的形式, 其中 c 和 d 为实数且 $c^2 + d^2 = 1$, 则系统随时间演化的密度矩阵可写为

$$\rho_2(t) = \mu_+ |01\rangle \langle 01| + \varsigma |01\rangle \langle 10| + \varsigma^* |10\rangle \langle 01| + \mu_- |10\rangle \langle 10|, \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mu_{\pm} &= \frac{1}{2} \{1 \pm \exp(-\gamma\delta^2 t/2)[(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)]\}, \\ \varsigma &= \frac{\exp(-i\omega)}{2} \{2cd \cos \omega + i \exp(-\gamma\delta^2 t/2) \times [(c^2 - d^2) \sin(\delta t) + 2cd \sin \omega \cos(\delta t)]\}. \end{aligned} \quad (16)$$

类似于1)的方法, 利用 $\rho_2(t)$ 作为QDC的量子信道, 系统所有信息的平均态为

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_2^* &= \frac{1}{4} \sum_{i=0}^3 [(U_i)_1 \otimes \mathbf{I}_2] \rho_2(t) [(U_i^*)_1 \otimes \mathbf{I}_2] \\ &= \frac{1}{4} \{1 + \exp(-\gamma\delta^2 t/2)[(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)]\} \times (|11\rangle \langle 11| + |01\rangle \langle 01|) \\ &\quad + \frac{1}{4} \{1 - \exp(-\gamma\delta^2 t/2)[(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)]\} \\ &\quad \times (|10\rangle \langle 10| + |00\rangle \langle 00|). \end{aligned} \quad (17)$$

这种情况下, 密集编码的最佳传输容量可表示为

$$\begin{aligned} \chi_2 &= S(\bar{\rho}_2^*) - S(\rho_2) \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \{4c^2 d^2 \cos^2 \omega + \exp(-\gamma\delta^2 t)\} \times [(c^2 - d^2)^2 + 4c^2 d^2 \sin^2 \omega]^{1/2} \right) \\ &\quad \times \log_2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \{4c^2 d^2 \cos^2 \omega + \exp(-\gamma\delta^2 t)\} \times [(c^2 - d^2)^2 + 4c^2 d^2 \sin^2 \omega]^{1/2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \{4c^2 d^2 \cos^2 \omega + \exp(-\gamma\delta^2 t)\} \times [(c^2 - d^2)^2 + 4c^2 d^2 \sin^2 \omega]^{1/2} \right) \\ &\quad \times \log_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \{4c^2 d^2 \cos^2 \omega + \exp(-\gamma\delta^2 t)\} \times [(c^2 - d^2)^2 + 4c^2 d^2 \sin^2 \omega]^{1/2} \right) \\ &\quad - \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma\delta^2}{2}t\right) [(c^2 - d^2) \cos(\delta t) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)\right\} \\ &\times \log_2 \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{\gamma\delta^2}{2}t\right) \times [(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)] \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma\delta^2}{2}t\right) \times [(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)] \right\} \\ &\quad \times \log_2 \left\{ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{\gamma\delta^2}{2}t\right) \times [(c^2 - d^2) \cos(\delta t) - 2cd \sin \omega \sin(\delta t)] \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

由(18)式可知, χ_2 是与 $c, d, \omega, \delta, \gamma$ 和 t 有关的函数, 而与系统 XY 平面内的各向异性 Δ 无关. 图2给出了不同 c 和 d 取值下, χ_2 与沿 z 方向DM相互作用分量 D_z 和时间 t 的关系. 从图2(a)可知, 当系统初始处于 $|01\rangle$ 形式的可分态时, 虽然系统的最初纠缠度为零, 但 $\chi_2 \geq 1$, 表明无纠缠初态系统的密集编码传输容量仍然优于经典通信的极限传输容量^[12,13]. 从图2(b)可知, 当初态处于最大纠缠且 $D_z = 0$ 时, $\chi_2 = 2$, 而当引入DM相互作用后, χ_2 开始随时间 t 发生衰减, 并在长时间极限下趋于稳定. 图2(c)与图2(b)变化趋势相似, 在 $D_z = 0$ 时, χ_2 随时间振荡; 当 D_z 增大时, χ_2 的振荡幅度逐渐减小, 在长时间极限下 χ_2 趋于稳定. 值得注意的是, 从图2(c)可发现, 在 D_z 较小情况下, 存在某些 χ_2 的值大于其在 $D_z = 0$ 时的值. 为清楚起见, 图2(d)给出了3个 D_z 取值下图2(c)的二维图. 显然, 对于同一时间 χ_2 在 $D_z = 0.25$ 的值可大于其在 $D_z = 0$ 时的值, 但随 D_z 继续增大, 该现象消失. 通过更多的数值计算表明, 对于 $|\psi_2(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ 这种形式的非最大纠缠态, 较弱的DM相互作用可增加系统的密集编码传输容量, 只是 χ_2 极大值出现的时间范围不同. 因此可选择适当的DM相互作用和合适的传输时间达到最佳的密集编码效果.

图3给出了不同初态下密集编码的最佳传输容量在内禀消相干影响下的时间演化曲线. 可以看出, 当初态形式为 $|\psi_1(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ 时(图3(a)), 在系数 a, b 和各向异性参量 Δ 给定的情况下, 不论消相干因子 γ 多大, 最佳密集编码容量

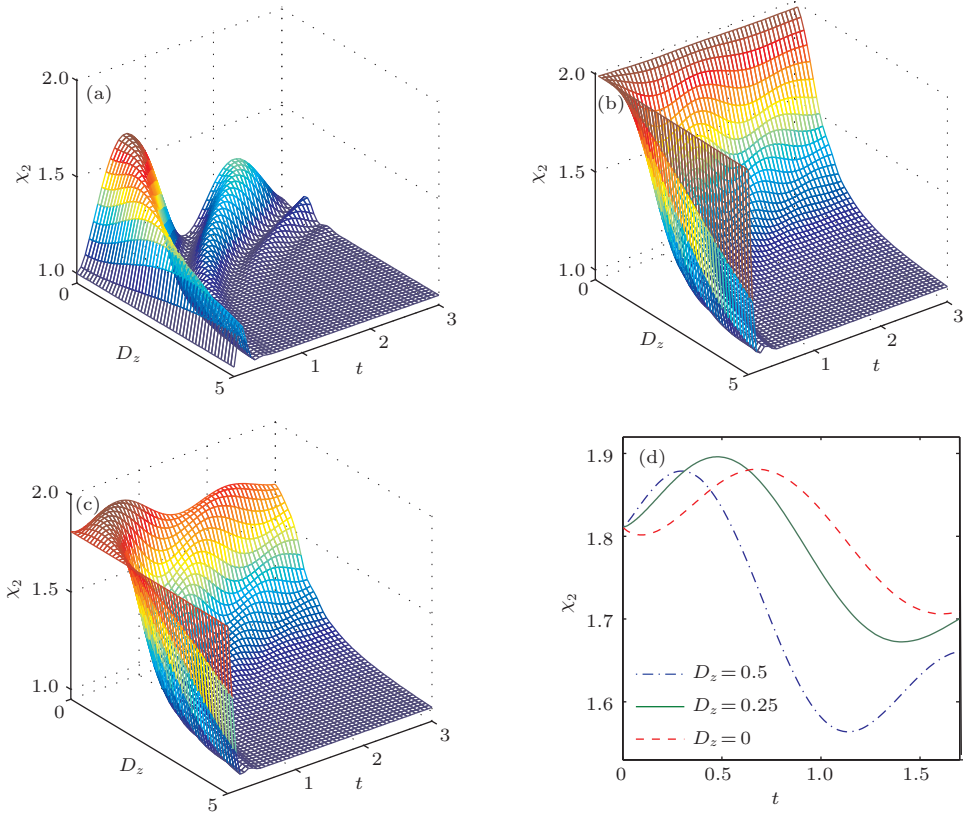


图2 (网刊彩色) 最佳编码容量 χ_2 随沿 z 方向的 DM 相互作用分量 D_z 和时间 t 的变化 ($J = 1, \gamma = 0.1$) (a) $c = 1, d = 0$; (b) $c = d = \sqrt{2}/2$; (c) $c = \sqrt{3}/2, d = 1/2$; (d) 图 (c) 在给定 D_z 时的二维图
Fig. 2. (color online) Optimal coding capacity χ_2 versus z -component parameter of DM interaction D_z and time t with $J = 1$ and $\gamma = 0.1$ for different initial states: (a) $c = 1, d = 0$; (b) $c = d = \sqrt{2}/2$; (c) $c = \sqrt{3}/2, d = 1/2$; (d) the given two-dimensional figure of panel (c).

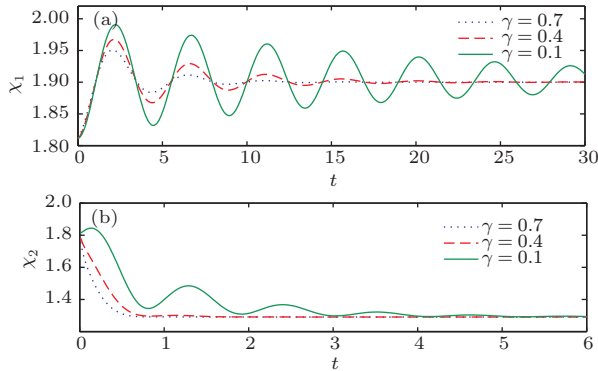


图3 (网刊彩色) 不同退相干因子下, 最佳编码容量随时间 t 的演化曲线 (a) 初态为 $|\psi_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle$ ($J = 1, \Delta = 0.7$); (b) 初态为 $|\psi_2(0)\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|01\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle$ ($J = 1, D_z = 1$)
Fig. 3. (color online) Optimal coding capacity as a function of time t for different intrinsic decoherence rates. (a) The initial state is $|\psi_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|00\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle$ with $J = 1$ and $\Delta = 0.7$; (b) the initial state is $|\psi_2(0)\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|01\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle$ with $J = 1$ and $D_z = 1$.

χ_1 在长时间极限下都将达到相同的稳定值. 类似地, 当初态形式为 $|\psi_2(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ (图 3 (b)), 在系数 c, d 和 D_z 确定的情况下, χ_2 随时间的增加也将达到相同的稳定值. 因此, 对于这两种形式的初态, 系统的最佳编码容量随时间逐渐振荡并最终达到各自的稳定值, 相应的稳定值与内禀消相干因子 γ 的大小无关; 且 γ 越小, 振荡的次数越多, 最佳编码容量衰减到稳定值所需的时间越长.

3.2 基于施加 y 方向 DM 相互作用的 Heisenberg 模型的最佳编码容量

下面研究采用施加 y 方向 DM 相互作用的 Heisenberg 自旋系统在两种不同类型初态时的 QDC 的最佳传输容量.

1) 假设系统初态形式为 $|\psi'_1(0)\rangle = a'|00\rangle + b'|11\rangle$, 其中 a' 和 b' 为实数且 $a'^2 + b'^2 = 1$, 把 (4) 和 (5) 式代入 (9) 式可得系统随时间演化的密度矩阵为

$$\rho'_1(t) = \begin{pmatrix} \omega_+ & \beta_+ & -\beta_+ & \Omega \\ \beta_+^* & \Lambda & -\Lambda & \beta_- \\ -\beta_+^* & -\Lambda & \Lambda & -\beta_- \\ \Omega^* & \beta_-^* & -\beta_-^* & \omega_- \end{pmatrix}, \quad (19)$$

式中,

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} &= \frac{(a' - b')^2}{4} \pm \frac{a'^2 - b'^2}{4} (1 - \cos \omega') \cos(\nu_{\pm} t) \\ &\times \exp\left(-\frac{\gamma \nu_{\pm}^2}{2} t\right) \pm \frac{a'^2 - b'^2}{4} (1 + \cos \omega') \\ &\times \cos(\nu_{\pm} t) \exp\left(-\frac{\gamma \nu_{\pm}^2}{2} t\right) \\ &+ \frac{(a' + b')^2}{8} (1 + \cos^2 \omega') \\ &+ \frac{(a' + b')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right), \\ \beta_{\pm} &= \pm \frac{a'^2 - b'^2}{8} \sin \omega' \left[\exp\left(-\frac{\gamma \nu_{\pm}^2}{2} t \mp i \nu_{\pm} t\right) \right. \\ &\left. - \exp\left(-\frac{\gamma \nu_{\pm}^2}{2} t \mp i \nu_{\pm} t\right) \right] \\ &- \frac{(a' + b')^2}{8} \sin \omega' \cos \omega' + \frac{(a' + b')^2}{8} \\ &\times \sin \omega' \left[\cos \omega' \cos(\delta' t) \mp i \sin(\delta' t) \right] \\ &\times \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right), \\ \Omega &= -\frac{(a' - b')^2}{4} - \frac{i(a'^2 - b'^2)}{4} (1 - \cos \omega') \\ &\times \sin(\nu_{+} t) \exp\left(-\frac{\gamma \nu_{+}^2}{2} t\right) \\ &- \frac{i(a'^2 - b'^2)}{4} (1 + \cos \omega') \sin(\nu_{-} t) \\ &\times \exp\left(-\frac{\gamma \nu_{-}^2}{2} t\right) + \frac{(a' + b')^2}{8} (1 + \cos^2 \omega') \\ &+ \frac{(a' + b')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right), \\ \Lambda &= \frac{(a' + b')^2}{8} \sin^2 \omega' - \frac{(a' + b')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta' t) \\ &\times \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right), \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\nu_{\pm} = \left(J_y + \frac{\Delta'}{2} \pm \frac{\delta'}{2}\right)$, *表示复共轭. 由(20)式可知, $\rho'_1(t)$ 是既依赖于沿 y 方向的DM相互作用分量 D_y 又依赖于系统的各向异性 Δ' 的函数, 这不同于3.1节所描述的 $\rho_1(t)$ 和 $\rho_2(t)$ 仅与DM相互作用的 z 分量 D_z 或各向异性 Δ 有关. 为简单起见, 假设 $a' = b' = \sqrt{2}/2$, 此时密集编码的最佳传输

容量为

$$\begin{aligned} \chi'_1 &= -\frac{1 + \sin \omega' \sin(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right)}{2} \\ &\times \log_2 \frac{1 + \sin \omega' \sin(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right)}{4} \\ &- \frac{1 - \sin \omega' \sin(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right)}{2} \\ &\times \log_2 \frac{1 - \sin \omega' \sin(\delta' t) \exp\left(-\frac{\gamma \delta'^2}{2} t\right)}{4} \\ &+ \frac{1 + \sqrt{\cos^2 \omega' + \sin^2 \omega' \exp(-\gamma \delta'^2 t)}}{2} \\ &\times \log_2 \frac{1 + \sqrt{\cos^2 \omega' + \sin^2 \omega' \exp(-\gamma \delta'^2 t)}}{2} \\ &+ \frac{1 - \sqrt{\cos^2 \omega' + \sin^2 \omega' \exp(-\gamma \delta'^2 t)}}{2} \\ &\times \log_2 \frac{1 - \sqrt{\cos^2 \omega' + \sin^2 \omega' \exp(-\gamma \delta'^2 t)}}{2}. \end{aligned} \quad (21)$$

从(21)式可看出, 在系统初态为最大纠缠的情形下, χ'_1 与系统的各向异性 Δ' 无关. 图4给出了初态为 $|\psi'_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 时, 密集编码的最佳传输容量 χ'_1 随 D_y 和 t 的变化. 从图4可看出, 当 $D_y = 0$ 或 $t = 0$ 时, χ'_1 恒为2, 这也可从(21)式加以验证; 而且当存在 D_y 相互作用时, 随时间演化的

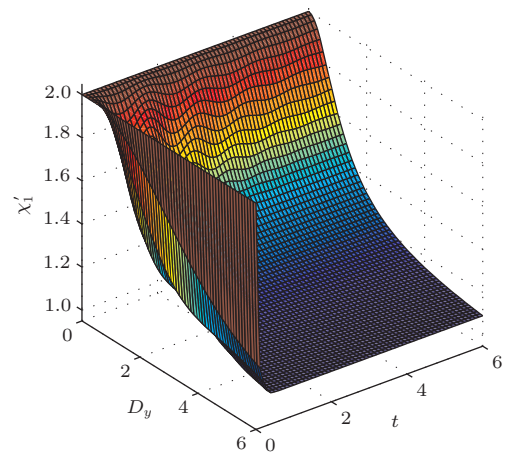


图4 (网刊彩色) 最佳编码容量 χ'_1 随沿 y 方向的DM相互作用分量 D_y 和时间 t 的变化关系 ($J' = 1, \gamma = 0.1$)
Fig. 4. (color online) Optimal coding capacity χ'_1 versus y -component parameter of DM interaction D_y and time t with $J' = 1$ and $\gamma = 0.1$.

χ'_1 将从最大值 2 开始做振幅逐渐减小的振荡直至趋于稳定. 观察发现, 图 4 的变化趋势与图 2(b) 极相似.

2) 假设系统的初态形式为 $|\psi'_2(0)\rangle = c'|01\rangle + d'|10\rangle$, 其中 c' 和 d' 为实数且 $c'^2 + d'^2 = 1$, 同样可求得系统随时间演化的密度矩阵为

$$\rho'_2(t) = \begin{pmatrix} \Gamma & \xi_+ & \xi_- & \Gamma \\ \xi_+^* & \tau_+ & v & \xi_+^* \\ \xi_-^* & v^* & \tau_- & \xi_-^* \\ \Gamma & \xi_+ & \xi_- & \Gamma \end{pmatrix}, \quad (22)$$

式中,

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{(c' - d')^2}{8} \sin^2 \omega' - \frac{(c' - d')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta't) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{\gamma\delta'^2}{2}t\right), \\ \xi_{\pm} &= \frac{c'^2 - d'^2}{8} \sin \omega' \left[\exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{\pm}^2}{2}t + i\kappa_{\pm}t\right) \right. \\ &\quad \left. - \exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{\mp}^2}{2}t + i\kappa_{\mp}t\right) \right] \\ &\quad \pm \frac{(c' - d')^2}{8} \sin' \omega' \cos \omega' \pm \frac{(c' - d')^2}{8} \sin \omega' \\ &\quad \times [i \sin(\delta't) - \cos \omega' \cos(\delta't)], \\ \tau_{\pm} &= \frac{(c' + d')^2}{4} \pm \frac{c'^2 - d'^2}{4} (1 + \cos \omega') \cos(\kappa_{\pm}t) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{\pm}^2}{2}t\right) \pm \frac{c'^2 - d'^2}{4} (1 - \cos \omega') \\ &\quad \times \cos(\kappa_{\mp}t) \exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{\mp}^2}{2}t\right) \\ &\quad + \frac{(c' - d')^2}{8} (1 + \cos^2 \omega') \\ &\quad + \frac{(c' - d')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta't) \exp\left(-\frac{\gamma\delta'^2}{2}t\right), \\ v &= \frac{(c' + d')^2}{4} + \frac{i(c'^2 - d'^2)}{4} (1 + \cos \omega') \sin(\kappa_{+}t) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{+}^2}{2}t\right) + \frac{i(c'^2 - d'^2)}{4} (1 - \cos \omega') \\ &\quad \times \sin(\kappa_{-}t) \exp\left(-\frac{\gamma\kappa_{-}^2}{2}t\right) \\ &\quad - \frac{(c' - d')^2}{8} (1 + \cos^2 \omega') \\ &\quad - \frac{(c' - d')^2}{8} \sin^2 \omega' \cos(\delta't) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{\gamma\delta'^2}{2}t\right), \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\kappa_{\pm} = \left(J_y - \frac{\Delta'}{2} \pm \frac{\delta'}{2}\right)$. 从 (23) 式可知, $\rho'_1(t)$

也是既与沿 y 方向的 DM 相互作用分量 D_y 又与各向异性 Δ' 有关的函数. 考虑系统初态为最大纠缠态的情形, 即 $c' = d' = \sqrt{2}/2$, 此时密集编码的最佳传输容量 χ'_2 恒为 2, 达到基于两量子比特 Heisenberg 模型实施 QDC 的传输容量的最大值, 不受沿 y 方向的 DM 相互作用分量、内禀消相干以及各向异性的影响. 这与施加 z 方向的 DM 相互作用初态为 $|\psi_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 的情形类似.

下面我们讨论内禀消相干对 QDC 的传输容量的影响. 图 5 给出了系统初态为 $|\psi'_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 时, 引入 y 方向 DM 相互作用的 Heisenberg 系统执行密集编码的最佳传输容量随消相干因子和时间的变化. 从图 5 可见, 当 γ 值很小时, χ'_1 随时间做振幅逐渐减小的周期性振荡, 经过较长时间后将衰减为稳定值, 而当 γ 值逐渐增大时, χ'_1 的振幅减小、振荡次数减少, 其衰减到稳定值的时间变短. 这种现象与施加 D_z 分量的 DM 相互作用情形相似, 只是衰减后的稳定值不同. 尽管整体上内禀消相干作用抑制了系统的密集编码的最佳传输容量, 但长时间极限下的稳定值都比 1 大, 仍优于经典通信的极限传输容量 [12,13,15].

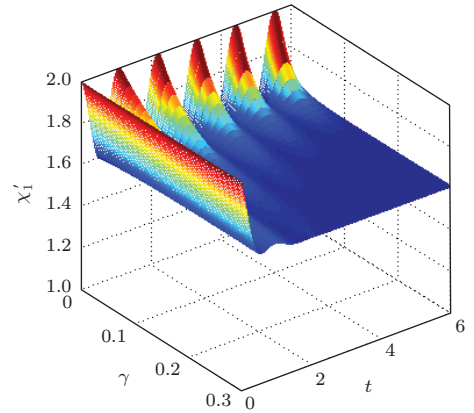


图 5 (网刊彩色) 最佳编码容量 χ'_1 随消相干因子 γ 和时间 t 的变化 ($J' = 1, D_y = 1$)

Fig. 5. (color online) Optimal coding capacity χ'_1 versus intrinsic decoherence rate γ and time t with $J' = 1$ and $D_y = 1$.

此外, 我们还解析和数值计算了基于施加 x 方向 DM 相互作用的两量子比特 Heisenberg XYZ 系统的密集编码的最佳传输容量, 结果表明即使在内禀消相干影响下, 当系统初态处于 $|\psi'_1(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 和 $|\psi'_2(0)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|01\rangle + |10\rangle)$ 时分别对应的最佳传输容量 χ'_1 和 χ'_2 均恒为 2, 即达到两量子比特密集编码传输容量的理想值.

4 结 论

本文研究了内禀消相干影响下基于两量子比特 Heisenberg XYZ 自旋系统的 QDC, 讨论了不同方向的 DM 相互作用、系统不同初态、各向异性及消相干因子对最佳编码容量的影响. 研究表明: 不同类型的初态下影响 QDC 传输容量的因素不尽相同. 在 Heisenberg 自旋链受到沿 z 方向的 DM 相互作用下, 当初态形式为 $|\psi_1(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ 时, 密集编码最佳传输容量依赖于自旋链系统的各向异性 Δ , 而与沿 z 方向的 DM 相互作用分量 D_z 无关. 因此通过调节各向异性值和选择恰当的时间可以获得较好的密集编码效果; 特别是当初态为最大纠缠态 ($a = b = \sqrt{2}/2$) 时, 密集编码的最佳传输容量将保持在理想极大值 2, 说明此情形下的密集编码可有效抵御内禀消相干的影响, 这有助于构造合适的密集编码物理实现方案. 另一方面, 当初态形式为 $|\psi_2(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ 时, 密集编码的传输容量与参数 D_z 有关, 而与各向异性 Δ 无关. 有趣的是: 在系统处于这种形式的非最大纠缠初态时, 较小的 DM 相互作用 D_z 可达到提高密集编码传输容量的效果. 值得提及的是, 我们还讨论了施加 y 方向和 x 方向的 DM 相互作用、不同初态对密集编码最佳传输容量的影响. 结果表明, 不论系统初始处于哪种类型的最大纠缠态, 采用沿 x 方向 DM 相互作用的两量子比特 Heisenberg 模型的密集编码的传输容量在内禀消相干影响下总保持在理想的传输容量值 2. 此外, 在非最大纠缠初态和内禀消相干条件下, 系统密集编码的最佳传输容量随时间做振幅减小的周期性振荡, 长时间极限下将趋于大于 1 的稳定值, 仍优于经典通信的传输容量.

参考文献

- [1] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [2] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [3] Bennett C H, Wiesner S J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2881
- [4] Barenco A, Ekert A K 1995 *J. Mod. Opt.* **42** 1253
- [5] Hao J C, Li C F, Guo G C 2001 *Phys. Rev. A* **63** 054301
- [6] Zhang J, Xie C D, Peng K C 2002 *Phys. Rev. A* **66** 032318
- [7] Liu X S, Long G L, Tong D M, Li F 2002 *Phys. Rev. A* **65** 022304
- [8] Li L Z, Qiu D W 2007 *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** 10871
- [9] Wang M Y, Yan F L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120309
- [10] Horodecki M, Piani M 2012 *J. Phys. A: Math. Theor.* **45** 105306
- [11] Yang Y G, Xia J, Jia X, Zhang H 2012 *Int. J. Theor. Phys.* **51** 1917
- [12] Quek S, Li Z, Yeo Y 2010 *Phys. Rev. A* **81** 024302
- [13] Shadman Z, Kampermann H, Macchiavello C, Bruss D 2010 *New J. Phys.* **12** 073042
- [14] Metwally N 2011 *J. Phys. A: Math. Theor.* **44** 055305
- [15] Mattle K, Weinfurter H, Kwiat P G, Zeilinger A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 4656
- [16] Li X, Pan Q, Jing J, Zhang J, Xie C, Peng K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 047904
- [17] Barreiro J T, Wei T C, Kwiat P G 2008 *Nat. Phys.* **4** 282
- [18] Fang X, Zhu X, Feng M, Mao X, Du F 2000 *Phys. Rev. A* **61** 022307
- [19] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [20] Kamta G L, Starace A F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 107901
- [21] Wang H, Wu G X 2013 *Chin. Phys. B* **22** 050512
- [22] Ji A C, Xie X C, Liu W M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 183602
- [23] Yu P F, Cai J G, Liu J M, Shen G T 2007 *Eur. Phys. J. D* **44** 151
- [24] Li D C, Cao Z L 2008 *Eur. Phys. J. D* **50** 207
- [25] Xu X B, Liu J M, Yu P F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 0456
- [26] Zhang G F 2008 *Phys. Scr.* **79** 015001
- [27] Jiang C L, Liu X J, Liu M W, Wang Y H, Peng C H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 170302 (in Chinese) [姜春蕾, 刘晓娟, 刘明伟, 王艳辉, 彭朝晖 2012 物理学报 **61** 170302]
- [28] Qin M, Li Y B, Bai Z, Wang X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110302 (in Chinese) [秦猛, 李延标, 白忠, 王晓 2014 物理学报 **63** 110302]
- [29] Abliz A, Gao H J, Xie X C, Wu Y S, Liu W M 2006 *Phys. Rev. A* **74** 052105
- [30] Qiu L, Wang A M, Su X Q, Ma X S 2009 *Phys. Scr.* **79** 015005
- [31] Cai J T, Abliz A, Bai Y K, Jin G S 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 020307
- [32] Huang H L, Sun Z Y 2014 *Appl. Mech. Mater.* **446-447** 986
- [33] Dzyaloshinskii I 1958 *J. Phys. Chem. Solid* **4** 241
- [34] Moriya T 1960 *Phys. Rev. Lett.* **4** 228
- [35] Carmichael H J 1993 *An Open Systems Approach to Quantum Optics* (Berlin: Springer Verlag)
- [36] Li Z G, Fei S M, Wang Z D, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 024303
- [37] Milburn G J 1991 *Phys. Rev. A* **44** 5401
- [38] Xu J B, Zou X B, Yu J H 2000 *Eur. Phys. J. D* **10** 295
- [39] Hiroshima T 2001 *J. Phys. A: Math. Gen.* **34** 6907
- [40] Qiu L, Wang A M, Ma X S 2007 *Physica A* **383** 325

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system*

Zou Qin Hu Xiao-Mian Liu Jin-Ming[†]

(State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China)

(Received 20 October 2014; revised manuscript received 15 November 2014)

Abstract

By solving the Milburn equation, we investigate the properties of optimal channel capacity for the quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system with Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction in the presence of intrinsic decoherence. The influences of different DM interactions, different initial states, anisotropic coupling parameters, and intrinsic decoherence on optimal coding capacity are analyzed in detail. It is found that the initial state of the system affects optimal coding capacity greatly, whose dependent parameters are not identical for different types of initial states. When the system is initially in the form of the nonmaximally entangled state $c|01\rangle + d|10\rangle$, a weak z -component DM interaction can enhance the value of optimal coding capacity as compared with the value without DM interaction, and the phase decoherence effect can suppress the oscillation of optimal coding capacity and make the capacity decrease to a stable value for the long-time evolution. It is also found that under the influence of intrinsic decoherence, the optimal transmission capacity of dense coding can keep an ideal maximal value of 2 by choosing the proper initial maximally entangled state. Moreover, no matter from which direction the DM interaction is introduced, the optimal coding capacity via the two-qubit Heisenberg spin system is always larger than the transmission capacity of any classical communication.

Keywords: Heisenberg model, Dzyaloshinskii-Moriya interaction, intrinsic decoherence, optimal coding capacity

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Mn, 42.50.Lc

DOI: [10.7498/aps.64.080302](https://doi.org/10.7498/aps.64.080302)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11174081, 11034002, 11134003, 11104075) and the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CB921602, 2012CB821302).

[†] Corresponding author. E-mail: jmliu@phy.ecnu.edu.cn