物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

反常磁矩对弱磁场弱相互作用费米气体热力学性质的影响

陈新龙 门福殿 田青松

Effect of anomalous magnetic moment on thermodynamic properties of weakly interacting Fermi gas in weak magnetic field

Chen Xin-Long Men Fu-Dian Tian Qing-Song

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 64, 080501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.080501
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080501
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I8

反常磁矩对弱磁场弱相互作用费米气体热力学性质的影响

陈新龙 门福殿† 田青松

(中国石油大学 (华东) 理学院, 青岛 266580)

(2014 年 10 月 18 日收到; 2014 年 11 月 25 日收到修改稿)

考虑费米子的反常磁矩, 运用赝势法和热力学理论, 导出弱磁场中弱相互作用费米气体自由能的解析式, 以此为基础给出高温和低温情况下系统热力学性质, 分析反常磁矩对热力学性质的影响机理. 研究表明: 反常磁矩对热力学性质的影响与温度相关, 而且这种影响随温度的上升在低温区是增大的, 在高温区是减小的; 对于系统的化学势、内能, 反常磁矩加强了磁场的影响, 弱化了相互作用的影响; 对于系统的热容量, 反常磁矩在低温区使其减小, 在高温区使其增加.

关键词: 反常磁矩, 费米气体, 相互作用, 热力学性质

PACS: 05.30.–d, 51.30.+i, 05.30.FK **DOI:** 10.7498/aps.64.080501

1 引 言

1947 年, Nafe 等 [1] 在对氢和氘的超精细结构进行精确测量时发现电子的自旋磁矩与玻尔磁子存在一定的偏离, 这个磁矩的偏离值被定义为电子的反常磁矩. 尔后, 人们用重整化量子电动力学理论解析了电子磁矩的修正因子, 从理论上解释了电子反常磁矩的来源 [2]. 从此后, 与反常磁矩相关的理论研究不断出现, 取得了一些重要的学术成果. 如文献 [3] 研究了强磁场中考虑反常磁矩时退化中子及电子费米气体的热力学性质; 文献 [4] 研究了反常磁矩对核子韧致辐射的影响; 文献 [5] 研究了反常磁矩对相对论狄拉克粒子 Aharonov-Bohm 散射的影响. 这些研究表明, 由于相关的实验手段愈来愈精细, 测量愈来愈精准, 在理论研究中需要考虑费米子反常磁矩的影响. 特别是对那些有精细结构以及超精细结构的费米系统, 这种影响的作用是非常重要的.

众所周知, 对实际的量子气体, 由于粒子之间存在相互作用, 且相互作用对系统性质的影响是很重要的一个因素. 为了研究相互作用对系统性质的影响, 人们引入了不少近似方法, 如赝势法、集团展开法、Thomas-Fermi 近似、变分原理、格林函数理论等, 并且取得了一系列的研究成果 [6−15]. 近年来, 人们对磁场约束下弱相互作用费米气体的性质进行了大量的研究. 如文献 [15] 研究了无外势时弱相互作用费米气体的热力学性质, 文献 [16] 研究了弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质, 文献 [17] 研究了粒子数对弱磁场弱相互作用费米气体热力学性质的影响. 这些研究中只考虑了费米子的自旋磁矩及轨道磁矩, 与反常磁矩相关的弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质的理论及实验研究未见报道. 本文运用赝势法和热力学理论, 在考虑电子费米子反常磁矩的条件下, 研究弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质, 分析反常磁矩对热力学性质的影响机理.

2 自由能的解析式

考虑费米子的反常磁矩, 且自旋为 $1/2$ 的 N 个费米子组成的系统, 体积为 V, 处在均匀弱磁场 B

† 通信作者. E-mail: menfudian@163.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

中, 其单粒子能谱可表示为[18,19]

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} - s\mu B - s\mu_0 B, \tag{1}$$

式中, $\mu_0 = \alpha'\mu/(2\pi)$ 为反常磁矩作用项, 其中 $\alpha' = 1/137$ 为精细结构常数; μ 为玻尔磁子 $\mu_{\rm B}$; $s = \pm 1$ ($s = 1$ 表示自旋磁矩平行于磁场方向, $s = -1$ 表示自旋磁矩反平行于磁场的方向).

令 $a_0 = \alpha'/2\pi$, 则 (1) 式可变为

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} - s(1 + a_0)\mu B, \tag{2}$$

考虑一级修正, 系统的能谱可表示为[18]

$$E = \sum_p (n_p^+ + n_p^-)\frac{p^2}{2m} - (1 + a_0)(N^+ - N^-)\mu B. \tag{3}$$

在上述系统中, 考虑弱相互作用对系统的影响, 则系统的能谱可表示为[18]

$$E = \sum_p (n_p^+ + n_p^-)\frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha}{V}N^+N^- - (1 + a_0)(N^+ - N^-)\mu B. \tag{4}$$

式中, $\alpha = 4\pi a\hbar^2/m$ 为相互作用参量; a 为 s 波散射长度, n_p^+ 和 n_p^- 分别表示具有动量 p 的量子态且自旋磁矩平行和反平行于磁场的粒子数; N^+ 和 N^- 分别表示自旋磁矩平行和反平行于磁场的总粒子数; N 为系统的总粒子数.

由 (4) 式可得系统的配分函数

$$\begin{aligned} Q = & \sum_{\{n_p^+, n_p^-\}} \exp(-\beta E) \\ = & \sum_{N^+=0}^{N} \exp\Big[\beta\mu B(1 + a_0)(2N^+ - N) \\ & - \frac{\alpha}{V}\beta N^+(N - N^+)\Big] \\ & \times \sum_{N^+} \exp\Big(- \beta\sum_p n_p^+ \frac{p^2}{2m}\Big) \\ & \times \sum_{N^-} \exp\Big(- \beta\sum_p n_p^- \frac{p^2}{2m}\Big), \end{aligned} \tag{5}$$

式中 $\beta = 1/(KT)$. 效仿非理想玻色气体的研究方法[6,7], 引入 $A_0(\xi)$, 代表在体积 V 中 ξ 个无自旋、无相互作用的费米子的系统的自由能[18,20],

$$A_0(\xi) = -\frac{1}{\beta}\ln\sum_{\{\xi_p\}}\exp\Big(- \beta\sum_p \xi_p \frac{p^2}{2m}\Big), \tag{6}$$

根据 (5) 式可得系统的自由能为

$$\begin{aligned} F = & -\frac{1}{\beta}\ln Q \\ = & (1 + a_0)N\mu B - \frac{1}{\beta}\ln\sum_{N^+}\exp\Big\{ - \beta[A_0(N^+) \\ & + A_0(N - N^+) + \frac{\alpha}{V}N^+(N - N^+) \\ & - 2(1 + a_0)N^+\mu B]\Big\}. \end{aligned} \tag{7}$$

根据大数近似法, (7) 式中求和项的对数可用最大项的对数来替代, 用 $F(\bar{N}^+)$ 表示 $F(N^+)$ 的最大值, 则

$$\begin{aligned} F = & F(\bar{N}^+) \\ = & (1 + a_0)\mu B(N - 2\bar{N}^+) + A_0(\bar{N}^+) \\ & + A_0(N - \bar{N}^+) + \frac{\alpha}{V}\bar{N}^+(N - \bar{N}^+). \end{aligned} \tag{8}$$

因 $\left.\dfrac{\partial F(N^+)}{\partial N^+}\right|_{N^+=\bar{N}^+} = 0$, 可求得 $\bar{N}^+$ 满足

$$\begin{aligned} & - 2(1 + a_0)\mu B \\ & + \left[\frac{\partial A_0(N^+)}{\partial N^+} - \frac{\partial A_0(N - N^+)}{\partial N^+}\right]_{N^+=\bar{N}^+} \\ & + \left.\frac{\alpha}{V}(N - 2N^+)\right|_{N^+=\bar{N}^+} = 0, \end{aligned} \tag{9}$$

式中

$$\begin{aligned} F(N^+) = & (1 + a_0)\mu B(N - 2N^+) + A_0(N^+) \\ & + A_0(N - N^+) + \frac{\alpha}{V}N^+(N - N^+). \end{aligned}$$

(9) 式可改写为

$$\begin{aligned} & u_0(\bar{N}^+) - u_0(N - \bar{N}^+) \\ & = 2(1 + a_0)\mu B - \frac{\alpha}{V}(N - 2\bar{N}^+), \end{aligned} \tag{10}$$

其中 $u_0(N)$ 是上述虚构系统的化学势.

定义无量纲参数 $r = (2\bar{N}^+/N) - 1$, 则有

$$\bar{N}^+ = \frac{1 + r}{2}N, \quad N - \bar{N}^+ = \frac{1 - r}{2}N.$$

(10) 式可写为

$$\begin{aligned} & u_0\Big(\frac{1 + r}{2}N\Big) - u_0\Big(\frac{1 - r}{2}N\Big) \\ & = 2\mu B(1 + a_0) + \alpha nr, \end{aligned} \tag{11}$$

其中 n 为系统的粒子数密度.

因 r 很小, 将 (11) 式左边按泰勒级数展开, 只取 r 的一次项, 得

$$r \approx \frac{2(1 + a_0)\mu B}{\left.\dfrac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\right|_{x=1/2} - \alpha n}. \tag{12}$$

根据 (8) 和 (12) 式, 系统的自由能用小参数 r 表示为

$$F\Big(\frac{1 + r}{2}N\Big)$$

$$\begin{aligned} &= -(1+a_0)N\mu Br + A_0\left(\frac{1+r}{2}N\right) \\ &\quad + A_0\left(\frac{1-r}{2}N\right) + \frac{\alpha}{4}nN. \end{aligned} \tag{13}$$

将 (13) 式中的 A_0 在 $N/2$ 附近按泰勒级数展开, 只取 r 的一次项, 得

$$\begin{aligned} &F\left(\frac{1+r}{2}N\right) \\ &\approx -(1+a_0)N\mu Br + 2A_0\left(\frac{N}{2}\right) + \frac{\alpha}{4}nN. \end{aligned} \tag{14}$$

根据热力学理论, 可求得系统的化学势 u、内能 U 和热容量 C 分别为

$$\begin{aligned} u = &\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,N} \\ = &-(1+a_0)\mu Br - (1+a_0)N\mu B\frac{\partial r}{\partial N} \\ &+ 2\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial N} + \frac{\alpha}{2}n, \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} U = &\frac{\partial}{\partial\beta}(-\ln Q)_{V,N} \\ = &-(1+a_0)N\mu B\left(r+\beta\frac{\partial r}{\partial\beta}\right) + 2A_0\left(\frac{N}{2}\right) \\ &+ 2\beta\frac{\partial A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial\beta} + \frac{\alpha}{4}nN, \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} C = &\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,N} \\ = &(1+a_0)N\mu BT\frac{\partial^2 r}{\partial T^2} - 2T\frac{\partial^2 A_0\left(\frac{N}{2}\right)}{\partial T^2}. \end{aligned} \tag{17}$$

3 低温和高温情况下的热力学性质

在低温极限下, 即温度 $T\to 0$ 时, 有 [16]

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right) = \left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{h^2}{2m} = \varepsilon_{\mathrm{F}} = KT_{\mathrm{F}}, \tag{18}$$

$$\begin{aligned} u_0(N) = &\left(\frac{3N}{4\pi V}\right)^{2/3}\frac{h^2}{2m} = 2^{2/3}\varepsilon_{\mathrm{F}} \\ &= \varepsilon_{\mathrm{F0}} = KT_{\mathrm{F0}}, \end{aligned} \tag{19}$$

$$\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\Big|_{x=1/2} = \frac{4}{3}\varepsilon_{\mathrm{F}}, \tag{20}$$

$$r = \frac{3(1+a_0)\mu B}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\left(1+\frac{3\alpha n}{4\varepsilon_{\mathrm{F}}}\right), \tag{21}$$

$$\begin{aligned} A_0(x) &= \frac{h^2}{2m}\int\left(\frac{3N}{4\pi V}\right)^{2/3}x^{2/3}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{3}{5}xu_0(x), \end{aligned} \tag{22}$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{3}{10}Nu_0\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{3}{10}N\varepsilon_{\mathrm{F}}. \tag{23}$$

综合 (15), (16), (17), (21), (23) 式可得

$$\begin{aligned} u = &\varepsilon_{\mathrm{F}} - \frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}} \\ &+ \frac{\alpha n}{2}\left[1-\frac{3(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}^2}\right], \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} U = &\frac{3}{5}N\varepsilon_{\mathrm{F}}\left[1-\frac{5(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}^2}\right] \\ &+ \frac{\alpha n}{4}N\left[1-\frac{9(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}^2}\right], \end{aligned} \tag{25}$$

$$C = 0. \tag{26}$$

其中, ε_{F} 为自由系统的费米能, T_{F} 为相应的费米温度.

当温度 T 较低 ($T < T_{\mathrm{F}}$) 时, 有 [16]

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right) = \varepsilon_{\mathrm{F}}\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right], \tag{27}$$

$$\begin{aligned} r = &\frac{2(1+a_0)\mu B}{\frac{4}{3}\varepsilon_{\mathrm{F}}\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right]-\alpha n} \\ \approx &\frac{3(1+a_0)\mu B}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\left\{1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right. \\ &\left.+\frac{3\alpha n}{4\varepsilon_{\mathrm{F}}}\left[1-\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right]\right\}, \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} A_0(x) &= \int\left[\varepsilon_{\mathrm{F}}(x)-\frac{\pi^2}{12}\frac{(KT)^2}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(x)}\right]\mathrm{d}x \\ &= \frac{3}{5}x\varepsilon_{\mathrm{F}}(x) - \frac{\pi^2}{4}x\frac{(KT)^2}{\varepsilon_{\mathrm{F}}(x)}, \end{aligned} \tag{29}$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{3}{10}N\varepsilon_{\mathrm{F}} - \frac{\pi^2}{8}N\frac{(KT)^2}{\varepsilon_{\mathrm{F}}}. \tag{30}$$

综合 (15), (16), (17), (28), (30) 式可得

$$\begin{aligned} u = &\varepsilon_{\mathrm{F}} - \frac{\pi^2}{12}\frac{(KT)^2}{\varepsilon_{\mathrm{F}}} \\ &- \frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\left[1+\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right] \\ &+ \frac{\alpha n}{2}\left\{1-\frac{3(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}^2}\right. \\ &\left.\times\left[1+\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right]\right\}, \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} U = &\frac{3}{5}N\varepsilon_{\mathrm{F}}\left[1+\frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right] \\ &- \frac{3N(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\mathrm{F}}}\left[1+\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{T}{T_{\mathrm{F}}}\right)^2\right] \end{aligned}$$

$$+\frac{\alpha n}{4}N\left\{1-\frac{9(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}^2}\times\left[1+\frac{\pi^2}{6}\left(\frac{T}{T_{\rm F}}\right)^2\right]\right\},\tag{32}$$

$$C=\frac{\pi^2}{2}\frac{NKT}{T_{\rm F}}\left\{1-\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}^2}\times\left[1+\frac{3}{2}\frac{\alpha n}{\varepsilon_{\rm F}}\right]\right\}.\tag{33}$$

当温度 T 很高 ($T\gg T_{\rm F}$) 时, 有[16]

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2},\tag{34}$$

$$\frac{\partial u_0(xN)}{\partial x}\Big|_{x=1/2}=2KT,\tag{35}$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\int u_0\left(\frac{N}{2}\right)\mathrm{d}\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{N}{2}KT\left(\ln\frac{n\lambda^3}{2}-1\right),\tag{36}$$

$$r=\frac{(1+a_0)\mu B}{KT}\left(1+\frac{\alpha n}{2KT}\right).\tag{37}$$

综合 (15), (16), (17), (36), (37) 式可得

$$u=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2}-\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{KT}+\frac{\alpha n}{2}\left[1-\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{2K^2T^2}\right],\tag{38}$$

$$U=\frac{3}{2}NKT-\frac{2N(1+a_0)^2\mu^2B^2}{KT}+\frac{\alpha nN}{4}\left[1-6\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{K^2T^2}\right],\tag{39}$$

$$C=\frac{3}{2}NK\left\{1+\frac{4(1+a_0)^2\mu^2B^2}{3K^2T^2}\times\left[1+\frac{3\alpha n}{2KT}\right]\right\}.\tag{40}$$

当温度 T 较高 ($T>T_{\rm F}$) 时, 有[16]

$$u_0\left(\frac{N}{2}\right)=KT\ln\frac{n\lambda^3}{2}+\frac{KT}{2^{3/2}}\frac{n\lambda^3}{2},\tag{41}$$

$$r=\frac{(1+a_0)\mu B}{KT}\left(1-\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right)\left(1+\frac{\alpha n}{2KT}\right)\approx\frac{(1+a_0)\mu B}{KT}\left(1-\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}+\frac{\alpha n}{2KT}\right),\tag{42}$$

$$A_0\left(\frac{N}{2}\right)=\frac{NKT}{2}\left(\ln\frac{n\lambda^3}{2}-1+\frac{n\lambda^3}{2^{7/2}}\right).\tag{43}$$

综合 (15), (16), (17), (42), (43) 式可得

$$u=-\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{KT}\left(1-\frac{n\lambda^3}{2^{3/2}}\right)+KT\left(\ln\frac{n\lambda^3}{2}+\frac{n\lambda^3}{2^{5/2}}\right)+\frac{\alpha n}{2}\left[1-2\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{K^2T^2}\right],\tag{44}$$

$$U=\frac{3}{2}NKT\left(1+\frac{n\lambda^3}{2^{7/2}}\right)-\frac{2N(1+a_0)^2\mu^2B^2}{KT}\left(1-\frac{7n\lambda^3}{2^{9/2}}\right)+\frac{\alpha nN}{4}\left[1-6\frac{(1+a_0)^2\mu^2B^2}{K^2T^2}\right],\tag{45}$$

$$C=\frac{3}{2}NK\left\{1+\frac{4(1+a_0)^2\mu^2B^2}{3K^2T^2}\left[1+\frac{3\alpha n}{2KT}\right]-\frac{n\lambda^3}{2^{9/2}}\left[1+\frac{70(1+a_0)^2\mu^2B^2}{3K^2T^2}\right]\right\}.\tag{46}$$

4 反常磁矩对热力学性质的影响

1) 本文是同时考虑了自旋磁矩和反常磁矩的影响而得到的结果. 当不考虑反常磁矩 (令 $a_0=0$) 时, 本文的化学势 u、内能 U 和热容量 C 的解析式就回归到只考虑自旋磁矩时系统的结果. 如低温极限下 ($T\to 0$), 有

$$u=\varepsilon_{\rm F}-\frac{\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}}+\frac{\alpha n}{2}\left(1-\frac{3\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}^2}\right),$$

$$U=\frac{3}{5}N\varepsilon_{\rm F}\left(1-\frac{5\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}^2}\right)+\frac{\alpha n}{4}N\left(1-\frac{9\mu^2B^2}{2\varepsilon_{\rm F}^2}\right),$$

$$C=0.$$

这些结果恰与文献 [16] 的结果相同, 这说明本文的结果具有一定的普适性.

2) 反常磁矩对系统热力学性质的影响与温度相关. 在低温区, 随温度的上升, 反常磁矩对热力学性质的影响增大; 在高温区, 随温度的上升, 反常磁矩对热力学性质的影响减小. 这种特征从物理上也可得到解释: 在低温区, 系统的磁化是由费米面附近的粒子参与的, 温度很低时, 大多数粒子处于费米面以下, 随着温度的逐步升高, 费米子的能量增大, 从低能级跃迁到费米面附近的粒子数增多, 即参与磁化的粒子数增多, 磁化效应放大, 其效果等同于放大了反常磁矩的作用, 也就放大了反常磁矩对热力学性质的影响; 而在高温区, 情况恰好相反, 随温度的升高, 费米子的无规运动程度剧烈, 这种趋势阻碍了系统的磁化, 这等同于弱化了反常磁矩的作用, 即减小了反常磁矩对热力学性质的影响.

3) 因弱磁场满足条件 $(\mu B/\varepsilon_{\rm F})^2 \ll 1$、且在高温时满足条件 $[\mu B/(KT)]^2 \ll 1$, 所以, 无论是在高温 $(T > T_{\rm F})$ 还是低温 $(T < T_{\rm F})$ 情况下, 与不考虑反常磁矩相比, 反常磁矩均加强了磁场对化学势、内能的影响. 从物理上看, 反常磁矩的作用相当于加强了磁场.

4) 反常磁矩对相互作用的影响有一定的调节作用: 无论是在低温区还是在高温区, 与不考虑反常磁矩相比, 反常磁矩均弱化相互作用对内能和化学势的影响. 这在物理上也不难理解: 由于反常磁矩的效果等同于磁场变强, 即费米子进一步被磁化, 粒子具有的统一运动趋势加强, 即无规则运动减弱, 与无规则运动相关的相互作用被削弱.

5) 反常磁矩对热容量的影响比较复杂. 与不考虑反常磁矩相比, 反常磁矩均加强了磁场及相互作用对热容量的影响, 只是这种影响的效果在低温与高温区相反. 在低温区 $(T < T_{\rm F})$, 其影响为负; 在高温区 $(T > T_{\rm F})$, 影响为正. 所以反常磁矩使低温区系统的热容量减小, 在高温区使系统的热容量增加.

5 结 论

本文运用赝势法和热力学理论, 在考虑反常磁矩的情况下, 研究了弱磁场中弱相互作用费米气体的热力学性质, 分析了反常磁矩对热力学性质的影响机理. 研究显示, 在低温区, 随温度的上升, 反常磁矩对热力学性质的影响增大; 在高温区, 随温度的上升, 反常磁矩对热力学性质的影响减小. 与不考虑反常磁矩相比, 无论是高温区还是低温区, 反常磁矩均加强了磁场对化学势、内能的影响, 但却弱化了相互作用对内能和化学势的影响. 在低温区, 反常磁矩使热容量减小; 在高温区, 反常磁矩使热容量增加. 本文的结论在一定的条件下也适用于不考虑反常磁矩的费米系统, 因此本文给出的结论具有普遍意义.

参考文献

[1] Nafe J E, Nelson E B, Rabi I I 1947 *Phys. Rev.* **71** 914

[2] Schwinger J 1947 *Phys. Rev.* **73** 416

[3] Khalilov V R 2002 *Phys. Rev. D* **65** 056001

[4] Liou M K, Penninga T D, Timmermans R G E, Gibson B F 2004 *Phys. Rev. C* **69** 011001

[5] Qiong G L 2005 *Phys. Rev. A* **72** 042103

[6] Huang K, Yang C N 1956 *Phys. Rev.* **105** 767

[7] Huang K, Yang C N, Luttinger J M 1956 *Phys. Rev.* **105** 776

[8] Lee T D, Huang K, Yang C N 1957 *Phys. Rev.* **106** 1135

[9] Lee T D, Yang C N 1958 *Phys. Rev.* **112** 1419

[10] Shi H L, Zheng W M 1998 *Physica A* **258** 303

[11] Wang C, Yan K Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1284 (in Chinese) [王帅, 闫珂柱 2004 物理学报 **53** 1284]

[12] Su G Z, Chen L X 2003 *College Phys.* **22** 8 (in Chinese) [苏国珍, 陈丽璇 2003 大学物理 **22** 8]

[13] Su G Z, Xiong H, Chen L X 2003 *J. Xiamen Univ. (Nat. Sci.)* **42** 449 (in Chinese) [苏国珍, 熊辉, 陈丽璇 2003 厦门大学学报 (自然科学版) **42** 449]

[14] Xiong H, Su G Z, Chen L X 2002 *J. Xiamen Univ. (Nat. Sci.)* **41** 177 (in Chinese) [熊辉, 苏国珍, 陈丽璇 2002 厦门大学学报 (自然科学版) **41** 177]

[15] Su G Z, Chen L X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 984 (in Chinese) [苏国珍, 陈丽璇 2004 物理学报 **53** 984]

[16] Men F D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1622 (in Chinese) [门福殿 2006 物理学报 **55** 1622]

[17] Men F D, Liu H, Zhu H Y, Lü L 2007 *J. At. Mol. Phys.* **24** 1326

[18] Huang K 1987 *Statistical Mechanics* (New York: Wiley) pp224–274

[19] O'Connell R F 1968 *Phys. Rev. Lett.* **21** 397

[20] Pathria R K 1972 *Statistical Mechanics* (Oxford, New York, Yoronto, Sydney, Braunschweig: Pergamon Press) pp215–300

Effect of anomalous magnetic moment on thermodynamic properties of weakly interacting Fermi gas in weak magnetic field

Chen Xin-Long Men Fu-Dian† Tian Qing-Song

(*College of Science, China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China*)

(Received 18 October 2014; revised manuscript received 25 November 2014)

Abstract

Taking the anomalous magnetic moment into consideration, the analytical expression of the free energy for a weakly interacting Fermi gas in a weak magnetic field is derived by using the pseudopotential method and thermodynamic theory, therefore the thermodynamic properties can be studied. Based on the derived expression, the thermodynamic properties of this system at both high and low temperatures are given, and the effect of anomalous magnetic moment on thermodynamic properties can be analyzed. The effect of anomalous magnetic moment on the thermodynamic properties is related to temperature, and with the rise of temperature this effect increases in the low temperature zone, but decreases in the high temperature zone. For the chemical potential and internal energy of the system, the anomalous magnetic moment strengthens the influence of the magnetic field, but weakens the influence of the interaction. Under the influence of anomalous magnetic moment, the heat capacity of the system decreases in the low temperature zone, but increases in the high temperature zone.

Keywords: anomalous magnetic moment, Fermi gas, interaction, thermodynamic property

PACS: 05.30.–d, 51.30.+i, 05.30.FK **DOI:** 10.7498/aps.64.080501

† Corresponding author. E-mail: menfudian@163.com