

随机激励下双稳态压电俘能系统的相干共振及实验验证

蓝春波 秦卫阳 李海涛

Broadband energy harvesting from coherence resonance of a piezoelectric bistable system and its experimental validation

Lan Chun-Bo Qin Wei-Yang Li Hai-Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 080503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.080503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I8>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

太赫兹场和倾斜磁场对超晶格电子动力学特性调控规律研究

Nonlinear electron transport in superlattice driven by a terahertz field and a tilted magnetic field

物理学报.2015, 64(9): 090502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090502>

一种基于人工蜂群算法的混沌信号盲分离方法

A blind source separation method for chaotic signals based on artificial bee colony algorithm

物理学报.2015, 64(9): 090501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090501>

Duffing 振子微弱信号检测盲区消除及检测统计量构造

Blind angle elimination method in weak signal detection with Duffing oscillator and construction of detection statistics

物理学报.2015, 64(6): 060503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060503>

外加磁场压电悬臂梁能量采集系统的磁化电流法磁力研究

Magnetic force of piezoelectric cantilever energy harvesting system with an externally applied magnetic field based on magnetizing current method

物理学报.2015, 64(6): 060502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060502>

单周期控制三电平 Boost 功率因数校正变换器的慢尺度分岔分析

Analysis on the slow-scale bifurcation behaviors of one-cycle-controlled three-level Boost power factor correction converter

物理学报.2015, 64(4): 040502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040502>

# 随机激励下双稳态压电俘能系统的相干共振及实验验证\*

蓝春波 秦卫阳† 李海涛

(西北工业大学工程力学系, 西安 710072)

(2014年10月9日收到; 2014年11月27日收到修改稿)

随着压电晶体材料的迅速发展, 基于压电效应的能量采集系统是俘获环境中的宽带随机振动能量的一种有效途径. 研究了有限宽带随机激励作用下, 磁斥力双稳态压电俘能系统的相干共振俘能机理, 并进行了实验验证. 运用 Euler-Maruyama 方法求解了随机非线性压电振动耦合方程, 比较分析了相干共振发生前后系统的动力学特性和俘能效率, 然后基于 Kramers 逃逸速率解释了相干共振. 最后的随机振动实验结果验证了双稳态压电俘能系统的相干共振俘能机理. 并且观察到: 当相干共振发生时, 系统会在两个势能阱之间剧烈运动, 此时宽带随机振动能量会被转化为大幅值窄带低频振动响应, 从而极大地提高了宽带随机振动能量的俘获效率.

**关键词:** 双稳态系统, 能量俘获, 相干共振, 随机振动

**PACS:** 05.45.-a, 77.65.-j

**DOI:** 10.7498/aps.64.080503

## 1 引言

宽带随机振动能量广泛存在于人们的日常生活和生产实际中, 环境中的这种振动能量通常表现出频带很宽、能量较弱的特点. 伴随着微电子行业的迅速发展, 对环境广泛存在的这类宽带随机振动能量的研究越来越多. 近些年的研究<sup>[1]</sup>表明: 利用压电片的压电效应是俘获环境中的宽带随机振动能量的一种有效途径. 而在压电俘能领域, 常用的俘能结构可以分为线性系统和非线性系统. 其中非线性系统因其响应带宽更宽, 并且存在大幅运动, 受到越来越多的重视. Erturk等<sup>[2]</sup>研究了磁吸力双稳态压电俘能器在简谐激励作用下的运动特性, 观察到了大幅周期运动, 通过比较线性悬臂梁的俘能效率, 发现双稳态压电俘能系统的大幅周期运动的俘能效率远远高于线性系统的周期运动的俘能效率. Cottone等<sup>[3]</sup>研究了磁斥力双稳态系统在宽带随机噪声下的俘能特性, 结果发现, 对于某

一确定的激励强度, 存在一个最佳的磁间距使得系统的宽带俘能效率最强. 进一步的研究结果<sup>[4-7]</sup>表明, 该磁斥力双稳态模型可以简化为 Duffing 软弹簧振子. 而后, 基于 Duffing 软弹簧振子, 出现了很多新的压电俘能结构, 如磁吸力模型<sup>[8]</sup>, 两端受压梁<sup>[9]</sup>以及尖端带质量竖直梁<sup>[10]</sup>等. 对于双稳态系统, 人们很早就发现了随机共振现象. McInnes等<sup>[11]</sup>的研究结果表明, 随机共振是一种能够明显提高俘能效率的有效途径. 文献<sup>[12, 13]</sup>对双稳态压电俘能系统的随机共振现象进行了实验研究, 实验结果验证了随机共振的有效性. 然而, 随机共振出现的三大必要条件之一就是需要一个微弱的简谐信号, 而这一点在环境振动能量中通常并不是一定存在的. 与此同时, Litak等<sup>[14]</sup>通过仿真计算发现, 双稳态压电俘能系统在随机激励下存在一个临界强度, 当激励强度大于该临界值时, 系统的俘能效率将大幅增加. 而后, 文献<sup>[15, 16]</sup>利用等效线性化法求解得到了这一临界值, 仿真计算结果验证了

\* 国家自然科学基金(批准号: 11172234)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qinweiyang@yahoo.com.cn

该方法的有效性.

事实上, 当双稳态系统仅仅受到随机激励作用时, 在一定条件下会出现相干共振现象. Cyrill<sup>[17]</sup> 在含有快变和慢变参数的可激发系统中, 发现在小幅噪声激励下, 可以出现相干共振现象, 又称自诱发随机共振. Pikovsky 和 Kurths<sup>[18]</sup> 在带有延迟反馈的半导体激光研究中, 在 Hopf 分岔点附近, 发现了由于随机激励作用而产生的相干共振. 在双稳态压电俘能系统宽带随机俘能特性的研究中, 文献<sup>[14—16]</sup> 通过仿真分析得到了临界强度. 然而, 当系统处于该临界强度时, 并没有发生完全意义上的相干共振, 并且缺乏对双稳态压电俘能系统的相干共振俘能机理和实验的研究.

基于此, 本文研究了双稳态压电俘能系统在宽带随机激励下的相干共振俘能机理, 分析了相干共振阈值前后系统的动力学特性及俘能特性. 运用 Kramers 逃逸速率解释了相干共振阈值. 最后通过磁斥力双稳态压电俘能系统的振动实验, 观察得到了系统相干共振阈值和相干共振现象, 进一步分析了相干共振俘能特性和能量转换机理.

## 2 双稳态压电俘能系统的动力学模型

压电俘能系统的基本原理是通过将压电片固定在振动系统表面, 然后利用振动系统在环境激励作用下所产生的大幅振动, 使得压电片产生变形, 最后利用压电片的压电效应产生电荷, 通过外载电路实现能量的采集. 双稳态压电俘能系统是由双稳态振子、压电片和外载电路共同组成的. 最为经典的双稳态振子就是 Duffing 软弹簧振子, 其物理模型非常广泛, 例如磁斥力悬臂梁、磁吸力悬臂梁以及两端固支的轴向受压梁等. 本文主要研究了磁斥力悬臂梁, 该模型主要由悬臂梁、两个相斥的磁铁、外载电路以及压电薄膜组成(图 1). 对于该振动-压电耦合系统, 需要同时考虑系统的动力学特性和压电效应. 根据牛顿定律和基尔霍夫定律, 该振动-压电耦合系统的无量纲方程为

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\xi\dot{x} - (1 - \alpha x^2)x + \gamma v &= f(t), \\ \dot{v} + \lambda v - \beta\dot{x} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$  为常数;  $f(t)$  为外部激励;  $\xi$  为黏滞阻尼比;  $x$  为无量纲位移;  $v$  为无量纲电压. 当  $\alpha > 0$  时, 系统为双稳态系统.

系统的势能函数为

$$U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}\alpha x^4. \quad (2)$$

图 2 为不同参数条件下系统势能的变化规律. 由图 2 可知, 当  $\alpha > 0.5$  时,  $\alpha$  越大, 系统的势能阱越深, 两个稳定的平衡点离零点越远. 从势能函数的双稳态特性可知, 系统有可能在单个势能阱中运动, 也有可能从单个势能阱中跳跃到另一个势能阱中. 对比这两种运动的幅值可知, 在两个稳定平衡点之间跳跃时系统的响应幅值更大, 此时压电片的变形更大, 因此这类跳跃运动产生的电荷更多, 输出的电能更强.

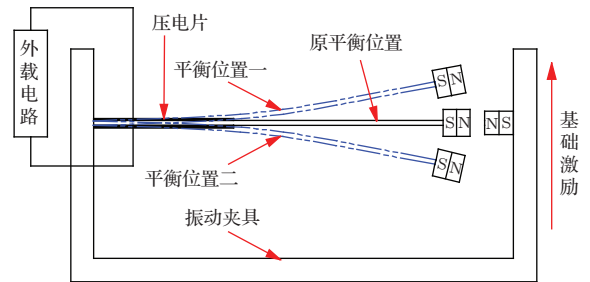


图 1 磁斥力双稳态压电俘能系统模型

Fig. 1. The bistable piezoelectric energy harvester with magnetic repulsive force.

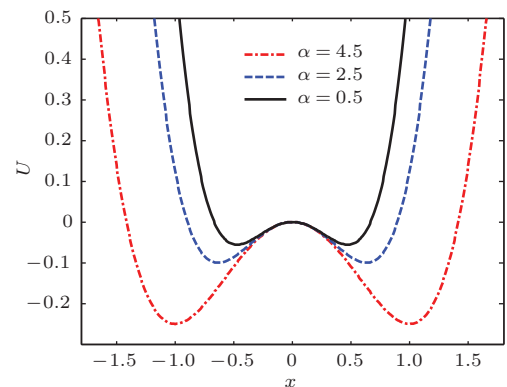


图 2 (网刊彩色) 系统势能随参数  $\alpha$  的变化

Fig. 2. (color online) The change law between  $\alpha$  and the system's potential shape.

## 3 相干共振俘能特性

为了研究双稳态压电俘能系统的压电俘能特性, 首先通过数值仿真分析相干共振俘能特性, 然后运用双稳态系统中著名的 Kramers 逃逸速率, 解释了相干共振阈值现象.

令  $\xi = 0.01, \alpha = 0.5, \gamma = 0.05, \lambda = 0.05, \beta = 0.5$ , 运用 Euler-Maruyama 方法求解随机非线性动力学方程, 仿真计算系统在不同强度随机激

励下的动态响应. 对于Duffing软弹簧双稳态压电俘能系统, 当随机激励强度不同时, 系统的动态响应特性是不同的. 图3为随机激励标准差 $\sigma_f$ 不同时, 系统响应的标准差的变化规律. 从图3(a)可知, 当 $\sigma_f < 0.4$ 时, 位移响应的标准差与随机激励标

准差的比值很小. 图4(a)和图4(b)为 $\sigma_f = 0.3$ 时, 系统响应的时域图和相图, 可以看出, 此时系统的运动只存在于单个势能阱中, 因此系统响应很小. 当 $\sigma_f$ 略大于0.4时, 位移响应的标准差与随机激励标准差的比值开始急剧变大. 图4(c)和图4(d)为

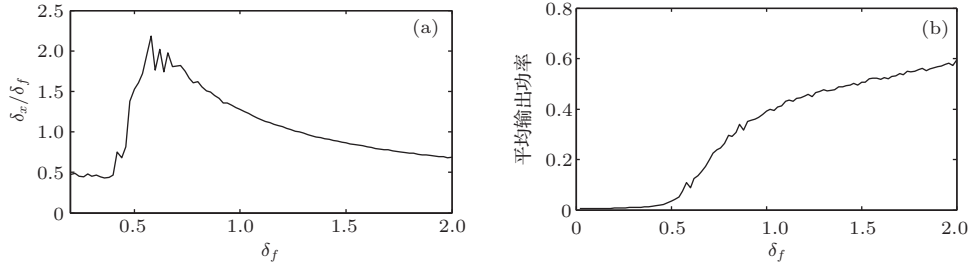


图3 系统响应随标准差的变化 (a) 位移标准差和激励标准差之比; (b) 平均输出功率

Fig. 3. The change law between the system's response and the excitation's standard deviation: (a) the ratio of the displacement's standard deviation to the excitation's standard deviation; (b) the average output power.

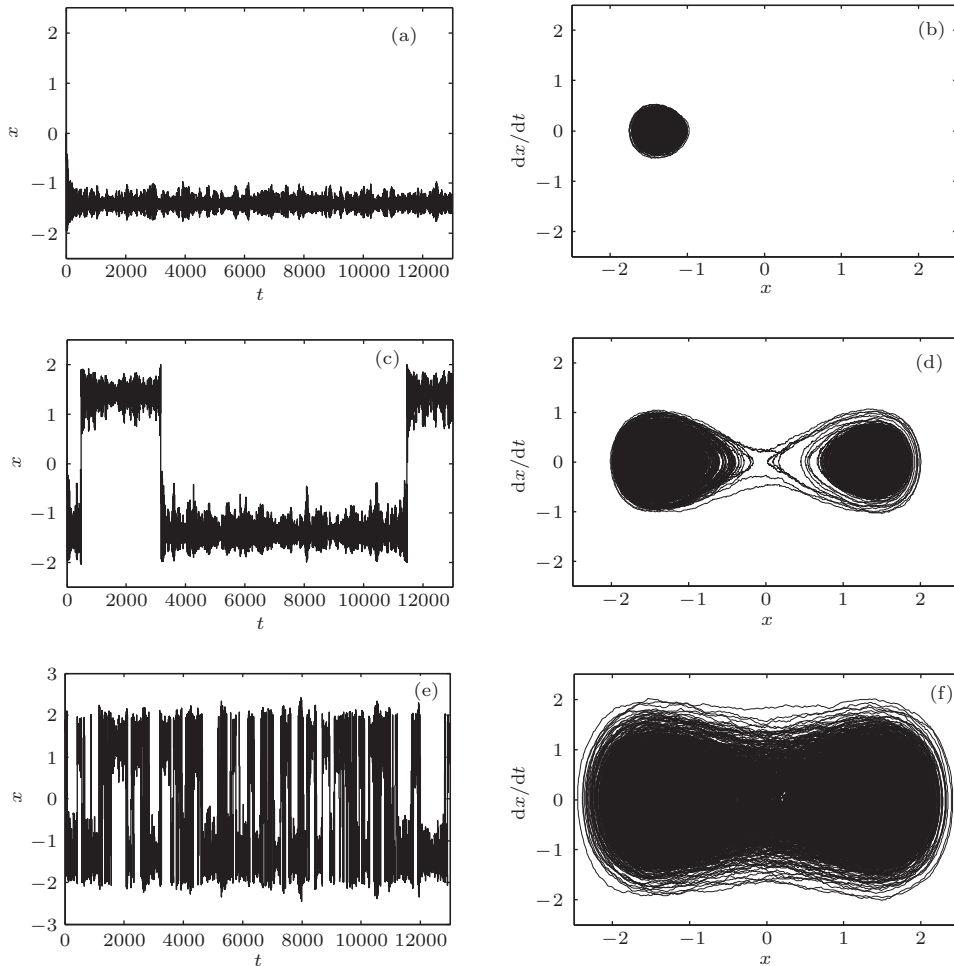


图4 系统响应随激励标准差的变化.  $\sigma_f = 0.3$  时, 系统响应的 (a) 时域图和 (b) 相图;  $\sigma_f = 0.5$  时, 系统响应的 (c) 时域图和 (d) 相图;  $\sigma_f = 1.0$  时, 系统响应的 (e) 时域图和 (f) 相图

Fig. 4. The system's response versus different excitation's standard deviations when  $\sigma_f = 0.3$ , (a) the time history of the system's displacement and (b) its phase diagram; when  $\sigma_f = 0.5$ , (c) the time history of the system's displacement and (d) its phase diagram; when  $\sigma_f = 1.0$ , (e) the time history of the system's displacement and (f) its phase diagram.

$\sigma_f = 0.5$  时, 系统响应的时域图和相图. 从图 4(c) 和图 4(d) 可知, 此时系统的运动开始从一个势能阱随机跳跃到另一个势能阱中, 由于当系统在两个势能阱之间运动时系统的响应明显高于在单个势能阱内运动时的响应, 因此系统响应的标准差与激励标准差的比值会迅速增加. 随着随机激励强度继续增强, 从系统响应的时域图(图 4(e)) 和相图(图 4(f)) 可知, 系统在两个势能阱之间的跳跃更加频繁, 系统响应标准差将继续增加. 由此可知, 双稳态压电俘能系统在宽带随机激励作用下, 存在一个临界值, 当激励强度小于此临界值时, 系统的运动会被局限于单势能阱内, 而随机强度大于此临界值时, 系统的响应将会出现两个势能阱之间的随机跳跃现象. 并且随着随机强度的继续增加, 系统发生跳跃的概率越来越大. 图 5 给出了三种不同随机强度下系统响应的频域特征. 从图 5 可以发现, 当  $\sigma_f = 0.3$  时, 系统的响应主要集中于 0.22, 当  $\sigma_f = 0.5$  时, 系统响应的低频分量明显增强; 而当  $\sigma_f = 1.0$  时, 系统的低频分量 (0—0.02) 的幅值将会超过 0.22 分量的幅值. 也就是说, 当  $\sigma_f = 1.0$  时, 双稳态系统将宽带随机振动能量集中为低频窄带大幅值振动响应, 这种宽带随机振动能量通过非线性系统转化为窄带大幅值振动能量的现象被称为相干共振. 因此, 当系统在两个势能阱之间剧烈运动时, 出现了相干共振现象. 对于双稳态系统而言, 系统从单一势能阱运动变为双势能阱运动时的随机激励临界强度, 被称为相干共振阈值. 虽然当随机强度略大于相干共振阈值时, 系统的响应依然主要集中于系统的固有频率附近, 然而此时已经有一小部分能量被系统集中于窄带低频附近. 并且, 当随机强度小于和大于相干共振阈值时, 系统的运动状态是完全不同的. 因此, 相干共振阈值也是随机激励下非线性系统的响应特征发生根本变化的临界值. 根据不同激励条件下系统的平均输出功率(图 3(b)) 可知, 当随机激励标准差低于相干共振阈值时, 压电片的输出功率较低, 增幅缓慢; 而当激励标准差高于相干共振阈值后, 系统输出功率的增幅变快; 随着随机标准差的继续增加, 系统的输出功率将大幅增加. 比较图 3(a) 和图 3(b) 可以发现, 输出功率的增速发生本质改变时的临界随机强度与相干共振阈值之间存在一定的滞后现象. 出现这种现象的原因是, 当系统的运动状态由单阱运动变为双阱运动时, 对于响应标准差而言, 虽然跳跃的次数很少, 但是由于跳跃的出现, 响应的均值却发

生了很大的改变, 这使得响应的标准差大幅增加; 而对于输出功率而言, 由于跳跃的次数很少, 压电片的输出电压只在跳跃的时刻出现较大幅值, 输出电压总体上的变化还是很小的, 所以虽然此时出现了相干共振阈值, 但是输出功率并不高. 然而随着随机激励标准差的继续增加, 双阱运动出现的次数越来越多, 系统开始出现相干共振时, 输出电压总体上会出现大幅增加, 所以当相干共振出现时, 系统的俘能效率才会极大地增强.

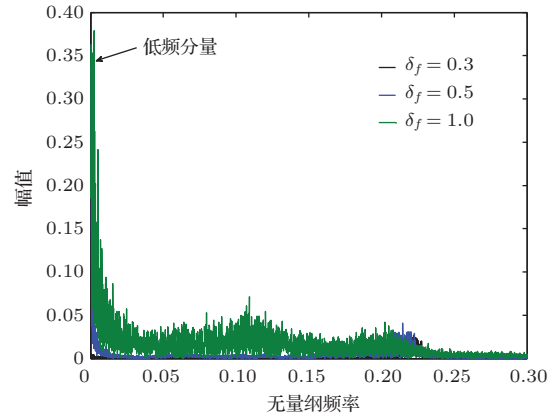


图 5 (网刊彩色) 系统响应的频域随激励标准差的变化  
Fig. 5. (color online) The frequency domain of the system's displacement response with different standard deviations  $\sigma_f$ .

事实上, 对于具有对称势能阱的双稳态系统而言, 相干共振的本质为随机共振的一类特殊情况. 根据双稳态系统的随机共振与相干共振的相关性研究可知, 这两类共振现象的出现主要依赖于双势能阱的特性. 当随机强度较弱时, 系统的响应会被局限于单个势能阱中, 而当随机强度较强时, 系统就有较大的概率从一个势能阱中逃逸到另一个势能阱中, 从而产生大幅值振动. 这类由随机噪声引起的从一个势能阱跳跃到另一个势能阱的现象, 可以用噪声引起逃离势能阱的速率进行描述. 对于双稳态系统而言, 这一逃离势能阱的速率就是著名的 Kramers 逃逸速率<sup>[13]</sup>:

$$r_K = \frac{\omega_s \omega_u}{4\pi\xi} \exp\left(-\frac{\Delta U}{D}\right). \quad (3)$$

其中,  $\omega_s = \sqrt{U''(x_s)}$ ,  $\omega_u = \sqrt{U''(x_u)}$  分别为在稳定平衡点和不稳定平衡点处的振动角频率;  $D$  为 Gauss 白噪声激励的强度;  $\Delta U$  为势能垒与势能阱差的绝对值. Duffing 类双稳压电俘能系统的 Kramers 逃逸速率:

$$r_K = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\xi}} \exp\left(-\frac{1}{4\alpha D}\right). \quad (4)$$

现在, 考虑不同参数条件下, 双稳态系统的 Kramers 逃逸速率  $r_K$  的变化规律(图6). 可知对于每一组参数而言, 都存在一个临界的随机强度, 当激励强度小于该临界强度时, Kramers 逃逸速率很小, 趋于零. 这意味着在随机强度小于临界强度时, 系统从一个势能阱跳跃到另一个势能阱的概率非常低. 而当随机强度大于该临界强度时, Kramers 逃逸速率开始迅速增加, 这意味着系统在随机噪声驱动下, 出现双阱之间跃迁运动的概率越来越大. 而系统在随机噪声驱动下出现的双阱之间的跃迁运动对应的就是相干共振现象. Kramers 逃逸速率的这一特性, 很好地解释了相干共振阈值现象.

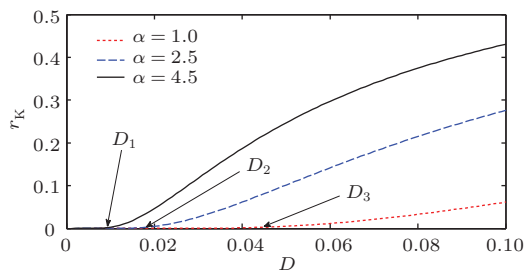


图6 (网刊彩色) Kramers 逃逸率随激励强度  $D$  的变化 ( $\xi = 0.15$ )

Fig. 6. (color online) The change law between the excitation intensity and Kramers rate ( $\xi = 0.15$ ).

#### 4 相干共振俘能实验

为了验证 Duffing 软弹簧双稳态压电俘能系统的相干共振俘能特性, 现以磁斥力双稳态压电俘能系统为研究对象, 研究该系统在宽带随机激励作用下的动力学特性及相干共振俘能机理. 图7为随机实验中的磁斥力双稳态压电俘能装置. 该实验主要由实验夹具、N48 磁铁、振动台、悬臂梁、压电薄膜(PVDF)、应变片、外载电路、示波器以及动态应变仪(DH5922)组成. 实验中, 通过振动控制系统控制振动台台面的载荷大小和频率, 通过测量梁根部的动态应变确定系统的响应特性, 同时利用示波器采集压电片的输出电压信号. 实验中, 梁的长度  $L = 138$  mm, 宽度  $b = 16$  mm, 厚度  $h = 0.61$  mm, 弹性模量  $E = 2.06$  GPa, 泊松比  $\mu = 0.3$ , 压电片的长度  $L_c = 50$  mm, 宽度  $b_c = 8$  mm, 厚度  $h_c = 30$   $\mu$ m, 压电常数为  $(21 \pm 1)$  pC/N, 电容  $C = 1300$  pf  $\pm 100$  pf, 磁铁质量  $m_0 = 20$  g, 磁场强度  $M = 46 \times 10^6$  A/m.

在随机振动实验中, 振动台的基础激励的频带为 12—200 Hz, 随机激励标准差由小到大分别为 0.003, 0.005, 0.007, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 动态应变仪的采样频率  $f_s = 1000$  Hz. 每组随机实验的时间  $T = 200$  s.

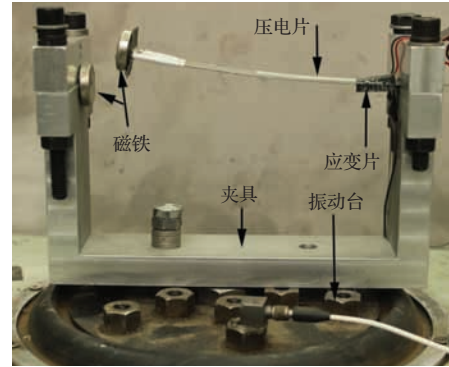


图7 磁斥力双稳压电俘能装置

Fig. 7. The bistable piezoelectric energy harvester with magnetic repulsive force used in the experiments.

图8为当随机激励标准差取不同值时系统的动态响应的变化. 由图8(a)可知, 当  $\sigma_f = 0.005$  时, 梁的运动只是围绕着单个平衡位置运动, 并不能穿过势能垒到达另一个稳定的平衡位置. 当  $\sigma_f = 0.007$  时(图8(b)), 梁分别在  $t = 66.82, 67.19, 68.42, 74.45, 194.27, 194.57$  s 处, 从一个势能阱跳跃到了另一个势能阱中. 而当  $\sigma_f = 0.03$  时(图8(c)), 梁在两个势能阱之间的跳跃变得非常频繁, 随着随机激励继续增强, 当  $\sigma_f = 0.05$  时(图8(d)), 双势能阱之间的运动已经成为梁最主要的运动状态. 结合相应的频域图(图11)可知, 当  $\sigma_f = 0.005$  时, 系统响应的主要分量位于梁的一阶固有频率(17.4 Hz)附近. 而当  $\sigma_f = 0.007$  时, 由于梁开始出现双势能阱之间的随机跳跃运动, 这一运动特性使得梁的响应中开始出现低频分量, 虽然这些分量很弱. 比较单阱和双阱中的运动可以发现, 由于双阱运动的幅值更大, 完成一次跳跃的时间更长, 所以双阱运动的频率往往很低, 并且频带很窄. 当  $\sigma_f = 0.03$  时, 梁的响应中出现了大量的跳跃现象, 这就使得响应中的低频分量进一步增强, 其中, 对于频带  $f = 0-1$  Hz 的幅值已经超过了固有频率的分量. 当  $\sigma_f = 0.05$  时, 从频域中可以明显看出, 低频分量的幅值已经明显高于固有频率分量. 此时, 原基础激励的宽带随机振动能量已经转化为大幅值低频窄带振动能量, 由此可知, 此时系统出现了相干共振.

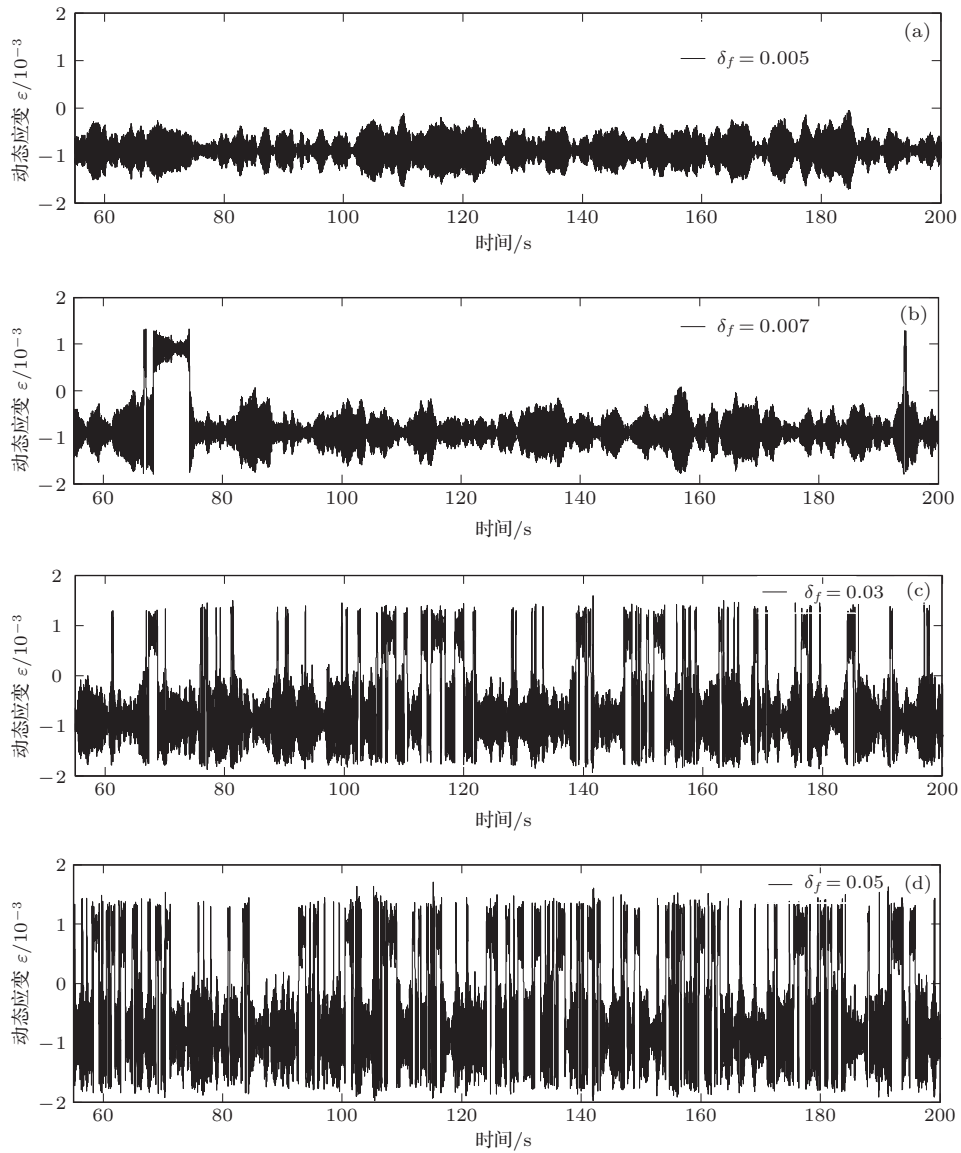


图8 不同随机激励标准差时系统的动态应变响应 (a)  $\sigma_f = 0.005$ ; (b)  $\sigma_f = 0.007$ ; (c)  $\sigma_f = 0.03$ ; (d)  $\sigma_f = 0.05$   
 Fig. 8. The system's dynamic strains with different excitation's standard deviations: (a)  $\sigma_f = 0.005$ ; (b)  $\sigma_f = 0.007$ ; (c)  $\sigma_f = 0.03$ ; (d)  $\sigma_f = 0.05$ .

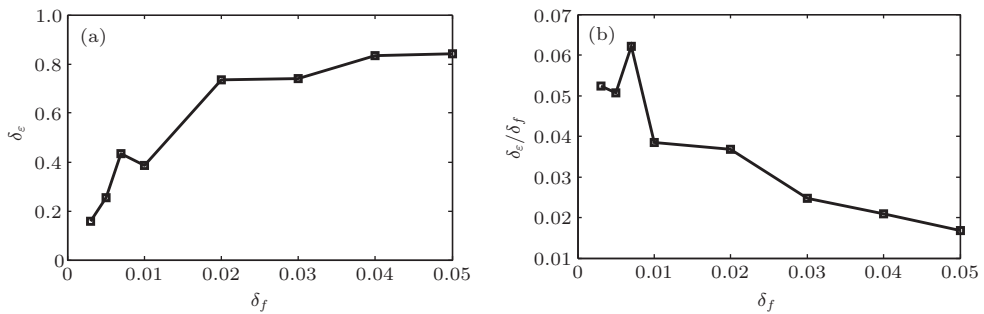


图9 系统响应随激励标准差的变化 (a) 应变标准差; (b) 应变标准差和激励标准差之比  
 Fig. 9. The change law between the excitation standard deviation and the system's response: (a) the dynamic strain's standard deviation; (b) the ratio of the strain's standard deviation to the excitation's standard deviation.

系统响应的标准差和输出能量与随机噪声标准差之间的关系如图9所示. 由图9(a)可知, 随着激励标准差的增加, 系统响应的标准差基本上是递增的, 并且在 $\sigma_f = 0.007$ 时, 响应的标准差增幅最快. 由图9(b)可知, 当 $\sigma_f = 0.007$ 时, 响应标准差与激励标准差之比达到最大值. 此时, 梁刚好开始出现双势能阱之间的跳跃现象. 这一点很好地验证了仿真计算中的相干共振阈值. 通过比较不同激励标准差条件下系统的输出功率(图10)发现, 当激励标准差小于相干共振阈值时, 系统的输出功率很低; 当激励标准差超过相干共振阈值后, 系统的输出功率明显增强; 并且当系统在两个势能阱中出现更加频繁地跳跃时, 系统会出现相干共振现象, 此时系统的输出功率将继续增强.

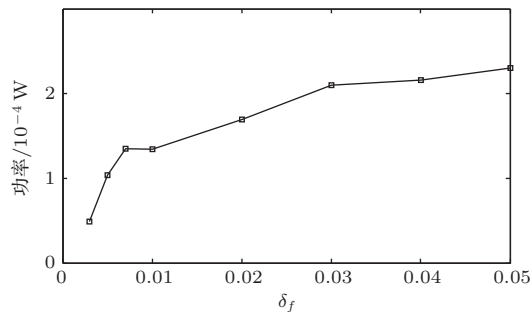


图10 系统的输出功率随激励标准差的变化

Fig. 10. The change law between the output power and the excitation's standard deviation.

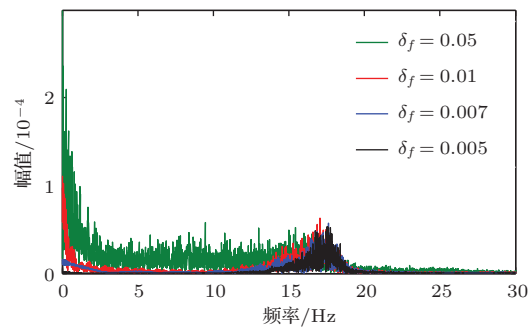


图11 (网刊彩色) 系统动态应变响应的频域随激励标准差的变化

Fig. 11. (color online) The frequency domain of the system's dynamic strains with different excitation's standard deviations.

## 5 结 论

本文研究了宽带随机激励作用下磁斥力双稳态压电俘能系统的宽带俘能特性, 通过仿真计算得到了相干共振阈值. 当随机强度小于相干共振阈值时, 系统的运动将被局限于单个势能阱中; 而当随机强度大于相干共振阈值时, 系统将出现两个势能

阱之间的随机跳跃现象. 当随机强度继续增强时, 系统将会出现相干共振现象. 以磁斥力双稳态压电俘能系统为例, 进行了相干共振实验研究. 实验中观察到了相干共振阈值和相干共振现象, 实验结果验证了仿真计算和理论分析得到的结果. 结合相干共振俘能结果, 得到以下结论: 1) 相干共振阈值是双稳态压电俘能系统在宽带随机激励作用下动力学特性发生本质变化的临界值; 2) 当随机强度超过相干共振阈值并继续增加时, 系统将会出现相干共振现象, 此时系统的主要运动状态由单阱运动变为双阱之间的随机跳跃; 3) 宽带随机振动能量在相干共振的作用下会被转化为大幅值窄带低频振动能量, 此时系统的输出功率将大幅增加; 4) 从俘能角度看, 当系统处于相干共振阈值状态时, 其俘能效率并没有发生显著变化; 而当系统越过相干共振阈值并出现相干共振时, 系统的俘能效率将显著提高.

## 参考文献

- [1] Harne R L, Wang K W 2013 *Smart Mater. Struct.* **22** 023001
- [2] Erturk A, Hoffmann J, Inman D J 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 254102
- [3] Cottone F, Vocca H, Gammaitoni L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 080601
- [4] Ferrari M, Ferrari V, Guizzetti M, Ando B, Baglio S, Trigona C 2010 *Sens. Actuators. A* **162** 425
- [5] Sun S, Cao S Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210505 (in Chinese) [孙舒, 曹树谦 2012 物理学报 **61** 210505]
- [6] Gao Y J, Leng Y G, Fan S B, Lai Z H 2014 *Smart Mater. Struct.* **23** 095003
- [7] Fan K Q, Xu C H, Wang W D, Fang Y 2014 *Chin. Phys. B* **23** 084501
- [8] Erturk A, Inman D J 2011 *J. Sound Vib.* **330** 2339
- [9] Masana R, Daqaq M F 2013 *J. Sound Vib.* **332** 6755
- [10] Friswell M I, Ali S F, Bilgen O, Adhikari S, Lees A W, Litak G 2012 *J. Intel. Mater. Syst. Struct.* **23** 1505
- [11] McInnes C R, Gorman D G, Cartmell M P 2008 *J. Sound Vib.* **318** 655
- [12] Chen Z S, Yang Y M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 074301 (in Chinese) [陈仲生, 杨拥民 2011 物理学报 **60** 074301]
- [13] Zheng R C, Nakano K, Hu H G, Su D X, Cartmell M P 2014 *J. Sound Vib.* **333** 2568
- [14] Litak G, Friswell M I, Adhikari S 2010 *Appl. Phys. Lett.* **96** 214103
- [15] Ali S F, Adhikari S, Friswell M I, Narayanan S 2011 *J. Appl. Phys.* **109** 074904
- [16] Li H T, Qin W Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120505 (in Chinese) [李海涛, 秦卫阳 2014 物理学报 **63** 120505]
- [17] Cyrill B M 2005 *Physica D* **210** 227
- [18] Pikovsky A S, Kurths J 2005 *Phys. Rev. Lett* **95** 123903



# Broadband energy harvesting from coherence resonance of a piezoelectric bistable system and its experimental validation\*

Lan Chun-Bo Qin Wei-Yang<sup>†</sup> Li Hai-Tao

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

( Received 9 October 2014; revised manuscript received 27 November 2014 )

## Abstract

Piezoelectric effect is an effective way of harvesting energy from the environmental broadband vibration. In this paper, we investigate the coherence resonance of a piezoelectric bistable vibration energy harvester theoretically and experimentally. The device is comprised of a cantilever beam with magnetic repulsive force. Firstly, the electromechanical coupled equation is derived based on the Euler-Bernoulli beam theory. Then, analyzing the potential shapes, we learn that when the system oscillates between the two potential wells, it will produce a large voltage generally. And the beam dynamic response under the random excitation is simulated by Euler-Maruyama method. The results of simulations and experiments show that there is a coherence resonance threshold in the Duffing type piezoelectric bistable energy harvester. When the standard deviation of the random excitation is less than the threshold, the motion state of the system will be trapped in a single potential well, which results in a low average output power. And when the excitation standard deviation is larger than the threshold, the system stochastic stability will change. The dynamic displacement and strain clearly show that the system can exhibit large oscillation between the two potential wells. Then, Kramers rate is used to explain the coherence resonance threshold of the bistable system under the broadband random excitation. The experimental results show that when the coherence resonance takes place, the beam will oscillate between the two potential wells more frequently, and the broadband vibration energy can be transformed into large amplitude narrow band low-frequency oscillation response, which can greatly improve the harvesting effectiveness of broadband vibration energy.

**Keywords:** bistable system, energy harvesting, coherence resonance, random vibration

**PACS:** 05.45.-a, 77.65.-j

**DOI:** [10.7498/aps.64.080503](https://doi.org/10.7498/aps.64.080503)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11172234).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [qinweiyang@yahoo.com.cn](mailto:qinweiyang@yahoo.com.cn)