

基于哈密顿函数的永磁同步电机混沌系统鲁棒控制

吴忠强 吴昌韩 赵立儒 贾文静

Robust control for permanent magnet synchronous motors based on Hamiltonian function

Wu Zhong-Qiang Wu Chang-Han Zhao Li-Ru Jia Wen-Jing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 090503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.090503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I9>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于在线误差修正自适应 SVR 的非线性不确定分数阶混沌系统滑模控制

Sliding mode control of fractional order chaotic system based on an online error correction adaptive SVR

物理学报.2015, 64(7): 070502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070502>

迟滞混沌神经元/网络的控制策略及应用研究

Control strategy and application of hysteretic chaotic neuron and neural network

物理学报.2015, 64(6): 060504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060504>

参数不确定统一混沌系统的鲁棒分数阶比例-微分控制

Robust fractional-order proportional-derivative control of unified chaotic systems with parametric uncertainties

物理学报.2015, 64(5): 050503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.050503>

永磁同步发电机混沌运动分析及最优输出反馈  $H_\infty$  控制

Analysis of chaos in permanent magnet synchronous generator and optimal output feedback  $H_\infty$  control

物理学报.2015, 64(4): 040504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040504>

一种分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制器设计

Design of an adaptive sliding mode controller for synchronization of fractional-order chaotic systems

物理学报.2015, 64(4): 040505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040505>

# 基于哈密顿函数的永磁同步电机混沌系统鲁棒控制\*

吴忠强<sup>†</sup> 吴昌韩 赵立儒 贾文静

(燕山大学电气工程学院工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

(2014年7月26日收到; 2014年12月13日收到修改稿)

哈密顿系统理论是研究非线性系统的一种重要工具, 近年来在电机调速、控制等方面得到广泛应用. 本文针对永磁同步电机运行中存在的混沌现象, 提出一种基于哈密顿函数的永磁同步电机混沌系统鲁棒控制器设计方法. 将永磁同步电机动态模型变换为类Lorenz混沌方程, 在特定参数下, 通过Lyapunov指数和Lyapunov维数的计算可知系统是混沌的. 令电机转速跟踪给定值得误差方程. 由于误差方程并不具有标准哈密顿函数形式, 将其转化为具有扰动不确定项的哈密顿系统, 并与负载扰动一起作为系统的总扰动量, 设计了一种鲁棒控制器. 控制器由两部分组成, 一部分基于互联与阻尼配置法, 实现任意转速的有效跟踪, 另一部分实现扰动补偿. 仿真表明, 控制器使电机迅速脱离混沌状态, 并能实现转速趋近跟踪, 验证了控制器的可行性与有效性. 该方法扩展了哈密顿函数的适用范围, 具有一定的优越性.

**关键词:** 永磁同步电机, 哈密顿函数, 混沌, 鲁棒控制

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.64.090503

## 1 引言

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motors, PMSM)具有功率密度高、效率高和动态响应快等优越性能, 广泛应用于工业各领域. 由于永磁同步电机数学模型是典型的多变量、强耦合非线性系统, 在一定的参数条件下会产生混沌运动, 其转速或转矩出现剧烈振荡<sup>[1]</sup>. 在需要电机稳定运行或精准调速的场合, 电机中混沌现象的存在将引起系统不稳定, 直接影响电机的动态性能. 为消除电机中的有害混沌现象, 文献<sup>[2]</sup>基于LaSalle不变集定理设计了一种自适应混沌控制器; 文献<sup>[3, 4]</sup>针对含有参数不确定性与非均匀气隙的永磁同步电机混沌系统, 分别改进了主动有限时间稳定控制器与主动有限时间同步控制器; 文献<sup>[5]</sup>基于Lyapunov稳定性理论设计了自

适应控制器, 实现了永磁同步电机系统的混沌同步; 文献<sup>[6]</sup>研究了负反馈法与附加周期信号法对永磁同步电机中混沌现象的控制作用; 文献<sup>[7]</sup>基于Backstepping方法, 针对混沌状态的永磁同步电机提出了一种结构简单的直接自适应神经网络速度跟踪控制器的设计方法.

哈密顿系统理论是非线性科学中一个重要的研究方向, 近年来在电机调速等领域得到了广泛应用. 哈密顿函数、能量流以及系统矩阵所反应的系统内部关联机理提供了研究对象更多的动力学细节<sup>[8]</sup>. 针对典型的永磁同步电机非线性系统, 哈密顿系统理论提供了更多的可行性方法. 文献<sup>[9]</sup>建立了永磁同步电机受扰的端口受控耗散哈密顿系统模型, 采用互联和阻尼配置无源控制方法, 同时加入积分比例动态反馈, 设计了一种永磁同步电机的速度控制器; 文献<sup>[10]</sup>采用能量成形及端口受控

\* 国家自然科学基金委员会与宝钢集团有限公司联合资助项目(批准号: U1260203)和河北省自然科学基金(批准号: F2012203088)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: mewzq@163.com

哈密顿系统方法, 从能量平衡的角度, 建立永磁同步发电机系统的非线性模型, 并设计了反馈控制器; 文献 [11] 基于哈密顿系统并充分利用系统物理结构和无需补偿无功力的优点, 建立了混沌系统的哈密顿模型, 并考虑了系统存在外扰情况下的  $H_\infty$  控制方法; 文献 [12] 将永磁同步电机的状态反馈方程转变为耗散哈密顿方程, 设计了一种控制器实现了转速调节.

为消除永磁同步电机中的混沌现象, 并有效控制电机转速, 本文基于哈密顿函数设计了一种鲁棒控制器. 首先将电机模型转化为一种类Lorenz混沌方程, 并通过适当的参数选择, 验证了电机运行中存在混沌状态. 令电机转速跟踪给定值得转速误差方程. 由于误差方程并不具有标准哈密顿函数形式, 即附加阻性结构不满足对称矩阵要求, 以往设计方法只考虑其半正定性而不考虑其对称性, 是一种近似实现. 本文将误差方程表示为具有扰动不确定项的哈密顿系统, 附加阻性结构满足对称矩阵要求, 即具有标准哈密顿函数形式以利于控制器设计, 将不满足部分当作扰动处理, 进而设计出一种鲁棒控制器. 仿真结果表明, 加入控制器后, 原处于混沌运动状态的永磁同步电机能够脱离混沌状态稳定运行, 且实现了给定转速的趋近跟踪.

## 2 永磁同步电机模型

经 Clarke-Park 变换, 永磁同步电机系统动态模型可表示为

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= (u_d - R_s i_d + \omega_e L_q i_q) / L_d, \\ \frac{di_q}{dt} &= (u_q - R_s i_q - \omega_e \psi - \omega_e L_d i_d) / L_q, \\ \frac{d\omega}{dt} &= (T_e - B\omega - T_L) / J, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $u_d, i_d, L_d$  和  $u_q, i_q, L_q$  分别表示直轴和交轴的电压、电流、电感分量,  $R_s$  为定子电阻,  $\omega$  为转子机械角频率,  $\omega_e$  为转子电角频率, 且  $\omega_e = P\omega$ ,  $P$  为极对数,  $J$  为驱动系统的转动惯量,  $B$  为粘滞系数,  $T_L$  为负载转矩,  $T_e = P\psi i_q + P(L_d - L_q)i_d i_q$  为电磁转矩,  $\psi$  为永磁体产生的励磁磁链.

考虑气隙均匀的永磁同步电机模型, 即  $L_d = L_q = L$ . 对 (1) 式进行如下时间尺度变换和线性仿射变换 [13]:

$$\tilde{t} = t/\tau, \quad (2)$$

$$x_1 = \tilde{i}_d = i_d/k, \quad (3)$$

$$x_2 = \tilde{i}_q = i_q/k, \quad (4)$$

$$x_3 = \tilde{\omega}_e = \tau\omega_e, \quad (5)$$

其中  $\tau = L/R, k = B_e/P\tau\psi, B = PB_e$ .

变换后的系统模型为一类Lorenz混沌方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 x_3 + \tilde{u}_d, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 - x_2 + \gamma x_3 + \tilde{u}_q, \\ \dot{x}_3 &= \sigma(x_2 - x_3) - \tilde{T}_L, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{\psi}{kL}, \quad \sigma = \frac{B_e \tau P}{J}, \quad \tilde{u}_d = \frac{u_d}{R_s k}, \\ \tilde{u}_q &= \frac{u_q}{R_s k}, \quad \tilde{T}_L = \frac{P\tau^2}{J} T_L. \end{aligned}$$

实际工作中, 由于测量误差、建模误差、工作环境等因素影响, 电机各项参数的取值不是固定不变的, 而是在某个区间内变化. 当  $\gamma = 17.5, \sigma = 5.46$  且  $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = \tilde{T}_L = 0$  时, 系统状态如图 1 所示.

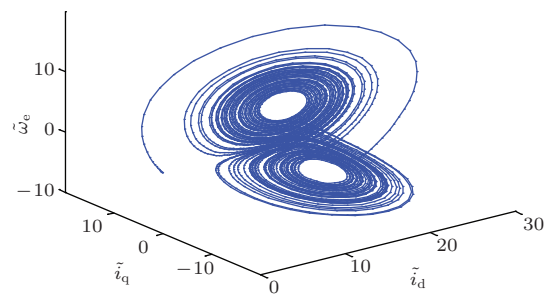


图 1 永磁同步电机混沌状态图

Fig. 1. The chaotic state figure of PMSM.

从图 1 可看出, 电机状态存在两个混沌吸引子, 计算系统的 Lyapunov 指数为:  $LE_1 = 0.4221, LE_2 = 0, LE_3 = -7.8782$ . Lyapunov 维数  $D_L = 2 + \frac{0.4221 + 0}{|-7.8782|} = 2.0536$ . 系统的最大 Lyapunov 指数为正, 且其 Lyapunov 维数是分数维, 可知系统是混沌的.

若令  $x_3$  跟踪信号  $X$ , 则 (6) 式可改写为如下转速误差方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_2(x_3^* + X) + \tilde{u}_d, \\ \dot{x}_2 &= -x_1(x_3^* + X) - x_2 + \gamma(x_3^* + X) + \tilde{u}_q, \\ \dot{x}_3^* &= \sigma(x_2 - x_3^* - X) - \tilde{T}_L - \dot{X}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $x_3^* = x_3 - X$ .

### 3 基于哈密顿函数的鲁棒控制器设计

定义系统状态、负载扰动及控制输入分别为

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \\ \tilde{\omega}_e - X \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tilde{T}_L \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_d \\ \tilde{u}_q \end{bmatrix}.$$

(7) 式所示的非线性系统可以表示成如下的广义受控哈密顿系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{T}(\mathbf{x})\partial_x H + \mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  为耗散矩阵;  $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T \in \mathbf{R}^3$  为负载扰动项;  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) = [\eta_1(\mathbf{x}), \eta_2(\mathbf{x}), \eta_3(\mathbf{x})]^T \in \mathbf{R}^3$  为配置哈密顿模型后所剩余的非线性项, 当作扰动处理;  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = (g_{ij}(\mathbf{x}))_{3 \times 2} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$  为光滑函数矩阵; 有界函数  $H(\mathbf{x})$  为系统的哈密顿能量函数.

若  $\mathbf{T}(\mathbf{x})$  可分解为  $\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})$ , 有

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})]\partial_x H + \mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{J}(\mathbf{x})$  为反对称矩阵, 反映了系统内部的互联结构;  $\mathbf{R}(\mathbf{x})$  反映了端口上的附加阻性结构. 若  $\mathbf{R}(\mathbf{x})$  为半正定对称矩阵, 则称 (8) 式为耗散哈密顿实现; 若  $\mathbf{R}(\mathbf{x})$  为正定对称矩阵, 则称 (8) 式为严格耗散哈密顿实现.

取系统哈密顿函数为

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[x_1^2 + x_2^2 + (x_3^*)^2], \quad (10)$$

则

$$\partial_x H = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3^* \end{bmatrix}. \quad (11)$$

根据 (9) 式可得

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & x_3^* + X & 0 \\ -x_3^* - X & 0 & -\sigma \\ 0 & \sigma & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ (\gamma + \sigma)x_3^* + \gamma X \\ -\dot{X} - \sigma X \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x}) - \mathbf{R}(\mathbf{x})$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & x_3^* + X & 0 \\ -x_3^* - X & -1 & -\sigma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

设计鲁棒控制器如下式所示:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2, \quad (12)$$

式中

$$\mathbf{u}_1 = -\frac{\mathbf{M}\mathbf{g}^T(\mathbf{x})\partial_x H\varphi(\mathbf{x})}{\|(\partial_x^T H)\mathbf{g}(\mathbf{x})\|^2}, \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -r_1 x_1 + J_{12} x_2 + J_{13} x_3^* + (r_1 + 1)x_{10} \\ -(J_{12} + x_3^* + X)x_{20} - J_{13} x_{30}^* \\ -J_{12} x_1 - r_2 x_2 + J_{23} x_3^* + (J_{12} + x_3^* + X)x_{10} \\ +(r_2 + 1)x_{20} - (J_{23} - \sigma)x_{30}^* \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$  为可调增益 ( $m_1 \geq 1, m_2 \geq 1$ ),  $\varphi(\mathbf{x})$  为总扰动的上限函数, 满足  $(\partial_x^T H)(\mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) = \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H)(\eta_k + d_k) \leq \varphi(\mathbf{x})$ ,  $J_{12}, J_{13}, J_{23}$  为待定互联参数,  $r_1, r_2$  为待定阻尼参数, 则控制器  $\mathbf{u}$  使如 (9) 式所示的系统是渐近稳定的.

扰动补偿器  $\mathbf{u}_1$  的求取.

对哈密顿函数  $H(\mathbf{x})$  沿 (8) 式的轨迹求导, 有

$$\dot{H}(\mathbf{x}) = \partial_x^T H \dot{\mathbf{x}} = (\partial_x^T H)\mathbf{T}(\mathbf{x})\partial_x H + (\partial_x^T H)\mathbf{d} + (\partial_x^T H)\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) + (\partial_x^T H)\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}. \quad (15)$$

将 (12) 式中的  $\mathbf{u}_1 (\mathbf{u}_2 = 0)$  代入得

$$\dot{H}(\mathbf{x}) = (\partial_x^T H)\mathbf{T}(\mathbf{x})\partial_x H + (\partial_x^T H)(\mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) + (\partial_x^T H)\mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}_1. \quad (16)$$

给定函数  $\varphi(\mathbf{x})$ , 且满足

$$(\partial_x^T H)(\mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) = \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H)(d_k + \eta_k(\mathbf{x})) \leq \varphi(\mathbf{x}). \quad (17)$$

则(16)式可转换为

$$\begin{aligned} \dot{H}(\mathbf{x}) \leq & (\partial_x^T H) \mathbf{T}(\mathbf{x}) \partial_x H + \varphi(\mathbf{x}) \\ & + (\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_1. \end{aligned} \quad (18)$$

显然

$$\begin{aligned} (\partial_x^T H) \mathbf{T}(\mathbf{x}) \partial_x H &= [x_1 \ x_2 \ x_3^*] \begin{bmatrix} -1 & x_3^* & 0 \\ -x_3^* & -1 & -\sigma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3^* \end{bmatrix} \\ &= -x_1^2 - x_2^2 - \sigma(x_3^*)^2 \\ &\leq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

令

$$\varphi(\mathbf{x}) + (\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_1 \leq 0, \quad (20)$$

由于

$$\begin{aligned} & (\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_1 \\ &= \begin{bmatrix} \partial_{x_1} H \\ \partial_{x_2} H \\ \partial_{x_3} H \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & g_{12}(\mathbf{x}) \\ g_{21}(\mathbf{x}) & g_{22}(\mathbf{x}) \\ g_{31}(\mathbf{x}) & g_{32}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{k1}(\mathbf{x}) \\ \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{k2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{l=1}^2 \left( \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{kl}(\mathbf{x}) \right) u_{1l}. \end{aligned} \quad (21)$$

令

$$u_{1l} = \left( \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{kl}(\mathbf{x}) \right) u_1^*, \quad (22)$$

事实上, 当  $l$  分别取 1, 2 时, 将  $u_{1l}$  以列向量形式写出, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{k1}(\mathbf{x}) \\ \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{k2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} u_1^* \\ &= ((\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x}))^T u_1^*. \end{aligned} \quad (23)$$

将(22)式代入(21)式, 则有

$$(\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_1 = \sum_{l=1}^2 \left( \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{kl}(\mathbf{x}) \right)^2 u_1^*. \quad (24)$$

将(24)式代入(20)式, 可得

$$\varphi(\mathbf{x}) + \sum_{l=1}^2 \left( \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H) g_{kl}(\mathbf{x}) \right)^2 u_1^* \leq 0. \quad (25)$$

为使(25)式成立, 不妨令

$$u_1^* = - \frac{\mathbf{M} \phi(\mathbf{x})}{\|(\partial_x^T H) \mathbf{g}(\mathbf{x})\|^2}, \quad (26)$$

其中  $\mathbf{M}$  为可调增益. 将(26)式代入(23)式, 可得(13)式表示的扰动补偿器  $\mathbf{u}_1$ .

跟踪控制器  $\mathbf{u}_2$  的求取.

取期望的哈密顿函数为

$$\begin{aligned} H_d(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} [(x_1 - x_{10})^2 + (x_2 - x_{20})^2 \\ &\quad + (x_3^* - x_{30}^*)^2], \end{aligned} \quad (27)$$

其中  $x_{10}, x_{20}, x_{30}^*$  为系统期望的平衡点. 根据端口受控哈密顿系统的反馈镇定理论<sup>[14]</sup>, 取

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = -\mathbf{J}_d^T(\mathbf{x}), \quad (28)$$

$$\mathbf{R}_d(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x}) + \mathbf{R}_a(\mathbf{x}) = \mathbf{R}_d^T(\mathbf{x}) \geq 0, \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & J_{12} & J_{13} \\ -J_{12} & 0 & J_{23} \\ -J_{13} & -J_{23} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_a(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix}.$$

令  $H_a(\mathbf{x}) = H_d(\mathbf{x}) - H(\mathbf{x})$ , 则系统满足偏微分方程

$$\begin{aligned} & [\mathbf{J}_d(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_d(\mathbf{x})] \partial_x H_a \\ &= -[\mathbf{J}_a(\mathbf{x}) - \mathbf{R}_a(\mathbf{x})] \partial_x H + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_2. \end{aligned} \quad (30)$$

将(27), (28), (29)式代入(30)式, 可解得(14)式表示的跟踪控制器  $\mathbf{u}_2$ .

## 4 仿真分析

以一台气隙均匀的三相二极永磁同步电机驱动为例, 通过前面的参数选择使其进入混沌状态, 令给定跟踪信号为  $X = 7$ , 电机负载为  $\tilde{T}_L = 5$ .

由(17)式可得

$$\begin{aligned} & (\partial_x^T H)(\mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})) \\ &= \sum_{k=1}^3 (\partial_{x_k} H)(\eta_k + d_k) \\ &= 22.96x_2x_3^* + (17.5x_2 - 5.46x_3^*)X \\ &\quad - x_3^*(\dot{X} + \tilde{T}_L). \end{aligned} \quad (31)$$



由图 1 可知, 在混沌状态下  $\tilde{\omega}_e$  (即  $x_3$ ) 的正负号是不确定的. 不失一般性, 将系统总扰动的上限函数取为

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}) &= 22.96 |x_2 x_3^*| + |17.5x_2 - 5.46x_3^*| X \\ &\quad + |x_3^*| (\dot{X} + \tilde{T}_L) \\ &\geq (\partial_x^T H)(\mathbf{d} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})). \end{aligned} \quad (32)$$

由 (13) 式得控制器  $\mathbf{u}_1$ , 取可调增益

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

根据  $i_d = 0$  控制策略, 可计算出误差方程平衡点为  $\left[0, \frac{\tilde{T}_L + \dot{X}}{\sigma} + X, 0\right]$ , 进而由 (14) 式得控制器  $\mathbf{u}_2$ , 并取互联参数  $J_{12} = 40, J_{13} = 45, J_{23} = 10$ , 阻尼参数  $r_1 = 10, r_2 = 20$ .

先使电机处于混沌运行状态, 在 25 s 时加入控制量  $\mathbf{u}$ , 电机运行状态如图 2 至图 4 所示.

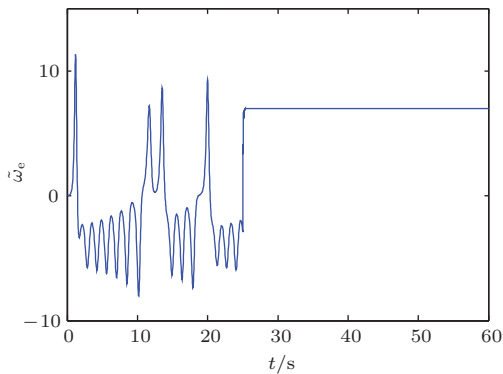


图 2 角频率  $\tilde{\omega}_e$  曲线

Fig. 2. The curve of angular frequency  $\tilde{\omega}_e$ .

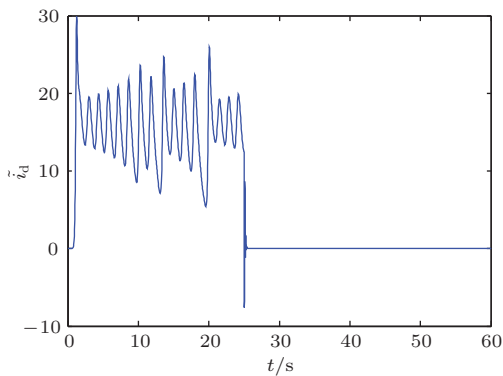


图 3 d 轴电流曲线

Fig. 3. The current curve of d axis.

从图中可看出, 加入控制量后, 电机能够迅速脱离混沌状态稳定运行, 且角频率较好的跟踪了给定值, 调节时间小于 1 s, 且误差小于 0.001.

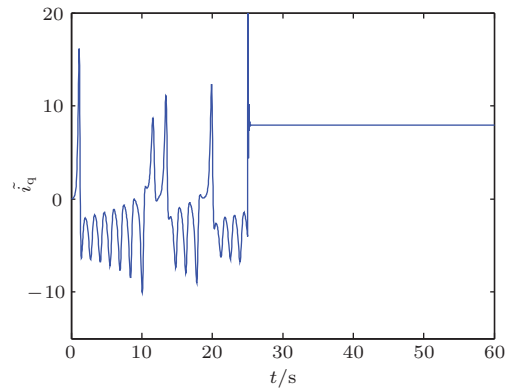


图 4 q 轴电流曲线

Fig. 4. The current curve of q axis.

## 5 结 论

针对永磁同步电机混沌系统, 基于哈密顿模型设计了一种鲁棒控制器. 首先验证了永磁同步电机运行中存在混沌现象. 为有效控制电机转速, 建立了转速误差模型. 由于误差模型并不具有标准哈密顿函数形式, 将其转化为具有扰动不确定项的哈密顿系统, 并与负载扰动一起作为系统的总扰动量, 设计了一种鲁棒控制器. 该控制器由两部分组成, 跟踪控制器基于互联与阻尼配置法设计, 能实现任意转速的有效跟踪, 扰动补偿器能有效克服系统扰动. 仿真结果表明, 控制器可使原来处于混沌运行状态的永磁同步电机迅速脱离混沌状态, 并实现转速高精度跟踪.

目前被广泛采用的哈密顿模型法, 对于不满足标准哈密顿模型的系统只采用近似实现, 即只考虑其半正定性而不考虑其对称性, 给后续基于互联与阻尼配置法的控制器设计带来困难, 限制了该方法的应用. 本文方法使系统满足标准哈密顿模型, 易于采用互联与阻尼配置法设计控制器, 有效解决了原本无法用哈密顿模型精确表示的非线性系统的控制问题, 扩展了哈密顿系统的适用范围, 具有一定的优越性.

## 参考文献

- [1] Krishnan R, Bharadwaj A S 1991 *IEEE Trans. Power Electron.* **6** 695
- [2] Li C L, Yu S M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 120505 (in Chinese) [李春来, 禹思敏 2011 物理学报 **60** 120505]
- [3] Tang C S, Dai Y H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 180504 (in Chinese) [唐传胜, 戴跃洪 2013 物理学报 **62** 180504]

- [4] Tang C S, Dai Y H, Zhen W X 2014 *Control Theory Appl.* **31** 404 (in Chinese) [唐传胜, 戴跃洪, 甄文喜 2014 控制理论与应用 **31** 404]
- [5] Zhang X H, Ding S G 2009 *Control Theory Appl.* **26** 661 (in Chinese) [张兴华, 丁守刚 2009 控制理论与应用 **26** 661]
- [6] Yao Q G 2011 *IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering (CSAE)* Shanghai, China, June 10–12, 2011 p104
- [7] Yu J P, Yu H S, Chen B, Gao J W, Qin Y 2012 *Nonlinear Dynam.* **70** 1879
- [8] Zeng Y, Zhang L X, Yu F R, Qian J 2009 *Proceedings of the CSEE.* **29** 54 (in Chinese) [曾云, 张立翔, 于凤荣, 钱晶 2009 中国电机工程学报 **29** 54]
- [9] Wu C, Qi R, Gao F 2014 *Control and Decision.* **29** 895 (in Chinese) [吴春, 齐蓉, 高峰 2014 控制与决策 **29** 895]
- [10] Wu Z Q, Zhuang S Y, Han Y G 2013 *Chinese Journal of Scientific Instrument.* **34** 344 (in Chinese) [吴忠强, 庄述燕, 韩延光 2013 仪器仪表学报 **34** 344]
- [11] Ren L N, Liu F C, Jiao X H, Li J Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 060506 (in Chinese) [任丽娜, 刘福才, 焦晓红, 李俊义 2012 物理学报 **61** 060506]
- [12] Guo Y, Xi Z, Cheng D 2007 *IET Control Theory Appl.* **1** 281
- [13] Zhang B, Li Z, Mao Z Y 2002 *Control Theory Appl.* **19** 545 (in Chinese) [张波, 李忠, 毛宗源 2002 控制理论与应用 **19** 545]
- [14] Ortega R, Van der Schaft A J, Mareels I, Maschke B 2001 *IEEE Control. Syst. Mag.* **21** 18

## Robust control for permanent magnet synchronous motors based on Hamiltonian function\*

Wu Zhong-Qiang<sup>†</sup> Wu Chang-Han Zhao Li-Ru Jia Wen-Jing

(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, College of Electric Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

( Received 26 July 2014; revised manuscript received 13 December 2014 )

### Abstract

Hamiltonian system theory is an important research tool for nonlinear systems, and has been widely used in motor speed regulation and control during recent years. Aiming at the chaotic phenomenon in permanent magnet synchronous motors, a design method of robust controller based on the Hamiltonian function is presented for the chaotic systems. The dynamic model of permanent magnet synchronous motor is transformed into a model similar to the Lorenz chaotic equation, and the model is chaotic at certain parameters according to the Lyapunov exponent and the Lyapunov dimension calculated. Let the rotator speed of the motor track a set of values, an error equation is obtained accordingly. Because the error equation does not satisfy the standard form of Hamilton exactly, it can be transformed into the Hamiltonian system containing uncertain disturbance terms. While the uncertain disturbance terms as well as the load term are regarded as a total disturbance term to the system, a kind of robust controller is designed. The controller consists of two parts. One part is based on the method of interconnection and damping assignment, and can make the rotator speed track any value well; The other part is used as a disturbance compensator. Simulation result shows that the controller drives the permanent magnet synchronous motor out of the chaotic state rapidly and the rotator speed tracks the set of values well. It is proven that the controller is feasible and effective. The method mentioned in this paper extends the range of application of Hamiltonian function and has a certain advantage.

**Keywords:** permanent magnet synchronous motors, Hamiltonian function, chaos, robust control

**PACS:** 05.45.Gg, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.64.090503

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China and Baosteel Group Co. Ltd (Grant No.U1260203), and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. F2012203088).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: mewzq@163.com