

宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子数的数值计算与探讨

刘向远 钱仙妹 张穗萌 崔朝龙

Numerical calculation and discussion on the return photon number of sodium laser beacon excited by a macro-micro pulse laser

Liu Xiang-Yuan Qian Xian-Mei Zhang Sui-Meng Cui Chao-Long

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 094206 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.094206

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094206>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I9>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

球差光束在大气湍流中传输特性的实验研究

Experimental study on propagation properties of spherically aberrated beams through atmospheric turbulence

物理学报.2014, 63(13): 134209 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134209>

非Kolmogorov大气湍流对高斯列阵光束扩展的影响

Influence of non-Kolmogorov turbulence on the spreading of Gaussian array beams

物理学报.2014, 63(1): 014207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.014207>

湍流大气中星载角反射器阵列回波的闪烁指数

Scintillation statistics of a retro-reflected wave from space

物理学报.2013, 62(16): 164210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164210>

局地零平面位移对非均匀地表有效空气动力学参数的影响

Influence of local zero-plane displacement on effective aerodynamic parameters over heterogeneous terrain

物理学报.2013, 62(14): 144212 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.144212>

非球形气溶胶粒子短波红外散射特性研究

Scattering properties of non-spherical particles in the CO<sub>2</sub> shortwave infrared band

物理学报.2012, 61(20): 204202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.204202>

# 宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子的数值 计算与探讨\*

刘向远<sup>1)</sup> 钱仙妹<sup>2)</sup> 张穗萌<sup>1)†</sup> 崔朝龙<sup>2)</sup>

1) (皖西学院材料与化工学院, 六安 237012)

2) (中国科学院安徽光学精密机械研究所, 中国科学院大气成分与光学重点实验室, 合肥 230031)

(2014年10月5日收到; 2014年11月6日收到修改稿)

当采用低功率的宏-微脉冲激光激发钠信标时, 尽管激光传输和钠信标光斑大小受到大气湍流影响, 但是钠信标具有回波光子的数无起伏且激发品质因数高的优点. 除此之外, 宏-微脉冲激光激发钠信标还与激光的宏脉冲线型有关. 对于高斯线型的宏脉冲, 增大微脉冲的宽度有利于提高激发钠信标的品质因数和激发态概率. 为了获得更多的钠信标回波光子和较小的钠信标半径, 增大激光功率的同时要考虑良好的光束质量、适当的激光发射口径以及光谱宽度等影响因素. 因此, 优选宏-微脉冲激光的参数、发射口径、发射方式等对于激发优良特性的钠信标有着重要的现实意义.

**关键词:** 宏-微脉冲激光, 钠信标, 品质因数, 发射口径

**PACS:** 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.68.Mj, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.64.094206

## 1 引言

高亮度的激光钠信标能够为自适应光学校正系统波前探测提供较多的回波光子的数, 而钠信标回波光子的数的激发与激光脉冲格式有着密切的关系. 在诸多脉冲激光中, 宏-微脉冲激光能够有效的激发大气中间层的钠原子, 获得较多的回波光子的数. Bradley<sup>[1]</sup>在求解2能级和24能级光学Bloch方程的基础上研究了宏-微脉冲激光的相位调制、脉冲宽度以及光谱宽度等对激发钠信标的影响. Telle<sup>[2]</sup>, Kibllewhite<sup>[3]</sup>等的研究表明宏-微脉冲激光激发钠信标能够获得较高的激发效率. Milonni和Thode<sup>[4]</sup>提出了计算宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子的数的二能级数值模型, 并探讨了微脉冲宽度对钠信标回波光子的数的影响. 但是这些研究都把激光光强在大气中间层的分布视作高斯分布, 没有考虑大气湍流、激光发射参数等因素对钠信标回波光子的数的影响. 本文在考虑大气湍流对钠信标影响

的情况下研究了两种宏-微脉冲激光激发钠信标的回波光子的数, 探讨了宏-微脉冲激光激发钠信标的品质因数、光斑大小、激光发射口径等特性, 提出了宏-微脉冲激光激发钠信标的一组优化参数.

## 2 理论分析

宏-微脉冲激光由宏脉冲和微脉冲组成, 宏脉冲中包含几千至上万个微脉冲, 微脉冲一般为高斯形状. 宏脉冲有高斯形的, 也有方波形的. 微脉冲的半峰值全宽 $\tau_p$ 一般小于或等于1 ns, 光谱宽度为3 GHz左右. 微脉冲间隔 $t_r$ 小于16 ns. 采用中心波长为589.159 nm的圆偏振激光与钠原子作用, 这个过程可以用二能级光学Bloch方程来描述<sup>[5]</sup>:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -(\bar{\omega} - \omega)v - \gamma u/2, \\ \dot{v} &= (\bar{\omega} - \omega)u + \frac{\mu E_0}{\hbar} w - \gamma v/2, \\ \dot{w} &= -\frac{\mu E_0}{\hbar} v - (w - w_0)\gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

\* 安徽省高校自然科学基金(批准号: KJ2013A260, KJ2013B331)和国家自然科学基金(批准号: 61107066)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: smzhang@wxc.edu.cn

其中,  $u, v$  为密度矩阵非对称矩阵元,  $E_0$  表示光场,  $\mu$  为电偶极矩,  $\gamma, \gamma/2$  分别为纵向、横向衰减系数,  $\gamma = 1/\tau = 1/16$  ns,  $\tau$  为钠原子激发态寿命,  $\bar{\omega}$  为辐射光的圆频率,  $\omega$  为入射光场的圆频率,  $w = p_2 - p_1, w_0 = -1, p_2$  是激发态概率,  $p_1$  为基态概率. 当宏-微脉冲激光与钠原子作用, 激光光场与钠原子作用产生共振, 则  $\bar{\omega} - \omega = 0$ , 在钠原子吸收光子的激发阶段, 忽略衰减, 能够得到以下方程:

$$\dot{u} = 0; \dot{v} = \frac{\mu E_0}{\hbar} w; \dot{w} = -\frac{\mu E_0}{\hbar} v. \quad (2)$$

求解方程(2), 当  $0 \leq t \leq \tau_p$  时, 能够得到 [6]

$$\begin{aligned} u &= u(t), \\ v &= v(t) \cos(\Omega t) + 2p_2(t) \sin(\Omega t) - \sin(\Omega t), \\ p_2 &= -0.5v(t) \sin(\Omega t) + p_2(t) \cos(\Omega t) \\ &\quad + 0.5[1 - \cos(\Omega t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

上式中,  $\Omega$  为拉比频率,  $\Omega = \mu E_0/\hbar, \mu = [3\lambda^3 \hbar \tau_p^2 / (32\pi^3)]^{1/2}$ ,  $\lambda$  为入射光波长,  $\hbar$  为普朗克常量  $h$  与  $2\pi$  的比值. 当  $t = 0$  时,  $u(0) = 0, v(0) = 0, p_2(0) = 0$ . 对于高斯微脉冲,  $E_0 = E_p \exp(-2 \ln 2 t^2 / \tau_p)$ , 则  $\Omega t = \int_{-\infty}^{-\infty} \mu E_0 / \hbar dt$ . 又因为  $E_p = (8\pi I_p / c)^{1/2}$ ,  $I_p$  为微脉冲的峰值光强, 因此在微脉冲抽运期间, 能够得到

$$\Omega t = \frac{3\lambda^3 A \tau_p}{8\pi \hbar c \ln 2} I_p. \quad (4)$$

当微脉冲处于间歇期, 此时光场  $E_0 = 0$ , 被激发的钠原子衰减, 因此

$$\dot{u} = -u/(2\gamma); \dot{v} = -v/(2\gamma); \dot{p}_2 = -\gamma p_2. \quad (5)$$

求解方程(5), 当  $\tau_p \leq t \leq t_r$  时, 得到

$$\begin{aligned} u(t) &= \exp(-\gamma t/2)u, \\ v(t) &= \exp(-\gamma t/2)v, \\ p_2(t) &= \exp(-\gamma t)p_2. \end{aligned} \quad (6)$$

在宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子数的实验中, Jelonek 等 [7] 的实验是很成功的. 实验中, 宏脉冲半峰值全宽 (FWHM)  $\tau_m \approx 48$   $\mu$ s, 微脉冲半峰值全宽  $\tau_p \approx 350$  ps. 令  $I_0$  为宏脉冲的峰值光强, 由于宏脉冲是高斯形状, 则微脉冲的峰值光强

$$I_p = I_0 \exp[-2 \ln 2 (kt_r) / \tau_m^2], \quad (7)$$

其中,  $k$  为微脉冲数, 这里取 19201 个微脉冲,  $t_r$  为微脉冲之间的间隔, 取  $t_r = 10$  ns.  $I_0$  取值 10—100  $W/m^2$ , 能够得到宏脉冲峰值光强取不同值时激

光激发钠原子的激发态概率 (excited probability) 随微脉冲个数 (number of micropulse) 的变化, 如图 1 所示.

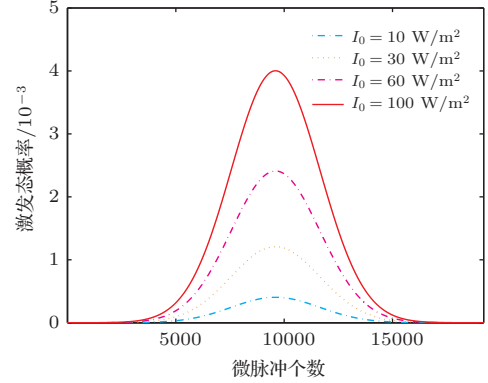


图 1 (网刊彩色) 宏脉冲峰值光强取不同值时激光激发钠原子的激发态概率随微脉冲个数的变化

Fig. 1. (color online) Probability of excited sodium atoms changes with the number of micro-pulses when the peak intensity of macro-pulse takes the different values.

由图 1 可知, 当微脉冲峰值光强满足高斯分布时, 激光激发钠原子的激发态概率随微脉冲数目的变化也满足高斯分布. 因此, 在一个宏脉冲激发钠信标的期间, 钠原子的激发态概率不会达到稳态. 为了计算一个宏脉冲激发钠信标的回波光子数, 引入等效激发态概率  $P_e$ , 考虑一个宏脉冲时间内钠原子激发态概率的变化具有时间连续性, 则

$$p_e \tau_m = \sum_k p_2(k) \cdot t_r, \quad (8)$$

其中,  $\sum_k p_2(k)$  代表一个宏脉冲期间所有微脉冲激发钠原子的激发态概率之和. 应用(8)式, 图 2 计算了不同宏脉冲激光峰值光强 (peak intensity) 下钠原子的等效激发态概率 (equivalent excited probability).

图 2(a) 的计算结果表明在峰值光强  $I_0$  为 0—150  $W/m^2$  时, 钠原子的等效激发态概率与峰值光强近似成正比例关系, 即  $p_e = 4.26 \times 10^{-5} I_0$ . 图 2(b) 中, 品红线对应峰值光强  $I_0$  为 100—3000  $W/m^2$ , 蓝色线为过起点的切线. 由图 2(b) 可以看出, 随着峰值光强的增大, 等效激发态概率随峰值光强的变化呈现非线性关系, 大于 3000  $W/m^2$  的峰值光强会导致钠原子的激发趋于饱和.

发射高斯光束的脉冲激光传输到大气的中间层, 假设激光照亮钠层的面积为  $S$ , 中间层钠原子的柱密度为  $C_{Na}$ , 在钠原子激发达到稳态的情况下, 宏-微脉冲激光与钠原子的作用可以看成长脉冲激

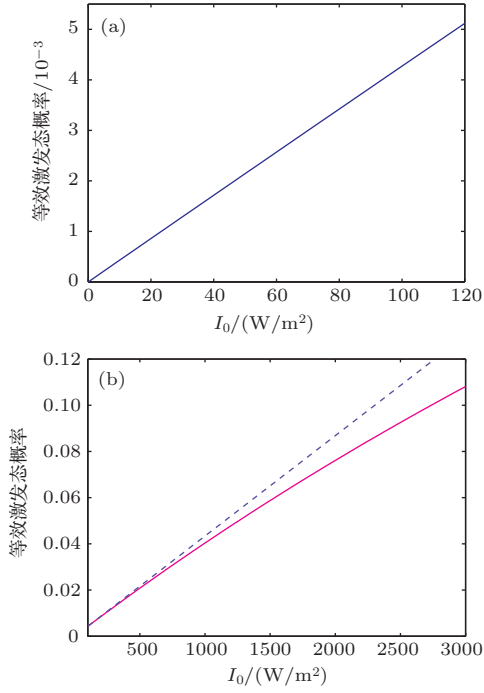


图2 (a)  $I_0$  为 0—150 W/m<sup>2</sup> 钠原子的等效激发态概率; (b)  $I_0$  为 100—3000 W/m<sup>2</sup> 钠原子的等效激发态概率  
Fig. 2. (a) When  $I_0 = 0\text{--}150$  W/m<sup>2</sup>, equivalent excited probability of sodium atoms; (b) When  $I_0 = 100\text{--}3000$  W/m<sup>2</sup>, equivalent excited probability of sodium atoms.

光与钠原子的作用, 则一个宏脉冲激光激发大气中间层钠原子单位立体角后向辐射的光子数为

$$\varphi = \beta' S C_{\text{Na}} p_e (\tau_m + \tau) / (4\pi\tau). \quad (9)$$

然而, 激光在上行传输过程中, 会受到大气的吸收和散射以及大气湍流的影响, 激光光强在大气中间层呈现随机分布的特征<sup>[8]</sup>. 在进行数值计算时, 一个宏脉冲激发中间层钠原子单位立体角后向辐射的光子数表示为离散的形式

$$\varphi = \beta' C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i p_e(i) (\tau_m + \tau) / (4\pi\tau), \quad (10)$$

式中,  $\beta'$  为后向散射系数,  $\Delta S_i$  表示激光照射的微小面积,  $p_e(i)$  为激光照射钠层每一点的等效激发态概率. 如果激光垂直地面发射, 根据(10)式, 能够得到一个宏脉冲激发钠信标在接收面上单位面积的回波光子数为

$$\Phi_{\text{macro}} = T_0 \varphi / L^2, \quad (11)$$

其中,  $T_0$  为大气透过率,  $L$  为接收面到钠层中心的垂直高度. 如果望远镜接收面的半径为  $r$ ,  $A = \pi r^2$ , 则整个望远镜面上接收的钠信标回波光子数为

$$\Phi_{\text{macro}} = T_0 \varphi A / L^2. \quad (12)$$

如果已知宏脉冲的重频率为  $R_M$ , 可以计算望远镜单位时间内、单位面积上钠信标回波光子数

$$\Phi = T_0 \varphi R_M / L^2. \quad (13)$$

### 3 数值计算方法与结果

#### 3.1 高斯宏脉冲的计算

根据(10), (11), (12)式可知, 钠信标回波光子数与激光宏脉冲的峰值光强密切相关. 但是, 在模拟激光到达大气中间层的光强分布时, 模拟出来的光强分布是空间某一点一段时间内的平均值, 而钠原子的等效激发态概率由宏脉冲的峰值光强决定. 因此这里需要知道宏脉冲的峰值光强与大气中间层光强分布的对应关系. 考虑单一宏脉冲的时间高斯分布, 应用正态分布的概率理论来分析, 当时间宽度达到  $4\tau_m$ , 即脉冲时间持续在  $-2\tau_m\text{--}2\tau_m$  范围内, 这段时间内所包含的能量约占脉冲总能量的 95%, 则激光到达空间某一点的平均功率

$$\bar{P} = Q / (4\tau_m), \quad (14)$$

其中,  $Q$  为一个宏脉冲的能量. 按照实际测量, 脉冲的峰值功率  $P_f = Q / \tau_m$ , 则峰值功率为平均功率的 4 倍, 相应空间某一点的光强  $I(i) = I_0(i) / 4$ ,  $I_0(i)$  表示激光入射到空间某一点按照时间高斯分布的峰值光强.

除此之外, 还要考大气中间层钠原子的激发受到钠原子运动产生的多普勒效应的影响. 根据 Milonni 和 Thode<sup>[4]</sup> 的计算方法, 经过多普勒平均, 能够得到钠原子的激发态概率

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{\pi\tau_p} \int N(\nu_D) p_e(\nu_D) d\nu_D, \quad (15)$$

其中,  $N(\nu_D)$  表示大气中间层钠原子数的多普勒分布, 这里采用归一化百分比表示,

$$N(\nu_D) = \frac{(4\ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta\nu_D} e^{-4\ln 2\nu_D^2/\delta\nu_D^2}. \quad (16)$$

假设激光光强满足多普勒分布, 即

$$I_0(\nu_D) = I_0(i) \frac{(4\ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta\nu_D^I} e^{-4\ln 2\nu_D^2/(\delta\nu_D^I)^2},$$

则

$$p_e(\nu_D) = 1.704 \times 10^{-4} I(i) \frac{(4\ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta\nu_D^I} \times e^{-4\ln 2\nu_D^2/(\delta\nu_D^I)^2}, \quad (17)$$



表1 Jelonek 等实验参数  
Table 1. experimental parameters for Jelonek et al.

激光发射能量	$P/W$	9	激光光谱宽度	$\delta\nu_D^I/\text{GHz}$	3.5
激光中心波长	$\lambda/\text{nm}$	589	钠层中心垂直高度	$L/\text{km}$	93
宏脉冲 FWHM	$\tau_m/\mu\text{s}$	about48	激光束天顶角	$\zeta$	0
微脉冲 FWHM	$\tau_p/\text{ps}$	about350	宏脉冲重频率	$R_M/\text{Hz}$	840
微脉冲重频率	$R_p/\text{MHz}$	100	宏脉冲能量	$J/\text{mJ}$	10.7
圆偏振激光	Circular	+1	激光发射口径	$D/\text{cm}$	5
大气透过率	$T_0$	0.6	钠层柱密度	$C_{\text{Na}}/(\text{atoms}/\text{cm}^2)$	$2.5 \times 10^9$
接收望远镜半径	$r/\text{m}$	0.75	后向散射系数	$\beta'$	1.5

式中,  $\nu_D$  为多普勒频移,  $\delta\nu_D$  为多普勒宽度, 取  $\delta\nu_D = 1 \text{ GHz}$ ;  $\delta\nu_D^I$  为激光的光谱宽度, 取  $\delta\nu_D^I = 3.5 \text{ GHz}$ , 计算结果为  $\bar{p}_2(i) = 3.9996 \times 10^{-5} I(i)$ . 根据 (14)–(17) 式, 得到钠信标回波光子数的计算式

$$\Phi_{\text{macro}} = \frac{T_0 A \beta' C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i \bar{p}_2(i) (\tau_m + \tau)}{(4\pi\tau L^2)}. \quad (18)$$

应用 (18) 式和表 1 的相关实验参数, 能够计算 Jelonek 等 [7] 实验中的钠信标回波光子数.

根据表 1 中的数据, 计算一个宏脉冲激光的峰值功率  $\bar{P}_f = 10.7 \text{ mJ}/48 \mu\text{s} = 223 \text{ W}$ , 以此为入射到大气中的初始功率. 在计算钠信标回波光子数时, 还需要知道激光发射的光束质量因子, 但是 Jelonek 等实验中没有给出这个参数. 这里, 根据相关文献 [9, 10], 设置激光发射的光束质量因子为 2.0.

首先, 应用安光所的 CLAP 软件 [11] 模拟激光垂直地面传输到大气中间层的光强分布 [12], 传输距离为 93 km. 选择三种大气湍流模式作为已知条件, 分别为 HV5/7, Greenwood 和 ModHV 大气湍流模式, 在不同的大气湍流模式下分别模拟激光在大气中间层的 100 次光强分布, 设置网格数

512 × 512, 初始网格间距 8 mm.

然后, 模拟每种大气湍流模式下多个光强对应的钠信标后向辐射的光子数, 再应用 (18) 式计算钠信标回波光子数, 最后得到 100 次模拟的平均值和标准偏差. 图 3 至图 5 是一个宏脉冲的光强 (Intensity) 分布和钠信标后向辐射光子数 (number of backscatter radiative photons) 的分布 (后向观察的二维平面图), 都是随机抽样一次的模拟结果.

图 3 至图 5 可以看出, 尽管激光发射口径仅为 5 cm, 但是激光光斑很大, 由一个宏脉冲激发钠信标的辐射光子数分布图 3(a) 可以估算 HV5/7 大气湍流模式下激光钠信标的 FWHM 约为 1.4 m. 原因在于激光经过大气传输, 除了受到大气湍流影响, 还与光束质量因子、激光的发射口径有关. 另外, 钠信标光斑大小和形状与激光光斑非常一致, 这是因为激光钠信标的回波光子数与入射到大气中间层的激光光强成正比. 下表 2 给出了三种大气湍流模式下, 一个宏脉冲激光激发钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度 (波长为 589.159 nm, 下同).

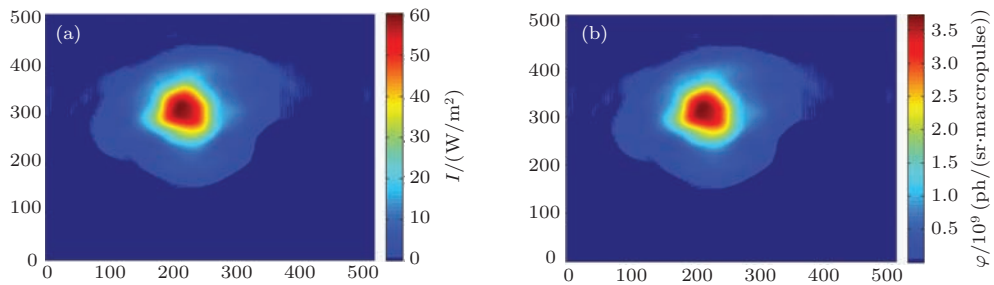


图 3 (网刊彩色) HV5/7 大气湍流模式下 (a) 一个宏脉冲激光光强在钠层的分布和 (b) 一个宏脉冲激发钠信标后向辐射光子数的分布

Fig. 3. (color online) Under the HV5/7 model for atmospheric turbulence (a) distribution of intensity for a macro-pulse in the mesosphere and (b) distribution of backscatter radiative photons for a macro-pulse.

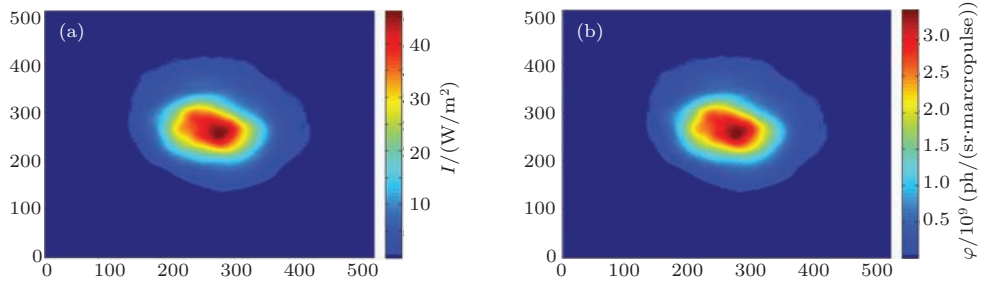


图4 (网刊彩色) Greenwood 大气湍流模式下 (a) 一个宏脉冲激光光强在钠层的分布和 (b) 一个宏脉冲激发钠信标后向辐射光子数的分布

Fig. 4. (color online) Under the Greenwood model for atmospheric turbulence (a) distribution of intensity for a macro-pulse in the mesosphere and (b) distribution of backscatter radiative photons for a macro-pulse.

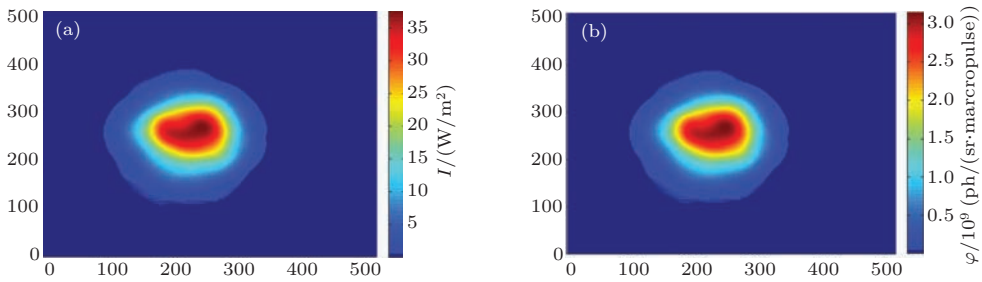


图5 (网刊彩色) ModHV 大气湍流模式下 (a) 一个宏脉冲激光光强在钠层的分布和 (b) 一个宏脉冲激发钠信标后向辐射光子数的分布

Fig. 5. (color online) Under the ModHV model for atmospheric turbulence (a) distribution of intensity for a macro-pulse in the mesosphere and (b) distribution of backscatter radiative photons for a macro-pulse.

表2 钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度

Table 2. Average values, standard deviations of the number of return photons from sodium laser beacon and atmospheric coherence length.

大气湍流模式	大气相干长度 $r_0/cm$	回波光子数平均值 $\bar{\phi}_{macro}/(ph/macropulse)$	标准差 $\sigma/(ph/macropulse)$
HV5/7	6.0	$5.875 \times 10^3$	0.0028
Greenwood	15.5	$5.875 \times 10^3$	0.0026
ModHV	21.8	$5.875 \times 10^3$	0.0024

由表2可以看出, 在HV5/7, Greenwood和ModHV三种大气湍流模式下获得的回波光子数平均值相等, 且回波光子数无起伏. 这与激光在大气中间层的光强分布和光斑大小有关. 表中钠信标回波光子数的计算结果与实验测量值 5200 ph/macropulse 很接近.

### 3.2 方波宏脉冲的计算

Shi [13] 应用圆偏振宏-微脉冲激光激发钠信标, 研究钠信标的大小和回波光子数, 微脉冲 FWHM 为  $\tau_p = 600$  ps, 重复率  $R_p = 100$  MHz; 宏脉冲宽度  $\tau_M = 170$   $\mu$ s, 重复率  $R_M = 400$  Hz. 聚焦发射

5W 的激光, 发射口径略小于 76 cm, 考虑到光学系统的光传输效率, 传输到大气中间层时激光的功率约为 1.1 W, 大气透过率 0.85. 实验中获得最大回波光子数为 131 ph/(cm<sup>2</sup>·s), 与之对应的钠层柱密度  $C_{Na} = 7.0 \times 10^9$  atoms/cm<sup>2</sup>. 根据以上数据计算一个宏脉冲入射到空气中的初始功率为 19 W. 与Jelonek等实验相比较, 两者使用激光最大的区别在于: Shi使用激光的宏脉冲为方波线型 [14], 而Jelonek等使用激光的宏脉冲为高斯线型, 因此需要重新计算Shi实验中微脉冲取不同峰值光强时宏-微脉冲激光激发钠原子的激发态概率 (probability of excited states  $p_2$ ), 如图6所示.

由图6可知, 微脉冲取不同峰值光强时, 宏-微

脉冲激光与钠原子作用在微脉冲个数达到20个以后, 钠原子的激发态概率达到稳态. 稳态时的激发态概率随着峰值光强的增大而增大. 当峰值光强  $I_p$  为0—300 W/m<sup>2</sup>时, 取钠原子激发达到稳态的概率, 得到微脉冲取不同峰值光强  $I_p$  与钠原子激发态概率的关系曲线, 如图7所示.

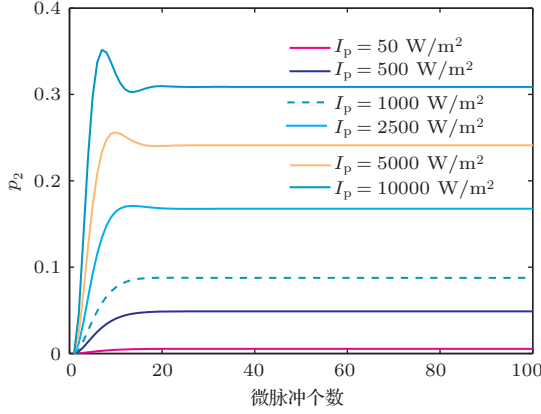


图6 (网刊彩色) 微脉冲取不同峰值光强时宏-微脉冲激光激发钠原子的激发态概率

Fig. 6. (color online) Probability of sodium atoms excited by macro-micro pulse laser when the peak intensity of micro-pulse takes the different values.

由图7的计算结果, 能够得到激光入射峰值光强  $I_p$  为0—300 W/m<sup>2</sup>时钠原子的激发态概率  $p_2 = 1.065 \times 10^{-4} I_p$ . 将峰值光强变换为空间某一点光强分布的平均值, 即  $I_p(i) = 4I(i)$ , 则空间某一点钠原子激发态概率

$$p_2(i) = 4.258 \times 10^{-4} I(i). \quad (19)$$

根据(15), (16)以及激光峰值光强分布

$$I_p(\nu_D) = I_0(i) \frac{(4 \ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta \nu_D^I} e^{-4 \ln 2 \nu_D^2 / (\delta \nu_D^I)^2},$$

可以计算多普勒平均后钠原子的激发态概率

$$\begin{aligned} \bar{p}_2(i) &= \frac{1}{\pi \tau_p} \int N(\nu_D) p_2(\nu_D) d\nu_D \\ &= 6.7108 \times 10^{-5} I(i). \end{aligned} \quad (20)$$

表3 钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度

Table 3. Average values, standard deviations of the number of return photons from sodium laser beacon and atmospheric coherence length.

大气湍流模型	大气相干长度 $r_0$ /cm	回波光子数平均值 $\bar{\Phi}$ /(ph/(cm <sup>2</sup> ·s))	标准差/(ph/(cm <sup>2</sup> ·s))
HV5/7	6.0	378	0.3770
Greenwood	15.5	378	0.3167
ModHV	21.8	378	0.3720

由于Shi的实验中激光的光束质量特别好, 因此设置光束质量因子为1.2, 假设激光准直发射, 按照3.1节的方法模拟三种大气湍流模式下激光到达大气中间层的光强分布, 再根据(13)式计算望远镜接收面上单位时间、单位面积上的钠信标回波光子数  $\Phi$ . 最后得到三种大气湍流模式下钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度, 如表3所示.

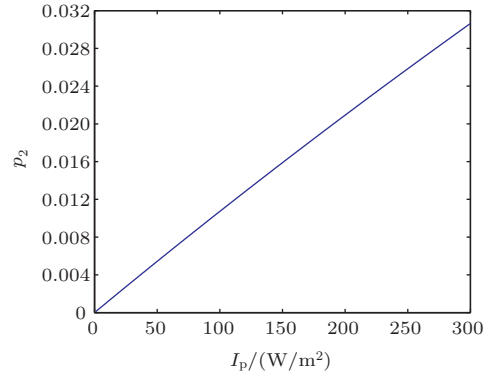


图7 微脉冲峰值光强与钠原子的激发态概率

Fig. 7. Peak intensity of micro-pulse and probability of excited sodium atoms.

由表3的计算结果可知, 随着大气相干长度的增加回波光子数的平均值并没有变化. 从标准差看, 回波光子数几乎没有起伏. 但是, 回波光子数的计算值是实验值的2.9倍. 其中一个重要的原因是: 这里激光发射方式是准直的, 而Shi实验的激光发射是聚焦的. 激光的聚焦光斑在钠层中的位置受到大气湍流的影响会不断上下左右漂移<sup>[15]</sup>, 如果聚焦光斑没有对准钠层柱密度的峰值, 可能造成钠信标回波光子数下降. 除此之外, 以上计算都没有考虑反冲、下抽运等对激光与钠原子作用产生的不利影响. 尽管如此, 我们看到计算值与实验值131 ph/(cm<sup>2</sup>·s)在数量级上是相同的. 因此这种计算方法可以用来粗略地估计钠信标回波光子数.

## 4 讨 论

### 4.1 与连续激光、长脉冲激光激发钠信标的比较

除了宏-微脉冲激光能够激发钠信标, 采用圆偏振的连续激光和长脉冲激光也能够激发钠信标获得回波光子.

圆偏振连续激光激发钠信标后向辐射光子数为

$$\varphi(i) = \frac{\beta' C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i (1 - 0.6552 \sin \theta) R}{(4\pi)}. \quad (21)$$

圆偏振长脉冲激光激发钠信标后向辐射光子数为

$$\begin{aligned} \varphi(i) = & \beta' C_{\text{Na}} R'_p \sum_i \Delta S_i (\tau'_p + \tau) \\ & \times (1 - 0.6552 \sin \theta) R / (4\pi). \end{aligned} \quad (22)$$

以上两式中,  $R$  表示钠原子的自发辐射速率,  $\theta$  表示激光束与地磁场方向的最小夹角,  $R'_p$  为长脉冲的重复率,  $\tau'_p$  为长脉冲的宽度. 钠原子的自发辐射速率受到钠原子反冲和下抽运的影响, 地磁场也能够减小钠原子的激发态概率.

Holzlohner 等<sup>[16]</sup> 研究圆偏振单模窄带连续激光激发钠信标, 取激光发射功率 20 W, 发射口径 40 cm, 钠层柱密度  $4 \times 10^9$  atoms/cm<sup>2</sup>, 大气透过率 0.84. 在考虑反冲和下抽运效应的情况下, 激光与钠原子作用的自发辐射速率为<sup>[17]</sup>

$$R = 3.82 \times 10^3 \frac{I(i)}{1 + I(i)/88}. \quad (23)$$

Rochester 等<sup>[18]</sup> 研究用一种 3 模窄带、圆偏振的长脉冲激光激发钠信标, 发射功率、发射口径和钠层柱密度以及大气透过率与 Holzlohner 等的取值相同, 长脉冲宽度 120  $\mu$ s, 脉冲重复率 800 Hz. 为了便于比较, 以下计算激光束与地磁场的夹角都取  $\theta = 30^\circ$ , 激光的光束质量因子都取 1.1. 这种激光与钠原子作用的自发辐射速率为<sup>[17]</sup>

$$R = 3.8994 \times 10^3 \frac{I(i)}{1 + I(i)/176}. \quad (24)$$

为了比较不同激光激发钠信标的差异, 引入激光垂直传输时激发钠信标的品质因数 ( $S_{ce}$ )<sup>[16]</sup>, 以此来衡量不同激光激发钠信标的效率,

$$S_{ce} = \frac{\Phi' L^2}{PT_0^2 C_{\text{Na}}}, \quad (25)$$

其中,  $\Phi'$  表示不同激光激发的钠信标回波光子数, 全部换算为望远镜接收面上单位时间、单位面积的回波光子数. 以上激光均采用准直发射方式, 表 4 计算了连续激光、长脉冲激光以及 Jelonek 等和 Shi 实验激发钠信标的品质因数.

表 4 连续激光、长脉冲激光激发钠信标的品质因数与 Jelonek 等和 Shi 实验的比较

Table 4. Comparison of merit quantity of sodium laser beacon excited by continuous wave laser and long pulse laser with Jelonek et al. and Shi experiments.

大气湍流模型	品质因数 $S_{ce}/(\text{ph}/(\text{s}\cdot\text{W}\cdot(\text{atoms}/\text{m}^2)))$			
	Holzlohner 等	Rochester 等	Shi	Jelonek 等
HV5/7	253	259	498	298
Greenwood	181	160	498	298
ModHV	177	132	498	298

由表 4 的计算结果可以看出, 在特定的参数下宏-微脉冲激光激发钠信标的品质因数比连续激光和长脉冲激光的要大, 并且不随大气湍流而变化. 如果扣除误差等因素, 应该说宏-微脉冲激光激发钠信标可以获得与连续激光、长脉冲激光激发钠信标相当的品质因数.

除此之外, (21) 和 (22) 式表明, 圆偏振连续激光和长脉冲激光激发钠信标还会受到地磁场的影响, 减小激光束与地磁场的夹角在实际使用中受到限制, 而宏-微脉冲激光的微脉冲宽度一般小于 1 ns, 几乎不受地磁场影响.

### 4.2 宏-微脉冲激光激发钠信标的光斑半径

在激光发射功率很低的情况下, 由于宏-微脉冲激光激发钠信标的激发态概率与激光光强成正比关系, 因此, 在激光功率不超过 20 W 的情况下, 可以认为激发钠信标的回波光子数与激光的发射功率成正比. 通过增大激光的发射能量能够显著地增加钠信标回波光子数, 并且其回波光子数的增加不受光束质量因子的影响. 值得注意的是, 增大激光的光束质量因子会导致激光光斑增大, 从而导致钠信标光斑半径变大, 钠信标光斑增大不利于自适应光学波前探测. 因此, 选择合适的激光功率、钠信标光斑半径是重要的.

在激光发射与望远镜共轴的情况下, 激光钠信标的光斑半径与激光光强分布有密切的关系, 但是两者不一定大小相同. 主要的原因在于钠信标光强



分布与激光光强分布是否成正比例关系. 在短曝光条件下, 激光钠信标的短曝光有效半径为<sup>[19]</sup>

$$R_{\text{eff}}^2 = \frac{2 \iint r^2 I_{\text{beacon}}(x, y) dx dy}{\iint I_{\text{beacon}}(x, y) dx dy}, \quad (26)$$

其中,  $r$  为激光照射点到质心的距离,  $I_{\text{beacon}}(x, y)$  为激光钠信标的相对光强分布, 与钠信标的回波光子数分布有直接关系, 如果已知钠信标在大气中间层单位时间、单位立体角后向辐射光子数的分布  $\varphi'(x, y) = \varphi(x, y) \cdot R_M$ , 则激光钠信标在大气中间层的相对光强分布可以表示为

$$I_{\text{beacon}}(x, y) = T_0 \varphi'(x, y) h\nu / L^2, \quad (27)$$

式中,  $h\nu$  为一个光子的能量. 联系 (15) 式和 (19) 式的计算结果, 能够得到激光钠信标的短曝光有效半径

$$R_{\text{eff}}^2 = \frac{2 \iint r^2 I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (28)$$

$I(x, y)$  表示激光光强在大气中间层的分布, 因此在 Jelonek 等和 Shi 的实验中, 激光钠信标的短曝光有效半径与激光光斑短曝光有效半径是一致的. 为了便于数值计算, 将上式写成离散的形式

$$R_{\text{eff}}^2 = 2 \sum_i r_i^2 I(i) / \sum_i I(i). \quad (29)$$

根据 (29) 式, 应用 CLAP 软件模拟激光传输到大气中间层的光强分布, 然后计算 HV5/7, Greenwood 和 ModHV 三种大气湍流模式下 Jelonek 等和 Shi 的实验中钠信标的短曝光光斑有效半径 100 次, 然后取平均值 (average effective radius), 获得 12 个数据点分别用  $\diamond$ 、 $\square$ 、 $\triangle$  表示, 然后对数据点进行插值拟合, 如图 8 所示.

由图 8 的数值计算结果可以看出, 在 Jelonek 等和 Shi 实验中, 在三种大气湍流模式下钠信标的短曝光平均有效半径随发射口径的变化都有最小值出现. 在 HV5/7 大气湍流模式下最小值出现在激光发射口径 10—15 cm 之间, Greenwood 和 ModHV 大气湍流模式下最小值出现在激光发射口径 20—25 cm 之间. 因此, 为了获得较小的激光钠信标光斑, 当大气湍流较强时选择小的口径是有利的, 当大气湍流较弱时选择较大的口径是有利的. 但是, 由于激光发射口径受到实际使用的限制而设

定为固定值, 考虑大气湍流的变化处于弱湍流的情况, 这里取激光发射口径为 22 cm.

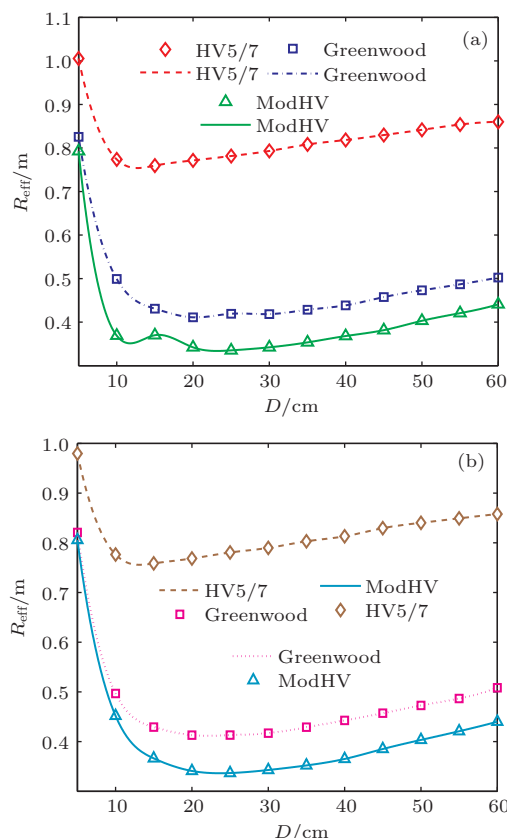


图 8 (网刊彩色) 三种大气湍流模式下钠信标短曝光平均有效半径随激光发射口径 (laser launch diameter) 的变化 (a) Jelonek 等实验; (b) Shi 实验

Fig. 8. (color online) Under the three atmospheric turbulence models the short exposure average effective radius of sodium laser beacon change with laser launch diameters. (a) Jelonek et al. experiment; (b) Shi experiment.

### 4.3 宏-微脉冲激光激发钠信标的优化方案

宏-微脉冲激光激发钠信标时, 人们希望得到钠信标光斑尽可能小并且回波光子数尽量多一些. 以上讨论了激光发射口径的取值, 下面进一步讨论钠信标回波光子数的增加.

除了增加激光发射功率, 还可以考虑增大激光的微脉冲宽度增大钠原子的激发态概率. 如果将 Jelonek 等和 Shi 实验中激光的微脉冲宽度  $\tau_p$  增加到 1 ns, 通过计算可以得到与高斯线型宏脉冲和方波线型宏脉冲对应的激发态概率分别为

$$p_e = 3.88 \times 10^{-4} I_0, \quad (30)$$

$$p_2 = 3.58 \times 10^{-4} I_P. \quad (31)$$

经过多普勒平均后钠原子的激发态概率分别

为高斯线型宏脉冲:

$$\bar{p}_2(i) = 1.2766 \times 10^{-4} I(i), \quad (32)$$

方波线型宏脉冲:

$$\bar{p}_2(i) = 1.3532 \times 10^{-4} I(i). \quad (33)$$

应用Jelonek等和Shi的实验数据(取 $\tau_p = 1$  ns), 计算两种线型宏脉冲激光激发钠信标的品质因数, 高斯线型宏脉冲为 $S_{ce} = 954$  ph/(s·W·(atoms/m<sup>2</sup>)), 方波线型宏脉冲 $S_{ce} = 968$  ph/(s·W·(atoms/m<sup>2</sup>)).

以上计算结果表明, 通过增加微脉冲宽度, Jelonek等和Shi实验都能够提高激光与钠原子作用的激发态概率和品质因数, Jelonek等实验中激发态概率和品质因数都是原来的3.2倍, Shi实验中都是原来的2.0倍, 因此, 当宏脉冲为高斯形状时, 增加微脉冲宽度更易于提高激发态概率和品质因数.

进一步分析(15)式, 经过多普勒平均的钠原子激发态概率大小与激光的光谱宽度有着密切的关系. 在适当减小激光光谱宽度 $\delta\nu_D^I$ 的情况下, 也能够增大钠原子的激发态概率.

经过以上分析, 这里采用宏-微脉冲激光激发钠信标, 选用的激光参数、发射口径等作如表5的设置.

宏脉冲的形状为高斯型, 激光发射采用垂直地面、准直发射. 取钠层柱密 $C_{Na} = 2.5 \times 10^9$  atoms/cm<sup>2</sup>, 大气透过率 $T_0 = 0.6$ . 应用表5中数据, 计算HV5/7, Greenwood和ModHV大气湍流模式的回波光子数、钠信标的FWHM以及品质因数, 计算结果如表6所示.

表6的计算结果表明在优选参数的情况下, 宏-微脉冲激光激发钠信标可以获得较高的回波光子数、品质因数和较小的钠信标FWHM. 在HV5/7大气湍流模式下, 所获得的钠信标回波光子数是功率20 W、发射口径40 cm的窄带连续激光获得回波光子数的2.74倍, 而钠信标FWHM是它的0.85倍, 品质因数是它的2.8倍. 如果钠层柱密度和大气透过率增加, 则钠信标回波光子数将会进一步提高. 因此, 经过激光优选参数的宏-微脉冲激光激发钠信标能够获得超过窄带连续激光激发钠信标回波光子数以及更小的钠信标FWHM.

表5 宏-微脉冲激光激发钠信标的参数

Table 5. Parameters of sodium laser beacon excited by macro-micro pulse laser.

激光发射功率	$P/W$	20	激光光谱带宽	$\delta\nu_D^I/GHz$	3.0
激光中心波长	$\lambda/nm$	589.159	宏脉冲重频率	$R_M/Hz$	840
宏脉冲FWHM	$\tau_M/\mu s$	120	光束质量因子	$\beta$	1.1
微脉冲FWHM	$\tau_p/ns$	1	激光偏振态	Circular	+1
微脉冲重频率	$R_p/MHz$	100	激光发射口径	$D/cm$	22

表6 钠信标的回波光子数、FWHM以及品质因数

Table 6. The number of return photons, FWHM and merit quantity of sodium laser beacon.

大气湍流模式	回波光子数平均值 $\bar{\Phi}/(ph/(m^2 \cdot s))$	钠信标FWHM/m	品质因数 $S_{ce}/ph/(s \cdot W \cdot (atoms/m^2))$
HV5/7	$2.2655 \times 10^7$	0.54	1088
Greenwood	$2.2655 \times 10^7$	0.52	1088
ModHV	$2.2655 \times 10^7$	0.50	1088

## 5 结 论

本文在两个激光钠信标实验的基础上, 计算了两种宏脉冲线型的宏-微脉冲激光激发钠信标的回波光子数, 探讨了宏-微脉冲激光激发钠信标的品质因数、钠信标的大小、激光的发射口径和发射方

式. 总结如下:

1) 与低功率的连续激光和长脉冲激光相比较, 宏-微脉冲激光激发钠信标具有品质因数高、回波光子数无起伏的优点.

2) 增加宏-微脉冲激光的微脉冲宽度能够明显提高激发钠原子的激发态概率和品质因数. 高斯线型的宏脉冲比方波线型的宏脉冲更容易提高激发

态概率和品质因数.

3) 优化宏-微脉冲激光的激光参数、发射口径以及发射方式能够获得超过窄带连续激光的回波光子数、品质因数和较小的钠信标光斑.

经过以上计算和分析, 这里推荐一组优化参数的宏-微脉冲激光激发钠信标: 发射功率20W, 宏脉冲FWHM大于120  $\mu\text{s}$ , 微脉冲FWHM等于1 ns, 激光的光谱宽度 $\delta\nu_D^I$ 为3.0 GHz, 宏脉冲为高斯线型, 光束质量因子小于1.2, 圆偏振光束, 激光发射口径22 cm, 准直发射方式.

## 参考文献

- [1] Bradley L C 1992 *J. Opt. Soc. Am. B* **9** 1931
- [2] Telle J M, Milonni P W, Hiliman P D 1998 *Proc. SPIE* **3264** 37
- [3] Kibblewhite E, Shi F 1998 *Proc. SPIE* **3353** 300
- [4] Milonni P W, Thode L E 1992 *Applied Optics* **31** 785
- [5] Stephen C R 2010 *Nonlinear and Quantum Optics using the Density Matrix* (British: Oxford University Press) p43
- [6] Temkin R J 1993 *J. Opt. Soc. B* **10** 830
- [7] Jelonek M P, Fugate R Q, Lange W J, Slavin A C, Ruane R E, Cleis R A 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 806
- [8] Rao R Z 2012 *Modern Atmospheric Optics* (Beijing: Science Press) p428 (in Chinese)[饶瑞中 2012 现代大气光学(北京: 科学出版社) 第428页]
- [9] Telle J M, Milonni P W, Hiliman P D 1998 *Proc. SPIE* **3264** 37
- [10] Humphreys R A, Bradley L C, Herrmann J 1992 *The Lincoln Laboratory Journal* **6** 45
- [11] Zhu W Y, Huang Y B, Qian X M, Rao R Z, Wang Y J 2007 *Journal of atmospheric and Eenvironmental Optics* **2** 451 (in Chinese) [朱文越, 黄印博, 钱仙妹, 饶瑞中, 王英俭 2007 大气与环境光学学报 **2** 451]
- [12] Cai D M, Wang K, Jia P, Wang D, Liu J X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104217 (in Chinese) [蔡冬梅, 王昆, 贾鹏, 王东, 刘建霞 2014 物理学报 **63** 104217]
- [13] Shi F 2001 *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **113** 366
- [14] Ageorges N, Dainty C 2000 *Laser Guide Star Adaptive Optics for Astronomy* (London: Kluwer Academic Publishers) p59
- [15] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z 2008 *Acta Photonica Sinica* **37** 1525
- [16] Holzlöhner R, Rochester S M, Calia D B, Budker D, Higbie J M, Hackenberg W 2010 *Astronomy & Astrophysics* **50** 1
- [17] Liu X Y, Qian X M, Li Y J, Rao R Z 2014 *Chin. Phys. B* **23** 124213
- [18] Rochester S M, Otarola A, Boyer C, Budker D, Ellerbroek B, Holzlöhner R, Wang L 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **6** 832
- [19] Strohben J W 1978 *Laser beam Propagation in the atmosphere* (Berlin: Springer-Verlag) p129

# Numerical calculation and discussion on the return photon number of sodium laser beacon excited by a macro-micro pulse laser\*

Liu Xiang-Yuan<sup>1)</sup> Qian Xian-Mei<sup>2)</sup> Zhang Sui-Meng<sup>1)†</sup> Cui Chao-Long<sup>2)</sup>

1) (School of Materials and Chemical Engineering, West Anhui University, Lu'an 237012, China)

2) (Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

( Received 5 October 2014; revised manuscript received 6 November 2014 )

## Abstract

Sodium laser beacon (SLB) excited by a macro-micro pulse laser with low power has the following advantages: the return photons without fluctuations and the high merit quantity, although the laser beam propagation and the size of SLB suffer from the atmospheric turbulence. In addition, the macro-pulse profile may influence the interaction of laser and sodium atoms. For the macro-pulse with a Gaussian profile, it is useful to enhance the merit quantity and the excitation probability of the SLB to increase the width of micropulse. In order to obtain more of the return photons in the SLB, while increasing the laser power, the fine beam quality, the appropriate launch diameter, and the spectral width of the laser etc. must be considered. Therefore, it is of practical significance for the SLB with fine characteristics to optimize the laser parameters, the launch diameter and launch pattern.

**Keywords:** macro-micro pulse laser, sodium laser beacon, merit quantity, launch diameter

**PACS:** 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.68.Mj, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.64.094206

---

\* Project supported by the College Natural Science Foundation of Anhui Province, China (Grant Nos. KJ2013A260, KJ2013B331), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61107066 ).

† Corresponding author. E-mail: [smzhang@wxc.edu.cn](mailto:smzhang@wxc.edu.cn)