

拓扑绝缘体的普适电导涨落

李兆国 张帅 宋凤麒

Universal conductance fluctuations of topological insulators

Li Zhao-Guo Zhang Shuai Song Feng-Qi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 097202 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.097202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.097202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I9>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

拓扑绝缘体 $(\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{0.5})_2\text{Te}_3$ 薄膜中的线性磁阻

Linear magnetoresistance in topological insulator $(\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{0.5})_2\text{Te}_3$ thin films

物理学报.2015, 64(7): 077201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.077201>

扶手椅型石墨烯介观环中的持续电流

Persistent currents in mesoscopic graphene rings with armchair edges

物理学报.2015, 64(1): 017302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.017302>

GaAs 自旋注入及巨霍尔效应的研究

Spin injection in GaAs and giant Hall effect

物理学报.2011, 60(7): 077203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.077203>

专题: 庆祝南京大学物理学科成立100周年

拓扑绝缘体的普适电导涨落*

李兆国 张帅 宋凤麒†

(南京大学物理学院, 固体微结构物理国家重点实验室, 人工微结构科学与技术协同创新中心, 南京 210093)

(2015年3月16日收到; 2015年4月28日收到修改稿)

拓扑绝缘体因其无能量耗散的拓扑表面输运而备受关注, 揭示拓扑表面态因其 π 的贝利相位而产生的拓扑输运现象, 将有助于拓扑绝缘体相关器件的应用开发. 本文回顾了普适电导涨落(UCF)揭示拓扑绝缘体奇异输运性质的研究进展. 通过调控温度、角度、门电压、垂直磁场和平行磁场等外部参量, 实现了对拓扑绝缘体的UCF效应的系统研究, 证实了拓扑绝缘体中二维UCF的输运现象, 并通过尺寸标度规律获得了UCF的拓扑起源的实验证据, 讨论了拓扑表面态的UCF的统计对称规律. 从而实现了对于拓扑绝缘体UCF效应的较为完整的理解.

关键词: 拓扑绝缘体, 量子输运, 普适电导涨落, 贝利相位

PACS: 72.15.Rn, 73.23.-b, 73.25.+i, 72.15.Gd

DOI: 10.7498/aps.64.097202

1 引言

拓扑绝缘体^[1,2]是一种新奇的量子态物质, 它的体内是普通的能带型绝缘体, 而在表面上存在传导性的表面载流子. 这种表面载流子的动力学特性满足狄拉克方程, 因而也称为狄拉克费米子. 在动量空间中, 表面狄拉克费米子的能量色散关系形成一个线性狄拉克锥, 它贯穿于整个能隙中. 拓扑绝缘体中传导表面态的存在直接联系于晶体能带结构的整体拓扑性, 且受时间反演对称性保护, 使得拓扑表面态不因材料氧化或非磁性原子掺杂而破坏. 同时, 狄拉克费米子在动量空间中沿着费米面旋转一周将获得一个 π 的贝利相位, 这保证了拓扑表面态的无能量耗散的输运特性. 因此, 拓扑绝缘体在自旋电子学和量子计算机中具有诱人的应用前景.

在材料学研究方面^[3], 数十种材料被理论指认为拓扑绝缘体, 并立即被角分辨光电子能谱实验和扫描隧道谱实验所证实. 在这些材料中, Bi_2Se_3 ^[4,5]

类材料因其简单的能带结构而备受实验学家们青睐. 然而, 由于其难以抑制的过剩体相载流子, 使得 $\text{Bi}_2\text{Te}_{3-x}\text{Se}_x$ ^[6]和 $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_{3-y}\text{Se}_y$ ^[7]类材料正逐渐成为实验学家的新宠. 在拓扑绝缘体的物性研究^[8]方面, 通过输运实验揭示拓扑表面态的奇异特性, 将有助于拓扑绝缘体相关的电子器件的应用研究, 特别是揭示拓扑表面态的 π 的贝利相位所产生的拓扑输运现象是问题的关键. 到目前为止, Shubnikov-de Haas (SdH) 振荡^[9,10]、量子霍尔效应^[11], Aharonov-Bohm (AB) 振荡^[12,13]和弱反局域化(weak antilocalization, WAL)效应等^[14,15]输运实验都表现出对拓扑表面态的贝利相位的灵敏响应. 普适电导涨落(universal conductance fluctuation, UCF)作为一种重要的介观量子干涉效应^[16], 在揭示拓扑表面态的量子输运性质方面, 表现出其独特而有趣的视角.

本文将回顾拓扑绝缘体的UCF研究进展, 梳理其中取得的成果和存在的问题, 以期能启发未来的研究工作. 限于作者的知识, 本文将以我们自2011年以来系统探索拓扑绝缘体的UCF效应^[17]

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2013CB922103, 2011CB922103, 2014CB921103)、国家自然科学基金(批准号: 91421109, 11023002, 11134005, 61176088)和江苏省自然科学基金(批准号: BK20130054)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: songfengqi@nju.edu.cn

为线索展开,并概要地评价其他研究组的工作.全文的内容安排如下:第2部分将给出一个关于UCF效应的基础介绍;第3部分介绍拓扑绝缘体大块单晶中电导涨落现象的发现;第4部分介绍拓扑绝缘体纳米带中UCF特征的识别及其二维特性的鉴定,并进一步考察其拓朴起源的初步证据;第5部分讨论拓扑绝缘体中UCF效应的统计对称性;第6部分将简要回顾国际上其他研究组对拓朴绝缘体UCF效应的最新研究进展;最后是总结和展望.

2 普适电导涨落效应

普适电导涨落效应首先在小尺寸导体的磁电阻中被观察到.1984年,IBM的Webb研究组^[18]在研究普通金属环的AB效应时,使用了一个环直径280 nm、环臂宽度为45 nm的金环,但其磁电阻并未表现出期待的周期AB振荡,而是测量到非周期的电导涨落.这种现象后来被Lee等^[19]指认为UCF效应,它同样是一种介观量子干涉效应.Webb等^[20]随后将Au环的直径增大到825 nm而保持环臂宽度不变,终于观察到了叠加在缓慢涨落背景上的清晰的AB效应.在UCF理论^[19]提出后,人们才明白在直径较小的Au环中没有观察到AB振荡的原因,这是由于电子在有限宽度的环臂上扩散式输运产生的UCF振幅超过了AB干涉振幅的缘故.而在较大直径的Au环中,电子在环臂中扩散路径的增长将抑制UCF的振幅,而使得AB振荡得以表现出来.下面简单介绍UCF的物理机理.

对于宏观尺度的导体,其电阻与尺寸的关系可以表示为

$$R = \rho \frac{L}{S}, \quad (1)$$

其中 ρ 是电阻率, L 和 S 分别是导体长度和横截面积.为了比较不同导体之间的导电能力,通常使用与尺寸无关的电阻率 ρ 或电导率 $\sigma = 1/\rho$.如果将宏观导体不断分割成相同形状的小块(即所谓等比例缩小),随着导体的尺寸不断减小,(1)式是否总是成立呢?事实上,当导体的尺寸与某个特征长度[即相干长度 L_ϕ (coherence length),也称为退相位长度(dephasing length)]同数量级时,(1)式不再成立,此时,导体的导电能力将直接用电导 $G = 1/R$ 来描述.该现象可以用图1显示的电子在导体中的扩散输运机理来解释.电子在导体中从

源极(source)扩散至漏极(drain),由于杂质散射的缘故,电子的扩散路径将异常复杂,如其中形成的许多自封闭路径,甚至有的电子又扩散回源极.在扩散输运区,电子在导体中运动有无数的扩散路径(也称为费曼路径)可选,每条费曼路径可以用一个波函数 $A_i = |A_i| e^{i\varphi_i}$ 来表达,导体总的电导应由全部费曼路径的波函数叠加来决定,从而电子从源到达漏的概率 P_{SD} 可以用下式来表达,

$$P_{SD} = \left| \sum_i A_i \right|^2 = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} |A_i| |A_j| \cos(\varphi_i - \varphi_j), \quad (2)$$

式中的右边第二项是量子干涉项.显然,系统的电导 $G \propto P_{SD}$.考虑一个杂质系综(impurity ensemble),它是一个具有材料、形状、尺寸、杂质种类和浓度等相同宏观参数,具有同样的平均无序程度,但杂质缺陷分布细节不同的全部样品的总和.如果样品的尺寸足够大,则全部费曼路径的叠加导致干涉项的平均值为零,杂质系综中所有的样品都将得到一个相同的电导,即由(1)式描述.如果样品的尺寸逐渐减小,对应着系统中电子扩散的费曼路径也逐渐减少.当尺寸小到一定程度(即与相干长度 L_ϕ 同量级)时,所有费曼路径的平均不足以消除干涉项,此时,量子修正开始显现.对于杂质系综中的每个样品,它们具有不同的杂质分布细节,对应着不同的费曼路径,每个样品中的费曼路径的干涉情形也不一样.所以,每个样品的电导 G 将有所不同,相对于其平均值 $\langle G \rangle$ (其中 $\langle \dots \rangle$ 表示杂质系综平均),电导涨落 $\delta G = G - \langle G \rangle$ 表现出一定的统计分布.但 δG 的统计均方根(root mean square, RMS)值却是一个普适的量^[21]:

$$\delta G_{RMS} = [\langle (\delta G)^2 \rangle]^{1/2} \approx \frac{e^2}{h}, \quad (3)$$

与样品的材料、尺寸、无序程度无关,所以称为普适电导涨落.理论研究表明, δG_{RMS} 只与样品的形状和维度存在微弱的依赖关系.对于一个尺寸为 L^d

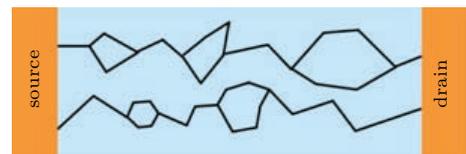


图1 电子在导体中的扩散输运

Fig. 1. Electrons diffused transport in a metal.

的导体 (d 为系统的维度), 理论证明在零温时^[21], $\delta G_{\text{RMS}} = c \cdot e^2/h$, 其中常数 $c = 0.729$ (准一维), 0.862 (二维), 1.088 (三维). (注意, 这里考虑了电子的自旋简并.)

UCF 作为一种量子干涉效应, 其普适性只限于导体是一个相干系统, 即 $L < L_\phi$. 如果 $L > L_\phi$, 则不同相干区域 (L_ϕ^d , d 为系统维度) 之间的平均效应会抑制 δG_{RMS} (尺寸平均效应). 温度对 UCF 的影响更为显著. 首先, 有限大小的温度会影响费米能级处的电子分布 (费米-狄拉克分布), 从而改变系统的电导. 其次, 温度升高会导致 L_ϕ 减小, 间接导致尺寸平均效应. 最后, 电子的热扩散运动也会导致电子失去相干性, 其特征尺寸为热扩散长度 $L_T = \sqrt{\hbar D / (k_B T)}$, 其中 D 是系统的扩散常数, \hbar 为约化普朗克常数, k_B 为玻尔兹曼常数, T 代表温度. 总之, L , L_ϕ 和 L_T 的相互竞争使得金属导体的输运行为分成若干个输运区, δG_{RMS} 在每个区的标度关系有所不同, 它们可以从文献^[16]中找到.

如果存在外磁场, 则每条费曼路径都会附加一个磁相位 $\propto \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$. 由于每条费曼路径的磁相位不同, 因而所有费曼路径叠加的结果就形成了电导随外磁场的无规振荡. 这种特殊的磁电导涨落是与样品中杂质分布状态一一对应的, 只要样品的杂质分布没有改变, 这种电导涨落的样式就是可重复的. 一旦样品的杂质分布改变 (例如, 将样品回温到室温, 热扩散会驱使一部分杂质改变位置), 其对应的电导涨落样式也会发生改变^[22]. 所以, UCF 的涨落样式也被称为样品的“磁指纹”. 在实验上, 测量样品的磁电导涨落 (δG - B 曲线) 是研究 UCF 的最主要方法. 如果按照上述 UCF 的定义来研究, 则需要测量大量样品的电导, 以获得统计意义上的 δG_{RMS} , 而且需要保证所有样品具有相同的尺寸、形状、无序度等参数, 这在实验上是无法达到的. 而测量样品的磁电导时, 随着磁场的增加, 当某条费曼路径累积的磁相位超过 h/e 时 (h 为普朗克常数, e 为元电荷), 之后的电导与之前的电导就不再关联, 它对应着一个新的杂质分布. 所以, 只需要一个样品就可以模拟出所有的杂质分布, 从而遍历整个系综. 定量上, 则是计算 δG - B 曲线的自关联函数 (autocorrelation function)^[21]:

$$F(\Delta B) = \langle \delta G(B) \delta G(B + \Delta B) \rangle. \quad (4)$$

显然, $\delta G_{\text{RMS}} = [F(0)]^{1/2}$. 而关联场 (correlation field) ΔB_c 则定义为 $F(\Delta B)$ 的半高宽, 即

$F(\Delta B_c) = F(0)/2$. 相位相干长度 L_ϕ 则可以通过 $\Delta B_c L_\phi W \simeq \gamma h/e$ 而估算得到^[23], 其中 W 是样品的宽度, 常数 $\gamma \simeq 0.95 (L_\phi \gg L_T)$ 和 $\gamma \simeq 0.42 (L_\phi \ll L_T)$.

除了磁电导涨落之外, UCF 还有多种表现形式. 例如, 门电压调控使得系统的费米能改变, 也可以观察到电导涨落 (δG - V_G) 现象^[24]; 如果扫描源漏极间施加的电压 ΔV , 使无规杂质势附加上 $-e\Delta V x$ 势能项, 从而出现电流依赖的电导涨落 (δG - I)^[25]; 如果导体中的部分杂质存在两个以上的亚稳态, 则在低温下, 杂质仍能在这些亚稳态间发生量子隧穿, 从而产生时间依赖的电导涨落 (δG - t)^[26]. 所有这些电导涨落的现象都得到 e^2/h 的涨落幅度, 这正是 UCF 的遍历对称性 (ergodic symmetry)^[19,27]. UCF 的幅度还与系统的统计对称性有关^[28], 这部分内容将在本文的第 5 节中讨论.

3 Bi₂Se₃ 大块单晶中电导涨落现象的发现

普林斯顿大学的 Ong 研究组^[29] 最先在非金属性的拓扑绝缘体 Bi₂Se₃ 大块单晶中观察到了反常的电导涨落现象. 如图 2(a)—(c) 所示, 在减去光滑的磁电阻背景后, 不同温度下的电导随磁场的涨落特征几乎一致. 而且, 在最低温下, 改变磁场的扫描方向获得的磁电导涨落几乎完全一样. 随着温度升高, 磁电导涨落的幅度也逐渐降低. 所有这些特征都符合 UCF 理论的预期. 然而, 一般认为, UCF 只有在样品尺寸与相干长度同量级时才会出现, 在如此大的块体样品 ($2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 50 \text{ }\mu\text{m}$) 中观察到类似 UCF 的电导涨落特征尚属首次. 计算该样品的电导涨落 RMS 幅度得到的大小为 $\delta G_{\text{RMS}} = 5.9e^2/h$. 如果根据 UCF 理论的标度关系, 可以从理论上估算出该样品所预期的 UCF 幅度为 $(0.01\text{—}0.05)e^2/h$ 的量级. 可见, 在该 Bi₂Se₃ 单晶中观察到的电导涨落幅度比 UCF 理论预期大了近 500 倍, 而其中的原因至今尚未明了.

他们还考察了不同磁场倾角下的电导涨落输运行为, 结果展示在图 2(d)—(f) 中. 图 2(e) 展示了电导涨落幅度 δG_{RMS} 与 θ 的关系, 它们可以由函数 $(a + b \cos^2 \theta)e^2/h$ 来描述, 这里的第一项是自旋相关项, 而第二项表示轨道耦合效应. 角度依赖的

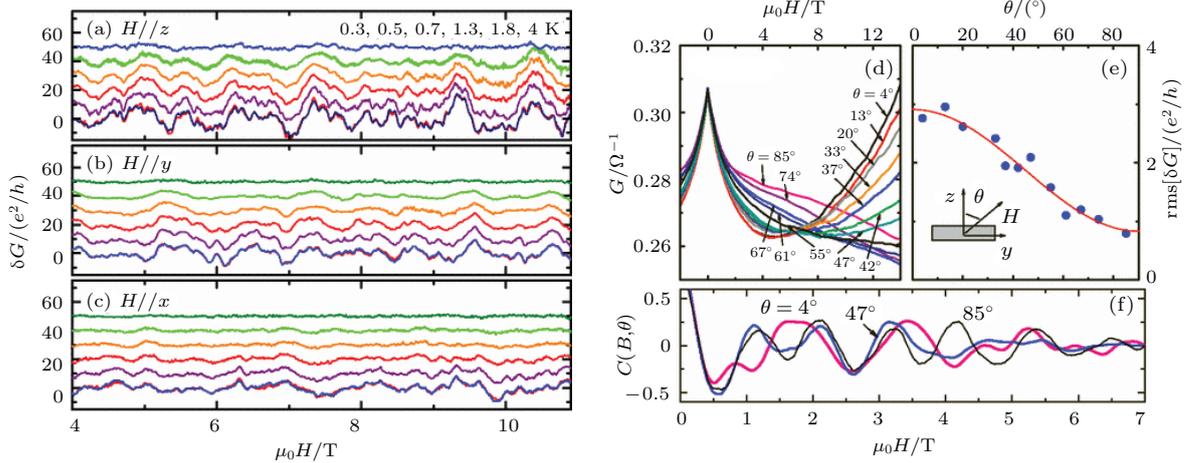


图2 Bi₂Se₃ 大块单晶的电导涨落输运现象 (a)–(c) 分别展示了外磁场平行于单晶的三个晶向时的电导随磁场的涨落特征, 曲线自下向上分别代表温度为 0.3, 0.5, 0.7, 1.3, 1.8, 4 K; (d) 样品在不同 θ 角时的磁电导曲线, 其中 θ 角的定义如图 (e) 插图所示; (e) 电导涨落 RMS 值随 θ 角的变化; (f) 不同角度时的自关联函数, 其中函数 $C(B)$ 定义为 $C(B) = F(B)/F(0)$

Fig. 2. Conductance fluctuation phenomena of Bi₂Se₃ bulk: (a)–(c) show the δG - B curves at different temperatures while the field aligned with three crystal axes, curves from up to down corresponding to 0.3, 0.5, 0.7, 1.3, 1.8, 4 K, respectively; (d) the MC curves at different angle θ ; (e) δG_{RMS} as a function of θ ; (f) the self-correlation functions at different angles, where function $C(B)$ defined as $C(B) = F(B)/F(0)$ [29].

电导涨落现象说明了载流子的自旋在磁输运行为中扮演了重要的角色, 而相关现象中拓扑表面态的贡献仍是一个需要继续研究的课题。

后来, 日本京都大学的 Matsuo 等 [30] 研究了分子束外延生长的 Bi₂Se₃ 低维纳米结构的磁输运行为, 观察到的电导涨落幅度在 $\delta G_{\text{RMS}} = 0.01e^2/h$ 的量级, 这是符合 UCF 的理论预期的, 从而可以纳入传统 UCF 理论的框架下。由于该类样品具有严重的体相载流子掺杂, 所以不利于拓扑表面态的输运性质研究。因此, 基于体相绝缘的拓扑绝缘体材料, 以及设计丰富而精巧的实验测量方案, 将更有利于拓扑表面态的 UCF 性质研究。

4 体相绝缘的 Bi₂Te₂Se 纳米带中二维 UCF 现象的发现

我们课题组在获得体相绝缘的拓扑绝缘体单晶的基础上, 对拓扑绝缘体介观尺寸器件的 UCF 性质进行了系统的研究, 获得了关于拓扑表面态的 UCF 性质的若干实验证据。接下来将概要地介绍这方面的研究进展。

我们制备了体相绝缘的 Bi₂Te₂Se 单晶, 采用机械剥离的方法从大块上解理出纳米带, 并转移到 300 nm SiO₂/Si 衬底上 [31]。运用微加工技术和

电子束蒸发技术在纳米带样品上制备出金属电极, 在综合物性测量系统 (physical property measurement system, PPMS) 等设备上对样品开展输运测量研究。

4.1 Bi₂Te₂Se 纳米带中 UCF 特征的识别

图 3 所示为一个 Bi₂Te₂Se 纳米带典型器件的磁输运特征。其中图 3 (a) 所示为其电阻温度 (R - T) 曲线, 在高温段 ($T > 60$ K), 电阻随温度下降而升高, 表现出载流子热激活输运特征, 利用 Arrhenius 公式 $R(T) = R_0e^{\Delta/(2k_B T)}$ 拟合实验数据 (图 3 (a) 右插图), 可以获得一个大小为 $\Delta = 4.9$ meV 的激活能隙, 从而说明系统的费米能级是位于体能隙中的。在低温段 ($T < 60$ K), 电阻随着温度下降而减小, 表现出金属态的输运特征, 这时应该是表面态输运的贡献。因此, 在 $k_B T \ll \Delta$ 的温度下, 进一步调控磁场, 将获得表面态占主导的输运。

图 3 (b) 为该样品在 $T = 2$ K 时的磁电导曲线 (磁场垂直于样品表面, 即 $\theta = 0^\circ$, 其中 θ 定义为磁场方向与样品平面的法向的夹角), 可见在零场附近存在一个尖锐的电导峰, 即 WAL 效应, 它是响应拓扑表面态 π 的 Berry 相位的结果。而在高场区域, 可以观察到一系列无规的电导涨落。如果减去光滑的背景曲线 (图中的红色曲线), 则可以得到显著的

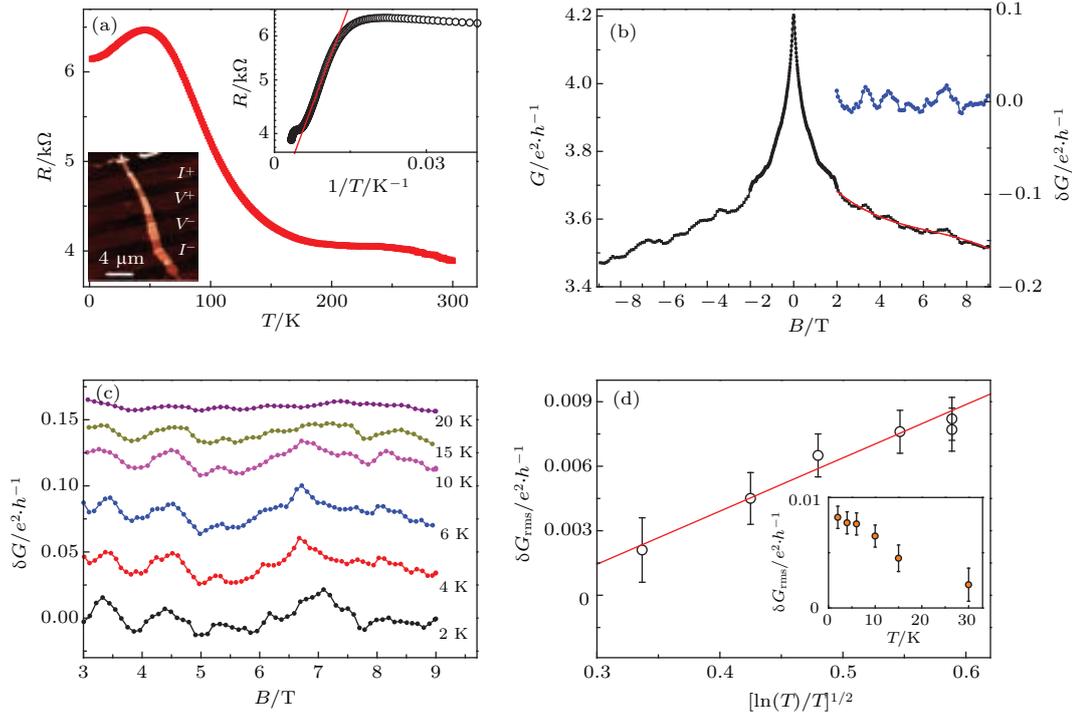


图3 UCF 信号的提取 (a) R - T 曲线, 左下插图为样品的原子力显微镜 (AFM) 图像, 右上插图为 Arrhenius 公式拟合; (b) $T = 2$ K 时的 MC 曲线, 红色实线是多项式拟合的背景, 蓝色曲线是减去多项式背景后的电导涨落图像; (c) 不同温度下的 δG - B 曲线; (d) δG_{RMS} 随温度变化的标度分析

Fig. 3. Analysis of UCF data: (a) the R - T curve, the left inset is the AFM image and the right inset is the Arrhenius fitting of R - T curve; (b) the MC curve at $T = 2$ K, the red curve is the polynomial fitting result. The blue curve is the conductance fluctuation curve after subtracting background; (c) the δG - B curves at various temperatures; (d) temperature dependence of δG_{RMS} .

电导涨落曲线 (δG - B 曲线). 图 3(c) 所示为不同温度下的 δG - B 曲线, 可见, 相应的电导峰在每个温度下都重复可现. 而且, 随着温度升高, 电导涨落幅度逐渐减小, 这就排除了电导涨落来源于热噪声的可能. 因为: 一方面, 热噪声的幅度是随着温度升高而越来越显著; 另一方面, 热噪声是完全随机的电导涨落, 不同温度下的热噪声是毫无关联的, 它们不可能表现出相同的涨落特征. 即使在同一温度下, 改变磁场的扫描方向, 仍能获得完全相同的 δG - B 曲线 (这在另一个样品的磁输运曲线中得到证明, 文中未展示). 所以, 如此顽强的无规电导涨落一定起源于量子效应, 而 UCF 理论正好可以描述该现象.

UCF 效应还有一个特征就是其电导涨落的均方根值 (δG_{RMS}) 约为一个量子电导 e^2/h , 但该结果要求样品的尺寸小于退相干长度 ($L < L_\phi$), 即整个样品就是一个相干区. 而我们的样品的 L_ϕ 约为 100 nm (这可以从计算 δG - B 曲线的自关联函数 $F(\Delta B)$ 而得到), 样品尺寸在微米量级, 导致一个尺寸为 L 和 W 的样品包含了 $N = L \times W/L_\phi^2$ 个相

干区, 它们之间的平均效应导致我们的实验结果总是观察到较小的 δG_{RMS} . 例如, 图 3 所示的样品在 $T = 2$ K 时 $\delta G_{\text{RMS}} = 0.008e^2/h$. 图 3(d) 显示的是该样品的 δG_{RMS} 随温度的变化关系. 假设我们的系统是一个二维系统 (后面会证明确实是这样), 根据二维 UCF 理论^[16], 可以得到 δG_{RMS} 随温度的标度关系为 $\delta G_{\text{RMS}} \propto (\ln T/T)^{1/2}$. 从图 3(d) 可以看出, 实验与理论符合很好.

4.2 Bi₂Te₂Se 纳米带中二维 UCF 特征的鉴定

上述 δG_{RMS} 随温度的标度关系暗示 UCF 具有二维特征, 而二维 UCF 可以通过变角度的磁电导测量来进一步验证^[32], 这正是本节的主要内容.

如前文所述, 系统的 UCF 磁指纹是由不同费曼路径的相位干涉引起的. 对于一个严格的二维系统, 当二维平面与外磁场存在一个夹角 θ 时 (如图 4(a) 所示), 每条费曼路径所累积的有效磁相位只与外磁场在平面法向的分量有关, 即

$\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \propto B \cos \theta$. 于是, 所有费曼路径的量子干涉结果也只依赖于 $B \cos \theta$. 所以, 二维 UCF 的电导涨落峰位也应服从这一规律. 图 4(b) 展示了不同 θ 时的 δG - B 曲线, 随着 θ 增大, 电导峰位向高场方向单调移动并逐渐展宽. 图 4(b) 中标记出了三个典型电导峰 p1, p2, p3 的位置随 θ 的变化, 将

它们的峰位描绘为 θ 的函数, 可以发现它们正好符合 $1/\cos \theta$ 的规律(图 4(c)). 从而证明了 UCF 的二维特性, 这是首次在拓扑绝缘体中观察到二维的 UCF 现象. 这种二维 UCF 的特征随后被国际上的其他小组在 Bi_2Se_3 [33], $\text{Bi}_{1.5}\text{Sb}_{0.5}\text{Te}_{1.7}\text{Se}_{1.3}$ [34] 和 Kawazulite(一种成分近似为 $\text{Bi}_2(\text{Te}, \text{Se})_2(\text{Se}, \text{S})$ 的矿物) [35] 中重现了.

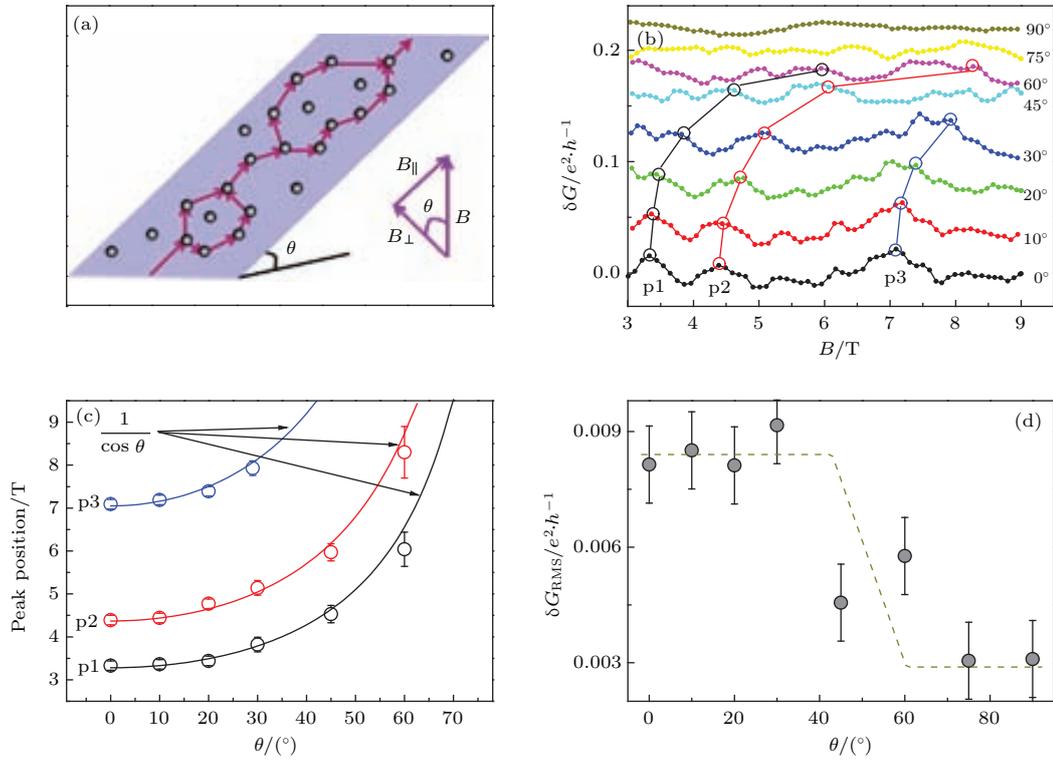


图 4 图 3 样品的二维 UCF 特征 (a) 二维 UCF 的原理示意图; (b) 不同 θ 值时的 δG - B 曲线, 其中 p1, p2, p3 标记了三个电导峰随 θ 的演化; (c) p1, p2, p3 的峰位与 θ 的关系, 实线是 $1/\cos \theta$ 函数拟合; (d) δG_{RMS} 与 θ 的关系, 虚线是引导人们的视线

Fig. 4. The two-dimensional (2D) UCF nature: (a) the schematic diagram of 2D UCF; (b) the δG - B curves at 2 K, the black, red and blue circle-marked lines respectively show the similar features, namely p1, p2 and p3, in all the δG B curves; (c) the positions of the UCF features plotted against θ , the black, red and blue data are from those of p1, p2 and p3 in (b), respectively, the solid curves are the $1/\cos \theta$ fitting; (d) θ dependent δG_{RMS} , the dashed curve is for eye guiding.

我们知道, 拓扑绝缘体的电学输运主要由三维体相和二维表面态构成. 在 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 体系中, 尽管费米能级已经处于能隙中, 但体相杂质形成的杂质态有可能在能隙内形成杂质带 [6,36,37] 而贡献一定的电导. 但是, 三维体相的 UCF 特征不会呈现 $1/\cos \theta$ 的规律. 所以, 上述二维 UCF 应该来自于二维表面态. 另外, δG_{RMS} 随 θ 的变化也支持该结论(图 4(d)). 由于三维系统的电子在不同方向上都能够感受到磁场的调控, 其 δG_{RMS} 对 θ 不敏感. 但对于二维体系, 当磁场位于平面内时, 其上的电子运动将不受磁场影响, 从而导致 δG_{RMS} 对 θ 产生

严重依赖. 如图 4(d) 所示, 在 $\theta < 45^\circ$ 时, δG_{RMS} 几乎不受 θ 影响, 这是表面态占主导运输的影响; 而在 $\theta > 45^\circ$ 时, 表面态的贡献逐渐减小, 导致 δG_{RMS} 迅速减小至 $0.003 e^2/h$ 左右. 在 $\theta = 90^\circ$ 时, 磁场平行于纳米带轴向, 表面态在此时不再产生磁电阻, 这时的 MR 应由体相贡献. 所以, $\theta = 90^\circ$ 时的 UCF 应来自于体相(图 4(b)). 但如此微弱的 UCF 也有可能只是测量系统的噪声导致的. 不同 θ 角度下的 WAL 测量结果也表现出二维运输的特性, 从而进一步证明了该样品中二维表面态运输占主导的结论.

上述通过调控 θ 的方式证明输运特征(UCF, WAL)的二维特性,并自然地把这些二维的输运特征归因于二维表面态.该结论成立的前提是,系统的体相处于三维状态.这需要考察体相的相干长度,这里讨论两种方法.其一是通过UCF效应估算,认为图4(b)中 $\theta = 90^\circ$ 时微弱的电导涨落来源于体相,再根据三维经典平均效应可以反推出一个12 nm长的相干长度,它显然远小于该样品的厚度(62 nm).所以,系统的体相的确处于三维区域,上述论断成立.另一种估算体相相干长度的方法是WAL效应,即用三维WAL理论[38]分析样品在 $\theta = 90^\circ$ 的MR,得到的结果是相干长度约为34 nm,该尺寸也小于样品的厚度.最终说明在该

样品中观察到的二维UCF和WAL特征是由表面态引起的.

我们测量了许多样品的磁输运性质[39],在其中都观察到了二维UCF和WAL特征.但并不是所有样品都存在严格的三维体相,绝大多数样品的体相相干长度在60 nm左右,而样品厚度也在60 nm左右,甚至更小.例如,图5展示了一个47 nm厚的样品的输运行为,其体相相干长度为50 nm,这就说明其体相实际上处于三维向二维转变的跨越区.这种情形的体相载流子也能表现出一种准二维的输运特性,这就干扰了对表面态输运行为的鉴别,需要发展其他方法来排除准二维体相的贡献.而面内磁场调控是一种合适的选择[39].

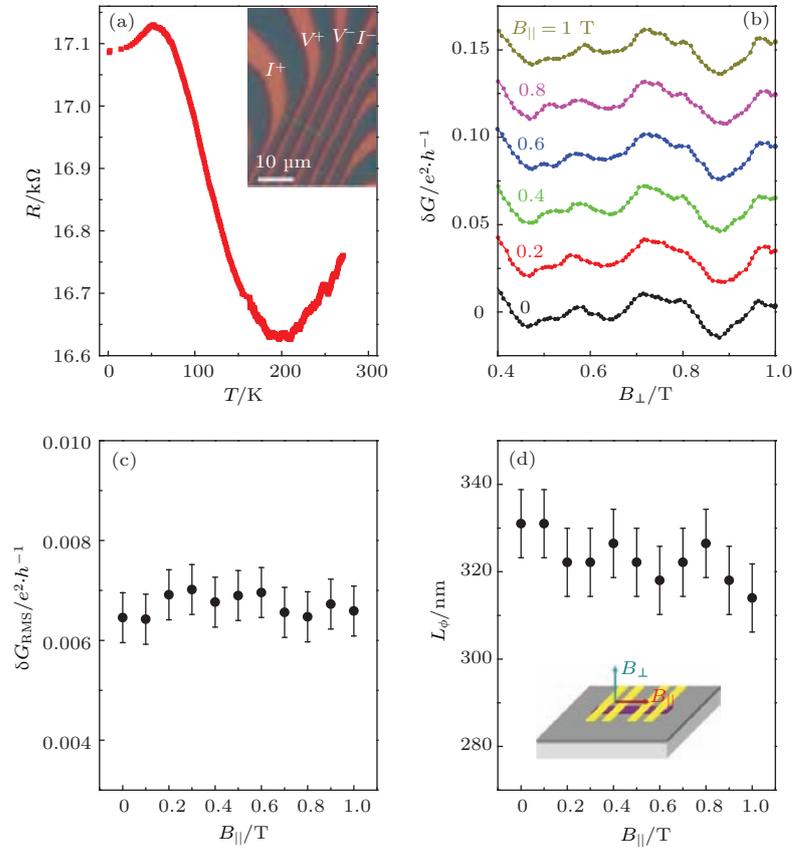


图5 面内磁场对UCF的调控 (a) R - T 曲线,插图是样品的光学图像; (b)不同 B_{\parallel} 值时的 δG - B 曲线; (c) δG_{RMS} 与 B_{\parallel} 的关系; (d) L_{ϕ} 与 B_{\parallel} 的关系,插图描绘了样品测量过程中的磁场配置示意图

Fig. 5. Tuning UCF by a parallel field (B_{\parallel}): (a) The R - T curve, the inset is the optical image of the sample; (b) the δG - B curves at various B_{\parallel} ; B_{\parallel} dependence of δG_{RMS} (c) and L_{ϕ} (d), the inset of (d) shows the magnetic field configuration.

如图5(d)的插图所示,同时为样品施加上一垂直磁场(B_{\perp})和一平行(面内)磁场(B_{\parallel}),由于 B_{\parallel} 不会影响表面态的磁输运,却会抑制体相载流子的相干性.因而固定 B_{\parallel} 而扫描 B_{\perp} ,通过分析 G - B_{\perp}

曲线的UCF性质,就可以判断体相对表面态运输的影响.根据UCF理论可知[16],在 $L_{\phi} \ll L$ 时有 $\delta G_{\text{RMS}} \propto L_{\phi}^{(4-d)/2}$,其中 d 为系统维度,即系统的UCF幅度敏锐地依赖于其相干长度.因此,如果准

二维的体相也存在 UCF 贡献, 则其 UCF 幅度将随着 B_{\parallel} 的增加而减小, 而表面态的 UCF 幅度却不受 B_{\parallel} 影响.

图 5(b) 展示了该 47 nm 厚的样品在不同 B_{\parallel} 值的 $\delta G-B_{\perp}$ 曲线, 其 δG_{RMS} 和 L_{ϕ} 在图 5(c) 和图 5(d) 中已经描绘为 B_{\parallel} 的函数. 我们可以看出, δG_{RMS} 几乎不受 B_{\parallel} 的影响, 这符合表面态的预期. 而体相载流子的相干长度随着 B_{\parallel} 从增加到 1 T 已从 50 nm 减小到 17 nm, 它预示着 δG_{RMS} 的显著变化, 这与实验不符. 从而再一次证明了 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带中表面态主导的量子输运行为.

至此, 我们通过倾斜磁场和面内磁场两种调控手段证明了 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带的输运行为是由表面态主导的. 尽管体相载流子也贡献一定的电导, 但两种手段的调控结果都证明体相对磁输运行为的修正极为微弱. 从而, 垂直磁场引起的拓扑绝缘体的电导响应可以直接看做表面态的响应, 最终获得拓扑表面态的输运性质.

4.3 二维 UCF 的拓扑性研究

通过上述讨论, 我们可以确信 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带的 UCF 效应来源于表面载流子, 而非体载流子. 但我们还不能确定该 UCF 是由拓扑表面态引起的, 因为在拓扑绝缘体表面还存在一层拓扑平庸的二维电子气 (two-dimensional electron gas, 2DEG). 而本节将尝试将它们区分开来.

拓扑绝缘体表面上出现的拓扑平庸 2DEG 是由于其体能带在表面附近的能带弯曲引起的^[40]. 在拓扑绝缘体与真空的界面上, 由于界面两侧系统的费米能级不匹配而产生一静电势. 它引起导带和价带在界面附近下移, 从而在界面附近形成一量子阱结构. 该量子阱能够束缚来自体相和环境掺杂 (例如暴露在空气中) 的载流子而形成一层拓扑平庸的 2DEG, 而强烈的 SOC 环境也使 2DEG 发生显著的 Rashba 分裂, 从而使自旋向上和向下子带分离开来. 表面静电势不但使体能带和 2DEG 的能级发生重构, 它还使拓扑表面态的狄拉克锥进一步下移, 而使狄拉克点远离费米能级, 使得探测狄拉克点附近的输运行为更加困难. 拓扑绝缘体表面平庸的 2DEG 已经被角分辨光电子谱 (angle resolved photoemission spectroscopy, ARPES) 实验观察到^[40,41], 而且随着样品在空气中暴露时间的增长, 系统的费米能级越来越向体带内部移动,

2DEG 的 Rashba 分裂也越显著^[42,43]. 这就说明环境的掺杂是形成 2DEG 的重要来源. 输运实验也能揭示出拓扑绝缘体表面存在 2DEG^[15,44,45]. 总之, 来自 ARPES、输运实验和理论计算的证据, 都证明拓扑平庸的 2DEG 在拓扑绝缘体表面坚实地存在着, 从而为我们指认二维 UCF 的真正起源提出了挑战.

这里, 我们提出可以通过测量 UCF 的内禀 RMS 幅度来判断其起源. 根据近来发展的拓扑表面态的 UCF 理论^[46,47], 我们可知其 UCF 幅度为 $\delta G_{\text{RMS}} = (0.43-0.54)e^2/h$. 而平庸 2DEG 的 UCF 幅度为 $\delta G_{\text{RMS}} = 0.86e^2/h$. 所以, 直接比较 UCF 的实验值更接近于哪一个理论值, 就可以判断 UCF 的起源了. 但是, 正如图 2—图 4 的实验结果所示, 实验上只测量到了 $0.01e^2/h$ 量级的 UCF 幅度. 这是由于我们的样品尺寸总是大于其相干长度 ($L > L_{\phi}$), 不同相干区的平均效应导致 UCF 幅度减小的结果, 而上述理论预期却是在 $L < L_{\phi}$ 的情形下的结果. 所以, 我们需要考虑适当的标度律, 从实验 UCF 值反推得到单个相干区的 UCF 幅度 (我们称之为内禀 UCF 幅度), 这时才能够与理论值进行比较.

考虑一种经典的自平均效应, $N = L \times W/L_{\phi}^2$ 个相干区的统计平均使得内禀 UCF 幅度被抑制了 $1/\sqrt{N}$. 由于理论计算结果是系统的电导率, 所以还需要考虑系统的二维电导率 $G_{\square} = G \cdot (L/W)$. 最终, 实验测量 UCF 幅度 δG_{RMS} 与单个相干区的内禀 UCF 幅度 $\delta G_{\text{RMS}}^{\square}$ 之间的关系为:

$$\delta G_{\text{RMS}} \simeq \beta \frac{\delta G_{\text{RMS}}^{\square}}{\sqrt{N}} \cdot \frac{W}{L} = \delta G_{\text{RMS}}^{\square} \cdot \beta \frac{L_{\phi} W^{1/2}}{L^{3/2}}, \quad (5)$$

其中 β 为常数, 它与系统的对称性有关, 在这里取 $\beta = 1/(2\sqrt{2})$ ^[48].

在本工作中, 我们一共测量了 14 个样品的 UCF 输运行为. 对于每一个样品, 其长度 L 和宽度 W 可以从 AFM 测量获得, 从 $\delta G-B$ 曲线可以求出 δG_{RMS} 和 L_{ϕ} . 于是, 应用 (5) 式就可以获得每个样品的内禀 UCF 幅度 $\delta G_{\text{RMS}}^{\square}$, 其结果显示在图 6 中, 其中还展示了不同温度下的结果. 我们可以发现, $\delta G_{\text{RMS}}^{\square}$ 的实验结果没有呈现一个集中统一的趋势, 其分布有些弥散, 有几点原因可以解释该现象. 其一, 尽管所有样品都剥离自同一晶体, 但每个样品的杂质浓度和分布细节仍有所区别, 从而导致不

同的UCF大小. 其二, UCF的幅度还依赖于系统的费米能级位置, 显然, 本实验中不能保证所有样品的费米能级都处于相同位置, 所以, 它们的UCF幅度也各异. 第三, (5)式只考虑了UCF的尺寸平均效应而忽略了其他效应(如能量平均效应), 而两种平均效应在每个样品中的比重是有区别的, 所以如(5)式的简化处理有可能放大实验误差而导致图6中的实验点弥散分布.

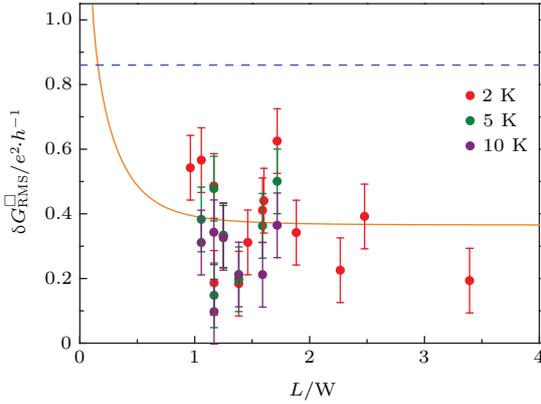


图6 内禀UCF幅度随 L/W 的变化, 其中实线为(6)式的预期, 虚线为平庸2DEG的预期值

Fig. 6. Intrinsic UCF amplitudes as a function of L/W : the closed-circle markers present the experimental data and the solid curve shows the theoretically expected values according to Eq. (6), the dashed line presents the expected values for a topologically trivial 2DEG.

理论上, 一个具有二维几何形状的拓扑表面态的UCF幅度可以用下式描述^[49]:

$$\delta G_{\text{RMS}} = \frac{e^2}{\pi^2 h} \left(\sum_{\substack{n_x=1 \\ n_y=-\infty}}^{+\infty} \frac{12g_s g_v}{[n_x^2 + 4(L/W)^2 n_y^2]^2} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

对于拓扑表面态, 其中 $g_s g_v = 1$. 该曲线已描绘在图6中(如实线所示). 可见, 随着 L/W 增加, UCF幅度逐渐减小; 当 $L/W \gtrsim 1$ 时, UCF幅度饱和至 $\delta G_{\text{RMS}} = 0.37e^2/h$ 的水平. 而我们的所有样品都满足 $L/W > 1$, 所以没有观察到 $\delta G_{\text{RMS}}^{\square}$ 对尺寸的显著依赖. 尽管如上文讨论的诸多原因引起的实验值的弥散分布, 我们仍然观察到所有实验点都分布在拓扑表面态的理论值附近, 而远离拓扑平庸2DEG的预期水平(图6中的虚线). 这就说明, 在 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带中观察到的UCF是拓扑表面态响应的结果, 而不是拓扑平庸的2DEG. 从而最终确定了二维UCF的起源.

正如上文提到的, 诸多原因(如杂质浓度、费米能级位置、平均效应等)的影响, 使得提取到的表面态的内禀UCF幅度存在较大的误差, 所以, 这里通过比较UCF的幅度而判定UCF由拓扑表面态贡献的结论只是一个初步结果, 更可靠的证据仍需要进一步的实验研究. 例如, 为了规避平均效应的影响, 需要制作尺寸更小($L < L_\phi$)的纳米带样品; 为了避免不同样品的杂质浓度不同对UCF的影响, 可以在同一个样品上制作不同间距的电极, 以研究UCF的尺寸标度效应; 再通过门电压调控可以研究UCF随费米能级的演化行为. 另外, 更低的温度也是必要的, 它可以避免热平均效应的影响, 而且, 更长的相干长度预示着更强的UCF幅度, 将会更准确地反映拓扑表面态的贡献. 而在下一节中, 将会展示一个这方面的初步探索示例.

5 拓扑表面态的统计对称性初探

上文对拓扑绝缘体UCF的讨论是基于一种微观的视角^[21], 即考虑样品在一个杂质系综中所有的无序杂质分布状态, 再采用数值模拟的方式计算每种杂质分布的电导, 最后统计得到UCF的均方根幅度, 再与实验结果进行对比. 而本节将从一种宏观的视角来考察UCF现象^[50], 它比微观视角更加简洁, 更能反映UCF的普适性.

5.1 普适电导涨落的统计对称性

在宏观视角下, 系统的电导由Landauer-Büttiker公式确定^[51], 即由系统的转移矩阵(transfer matrix) \mathbf{T} 确定. 此时, 原来对一个杂质系综的研究转变为对满足一定条件的 \mathbf{T} 矩阵集合的研究. 因为杂质系综内每一种杂质分布都对应一个 \mathbf{T} 矩阵, 无穷多的杂质分布状态对应着无穷多各不相同的 \mathbf{T} 矩阵. 事实上, 如此众多的 \mathbf{T} 矩阵构成的集合完全可以看成一个随机矩阵(random matrix)集合. 于是, 对某个杂质系综的研究就可以转为直接对某个随机矩阵集合的研究, 而不用再去考虑每个杂质分布的细节, 通过限制该随机矩阵集合满足一定的条件以对应原杂质系综的总体特性, 对随机矩阵的统计结果就可以得到UCF的特征. 这就是UCF的随机矩阵理论^[28,52-59], 在这里, 材料的哈密顿细节将不会对最终统计结果产生影响,

系统的UCF特征将由随机矩阵集合的对称性决定. 由随机矩阵理论给出的UCF幅度可以表示为

$$\delta G_{\text{RMS}} \simeq c_d \frac{e^2}{h} \sqrt{ks^2/\beta}, \quad (7)$$

其中, c_d 是一个与维度 d 有关的系数, k 是矩阵 tt^\dagger 的统计独立的本征值序列数(t 是透射矩阵), s 是本征值序列的简并度, β 是一个与对称性有关的常数. 由Dyson^[60]引入哈密顿量的高斯型分布, 将具有不同对称性的随机矩阵归入如下三种系综(也称为三种普适对称类): 高斯正交系综(Gaussian orthogonal ensemble, GOE)描述同时具有时间反演对称性和自旋旋转对称性的系统, 对应Wigner-Dyson参数为 $\beta = 1$; 高斯么正系综(Gaussian unitary ensemble, GUE)描述时间反演对称性破缺的系统, $\beta = 2$; 高斯辛系综(Gaussian symplectic ensemble, GSE)则描述时间反演对称性保持而自旋旋转对称性破缺的系统, 即存在自旋轨道相互作用(spin-orbit interaction, SOI)的系统由GSE描述, 其 $\beta = 4$.

从(7)式可以看出, 属于不同普适对称类的系统具有不同的UCF幅度. 而系统的普适对称性可以由外参量进行调控, 从而可以从实验上观察到UCF幅度在不同普适类之间的转变. 一般说来, 外磁场的出现可以打破系统的时间反演对称性, 从而可以引起GOE(或GSE)向GUE的转变; 而系统的SOI强度可以通过门电压(gate voltage)调控实现, 从而导致GSE向GOE的转变. 不同的系统在各个普适类之间转变时对应的UCF幅度的变化可以根据(7)式计算, 其结果已总结在表1中(为方便计, 表中只显示了 $\sqrt{ks^2/\beta}$ 的值), 接下来将对其分别讨论.

对于一般的无序金属, 首先考虑没有SOI效应(或SOI很弱)的系统. 在没有外磁场($B = 0$)时,

系统的对称性属于GOE($\beta = 1$), 这时的本征值简并度只有自旋简并($s = 2, k = 1$), 对应的UCF幅度为 $\sqrt{ks^2/\beta} = 2$. 当外磁场超过阈值 $B_c = \phi_0/L_\phi^2$ 时(其中, $\phi_0 = h/e$ 为量子磁通), 时间反演对称性被打破, 系统进入GUE($\beta = 2$), s 和 k 依然如故, 于是 $\sqrt{ks^2/\beta} = \sqrt{2}$. 可见, 在发生GOE→GUE转变时, 系统的UCF幅度减小了 $1/\sqrt{2}$. 如果进一步增加磁场, 使得系统发生显著的塞曼分裂而发生自旋退简并($s = 2 \rightarrow s = 1$), 此时, 自旋向上和自旋向下的本征值序列变得统计独立($k = 1 \rightarrow k = 2$), 而系统仍然处于GUE, 于是 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1$. 最终, 对于弱SOI的无序金属系统, 随着外磁场的增加, 当时间反演对称性被打破时($B > B_c$), 其UCF幅度会减小 $1/\sqrt{2}$; 当磁场超过塞曼场时($B > B_Z$), 其UCF幅度会再减小 $1/\sqrt{2}$. 上述转变已被实验证实^[61–65].

再来考虑具有强SOI的无序金属系统. 在零场时, 系统属于GSE($\beta = 4$); 尽管SOI已经使自旋退简并, 但由于此时时间反演对称性仍然成立, 从而引入一个二度的Kramers简并($s = 2, k = 1$), 于是有 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1$. 当磁场超过 B_c 以使时间反演对称性破缺时, 系统进入GUE($\beta = 2$), 同时Kramers简并解除($s = 2 \rightarrow s = 1$), 但 k 依然不变. 此时有 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1/\sqrt{2}$. 磁场继续增加时, UCF幅度不再减小. 所以, 对于具有强SOI的无序金属, 其UCF幅度随外磁场的增加将减小 $1/\sqrt{2}$. 该效应同样获得实验证明^[66].

另外, 从表1中可以看到, 对于普通金属系统, 在零磁场时, 系统可以发生GOE→GSE的转变, 它对应UCF的幅度会减小 $1/2$. 尽管在一些量子阱中已经实现门电压对SOI强度的有效调控^[67], 但关于UCF的上述转变仍然没有实验报道.

表1 不同对称性下的UCF幅度(单位为 $c_d e^2/h$)
Table 1. UCF amplitude of different symmetry (Unit: $c_d e^2/h$).

系统	情形	$B = 0$	$B_c < B < B_Z$	$B > B_Z$
正常金属	弱SOI	2	$\sqrt{2}$	1
	强SOI	1	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
石墨烯	靠近狄拉克点	4	$2\sqrt{2}$	2
	远离狄拉克点	2	$\sqrt{2}$	1
单一拓扑表面态	靠近狄拉克点	1	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
	远离狄拉克点	1/2	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$

接下来考虑石墨烯系统, 这里仍然要分成两种情形来讨论: 靠近狄拉克点和远离狄拉克点. 首先考虑系统的费米能级靠近狄拉克点的情形, 此时, 两个狄拉克锥之间的散射(即谷间散射)被抑制, 使得赝自旋发生简并($s_{\text{valley}} = 2$)而使旋转对称性破缺. 所以, 这时的石墨烯在零磁场时属于GSE ($\beta = 4$). 再考虑到电子的自旋简并($s_{\text{spin}} = 2$)和狄拉克点的Kramers简并($s_{\text{Kramers}} = 2$), 最终得到总的简并度为 $s = s_{\text{valley}} \times s_{\text{spin}} \times s_{\text{Kramers}} = 8$, 而 $k = 1$. 于是计算得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 4$. 当外磁场增加以打破时间反演对称性时, 石墨烯归于GUE ($\beta = 2$). 此时, Kramers简并解除($s_{\text{Kramers}} = 1$), 而赝自旋和自旋简并依然存在($s_{\text{valley}} = 2, s_{\text{spin}} = 2$), 于是有 $s = 4$ 和 $k = 1$, 而 $\sqrt{ks^2/\beta} = 2\sqrt{2}$. 如果外磁场进一步增大使电子自旋发生塞曼分裂, 此时有 $s_{\text{valley}} = 2, s_{\text{spin}} = 1, s_{\text{Kramers}} = 1$, 以及 $s = 2$ 和 $k = 2$. 系统仍然属于GUE, 所以有 $\sqrt{ks^2/\beta} = 2$.

再考虑石墨烯的费米能级远离狄拉克点的情形, 此时, 强烈的谷间散射使赝自旋简并解除($s_{\text{valley}} = 1$), 系统满足自旋旋转对称性. 由此判断, 这时的石墨烯在零磁场时属于GOE ($\beta = 1$). 费米能级远离狄拉克点也使Kramers简并解除($s_{\text{Kramers}} = 1$), 于是, 系统的简并度由自旋简并度决定, $s = s_{\text{spin}} = 2$. 再有 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 2$. 当 $B > B_c$ 时, 时间反演对称性打破, 系统属于GUE ($\beta = 2$), 以及 $s = 2$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = \sqrt{2}$. 当 $B > B_Z$ 时, 电子的自旋简并解除, 有 $s = 1$ 和 $k = 2$, 以及 $\beta = 2$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1$.

总结一下石墨烯中UCF的统计规律. 第一, 不论系统费米能级处于何处, UCF幅度随外磁场增加先减小 $1/\sqrt{2}$ (时间反演对称性破缺), 然后再进一步再减小 $1/\sqrt{2}$ (自旋退简并). 第二, 不论外磁场的大小(即时间反演对称性是否成立和电子自旋是否发生塞曼分裂), 调控门电压以使系统的费米能级远离狄拉克点时, 将观察到UCF幅度减小 $1/2$. 实验证实了上述论断^[48,68,69].

最后再讨论拓扑表面态的情况. 由于拓扑绝缘体中只有一个狄拉克锥($s_{\text{valley}} = 1$), 而且自旋轨道锁定使得表面态总是自旋极化的($s_{\text{spin}} = 1$), 所以系统总的简并度由Kramers简并决定, 这也使得拓扑表面态在零磁场时属于

GSE ($\beta = 4$). 仍然先讨论费米能级靠近狄拉克点的情形, 零磁场时存在狄拉克点的Kramers简并, 所以有 $s = s_{\text{Kramers}} = 2$. 根据 $\beta = 4$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1$. 当 $B > B_c$ 时, 系统进入GUE ($\beta = 2$), Kramers简并因时间反演对称破缺而解除, 有 $s = s_{\text{Kramers}} = 1$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1/\sqrt{2}$. 进一步增大磁场不会导致额外的效应发生.

在系统的费米能级远离拓扑表面态的狄拉克点时, 这里不存在Kramers简并而使 $s = 1$. 在零磁场时, 拓扑表面态属于GSE ($\beta = 4$), 再有 $s = 1$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1/2$. 当外磁场出现 ($B > B_c$) 使系统进入GUE ($\beta = 2$) 时, 仍有 $s = 1$ 和 $k = 1$, 此时将得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 1/\sqrt{2}$. 更强磁场不会导致额外效应.

总结一下单个拓扑表面态的情形, 可以得到如下结论. 第一, 当费米能级靠近狄拉克点时, 拓扑表面态的UCF幅度随磁场增加会减小 $1/\sqrt{2}$. 第二, 当费米能级远离狄拉克点时, 拓扑表面态的UCF幅度随磁场增加会增大 $\sqrt{2}$ 倍, 这是与其他系统完全不同的特点. 第三, 当费米能级在逐渐远离狄拉克点的过程中, 拓扑表面态的UCF幅度在零磁场下会减小 $1/2$, 而在有限磁场 ($B > B_c$) 下时却保持不变.

5.2 两个拓扑表面态共存时的统计对称性

在上一节中只讨论了单个拓扑表面态的统计对称性, 而在实际系统中, 拓扑绝缘体薄膜总是存在着两个相对的表面^[15,70,71], 从而表1的理想系统不能直接应用于实验. 在这里, 我们将讨论在两个拓扑表面态共存的情形下的UCF统计规律. 此时, 两个表面之间会发生相互作用, 因此需要分耦合和独立两种情况. 而每种情况中又要分靠近和远离狄拉克点的两种类型, 所以, 当两个拓扑表面态共存时, 总共有四种情形需要讨论(图7). 接下来分别介绍.

第一种情形, 两个拓扑表面态之间相干耦合在一起, 费米能级靠近狄拉克点(图7(a)). 在零磁场时, 由于两个表面的狄拉克锥可以相互通信, 因而表现得只有一个锥, 即 $s_{\text{valley}} = 1$; 两个狄拉克锥重合的结果导致自旋简并($s_{\text{spin}} = 2$), 从而自旋旋转对称性成立, 使得系统属于GOE ($\beta = 1$). 狄拉克点的Kramers简并导致 $s_{\text{Kramers}} = 2$, 于是

总的简并度为 $s = s_{\text{valley}} \times s_{\text{spin}} \times s_{\text{Kramers}} = 4$. 再有 $k = 1$, 计算得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = 4$. 当外场增加到时间反演对称性破缺时 ($B > B_c$), 系统归于 GUE ($\beta = 2$). 此时, Kramers 简并解除 ($s_{\text{Kramers}} = 1$), 但两个拓扑表面态仍然保持耦合状态, 即 $s_{\text{valley}} = 1$ 和 $s_{\text{spin}} = 2$. 于是, $s = 2$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = \sqrt{2}$. 当外场进一步增加, 此时两个拓扑表面态退耦 (记临界磁场为 B_D), 即 $s_{\text{valley}} = 2$ 而 $s_{\text{spin}} = 1$. 再有 $s_{\text{Kramers}} = 1$, 得到 $s = 2$. 再根据 $\beta = 2$ 和 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = \sqrt{2}$. 同理, 可以推得两个表面耦合而费米能级远离狄拉克点时 (第二种情形, 如图 7(b) 所示) 的 UCF 统计规律, 结果列在表 2 中.

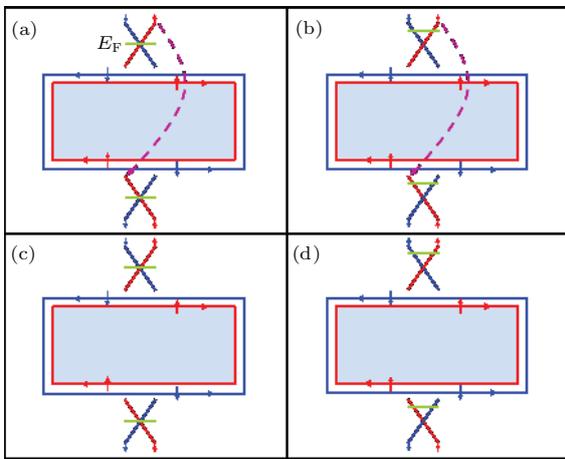


图 7 两个拓扑表面态发生耦合的示意图
Fig. 7. The schematic diagram of the two TSSs coupling/decoupling.

第三种情形, 两个拓扑表面态之间相互独立, 费米能级靠近狄拉克点 (图 7(c)). 在 $B = 0$ 时, 由

于两个表面的狄拉克锥之间的通讯被切断, 使得它们相互独立 ($s_{\text{valley}} = 2, s_{\text{spin}} = 1$), 从而系统的旋转对称性破缺而属于 GSE ($\beta = 4$). 另外, 狄拉克点的 Kramers 简并使得 $s_{\text{Kramers}} = 2$, 于是 $s = 4$. 利用 $k = 1$, 从而计算得 $\sqrt{ks^2/\beta} = 2$. 当 $B > B_c$ 时, 时间反演对称性破缺, 系统进入 GUE ($\beta = 2$), 狄拉克点的 Kramers 简并解除 ($s_{\text{Kramers}} = 1$), 但仍有 $s_{\text{valley}} = 2$ 和 $s_{\text{spin}} = 1$, 于是 $s = 2$. 再根据 $k = 1$, 得到 $\sqrt{ks^2/\beta} = \sqrt{2}$. 显然, 磁场进一步增加不会引起额外的效应了. 同理可以得到费米能级远离狄拉克点时的结果 (图 7(d) 所示的第四种情形).

以上四种情形的结果都总结在表 2 中, 可以发现 UCF 幅度具有如下特点: 1) 不论两个拓扑表面态是处于耦合或退耦状态, 也不论费米能级处于何位置, 只要时间反演对称性破缺, 系统的 UCF 幅度都一样 ($\sqrt{2}$). 2) 不论系统的费米能级处于何位置, 当时间反演对称性成立时, 两个拓扑表面态从耦合向退耦状态转变的过程中, 将伴随着 UCF 幅度减小 $1/2$. 3) 不论两个表面处于何种状态 (耦合或退耦), 只要时间反演对称性成立, 当系统的费米能级从狄拉克点逐渐远离时, 系统的 UCF 幅度将减小 $1/2$. 4) 两个拓扑表面态处于如下两种状态时, UCF 不能区分它们: i) 两表面耦合, 费米能级远离狄拉克点; ii) 两表面退耦, 费米能级靠近狄拉克点. 这两种情况下的 UCF 幅度大小一样, 都随磁场增加减小 $1/\sqrt{2}$. 5) 当两个表面耦合, 其费米能级靠近狄拉克点时, UCF 幅度随磁场增加将减小 $1/(2\sqrt{2})$ 倍. 6) 当两个表面相互独立, 系统费米能级远离狄拉克点时, UCF 幅度随磁场增加将增大 $\sqrt{2}$ 倍.

表 2 两个拓扑表面态共存时的 UCF 幅度 (单位为 $c_d e^2/h$)
Table 2. UCF amplitude with two TSSs coexisting (Unit: $c_d e^2/h$).

情形		$B = 0$	$B_c < B < B_D$	$B > B_D$
相干耦合	靠近狄拉克点	4	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
	远离狄拉克点	2	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
相互独立	靠近狄拉克点	2	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
	远离狄拉克点	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

5.3 实验结果与讨论

图 8 展示了一个厚度为 42 nm 的 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带器件的输运行为, 其 $R-T$ 曲线依然表现出非金属性 (图 8(a)). 图 8(b) 显示的是该样品在零磁场

和 30 mK 的极低温下的 $G-V_G$ 曲线, 由于并没有观察到电阻极大值出现, 即在 $-60-30$ V 的门电压范围内没有成功访问到下表面的狄拉克点. 但是, 叠加在光滑背景上的电导涨落却清晰可见. 如果减去光滑的多项式背景, 从而得到电导涨落随门电压

的变化曲线 ($\delta G-V_G$), 如图 8(d) 所示. 从图中可以看到电导随 V_G 剧烈振荡, 已不能清楚分辨电导涨落的峰谷特征. 为了证明该无规的电导振荡是源于 UCF 效应, 我们研究了不同温度下的电导涨落现象. 图 8(c) 所示为不同温度下的 $\delta G-V_G$ 曲线, 可以看到一些较大的涨落峰在不同温度时都重复出现了. 如果把其中的某一小范围振荡放大, 如图 8(e) 中显示的 $-4-2$ V 之间的 $\delta G-V_G$ 曲线, 此时, 清晰的电导涨落峰呈现出来, 而且在不同温度下都表现出相似的电导涨落. 事实上, 我们还测量了在改变门电压扫描方向时的 $\delta G-V_G$ 曲线, 观察到了在相反

的 V_G 扫描方向下得到相同的电导涨落图像 (文中未展示该结果). 所有这些都说明了, 图 8(b)–(e) 中展示的无规的电导随门电压的涨落是可以重复实现的, 它可以用作样品中杂质分布的指纹特征. 计算 $\delta G-V_G$ 曲线的电导涨落幅度 (即电导涨落 RMS 值: δG_{RMS}), 结果如图 8(f) 所示, 可以看出 δG_{RMS} 随温度升高而逐渐减小, 从而排除了热噪声的可能. 根据以上实验证据, 我们最终可以认定该门电压引起的电导振荡现象是由量子干涉效应引起的 UCF 现象.

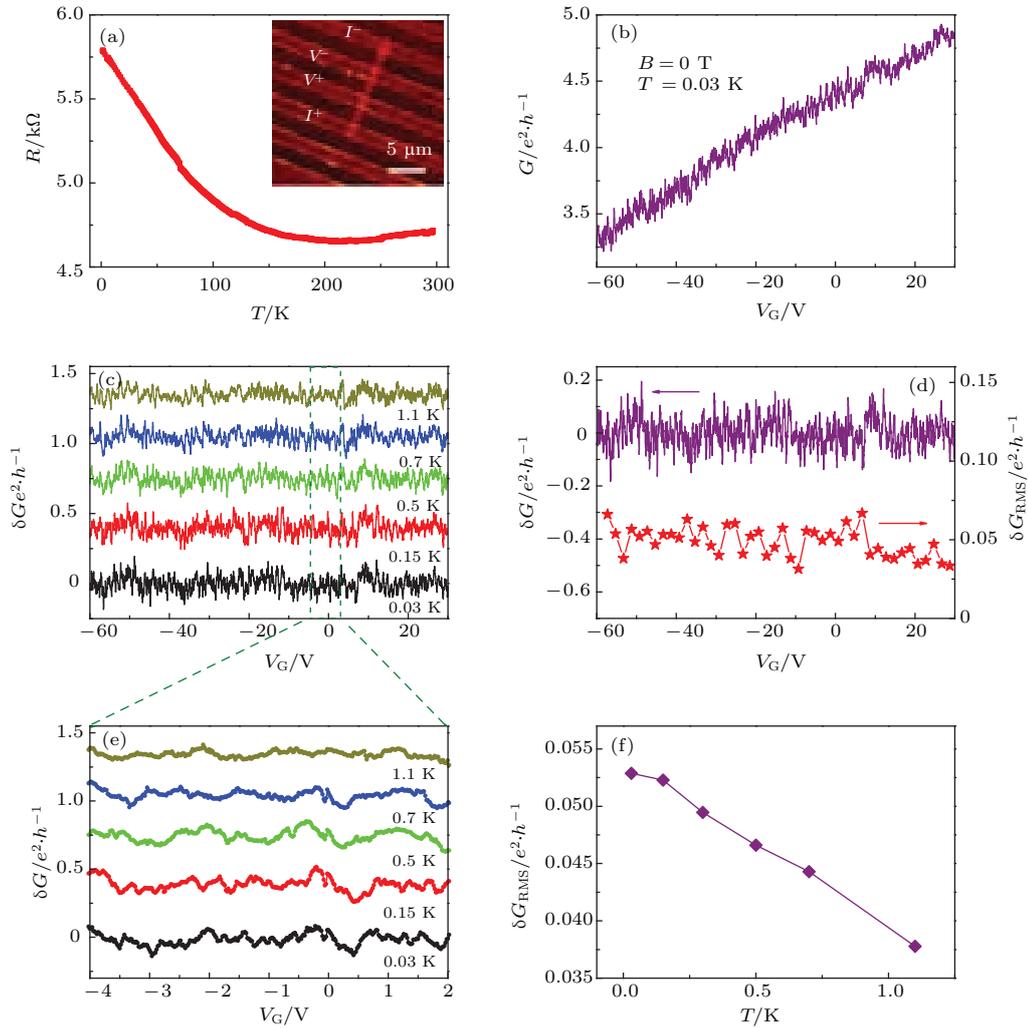


图 8 门电压引起的 UCF 现象 (a) $R-T$ 曲线, 插图为样品的 AFM 图像; (b) $G-V_G$ 曲线; (c) 不同温度时的 $\delta G-V_G$ 曲线; (d) $T = 0.03$ K 时的 $\delta G-V_G$ 和 $\delta G_{\text{RMS}}-V_G$ 曲线; (e) 图 (c) 在 $-4-2$ V 区间的放大图; (f) δG_{RMS} 随温度的变化
 Fig. 8. Tuning UCF by a gate-voltage: (a) the $R-T$ curve, the inset is the AFM image; (b) the $G-V_G$ curve at $T = 0.03$ K and $B = 0$ T; (c) the $\delta G-V_G$ curves at various temperatures; (d) the $\delta G-V_G$ and $\delta G_{\text{RMS}}-V_G$ curves at $T = 0.03$ K; (e) the enlarged curves of (c) in the V_G range of $-4-2$ V; (f) temperature dependence of δG_{RMS} .

在证实电导振荡的 UCF 起源后, 重新考察图 8(d) 中 V_G 引起的 UCF 现象. 如果取电压间

隔为 $\Delta V = 2$ V, 在 ΔV 范围内计算电导涨落 RMS 值, 从而得到 δG_{RMS} 随 V_G 的变化关系, 如

图8(d)的下半幅图所示. 根据表1的结论可知, 当费米能级 E_F (即 V_G) 从狄拉克点逐渐远离的过程中, δG_{RMS} 会减小 $1/2$. 从图8(d)中可以看到, δG_{RMS} 随 V_G 在 -60 — 10 V 的范围内基本保持不变 ($\delta G_{\text{RMS}} \approx 0.05e^2/h$), 而在 $V_G > 10$ V 时开始呈现减小的趋势. 特别是在 $V_G = 30$ V 时, δG_{RMS} 已经接近 $0.025e^2/h$, 即减小了将近 $1/2$. 这似乎预示着 $V_G = -60$ — 10 V 的范围是靠近狄拉克点的区域, 而 $V_G > 10$ V 的范围是远离狄拉克点区域. 但这是显然违背实验事实的. 一方面, R - T 曲线给出的热激活能隙只有约 1 meV, 它表明 $V_G = 0$ V 时的费米能级是接近导带底的. 另一方面, 从图8(b)可以判断狄拉克点位于 $V_G < -60$ V 的范围内. 所以, 这里的 $V_G = -60$ — 10 V 的范围事实上都是位于远离狄拉克点的区域. 于是, 图8(d)中的 δG_{RMS} 随 V_G 的减小不能解释为拓扑表面态的 Kramers 退简并引起的, 其原因或许是由于在 $V_G > 10$ V 时体相贡献逐渐显现的缘故.

图9(a)展示了在不同的恒定垂直磁场 B 时, 该样品的电导涨落 δG 随门电压 V_G 的变化 (δG - V_G 曲线). 计算每条 δG - V_G 曲线的电导涨落 RMS 值, 最终得到 δG_{RMS} 随磁场 B 的演化关系, 如图9(b)所示, 图中同时显示了关联场 $B_c = 0.035$ T 的位置. 从图9(b)中可以看到, δG_{RMS} 随磁场增加减小了 $1/\sqrt{2}$ 之后而达到饱和值, 而且, B_c 的位置正好处于转变区的中间, 从而说明该 δG_{RMS} 的减小是时间反演对称性破缺的结果. 对照表1, 发现该实验结果应该对应狄拉克点附近的拓扑表面态的统计规律. 而事实上, 我们已经指认了该样品中门电压工作的范围是远离狄拉克点的拓扑表面态区域, 而该区域所预期的 UCF 统计规律却是 δG_{RMS} 随磁场增加应该增大 $\sqrt{2}$ 倍, 这是与实验结果相矛盾的. 另外, 图9(b)显示的实验规律也满足具有强 SOC 的拓扑平庸 2DEG 的统计预期. 但是, 上一节已经证明了系统中的 2DEG 不会引起显著的 UCF 效应. 所以, 图9所示的实验结果不能被单个拓扑表面态的统计规律所解释, 必须考虑存在两个拓扑表面态的情形.

事实上, 根据 WAL 分析的结果显示, 该样品的体相载流子的相干长度超过了样品的厚度, 即上下两个拓扑表面态通过体相载流子为媒介而相干耦合在一起^[15]. 再考虑到系统的费米能级远离狄拉克点, 对照表2的结果, 可以发现, 在这种情形下,

理论预期磁场增加将导致 δG_{RMS} 减小 $1/\sqrt{2}$, 正好与实验结果一致.

因此, 我们的实验展示了一个拓扑表面态处于耦合情形下的 UCF 统计规律, 实验结果也证明了两个拓扑表面态发生耦合时其拓扑性消失的结论. 而关于两个拓扑表面态在退耦情形下的 UCF 统计规律的实验研究仍在进展中.

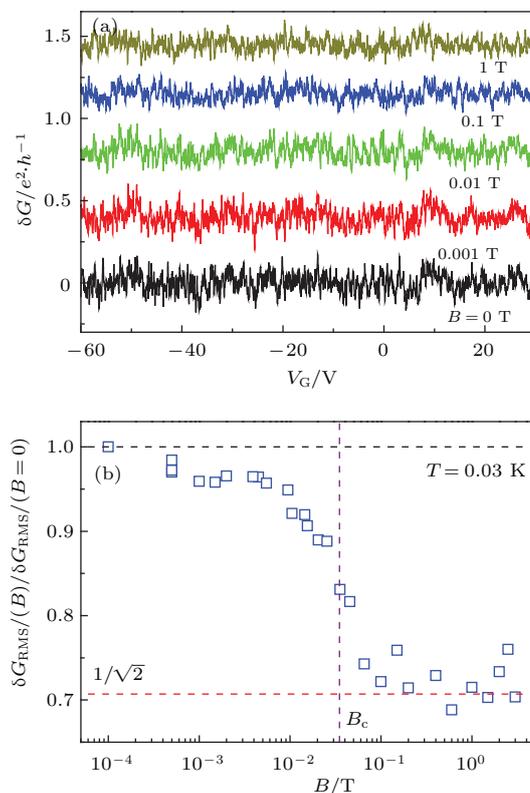


图9 磁场对 UCF 的调控 ($T = 0.03$ K) (a) 不同磁场 B 的 δG - V_G 曲线; (b) δG_{RMS} 随磁场 B 的演化

Fig. 9. Tuning UCF by field at $T = 0.03$ K: (a) the δG - V_G curves at various field; (b) the magnetic field dependence of δG_{RMS} .

6 拓扑绝缘体 UCF 研究的其他进展

在介绍了大块拓扑绝缘体单晶中的电导涨落现象之后, 本文的第4, 5节回顾了我们在拓扑绝缘体的 UCF 研究中的若干进展. 除此之外, 国际上关于拓扑绝缘体的 UCF 性质也有若干零星的研究工作报告, 本节将简要介绍这些工作.

在理论研究方面^[46,47,49,72,73], Adroguer 等^[46]讨论了拓扑表面态的扩散输运, 就 UCF 性质而言, 他们得到的结果与普通金属无异. 由于拓扑表面态的自旋非简并特性, 所以, 其 UCF 幅度比普通金属要小. Rossi 等^[49]研究了狄拉克材料(石墨烯和拓扑绝缘体)在长程无序情形下的量子扩散输运,

推导出一个普适的UCF幅度随系统形状(不同长宽比 L/W 的二维矩形状几何)变化的关系,即(6)式.但在某些条件下(例如,临近狄拉克点和远离狄拉克点),系统的数值计算结果表现出对(6)式明显的偏离.在Rossi等的结果中,仍未发现拓扑表面态的奇异特性在UCF中的显现.而Zhang等^[47]的研究发现,重无序拓扑表面态的电导平均值 $\langle G \rangle$ 量子化为特定的分数值: $\langle G_{zz} \rangle = 1$, $\langle G_{xx} \rangle = 4/3$, $\langle G_{zx} \rangle = 6/5$,其中的下标 zz 等表示电流方向,它们的单位都是 e^2/h .上述三种配置所对应的均方根电导涨落 δG_{RMS} 分别为 $0.54e^2/h$, $0.47e^2/h$, $0.50e^2/h$.但是,要在实验上测量这些量子化的UCF会比较困难.一方面,实验中测量的电导应是包含 zz , xx , zx 等情形在内的所有配置,综合的结果不一定出现量子化电导;另一方面,不可避免的体相或者拓扑平庸的二维电子气总会贡献一定的电导,分离出纯粹表面态的UCF电导仍是一项艰巨的挑战.

在实验研究方面^[29,30,74-77],Xia等^[74]在 $\text{Bi}_{1.5}\text{Sb}_{0.5}\text{Te}_{1.8}\text{Se}_{1.2}$ 纳米薄片上观察到了随时间

变化的UCF现象,这是由于样品中的散射中心(如缺陷、杂质等)随时间发生了位置迁移或者杂质态在基态与亚稳态之间跃迁而导致电子干涉相位发生变化所致.Matsuo等^[77]研究了 Bi_2Se_3 准一维纳米结构的UCF尺寸标度行为,图10(c)为MBE生长的 Bi_2Se_3 薄膜制备出微结构,以研究不同长度 L 的 Bi_2Se_3 纳米带的UCF性质,结果如图10(a)所示.根据一维UCF理论^[16],在 $L_T \ll L_\phi \ll L$ 时,UCF的RMS幅度可以表达为

$$\delta G_{\text{RMS}} = C \frac{e^2}{h} \left(\frac{L_T L_\phi^{1/2}}{L^{3/2}} \right), \quad (8)$$

其中的常数 C 在具有SOI及时间反演破缺的情形下为 $\sqrt{\pi/3} = 1.023 \dots$.图10(b)展示了 δG_{RMS} 与 $L^{-3/2}$ 的关系,可见他们之间满足一个良好的线性关系,从而定性地说明了准一维的 Bi_2Se_3 纳米带的电导涨落现象满足一维的UCF规律.为了更加准确地揭示其UCF本质,图10(d)展示了 δG_{RMS} 与 $L_T L_\phi^{1/2}/L^{3/2}$ 的标度关系,对实验数据进行线性拟合,就可以从实验上确定(8)式中的常数 C .实验结果得到 $C = 0.51 \pm 0.02$,可见该结果与理论值1.02

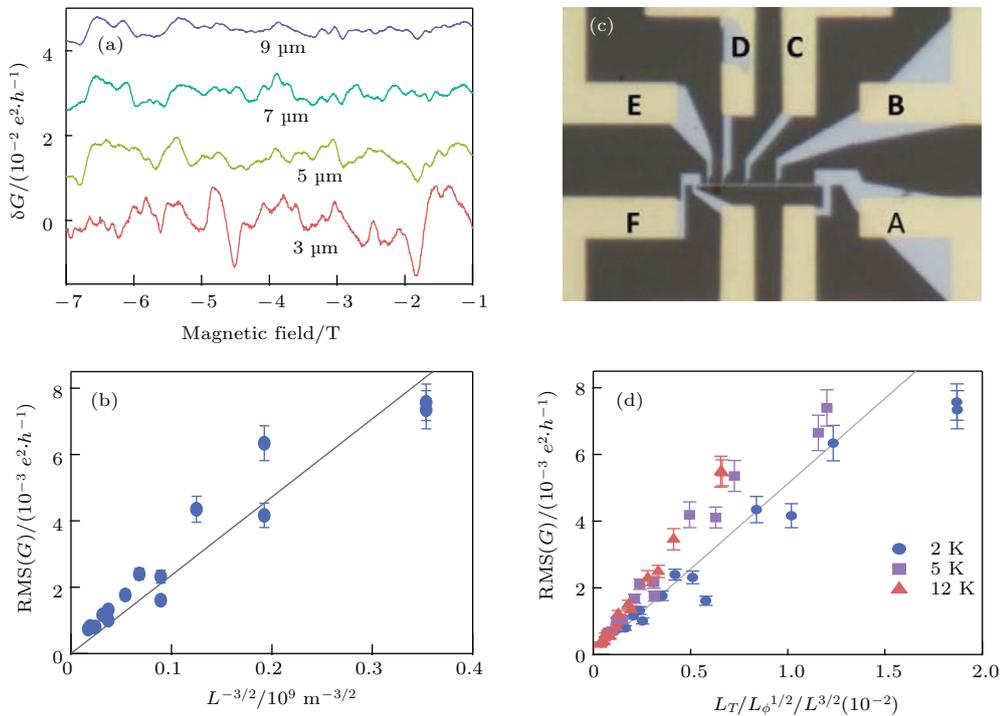


图10 Bi_2Se_3 准一维纳米结构的UCF效应 (a) 不同样品长度的 δG - B 曲线; (b) δG_{RMS} 与样品长度 L 的关系; (c) 样品的光学像,整张图片的长度为 $50 \mu\text{m}$; (d) δG_{RMS} 随 $L_T L_\phi^{1/2}/L^{3/2}$ 的标度关系^[77]

Fig. 10. UCF features of a Bi_2Se_3 quasi-one-dimensional nanostructure: (a) the δG - B curves of different sample length; (b) the relationship between δG_{RMS} and sample length L ; (c) optical image of the Bi_2Se_3 wire sample, the width of the whole image is $50 \mu\text{m}$; (d) δG_{RMS} as a function of $L_T L_\phi^{1/2}/L^{3/2}$ ^[77].

相比小了将近 $1/2$ 。作为对其原因的猜测,一方面或许是(8)式的前提条件 $L_T \ll L_\phi \ll L$ 在实验中并不总是得到满足;另一方面或许是拓扑表面态的奇异输运行为导致了实验结果对传统UCF理论的偏离。总之,该实验展示了拓扑绝缘体中UCF输运特征的一些奇异行为,为揭示拓扑表面态的UCF特性提供了一些新的思路。

7 结论与展望

本文主要回顾了我们课题组在拓扑绝缘体的UCF研究方面的工作进展。主要结果可以概括为:观察到在 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带的低温磁电阻曲线上高场区的无规电导振荡,通过改变磁场扫描方向和改变温度证明了该无规电导涨落是本征的,电导涨落幅度随温度升高而减小证明其量子特性,从而将其起源归因于UCF效应。改变外磁场与纳米带平面法线之间的夹角,观察到电导涨落峰位置随夹角以 $1/\cos\theta$ 的规律变化,说明该UCF具有二维特性,从而自然地联想到这是二维的表面态产生的结果。但是,尽管已经实现非金属的体相,但仍有少量的低迁移率的体载流子残存,考察其WAL效应(外磁场平行于纳米带轴线时),获得的体载流子的相干长度与样品厚度相当。于是,如果体相也能贡献UCF,则准二维的体载流子也会表现出二维的UCF特性,这就干扰了对二维UCF起源的判断。考虑到UCF幅度对载流子相干长度的敏锐依赖性,我们向纳米带轴向施加一独立的平行磁场以抑制体载流子的相干性,而通过扫描垂直磁场获得UCF信号。结果表明UCF幅度与平行磁场无关,从而证明在 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 系统中,体相不贡献UCF信号,而将二维UCF的起源毫无疑问的指向表面态。然而,已有实验报道在拓扑绝缘体的表面上存在一层拓扑平庸的2DEG,它也有可能表现出二维的UCF效应。一种直观的想法是,不受时间反演对称性保护的2DEG的相干性不如拓扑表面态,因而最终的UCF信号应该主要由拓扑表面态贡献。为了证明这一点,我们注意到拓扑平庸的2DEG和拓扑表面态引起的UCF幅度是不同的。于是,我们研究了一系列样品的UCF效应,并通过自平均标度获得本征的UCF幅度,与理论预期比较的结果是:我们的实验结果更倾向于UCF来源于拓扑表面态,而不是拓扑平庸的2DEG。另外,我们还考察

了 $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ 纳米带的UCF统计规律,通过测量在不同外磁场下电导随门电压的涨落以获得UCF幅度随外磁场的变化,发现UCF幅度随外磁场增加而减小了 $1/\sqrt{2}$ 。该结果符合耦合拓扑表面态的统计规律。

通过这部分的研究工作,我们窥探到拓扑绝缘体中表面态引起的UCF效应,尽管多种证据都证明该UCF效应来自于拓扑表面态,但更加直接而可信的证据仍在期待中,特别是拓扑表面态的 π 的贝利相位在UCF中的表现仍然不明朗。另外,拓扑绝缘体中多个导电通道之间的相互作用对UCF的影响仍有待进一步的实验证明。尽管尚有如此多的工作需要进展,但UCF在研究拓扑表面态的输运性质方面,仍表现出其独特而有趣的特点。

回顾国内国际上关于拓扑绝缘体的UCF研究进展,可以发现关于这方面的研究工作仍然很薄弱,需要更多的实验和理论工作者的参与。关于UCF未来的研究工作,作者认为,设法证明拓扑绝缘体中UCF特征的拓扑性是当务之急。正如在引言中介绍的,输运实验如SdH, WAL和AB效应都能够揭示拓扑表面态的 π 的贝利相位,如此才使得拓扑绝缘体的相关效应获得广泛关注。因此,只有证明UCF在揭示系统的贝利相位方面的独特性,才能保证UCF效应在拓扑绝缘体研究中的强劲生命力。而要达到这一点,深入的理论探索和精巧的实验设计的同步开展都是必要的。

参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [3] Ando Y 2013 *J. Phys. Soc. Jpn.* **82** 102001
- [4] Zhang H, Liu C X, Qi X L, Dai X, Fang Z, Zhang S C 2009 *Nat. Phys.* **5** 438
- [5] Chen Y L, Analytis J G, Chu J H, Liu Z K, Mo S K, Qi X L, Zhang H J, Lu D H, Dai X, Fang Z, Zhang S C, Fisher I R, Hussain Z, Shen Z X 2009 *Science* **325** 178
- [6] Ren Z, Taskin A A, Sasaki S, Segawa K, Ando Y 2010 *Phys. Rev. B* **82** 241306
- [7] Ren Z, Taskin A A, Sasaki S, Segawa K, Ando Y 2011 *Phys. Rev. B* **84** 165311
- [8] Bardarson J H, Moore J E 2013 *Rep. Prog. Phys.* **76** 056501
- [9] Qu D X, Hor Y S, Xiong J, Cava R J, Ong N P 2010 *Science* **329** 821
- [10] Chen T, Chen Q, Schouteden K, Huang W, Wang X, Li Z, Miao F, Wang X, Li Z, Zhao B, Li S, Song F,

- Wang J, Wang B, Haesendonck C V, Wang G 2014 *Nat. Commun.* **5** 5022
- [11] Xu Y, Miotkowski I, Liu C, Tian J, Nam H, Alidoust N, Hu J, Shih C K, Hasan M Z, Chen Y P 2014 *Nat. Phys.* **10** 956
- [12] Peng H, Lai K, Kong D, Meister S, Chen Y, Qi X L, Zhang S C, Shen Z X, Cui Y 2010 *Nat. Mater.* **9** 225
- [13] Li Z G, Qin Y Y, Song F Q, Wang Q H, Wang X F, Wang B G, Ding H F, Haesendonck C V, Wan J G, Zhang Y H, Wang G H 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 083107
- [14] Chen J, Qin H J, Yang F, Liu J, Guan T, Qu F M, Zhang G H, Shi J R, Xie X C, Yang C L, Wu K H, Li Y Q, Lu L 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 176602
- [15] Li Z G, Garate I, Pan J, Wan X G, Chen T S, Ning W, Zhang X O, Song F Q, Meng Y Z, Hong X C, Wang X F, Pi L, Wang X R, Wang B G, Li S Y, Reed M A, Glazman L, Wang G H 2015 *Phys. Rev. B* **91** 041401
- [16] Akkermans E, Montambaux G 2007 *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (New York: Cambridge University Press)
- [17] Li Z G 2014 *Ph. D. Dissertation* (Nanjing: Nanjing University) (in Chinese) [李兆国 2014 博士论文 (南京: 南京大学)]
- [18] Umbach C P, Washburn S, Laibowitz R B, Webb R A 1984 *Phys. Rev. B* **30** 4048
- [19] Lee P A, Stone A D 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 1622
- [20] Webb R A, Washburn S, Umbach C P, Laibowitz R B 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 2696
- [21] Lee P A, Stone A D, Fukuyama H 1987 *Phys. Rev. B* **35** 1039
- [22] Yang P Y, Wang L Y, Hsu Y W, Lin J J 2012 *Phys. Rev. B* **85** 085423
- [23] Beenakker C W J, Houten H V 1988 *Phys. Rev. B* **37** 6544
- [24] Licini J C, Bishop D J, Kastner M A, Melngailis J 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 2987
- [25] Webb R A, Washburn S, Umbach C P 1988 *Phys. Rev. B* **37** 8455
- [26] Lien A S, Wang L Y, Chu C S, Lin J J 2011 *Phys. Rev. B* **84** 155432
- [27] Altshuler B L 1985 *JETP Lett.* **41** 648
- [28] Altshuler B L, Shklovskii B I 1986 *Sov. Phys. JETP* **64** 127
- [29] Checkelsky J G, Hor Y S, Liu M H, Qu D X, Cava R J, Ong N P 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 246601
- [30] Matsuo S, Koyama T, Shimamura K, Arakawa T, Nishihara Y, Chiba D, Kobayashi K, Ono T, Chang C Z, He K, Ma X C, Xue Q K 2012 *Phys. Rev. B* **85** 075440
- [31] Li Z G, Qin Y Y, Mu W, Chen T S, Xu C H, He L B, Wan J G, Song F Q, Zhou J F, Han M, Wang G H 2011 *J. Nanosci. Nanotechnol.* **11** 7042
- [32] Li Z G, Chen T S, Pan H Y, Song F Q, Wang B G, Han J H, Qin Y Y, Wang X F, Zhang R, Wan J G, Xing D Y, Wang G H 2012 *Sci. Rep.* **2** 595
- [33] Kandala A, Richardella A, Zhang D, Flanagan T C, Samarth N 2013 *Nano Lett.* **13** 2471
- [34] Lee J, Park J, Lee J H, Kim J S, Lee H J 2012 *Phys. Rev. B* **86** 245321
- [35] Gehring P, Benia H M, Weng Y, Dinnebier R, Ast C R, Burghard M, Kern K 2013 *Nano Lett.* **13** 1179
- [36] Tang C S, Xia B, Zou X, Chen S, Ou H W, Wang L, Rusydi A, Zhu J X, Chia E E M 2013 *Sci. Rep.* **3** 3513
- [37] Xiong J, Khoo Y, Jia S, Cava R J, Ong N P 2013 *Phys. Rev. B* **88** 035128
- [38] Baxter D V, Richter R, Trudeau M L, Cochrane R W, Strom-Olsen J O 1989 *J. Phys. France* **50** 1673
- [39] Li Z G, Meng Y Z, Pan J, Chen T S, Hong X C, Li S Y, Wang X F, Song F Q, Wang B G 2014 *Appl. Phys. Express* **7** 065202
- [40] Bianchi M, Guan D, Bao S, Mi J, Iversen B B, King P D C, Hofmann P 2010 *Nat. Commun.* **1** 128
- [41] Bahramy M S, King P D C, de la Torre A, Chang J, Shi M, Patthey L, Balakrishnan G, Hofmann P, Arita R, Nagaosa N, Baumberger F 2012 *Nat. Commun.* **3** 1159
- [42] King P D C, Hatch R C, Bianchi M, Ovsyannikov R, Lupulescu C, Landolt G, Slomski B, Dil J H, Guan D, Mi J L, Rienks E D L, Fink J, Lindblad A, Svensson S, Bao S, Balakrishnan G, Iversen B B, Osterwalder J, Eberhardt W, Baumberger F, Hofmann P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 096802
- [43] Benia H M, Lin C, Kern K, Ast C R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 177602
- [44] Tian M, Ning W, Qu Z, Du H, Wang J, Zhang Y 2013 *Sci. Rep.* **3** 1212
- [45] Cao H, Liu C, Tian J, Xu Y, Miotkowski I, Hasan M Z, Chen Y P 2014 *arXiv* **1409** 3217
- [46] Adroguer P, Carpentier D, Cayssol J, Orignac E 2012 *New J. Phys.* **14** 103027
- [47] Zhang L, Zhuang J, Xing Y, Li J, Wang J, Guo H 2014 *Phys. Rev. B* **89** 245107
- [48] Pal A N, Kochat V, Ghosh A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 196601
- [49] Rossi E, Bardarson J H, Fuhrer M S, Sarma S D 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 096801
- [50] Imry Y 1986 *Europhys. Lett.* **1** 249
- [51] Buttiker M, Imry Y, Landauer R, Pinhas S 1985 *Phys. Rev. B* **31** 6207
- [52] Muttalib K A, Pichard J L, Stone A D 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 2475
- [53] Mello P A, Akkermans E, Shapiro B 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 459
- [54] Zanon N, Pichard J L 1988 *J. Phys. France* **49** 907
- [55] Stone A D 1989 *Phys. Rev. B* **39** 10736
- [56] Mello P A 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 1089
- [57] Meir Y, Entin-Wohlman O 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1988
- [58] Beenakker C W J 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1155
- [59] Lyanda-Geller Y B, Mirlin A D 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 1894
- [60] Dyson F J 1962 *J. Math. Phys.* **3** 140
- [61] Debray P, Pichard J L, Vicente J, Tung P N 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 2264

- [62] Maily D, Sanquer M, Pichard J L, Pari P 1989 *Europhys. Lett.* **8** 471
- [63] Moon J S, Birge N O, Golding B 1996 *Phys. Rev. B* **53** R4193
- [64] Moon J S, Birge N O, Golding B 1997 *Phys. Rev. B* **56** 15124
- [65] Hoadley D, McConville P, Birge N O 1999 *Phys. Rev. B* **60** 5617
- [66] Millo O, Klepper S J, Keller M W, Prober D E, Xiong S, Stone A D, Sacks R N 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 1494
- [67] Koga T, Nitta J, Akazaki T, Takayanagi H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 046801
- [68] Bohra G, Somphonsane R, Aoki N, Ochiai Y, Akis R, Ferry D K, Bird J P 2012 *Phys. Rev. B* **86** 161405
- [69] Rahman A, Guikema J W, Markovic N 2014 *Phys. Rev. B* **89** 235407
- [70] Garate I, Glazman L 2012 *Phys. Rev. B* **86** 035422
- [71] Fatemi V, Hunt B, Steinberg H, Eltinge S L, Mahmood F, Butch N P, Watanabe K, Taniguchi T, Gedik N, Ashoori R C, Jarillo-Herrero P 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 206801
- [72] Takagaki Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 155308
- [73] Cheianov V, Glazman L I 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 206803
- [74] Xia B, Ren P, Sulaev A, Liu P, Shen S Q, Wang L 2013 *Phys. Rev. B* **87** 085442
- [75] Alegria L D, Schroer M D, Chatterjee A, Poirier G R, Pretko M, Patel S K, Petta J R 2012 *Nano Lett.* **12** 4711
- [76] Checkelsky J G, Hor Y S, Cava R J, Ong N P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 196801
- [77] Matsuo S, Chida K, Chiba D, Ono T, Slevin K, Kobayashi K, Ohtsuki T, Chang C Z, He K, Ma X C, Xue Q K 2013 *Phys. Rev. B* **88** 155438

SPECIAL ISSUE — Celebrating 100 anniversary of physical science in Nanjing University

Universal conductance fluctuations of topological insulators*

Li Zhao-Guo Zhang Shuai Song Feng-Qi†

(National Laboratory of Solid State Microstructures, Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, and
Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Received 16 March 2015; revised manuscript received 28 April 2015)

Abstract

As an exotic quantum condensed matter, the topological insulator (TI) is a bulk-insulating material with a Dirac-type conducting surface state. Such a dissipationless transport of topological surface state (TSS) is protected by the time-reversal symmetry, which leads to the potential applications in spintronics and quantum computations. Understanding the topological symplectic transport of the Dirac fermions is a key issue to the study and design of the TI-based devices. There are many transport properties about Dirac fermions. And universal conductance fluctuation (UCF) is one of the most important transport manifestations of mesoscopic electronic interference. So the UCF effect in TI is a very meaningful research field. It can provide an intriguing and special perspective to reveal the quantum transport of TSSs. In this review, we introduce the research progress on the UCF of TSSs in a pedagogical way. We review the achievements and the existing problems in order to inspire future research work.

We start this review with the basic UCF theory and the experimental observation. The UCF has been observed in TI earlier, but whether it originates from TSS has not been further studied. Then a series of work is carried out to prove the topological nature of UCF in TI. Firstly, the UCF phenomenon in TIs is demonstrated to be from two-dimensional (2D) interference by magnetoconductance measurements. But the residual bulk state and the 2D electron gas (2DEG) on the surface can also bring about the 2D UCF. The field-tilting regulation helps us exclude the distribution from the bulk. And the classic self-averaging of UCF is investigated then to obtain the intrinsic UCF amplitude. By comparing with the theoretical prediction, the possibility has been ruled out that the 2D UCF may originate from the 2DEG. So its topological nature is demonstrated. Secondly, we discuss the UCF effect in TI by a macroscopic perspective, i.e. the statistical symmetry of UCF, which should be more concise and reflect its universality. For a single TSS, the applied magnetic field will drive the system from a Gaussian symplectic ensemble into a Gaussian unitary ensemble. It results in a $\sqrt{2}$ fold increase of the UCF amplitude. However, the experiment reveals that the UCF amplitude is reduced by $1/\sqrt{2}$. This is contradictory to the theoretical prediction. Actually, there are two TSSs and they are coherently coupled to each other in TIs since the sample's thickness is smaller than its bulk dephasing length. This leads to a Gaussian orthogonal ensemble of the intersurface coupling system without an external field. In such a case, the UCF amplitude will be reduced by $1/\sqrt{2}$ with field increasing. It is consistent with the experimental result. Finally, the other progress on UCFs is discussed, and the general outlook is also mentioned briefly.

Keywords: topological insulators, quantum transport, universal conductance fluctuations, Berry phase

PACS: 72.15.Rn, 73.23.-b, 73.25.+i, 72.15.Gd

DOI: 10.7498/aps.64.097202

* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant Nos. 2013CB922103, 2011CB922103, 2014CB921103), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 91421109, 11023002, 11134005, 61176088), and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20130054).

† Corresponding author. E-mail: songfengqi@nju.edu.cn