

一种加权稀疏约束稳健 Capon 波束形成方法

刘振 孙超 刘雄厚 郭祺丽

Robust Capon beamforming with weighted sparse constraint

Liu Zhen Sun Chao Liu Xiong-Hou Guo Qi-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 104303 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.104303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I10>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于 warping 变换的浅海脉冲声源被动测距方法

Passive impulsive source range estimation based on warping operator in shallow water

物理学报.2016, 65(10): 104302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104302>

基于时频分析的多目标盲波束形成算法

A blind beamforming algorithm for multitarget signals based on time-frequency analysis

物理学报.2015, 64(11): 114302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114302>

一种新的稳健波束形成算法及其一维搜索策略

A new robust adaptive beamforming and the one-dimensional search strategy

物理学报.2014, 63(15): 154303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154303>

基于半定规划和秩-1分解的稳健波束形成

Robust adaptive beamforming based on semi-definite programming and rank-one decomposition

物理学报.2013, 62(18): 184302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.184302>

一种加权稀疏约束稳健Capon波束形成方法*

刘振¹⁾ 孙超^{1)†} 刘雄厚¹⁾²⁾ 郭祺丽¹⁾

1)(西北工业大学航海学院, 西安 710072)

2)(中国科学院, 声学研究所声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

(2015年6月18日收到; 2016年1月29日收到修改稿)

为了克服标准Capon波束形成器旁瓣级高以及存在角度失配时性能急剧下降等缺点, 在稀疏约束Capon波束形成器的基础上, 提出了一种加权稀疏约束Capon波束形成器. 该方法利用波束响应的稀疏分布特性, 在标准Capon波束形成优化模型中加入旁瓣区域波束响应稀疏约束(ℓ_1 范数约束), 使旁瓣区域波束响应向量中非零元素的个数最小化; 通过阵列采样数据协方差矩阵特征分解得到信号子空间及噪声子空间, 利用信号子空间与噪声子空间的正交特性, 构造加权矩阵对稀疏约束进行加权, 使得稀疏重构时波束响应向量中不同角度对应的元素得到不同程度的约束. 该方法有效地抑制了Capon波束形成器的高旁瓣级, 加深了干扰方位零陷, 提高了阵列输出信干噪比. 由于稀疏约束, 波束响应向主瓣集中, 期望信号方向附近的波束响应都较大, 从而也提高了阵列抗导向矢量角度失配的能力. 数值仿真和水池实验验证了所提方法的有效性.

关键词: 稳健Capon波束形成, 加权稀疏约束, 旁瓣抑制

PACS: 43.60.Fg, 43.60.Mn, 43.60.-c

DOI: 10.7498/aps.65.104303

1 引言

自适应波束形成技术在无线电通信、雷达、声呐等领域具有广泛的应用^[1,2]. 传统的自适应波束形成方法, 如标准的Capon波束形成器(standard capon beamformer, SCB), 是通过自适应地选择加权向量来最小化阵列输出功率, 同时施加一个线性约束, 以保证期望信号无失真^[3]. 然而, Capon波束形成器的最优性能是建立在采样快拍数足够多以及对期望信号导向矢量精确已知的前提之上. 当快拍数较少时, Capon波束形成器会产生高旁瓣的波束响应, 降低阵列输出信干噪比(signal to interference-plus-noise ratio, SINR)并提高系统的虚警概率^[4]. 当期望信号波达方向与实际观测方向存在角度失配时, Capon波束形成器会将期望信号误当作干扰而抑制, 严重削弱其波束形成性能^[5].

常用的提高Capon波束形成器稳健性的方法有对角加载方法^[6,7]和基于特征空间的方法等^[8,9]. 对角加载可以在一定程度上提高Capon波束形成器的稳健性, 但在实际应用中如何确定最优加载量是一个难题. 近来, Li和Vorobyov等分别基于导向矢量不确定性集约束^[10,11]以及最差性能最优准则^[12], 提出了多种稳健Capon波束形成方法, 这些方法在本质上都属于对角加载方法, 其对角加载量可以通过所估计的不确定集来惟一确定, 但是其性能受不确定集的影响较大, 过高或过低估计不确定集的大小均会导致波束形成性能下降. 基于特征空间的波束形成方法在中高信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)时可获得较好的稳健性, 但是在低信噪比条件下以及信号加干扰子空间的维数较高时基本失效. 此外, 一些优化理论, 如凸优化^[4,13,14]、半正定规划^[15]等也被用于求解稳健波束形成及波束优化问题. 文献^[4]通过在旁瓣区域施加多个二次

* 国家自然科学基金(批准号: 11274252, 51479169)、声场声信息国家重点实验室开放课题研究基金(批准号: SKLA201501)、中央高校基本科研业务费(批准号: 3102015ZY011)和西北工业大学基础研究基金(批准号: JC20110208)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: csun@nwpu.edu.cn

不等式约束来实现 Capon 波束形成器的旁瓣抑制, 但未考虑信号的角度失配问题. 文献 [14] 中基于二阶锥规划提出的抗阵列流形失配的多输入多输出虚拟阵列波束优化技术, 在优化旁瓣的同时, 仅兼顾了固定方向上的相干干扰抑制. 文献 [15] 所提的旁瓣控制方法中, 半正定算法虽考虑了失配和非失配两种情况, 但干扰抑制性能较差.

近年来, 信号的稀疏表示在统计信号处理及参数估计中得到广泛应用 [16-19]. 如文献 [16] 基于矢量声呐阵列空间谱稀疏性, 提出了一种时空滤波压缩感知目标方位估计方法, 利用小快拍数据即获得较低的双目标分辨门限及较高的估计精度. 文献 [17] 则基于图像在变换基下的稀疏特性并结合混沌映射, 实现了图像水印及加密. 文献 [19] 基于理想波束响应应具有稀疏分布特性, 提出了一种稀疏约束 Capon 波束形成器 (sparsity-constrained capon beamformer, SCCB). 该方法通过对 Capon 波束形成中波束响应的分布进行整形, 实现旁瓣抑制并获得抗角度失配的稳健性. 但该方法中对波束响应的稀疏约束是均匀地加在所有方位上的, 当稀疏约束项系数选择较大时, 其旁瓣得到有效抑制, 但干扰零陷会变浅, 干扰抑制性能降低. 文献 [20] 利用干扰和噪声能量在角度上的粗略分布对稀疏约束进行加权, 使不同方位波束响应获得不同程度的约束, 但少快拍数下其对干扰和噪声能量分布的估计不精确, 对 SCCB 旁瓣及干扰抑制性能的改进效果有限.

针对以上问题, 本文在 SCCB 的基础上提出了一种新的加权稀疏约束 Capon 波束形成器 (weighted sparsity-constrained capon beamformer, WSCCB). 该方法仅对旁瓣区域波束响应进行稀疏约束, 有效地抑制了旁瓣级; 进一步地, 利用信号子空间与噪声子空间的正交性构造加权矩阵, 对稀疏约束进行加权, 使得空间不同方位的波束响应得到不同的稀疏分布激励强度, 加深了干扰零陷, 且提高了阵列输出 SINR 及抗导向矢量角度失配的能力.

2 稀疏约束 Capon 波束形成器

2.1 数学模型

考虑 M 个阵元组成的均匀线列阵, 空间有 $J+1$ 个远场窄带不相关信号 (含 1 个期望信号, J

个干扰) 入射到阵列上, 这时阵列接收信号可以表示为 [21]

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}(\theta_0)s_0(k) + \sum_{j=1}^J \mathbf{a}(\theta_j)s_j(k) + \mathbf{n}(k), \quad (1)$$

其中, k 为时间采样序列标号, $s_j(k)$ ($j = 0, 1, 2, \dots, J$) 表示 k 时刻的期望信号或干扰; θ_j ($j = 0, 1, \dots, J$) 表示期望信号或干扰的波达方向, $\mathbf{a}(\theta_j)$ ($j = 0, 1, \dots, J$) 表示期望信号或干扰的导向矢量, 则有阵列流形矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_J)]$; $\mathbf{n}(k)$ 表示 k 时刻的加性高斯白噪声 (AWGN) 向量.

对阵列接收信号加权、求和, 可以得到 k 时刻的波束输出:

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T \in \mathbb{C}^M$ 为波束形成器的复加权向量, $(\cdot)^T$ 表示转置, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置.

2.2 标准 Capon 波束形成器

标准 Capon 波束形成器 (SCB) 要求在期望信号无失真前提下, 噪声及干扰在阵输出中的功率尽可能小, 可以描述为如下最优化问题:

$$\min_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}), \quad \text{s.t. } \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1, \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{R}_{i+n} \triangleq E \left\{ \left(\sum_{j=1}^J \mathbf{a}(\theta_j)s_j(k) + \mathbf{n}(k) \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^J \mathbf{a}(\theta_j)s_j(k) + \mathbf{n}(k) \right)^H \right\},$$

$\tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)$ 为假定的期望信号导向矢量. 实际的采样数据中往往含有期望信号, SCB 提出利用有限快拍得到的阵列采样数据协方差矩阵 \mathbf{R}_x 代替 \mathbf{R}_{i+n} :

$$\min_{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}), \quad \text{s.t. } \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1, \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{R}_x = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{x}(k) \cdot \mathbf{x}(k)^H,$$

L 为快拍数. 当期望信号与噪声加干扰不相干且 L 足够大时, 用 \mathbf{R}_x 代替 \mathbf{R}_{i+n} 得到的加权向量与理想情况下的最优加权向量相同 [21].

该优化问题可以通过 Lagrange 乘子法求解, 可得

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)}{\tilde{\mathbf{a}}^H(\theta_0) \mathbf{R}_x^{-1} \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)}, \quad (5)$$

将加权向量 \mathbf{w} 代入 $\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}$, 得到 SCB 的期望信号功率 σ_0^2 的估计值为

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{\tilde{\mathbf{a}}^H(\theta_0) \mathbf{R}_x^{-1} \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)}, \quad (6)$$

由 (5) 式可知, SCB 的最优加权向量由采样数据协方差矩阵 \mathbf{R}_x 与假定的期望信号导向矢量 $\tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)$ 决定. 在实际应用中, 可能出现两个方面的问题: 1) 当快拍数较少时, \mathbf{R}_x 中小特征值对应的特征向量对最优加权向量有扰动, 导致波束图旁瓣级升高, 影响其抑制噪声的能力; 2) 由于实际中各种误差的影响, 估计得到的期望信号波达方向往往与实际波达方向之间存在差异, 导致假定的期望信号导向矢量 $\tilde{\mathbf{a}}(\theta_0)$ 与实际导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 出现角度失配问题, SCB 会将期望信号误当作干扰而抑制, 即出现信号自消现象.

2.3 稀疏约束 Capon 波束形成器

理想的波束图应具有主瓣响应相对较大, 旁瓣级很低的形状. 当对波束响应作归一化时, 其主瓣期望信号方向响应为 1, 旁瓣部分响应近似为 0. 由于主瓣区域宽度远小于旁瓣区域, 它满足稀疏分布中大部分元素为零或者微小的条件, 即波束响应近似是一种稀疏分布. 但是, 在实际应用中, 当快拍数较少时, Capon 波束形成器旁瓣级较高, 旁瓣波束响应较大. 为了压低旁瓣, 基于稀疏信号重构思想及优化模型 [22], 通过在 SCB 优化模型中加入波束响应稀疏约束, 文献 [19] 中的 SCCB 方法在最小化阵列输出功率的同时获得了波束响应的稀疏分布:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} & (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \gamma_1 \|\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{A}}\|_p^p), \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\|\cdot\|_p^p$ ($0 \leq p \leq 1$) 代表 l_p 范数约束 (即稀疏约束); $\gamma_1 \geq 0$ 为稀疏约束项系数; $M \times N$ 维矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 由 N 个 $M \times 1$ 维的导向矢量组成, 它包括除去期望信号波达角外在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 范围内、采样间隔为 1° 的所有角度上的导向矢量的集合. 稀疏约束可以理解为使波束响应中非零元素个数最小化约束.

能够准确约束信号稀疏性的是信号的 l_0 范数约束模型, 但求解 l_0 范数约束模型是 NP-hard 问题. 当 $0 < p \leq 1$ 时, p 越小, l_p 范数反映信号的稀疏性就越好. 考虑到 $0 < p < 1$, l_p 范数最小化约束不是一个凸约束, 文献 [23] 中选择 $p = 1$ (即 l_1 范

数, 它是 l_0 范数的最优凸近似 [24]), 使得 SCCB 优化模型 ((7) 式) 成为一个凸优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} & (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \gamma_1 \|\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{A}}\|_1), \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1, \end{aligned} \quad (8)$$

(8) 式是典型的凸优化问题, 可以借助各种凸优化软件如 CVX 等得到全局最优解.

SCCB 通过波束整形的方法限制波束响应中较大元素个数, 使得旁瓣波束响应得到有效抑制, 压低了旁瓣级. 但它进行稀疏约束时对旁瓣区域噪声及干扰方位响应没有加以区分, 其结果是: 当稀疏约束项系数 γ_1 选择较小时, 干扰零陷较深, 但旁瓣抑制性能不佳; 而当 γ_1 选择较大时, 虽然旁瓣级较低, 但干扰零陷弱化, 干扰抑制能力降低. 尤其当出现角度失配时, γ_1 需选择较大值对主瓣进行保形, 以提高 Capon 波束形成抗角度失配的稳健性, 但这是以干扰抑制能力下降为代价的.

3 加权稀疏约束 Capon 波束形成器

3.1 加权稀疏约束的基本思想

在 l_p 范数约束下求稀疏解的优化问题称为稀疏重构. (8) 式中使用 l_1 范数代替 l_0 范数作为稀疏性测度, 易于求解. 使用 l_1 范数约束进行稀疏向量重构时, 向量中较大的元素获得的惩罚 (或约束) 大于较小的元素, 而 l_1 范数约束在稀疏重构时会优先抑制较大的元素, 保留较小的元素 [25]. 文献 [25] 根据 l_1 范数约束的这一特性, 提出了加权 l_1 范数约束思想, 通过对需要抑制的元素部分“人为地”施加较大权值而增加其约束, 最终在重构的向量中对这部分元素进行有效抑制. 基于此, 文献 [26] 利用信号子空间与噪声子空间正交特性构造加权矩阵, 对稀疏约束进行加权, 并用于改善压缩感知稀疏重构方法对目标方位的估计性能. 本文依据这种思想并对其方法进行改进, 提出了一种加权稀疏约束 Capon 波束形成器 (WSCCB). 该方法同样基于信号子空间和噪声子空间的正交性, 但构建了不同的加权矩阵并将其应用于波束形成问题中, 使得波束响应中干扰方位上的权值远大于其他方位上的权值, 从而使干扰方位受到较大的约束, 获得更深的干扰方位零陷和更稳健的波束形成性能.

3.2 WSCCB 优化模型

本文提出的 WSCCB 优化模型可表示为

$$\begin{aligned} \min_w & (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} + \gamma_2 \|\mathbf{w}^H \mathbf{A}_\Theta \mathbf{G}\|_1), \\ \text{s.t.} & \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0) = 1, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\gamma_2 \geq 0$ 为加权稀疏约束项系数; \mathbf{A}_Θ 为旁瓣区域内导向矢量的集合; \mathbf{G} 为加权矩阵.

本文方法利用噪声子空间与信号子空间之间的正交性构造加权矩阵, 下面给出具体构造方法.

假定快拍数足够多, 对采样数据协方差矩阵 \mathbf{R}_x 进行特征分解:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{U} \mathbf{\Gamma} \mathbf{U}^H, \quad (10)$$

其中, $\mathbf{\Gamma}$ 和 \mathbf{U} 分别为 \mathbf{R}_x 的特征值和特征向量矩阵. 在入射信号及干扰互不相关的情形下, 其特征值满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{J+1} > \lambda_{J+2} \geq \dots \geq \lambda_M$. 由 $J+1$ 个大特征值对应的特征向量张成的子空间为信号子空间, 记为 \mathbf{U}_S ; 小特征值对应的特征向量张成的子空间为噪声子空间, 记为 \mathbf{U}_N , 二者是正交的. 由于信号子空间 \mathbf{U}_S 与入射信号的导向矢量张成的空间 (阵列流形 \mathbf{A}) 是同一个空间, 则有 [27]

$$\mathbf{A}^H \mathbf{U}_N = \mathbf{0}, \quad (11)$$

将干扰方位导向矢量组成的矩阵记为 \mathbf{A}_I , 由于 $\mathbf{A}_I \subseteq \mathbf{A}$, 则亦有 $\mathbf{A}_I^H \mathbf{U}_N = \mathbf{0}$. 由于旁瓣区域导向矢量集合 \mathbf{A}_Θ 包含干扰方位导向矢量 \mathbf{A}_I , 将 \mathbf{A}_Θ 划分为 $\mathbf{A}_\Theta = [\mathbf{A}_I \mathbf{A}_{IC}]$ (\mathbf{A}_{IC} 为 \mathbf{A}_Θ 中除 \mathbf{A}_I 之外的导向矢量组成的矩阵), 利用 (11) 式得到

$$\mathbf{A}_\Theta^H \mathbf{U}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I^H \mathbf{U}_N \\ \mathbf{A}_{IC}^H \mathbf{U}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{D}, \quad (12)$$

其中, \mathbf{D}_1 为干扰方位导向矢量与噪声子空间的内积, 其值均为 0; \mathbf{D}_2 为旁瓣区域中除干扰方位外的导向矢量与噪声子空间向量的内积; \mathbf{D} 为整个旁瓣区域导向矢量与噪声子空间的内积.

对矩阵 \mathbf{D} 的每一行取 ℓ_2 范数, 得到列向量 \mathbf{d} , 即

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中, \mathbf{d}_1 对应于干扰方位, 其值均为 0; \mathbf{d}_2 对应于旁瓣区域中除干扰外的其他方位. 将 \mathbf{d} 中每个元素分

别取倒数并记作 $g_i = 1/d_i$, 构成新的向量 \mathbf{g} , 最终加权矩阵 \mathbf{G} 可表示为

$$\mathbf{G} = \text{diag}(\mathbf{g}), \quad (14)$$

其中, $\text{diag}(\cdot)$ 表示利用括号内的向量生成对角矩阵, 该对角矩阵主对角线元素为括号内的向量, 其他元素均为 0. 在实际应用中由于快拍数有限、阵列流形误差以及噪声的影响, (12) 式和 (13) 式中的 \mathbf{D}_1 和 \mathbf{d}_1 不为 0, 而是很小的值. 因此 \mathbf{d}_1 的倒数 $1/\mathbf{d}_1$ 中的值很大 (对应干扰部分), 而 \mathbf{d}_2 的倒数 $1/\mathbf{d}_2$ 中的值较小 (对应除干扰外的旁瓣部分). 将加权矩阵 \mathbf{G} 代入 (9) 式即得到 WSCCB.

从 (9)–(14) 式可知, WSCCB 通过构造加权矩阵, 人为地改变波束响应旁瓣区域中干扰方位和其他方位的元素值, 然后利用 ℓ_1 范数约束在稀疏重构时优先抑制较大元素的特性, 获得期望的波束响应. 其中干扰方位施加的权值较大, 保证干扰方位响应受到较大的约束, 获得了较深的干扰零陷; 旁瓣区域其他方位施加的权值较小, 保证其波束响应受到较小的约束 (但仍大于主瓣区域的约束), 获得了较低的旁瓣; 同时稀疏约束使得波束响应集中在主瓣, 提高了抗导向矢量角度失配的能力.

4 数值仿真实验及分析

本节通过数值仿真实验验证所提出的 WSCCB 相对于 SCB 以及 SCCB 的性能改进. 仿真采用一个 8 元半波长分布的均匀线列阵, 入射的远场窄带信号及干扰均设为复白高斯随机过程, 载波频率均为 5 kHz, 期望信号功率为 13 dB, 波达方向设在 0° , 干扰波达方向分别设在 -30° , 30° 和 70° . 在波束图仿真实验中, SNR 设为 10 dB, -30° , 30° 和 70° 方向上的干扰噪声比 (interference-to-noise ratio, INR) 分别设为 20, 20 和 40 dB. 快拍数取为 100. 其余仿真中, 除调整的参数变量外, 其他参数不变. 参考阵元个数并结合经验值, 波束图旁瓣区域设定为 $[-90^\circ, -23^\circ] \cup [23^\circ, 90^\circ]$, \mathbf{A}_Θ 由 $[-90^\circ, -23^\circ] \cup [23^\circ, 90^\circ]$ 角度范围内间隔为 1° 的波达方向导向矢量组成. 参数 γ_1, γ_2 的取值根据经验确定. 仿真结果为 500 次独立实验的平均值.

仿真中三种波束形成方法的阵列输出 SINR 由下式计算得到 [21]:

$$\text{SINR} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}}$$

$$= \frac{\sigma_0^2 \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \left(\sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \mathbf{a}(\theta_j) \mathbf{a}^H(\theta_j) + \mathbf{Q} \right) \mathbf{w}}, \quad (15)$$

其中, \mathbf{R}_s 和 \mathbf{R}_{i+n} 分别为期望信号和干扰加噪声的协方差矩阵; $(\sigma_0^2, \{\sigma_j^2\}_{j=1}^J)$ 为期望信号及干扰的功率; \mathbf{Q} 为噪声协方差矩阵.

4.1 期望信号波达方向估计无误差时的性能对比

首先, 假定入射的远场窄带信号与干扰互不相关, 且期望信号波达方向已知, 仿真对比三种波束形成方法的性能. 图 1 为 SCB, SCCB 及 WSCCB 的波束图, 图 2 给出了其输出 SINR 随输入 SNR 的变化情况. 由图 1 可知, SCB 虽然在干扰方向上形成了零陷, 但深度有限且旁瓣级很高, 对干扰和噪声的抑制能力均很不足; SCCB 在一定程度上压低了旁瓣, 改进了对噪声抑制的能力, 但其干扰方位零陷深度与 SCB 相当; WSCCB 进一步抑制了旁瓣级, 其最高旁瓣级为 -32.4 dB, 同时其波束响应中干扰零陷明显加深, 表现出更强的干扰抑制能力. 由图 2 可知, 相同的输入 SNR 条件下, SCB, SCCB 及 WSCCB 的输出 SINR 依次提高, 且随着输入 SNR 增大, WSCCB 输出 SINR 性能较 SCB, SCCB 方法更优, 其差距更加明显.

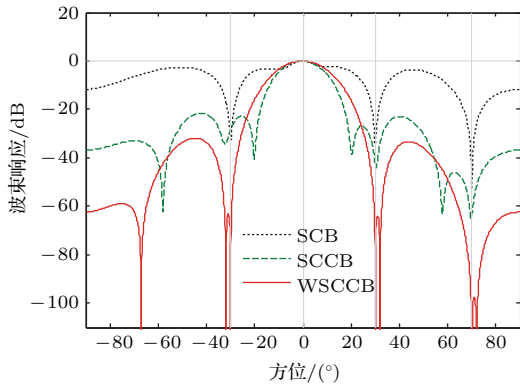


图 1 (网刊彩色) 无角度失配时的波束图
Fig. 1. (color online) Beampattern without look direction error.

Capon 波束形成器建立在最大信噪比准则上, 然而其实际性能受阵列信号采样快拍数的影响较大. 为了验证本文所提方法的性能改进, 图 3 和图 4 分别给出了三种波束形成器的输出 SINR 及期望信号功率估计值随快拍数的变化情况. 图 3 中最上端实线为最优输出 SINR 值(由

$\text{SINR}_{\text{opt}} = \sigma_0^2 \mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)$ 计算得到, 这里为 19 dB). 由图 3 可以看出, 随快拍数的增加, SCB, SCCB 的输出 SINR 值逐渐增加, 但仍远低于最优值; 而 WSCCB 的输出 SINR 受快拍数影响不明显, 很快收敛于稳定值, 且明显高于 SCCB 及 SCB 的输出 SINR. 由图 4 可知, WSCCB 可以在更少的快拍数下得到期望信号功率估计的稳定值.

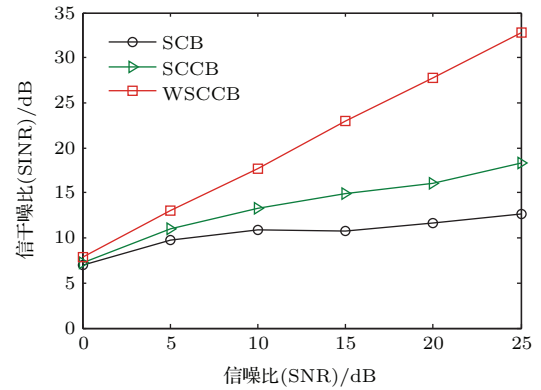


图 2 输出 SINR 随输入 SNR 的变化
Fig. 2. Output SINR versus input SNR.

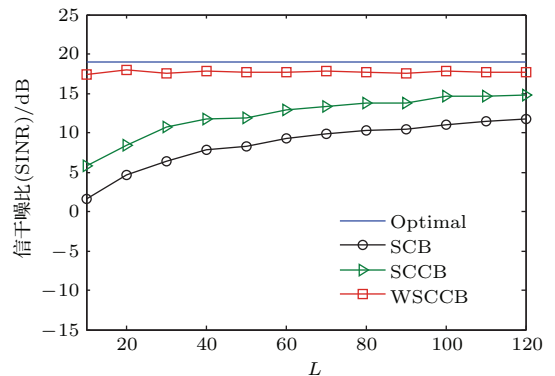


图 3 输出 SINR 随快拍数的变化
Fig. 3. Output SINR versus number of snapshots.

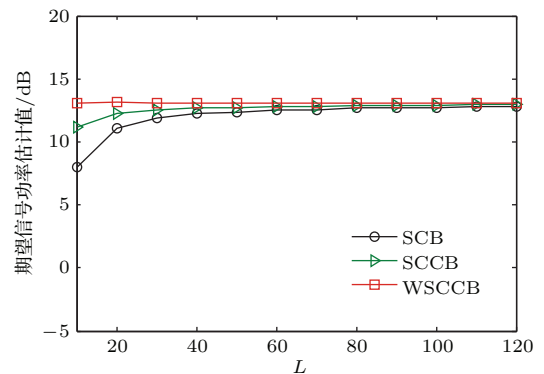


图 4 输出期望信号功率估计值随快拍数的变化
Fig. 4. Power estimate of the SOI versus number of snapshots.

4.2 期望信号波达方向估计存在误差时的性能对比

为了验证 WSCCB 对于角度失配的稳健性, 假设期望信号波达方向与实际观测方向存在 3° 误差 (观测方向设为 0° , 而实际期望信号波达方向为 3°), 图 5 和图 6 分别给出了三种波束形成器的波束图及输出 SINR 性能. 由图 5 可以看出, 当存在角度失配时, SCB 会在实际信号方向上形成零陷, 将实际从该方向入射的信号误当作干扰抑制掉; SCCB 主瓣峰值位置略有偏移, 它基本保持了实际信号方向的波束响应幅度, 但干扰方位已没有零陷, 干扰抑制能力显著降低; WSCCB 保持了期望信号波达方向的波束响应水平, 同时具有更低的旁瓣级及干扰方向上更深的零陷, 因此噪声和干扰抑制能力更强. 由图 6 可知, 在相同的输入 SNR 条件下, WSCCB 的输出 SINR 比 SCCB 高约 5—8 dB; 而此时的 SCB 由于出现实际信号被当作干扰抑制掉的信号自消现象, 输出 SINR 随输入 SNR 的升高反而降低.

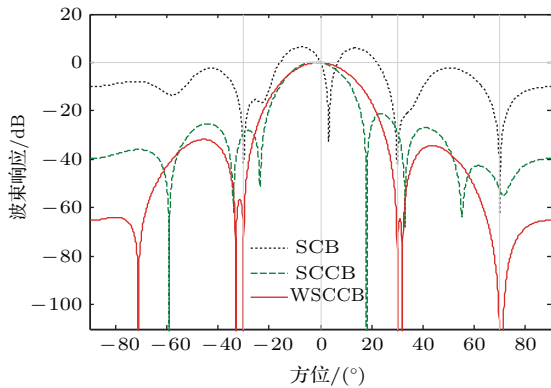


图 5 存在 3° 角度失配时的波束图

Fig. 5. Beampattern with look direction error of 3° .

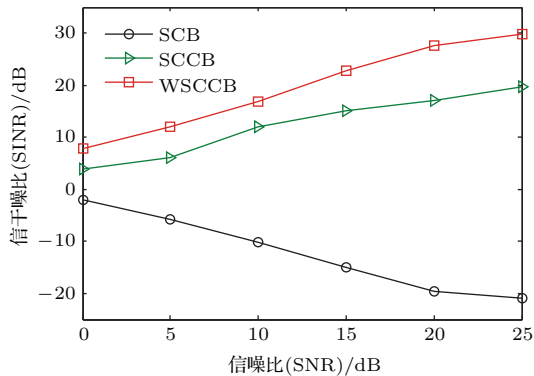


图 6 存在 3° 角度失配时输出 SINR 随 SNR 的变化

Fig. 6. Output SINR versus input SNR with look direction error of 3° .

图 7 和图 8 分别给出期望信号波达方向估计存在 3° 误差时, 三种波束形成器的输出 SINR 及期望信号功率估计值随快拍数的变化情况. 可以看出, WSCCB 的输出 SINR 及期望信号功率估计在少快拍数下更快地收敛于稳定值, 接近于图 3 和图 4 所示无角度失配时的性能. SCCB 由于对实际来波方向波束响应幅度略有下降且干扰抑制能力降低, 其阵输出中含干扰分量, 输出 SINR 的性能不及 WSCCB. 随快拍数增加 SCCB 性能趋于稳定值时, 较无角度失配时也有所降低. 而 SCB 在出现信号自消的同时由于实际干扰亦被抑制, 其阵输出主要由噪声分量构成.

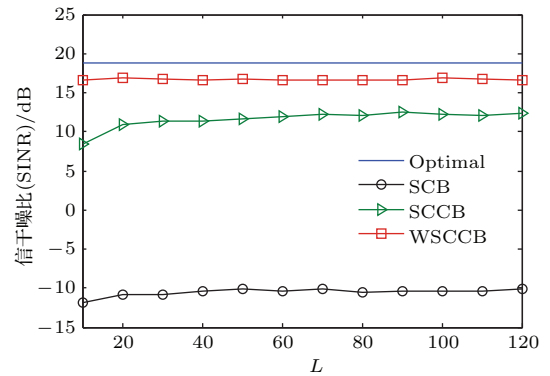


图 7 存在 3° 角度失配时输出 SINR 随快拍数的变化

Fig. 7. Output SINR versus number of snapshots with look direction error of 3° .

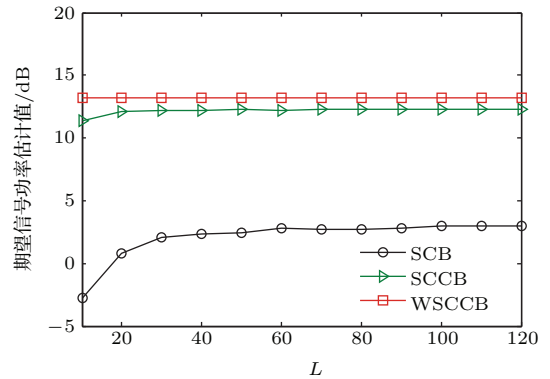


图 8 存在 3° 角度失配时期望信号功率估计值随快拍数的变化

Fig. 8. Power estimate of the SOI versus number of snapshots with look direction error of 3° .

固定快拍数为 100, 图 9 和图 10 分别给出三种波束形成器的输出 SINR 及期望信号功率随信号波达方向估计误差的变化曲线. 从图中可以看出, 当期望信号波达方向相对于实际观测方向在一定范围变化时, WSCCB 的性能受波达方向估计误差的影响很小, SCCB 受其影响次之, 但性能差于

WSCCB; 而波达方向估计误差越大, SCB 信号自消越严重, 性能急剧下降.

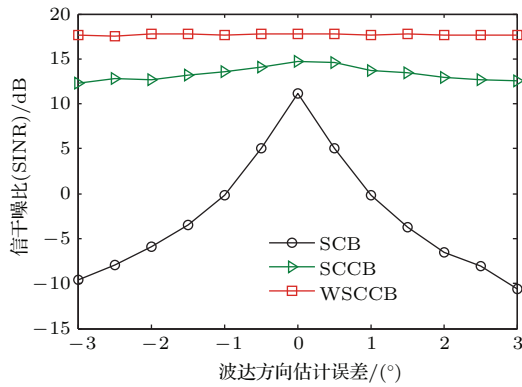


图9 输出 SINR 随波达方向估计误差的变化
Fig. 9. Output SINR versus degrees of look direction error.

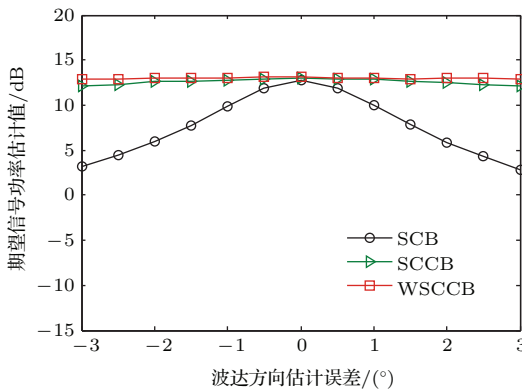


图10 期望信号功率估计值随波达方向估计误差的变化
Fig. 10. Power estimate of the SOI versus degrees of look direction error.

5 水池实验

为了比较三种波束形成方法在实际环境中的性能, 在消声水池 (长 20 m, 宽 8 m, 深 7 m, 6 面消声) 进行了相关实验. 实验采用由 8 个水听器组成的均匀线列阵, 水平布放于水下约 3.5 m 深处, 阵元间距为 0.12 m; 4 个发射声源位于同一深度, 分布在距离阵列中心约为 8 m 的圆弧上, 均发射线性调频信号, 脉宽为 20 ms. 4 个发射声源中 1 个为期望信号, 其入射角为 3°, 频带为 5000—5100 Hz, 其余 3 个为干扰信号, 其入射角分别为 -60°, -28° 和 38°, 频带分别为 5100—5200 Hz, 5200—5300 Hz 和 5300—5400 Hz, 接收端采样频率为 12000 Hz, 实验系统及配置如图 11 所示.

实验数据采集后进行离线处理. 在每个脉冲周期内截取 100 个连续的有效采样快拍, 分别用 SCB,

SCCB 和 WSCCB 做波束形成, 其结果如图 12 所示. 由图 12 可以看出, WSCCB 在波束图压低旁瓣、加深干扰零陷方面具有最好的性能, 这与理论分析一致. 图 13 给出了存在角度失配情形时三种方法的性能对比, 其中假设的期望信号入射角 (观测方向) 为 0°, 而已知实际入射角为 3°. 由图 13 可

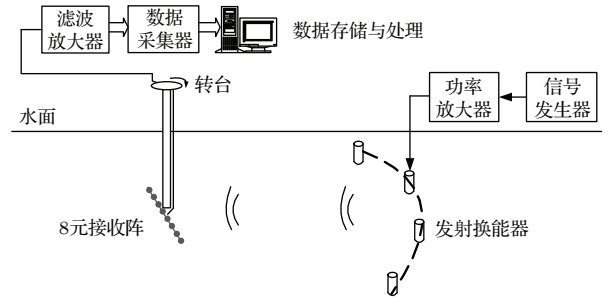


图 11 水池实验示意图

Fig. 11. The schematic diagram of the tank experiment.

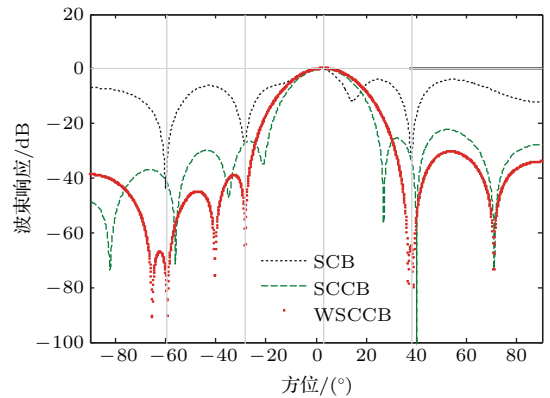


图 12 (网刊彩色) 无角度失配时水池实验数据处理得到的波束图
Fig. 12. (color online) Beampattern obtained from experimental data without look direction error.

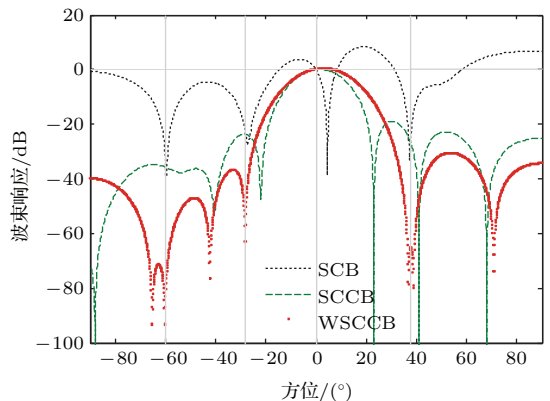


图 13 (网刊彩色) 3° 角度失配时水池实验数据处理得到的波束图
Fig. 13. (color online) Beampattern obtained from experimental data with look direction error of 3°.

知, WSCCB表现出较强的抗导向矢量角度失配能力, 尤其当接收数据中期望信号功率较强时, 数据分析表明, WSCCB更能较好地保持实际波束方向波束响应幅度.

6 结 论

本文针对标准Capon波束形成器中旁瓣过高和导向矢量角度失配而导致的性能下降问题, 提出了一种稳健的加权稀疏约束Capon波束形成方法. 该方法根据波束响应具有稀疏性(即波束图中主瓣响应较大, 旁瓣响应较小, 且旁瓣区域远大于主瓣区域)这一先验信息, 通过在标准Capon波束形成优化模型中加入稀疏约束(ℓ_1 范数约束)项, 利用稀疏重构思想对波束图进行整形; 进一步, 利用信号子空间与噪声子空间的正交性构造稀疏约束项的加权系数, 使得干扰方位上的权值较大而旁瓣区域其他方位上的权值较小(向量中元素的权值越大, 稀疏重构过程中对该元素的抑制就越强), 从而达到利用加权 ℓ_1 范数约束在稀疏重构时获得更稳健波束图的目的. 与目前已有的稀疏约束波束形成方法相比, 本文方法实现了在低采样快拍数条件下同时兼顾低旁瓣级、干扰零陷深度、导向矢量角度失配稳健性等多个指标, 主要体现在: 1) 有效地抑制了标准Capon波束形成中的高旁瓣级; 2) 加深了干扰方位波束响应零陷, 增强了干扰抑制能力; 3) 降低了角度失配的影响, 提高了抗导向矢量角度估计误差的能力; 4) 提高了阵列输出信干噪比. 本文方法在约束波束旁瓣级及干扰零陷的同时, 不可避免地会使主瓣变宽, 其结果是在获得上述优点的同时会减弱阵列指向性及分辨率.

参考文献

- [1] Haykin S 1985 *Array Signal Processing* (New Jersey: Prentice-Hall) pp15–77
- [2] Harry L, Van T 2002 *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV, Optimum Array Processing* (New York: Wiley) pp728–751
- [3] Capon J 1969 *Proc. IEEE* **57** 1408
- [4] Liu J, Gershman A B, Luo Z Q, Kon M W 2003 *IEEE Sign. Process. Lett.* **10** 331

- [5] Cox H 1973 *J. Acoust. Soc. Am* **54** 771
- [6] Carlson B D 1988 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **24** 397
- [7] Besson O, Vincent F 2005 *IEEE Trans. Sign. Process.* **53** 452
- [8] Feldman D D, Griffiths L J 1994 *IEEE Trans. Sign. Process.* **42** 867
- [9] Chang L, Yeh C C 1992 *IEEE Trans. Antenna Propag.* **40** 1336
- [10] Li J, Stoica P, Wang Z 2003 *IEEE Trans. Sign. Process.* **51** 1702
- [11] Li J, Stoica P, Wang Z 2004 *IEEE Trans. Sign. Process.* **52** 2407
- [12] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q 2003 *IEEE Trans. Sign. Process.* **51** 313
- [13] Huang C, Sun D J, Zhang D L, Teng T T 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 188401 (in Chinese) [黄聪, 孙大军, 张殿伦, 滕婷婷 2014 物理学报 **63** 188401]
- [14] Wang Y, Wu W F, Fan Z, Liang G L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 154303 (in Chinese) [王燕, 吴文峰, 范展, 梁国龙 2014 物理学报 **63** 154303]
- [15] Wang F, Balakrishnan V, Zhou P Y 2003 *IEEE Trans. Sign. Process.* **51** 1172
- [16] Liang G L, Ma W, Fan Z, Wang Y L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144302 (in Chinese) [梁国龙, 马巍, 范展, 王逸林 2013 物理学报 **62** 144302]
- [17] Xiao D, Cai H K, Zheng H Y 2015 *Chin. Phys. B* **24** 060505
- [18] Sun Y L, Tao J X 2014 *Chin. Phys. B* **23** 078703
- [19] Zhang Y, Ng B P, Wan Q 2008 *IEEE Sign. Process. Lett.* **44** 615
- [20] Liu Y P, Wan Q 2010 *Prog. Electromagn. Res. Lett.* **16** 53
- [21] Li J, Stoica P 2006 *Robust Adaptive Beamforming* (New York: Wiley) pp1–94
- [22] Rao B D, Engan K, Cotter S F, Palmer J, Delado K K 2003 *IEEE Trans. Sign. Process.* **51** 760
- [23] Liu Y P 2011 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China) (in Chinese) [刘翼鹏 2011 博士学位论文(成都: 电子科技大学)]
- [24] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A 2001 *SIAM Review* **43** 129
- [25] Candès E J, Wakin M B, Boyd S P 2007 *J. Fourier Anal. Appl.* **14** 877
- [26] Zheng C, Li G, Zhang H, Wang X 2011 *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.* Prague, Czech Republic, May 22–27, 2011 p2856
- [27] Wang Y L, Chen H, Peng Y N, Wan Q 2004 *Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithms* (Beijing: Tsinghua University Press) pp54–55 (in Chinese) [王永良, 陈辉, 彭应宁, 万群 2004 空间谱估计理论与算法(北京: 清华大学出版社) 第54—55页]

Robust Capon beamforming with weighted sparse constraint*

Liu Zhen¹⁾ Sun Chao^{1)†} Liu Xiong-Hou¹⁾²⁾ Guo Qi-Li¹⁾

1) (School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

2) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 18 June 2015; revised manuscript received 29 January 2016)

Abstract

Adaptive beamforming is widely used in the fields such as radar, sonar, wireless communication to estimate the parameters of the signal of interest (SOI) at the output of a sensor array by data-adaptive spatial filtering and interference suppression. The standard Capon beamformer (SCB) is a typical adaptive beamforming approach which provides a superior performance by minimizing the array output power while simultaneously maintaining the array response under the assumption of distortionless direction of arrival (DOA). However, the advantages in performance of SCB are obtainable only when the number of snapshots available for the sample covariance matrix estimation is large enough and the direction of the SOI is known accurately. When applied to practical situations where the aforementioned two requirements are not satisfied, SCB will suffer high sidelobe levels and performance degradation in the parameter estimates due to lack of measurements and mismatch in the steering vector.

A sparsity-constrained Capon beamformer (SCCB) arises to alleviate these problems. Unlike SCB, the constraint in SCCB is composed of two parts: the original array output power constraint part and the sparse constraint part (ℓ_1 norm constraint, encouraging sparse distribution in the array responses). However, if the sparse constraint in SCCB is set too large compared with the array output power constraint part, the responses in the directions of interferences will be influenced, and a tradeoff between the ability to reduce the sidelobe levels and the ability to reject the interferences must be made. Thus, based on the SCCB, a new robust Capon beamformer utilizing a weighted sparse constraint is proposed in this paper. In the proposed method, the sparse constraint part is replaced by a weighted sparse constraint, which is applied only to the sidelobe regions of the beampattern. By doing so, the number of the non-zero elements in the sidelobe response is minimized, resulting in an enhanced mainlobe region and suppressed sidelobe ones.

In sparse recovery, the sparse constraint (the ℓ_1 norm constraint) does not necessarily enforce democratic penalization, which means that larger coefficients are penalized more heavily than smaller coefficients. Based on such a consideration, a weighting matrix can be constructed to put larger weights in the interferences directions to discourage their responses, and put smaller weights to maintain the responses in the remaining parts of the sidelobe regions. In this paper, the weighting matrix is obtained by utilizing the orthogonality between the signal subspace and the noise subspace. Since the steering vectors corresponding to the interferences and the SOI span the same space as the signal subspace, the inner products between the steering vectors in the interference directions and the noise subspace will produce zeroes ideally. By taking the reciprocals of these inner products, large values will yield in the interference directions while small values are obtained in other directions in the sidelobe regions. Using these values as the weights to the sparse constraint, a beampattern with deeper nulls, lower sidelobes, and better robustness to steering vector mismatch is obtainable as compared with SCB and SCCB. Besides, the output SINR is also effectively improved. Numerical simulations and a water-tank experiment are conducted to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: robust Capon beamforming, weighted sparse constraint, sidelobe suppression

PACS: 43.60.Fg, 43.60.Mn, 43.60.-c

DOI: 10.7498/aps.65.104303

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274252, 51479169), the Opening Project of State Key Laboratory of Acoustics, China (Grant No. SKLA201501), the Fundamental Research Fund for the Central Universities, China (Grant No. 3102015ZY011), and the Northwestern Polytechnical University Foundation for Basic Research, China (Grant No. JC20110208).

† Corresponding author. E-mail: csun@nwpu.edu.cn