

柱状磁光颗粒的局域表面等离子共振及尺寸效应

黄志芳 倪亚贤 孙华

Localized surface plasmon resonance and the size effects of magneto-optic rods

Huang Zhi-Fang Ni Ya-Xian Sun Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 114202 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.114202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.114202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I11>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非相干照明条件下的 ptychographic iterative engine 成像技术

Ptychographic iterative engine with the incoherent illumination

物理学报.2015, 64(24): 244201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.244201>

高斯光束在双层云中传输的蒙特卡罗模拟

Transportation of Gaussian light beam in two-layer clouds by Monte Carlo simulation

物理学报.2015, 64(18): 184204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184204>

金属粒子阵列共振的偏振特性

Polarization characteristics of the lattice resonance of metal nanoparticle array

物理学报.2015, 64(16): 164202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164202>

Bessel 光束经椭圆环形孔径后的衍射光场

Diffraction optical field of the Bessel beam through elliptical annular aperture

物理学报.2015, 64(12): 124201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124201>

大散射角散斑场中有关相位奇异新特性的研究

New features of the speckle phase singularity produced in large angle scattering

物理学报.2015, 64(8): 084210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.084210>

# 柱状磁光颗粒的局域表面等离子激元共振及尺寸效应\*

黄志芳<sup>1)2)</sup> 倪亚贤<sup>1)2)</sup> 孙华<sup>1)2)†</sup>

1) (苏州大学物理与光电能源学部, 苏州 215006)

2) (江苏省薄膜材料重点实验室, 苏州 215006)

(2015年12月15日收到; 2016年3月10日收到修改稿)

柱状磁光颗粒的局域表面等离子激元共振为二维磁光光子晶体的手征性边缘模的生成提供了重要的机制. 但目前对此类颗粒的局域表面等离子激元共振效应的研究局限于长波长近似下的结果, 且缺乏对发生共振时的远场与近场特征的深入了解. 本文从散射理论出发, 计算并分析了柱状磁光颗粒发生局域表面等离子激元共振的条件与特殊的场特征, 并讨论了颗粒尺寸对共振峰的影响. 计算结果解释了实验中观察到的二维磁光光子晶体的共振带隙与在长波长近似下得到的局域表面等离子激元共振频率的明显偏移, 并展示了颗粒在较大尺寸下形成的高阶共振峰, 这可能有助于利用共振效应在磁光光子晶体中实现多模的手征边缘态.

**关键词:** 磁光效应, 表面等离子激元, 光子晶体

**PACS:** 42.25.Fx, 85.70.Ge, 42.70.Qs

**DOI:** 10.7498/aps.65.114202

## 1 引言

磁光材料是指具有磁光效应的材料, 即光在该材料中的传播特性会随着材料的磁化状态而变化. 以钇铁石榴石 ( $Y_3Fe_5O_{12}$ , YIG) 及其掺杂物为代表的一系列磁光材料已经在磁光调制、磁光存储等领域获得了广泛而成熟的应用. 传统的磁光研究多局限于均匀介质. 然而随着纳米技术的迅猛发展, 目前对磁光材料的研究已从传统的均匀介质向光子晶体、纳米颗粒等亚波长微结构拓展<sup>[1,2]</sup>, 这不仅为光与物质磁性的相互作用提供了全新的研究视角, 也在纳米光子器件、集成光路等应用方面具有重要价值.

光子晶体中的磁光效应是此领域中尤为有趣的一个问题. 一方面, 通过设计合适的光晶结构可令法拉第效应<sup>[1]</sup>、Kerr 效应<sup>[3]</sup>等常见的磁光效应得到明显的增强; 另一方面, 磁光材料的引入为光

子晶体的带隙结构增加了磁场可调性, 使人们可以利用磁场以极其特殊的方式控制光的传播. 在磁光光子晶体中发现的手征边界模 (chiral edge mode) 是后者的典型代表<sup>[4-12]</sup>, 亦是目前磁光研究中的热点. 理论与实验上均发现, 采用 YIG 等微波铁氧体制成的二维光子晶体的边界处, 可以形成背散射效应完全被抑制的波导模<sup>[4,5]</sup>. 这种完美的单向性本质上是磁光材料的引入导致的时间反演对称破缺在光子晶体能带中的体现, 同时也是二维量子霍尔效应中的电子边缘态的光学类比: 即当磁场打开的带隙下方的能带陈数之和不为零时, 带隙中会生成具有只沿一个方向传播的光学手征性边缘态.

利用柱状磁光颗粒的局域表面等离子激元共振 (localized surface plasmon resonance, LSPR) 效应可以在二维磁光光子晶体中形成平坦的共振带. 由此形成的带隙中, 会生成与颗粒的 LSPR 效应密切相关的单向边缘态<sup>[9,10]</sup>. 相对于其他非共振带

\* 江苏省青年自然科学基金 (批准号: BK20130284) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [hsun@suda.edu.cn](mailto:hsun@suda.edu.cn)

隙中的单向边缘态, 此类起源于颗粒 LSPR 的边缘态对光子晶体的周期性的依赖较小, 因此对晶体的无序、边缘的形貌等因素表现出更大的容忍度<sup>[10,11]</sup>, 为磁光光子晶体的单向波导应用带来技术上的方便, 并有望应用于低能耗自旋电子器件的开发<sup>[13]</sup>.

然而, 目前研究者们对磁光颗粒的 LSPR 特性仍缺乏足够的了解. 事实上, 目前大部分关于 LSPR 的研究集中于普通金属颗粒的特性, 如颗粒的尺寸、形状、耦合等因素对 LSPR 的影响<sup>[14-17]</sup>. 而磁光效应的引入对 LSPR 的特征带来的具体影响并不明朗. 由磁光效应导致的时间反演对称破缺被认为是在 LSPR 共振带隙中生成单向边缘态的本质原因<sup>[9]</sup>, 但具有时间反演对称破缺的 LSPR 效应与普通金属颗粒的 LSPR 效应之间的区别与对比仍缺乏详细的分析. 另一方面, 对被应用于磁光光子晶体的柱状磁光颗粒, 一般只在长波长近似下讨论其 LSPR 的发生及一阶散射共振的贡献<sup>[9,10]</sup>. 但在实验中<sup>[10]</sup>, 很有可能采用达到工作波长的 1/10 左右的颗粒尺寸. 这样的条件下, 长波长近似通常不再适用, 需要讨论磁光颗粒的尺寸效应对 LSPR 的作用.

鉴于以上问题, 本文对柱状磁光颗粒的 LSPR 效应进行了详细的计算与分析. 我们从散射理论出发, 得到了柱状磁光颗粒的共振条件及远场、近场特征. 计算表明, 与不具有磁光效应的普通金属颗粒相比, 柱状磁光颗粒的各阶散射共振峰出现了与磁光系数相关的分裂. 这种分裂不仅存在于 +n 阶与 -n 阶的共振峰之间, 也存在于不同 n 阶的共振峰之间. 同时, 颗粒在发生 LSPR 时不仅表现出常见的远场共振, 还可以在颗粒表面的近场区域中观察到特有的切向能流及能流的环量共振. 随着颗粒尺寸的增大, 各阶共振峰发生不同程度的展宽与移动, 在近场区域亦能观察到高阶共振模的出现. 计算表明, 在之前实验中测量得到的共振带隙位置与 LSPR 长波长近似的明显偏离主要来自于颗粒的尺寸效应. 而高阶共振模的存在为在共振带隙中实现多模式的边缘态<sup>[12]</sup> 提供了可能.

## 2 散射系数

首先考虑一个如图 1 所示的半径为 R 的磁光圆柱颗粒, 其相对介电常数与相对磁导率分别为  $\epsilon$

和  $\bar{\mu}$ . 设颗粒轴向为 z 轴. 当该颗粒沿 z 向磁化时, 其磁导率呈张量形式

$$\bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & -i\gamma\mu & 0 \\ i\gamma\mu & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中  $\gamma$  即磁光 Voigt 系数, 它的数值大小描述了磁光效应的强弱. 此处我们假定该磁光颗粒为旋磁材料, 但以下模型与结果也可以推广到旋电材料的磁光效应, 后者的介电常数呈张量形式.

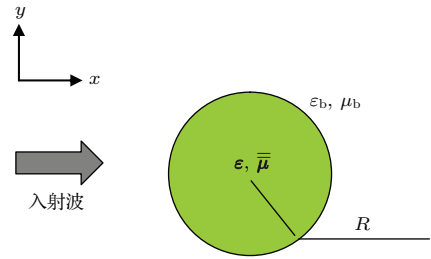


图 1 二维磁光圆柱颗粒的示意图 柱向为磁化方向, 设为 z 轴; z 偏振平面波沿 x 方向入射

Fig. 1. Sketch of a two-dimensional cylindrical MO particle magnetized along the cylinder axis (z-direction) and illuminated by an x-polarized plane wave propagating along the x-axis.

设入射波为沿 x 方向的 TM 偏振平面简谐波 (电场沿 z 轴), 则入射电场的 Bessel 展开式为

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_b r) e^{in\phi},$$

其中  $\omega$  为入射波频率,  $k_b = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_b \mu_b}$  为入射波在背景介质中的波数,  $\epsilon_b$  和  $\mu_b$  分别为背景介质的介电常数与磁导率. 在此入射波下, 颗粒外部 ( $r > R$ ) 的电场与磁场各柱坐标分量的展开式分别为

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [i^n J_n(k_b r) e^{in\phi} + b_n H_n^{(1)}(k_b r) e^{in\phi}], \quad (2a)$$

$$H_\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{-1}{i\mu_0\omega} k_b [i^n J_n'(k_b r) e^{in\phi} + b_n H_n^{(1)'}(k_b r) e^{in\phi}], \quad (2b)$$

$$H_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{i\mu_0\omega} \frac{in}{r} [i^n J_n(k_b r) e^{in\phi} + b_n H_n^{(1)}(k_b r) e^{in\phi}], \quad (2c)$$

其中  $J_n(\dots)$  与  $H_n^{(1)}(\dots)$  为第 n 阶 Bessel 函数和一类 Hankel 函数,  $H_n^{(1)'}$  和  $J_n'$  则分别是其导函数.

颗粒内部为磁导率呈张量形式的磁光材料. 由 Maxwell 方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0\bar{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{H}, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}, \quad (4)$$

可知其磁场分量与电场的关系满足

$$H_\phi = \frac{1}{i\mu_0\omega} \left[ \frac{\mu'}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\mu}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right], \quad (5a)$$

$$H_r = \frac{1}{i\mu_0\omega} \left[ \frac{\mu}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \frac{\mu'}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right], \quad (5b)$$

其中  $\mu' = -i\gamma\mu$  为磁导率张量的非对角元. 同时, 其电场分量可展开为

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n J_n(k_e r) e^{in\phi}, \quad (6)$$

式中  $k_e = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon\mu_e}$  是电磁波在此旋磁材料中的有效波矢,  $\mu_e = \frac{\mu^2 + \mu'^2}{\mu}$  被称为旋磁材料的有效磁导率. 将 (6) 式代入 (5a) 和 (5b) 式, 可得颗粒内部的磁场展开式:

$$H_\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{i\mu_0\omega} \left\{ \frac{\mu'}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{in}{r} c_n J_n(k_e r) e^{in\phi} - \frac{\mu}{\mu^2 + \mu'^2} k_e c_n J'_n(k_e r) e^{in\phi} \right\}, \quad (7a)$$

$$H_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{i\mu_0\omega} \left\{ \frac{\mu}{\mu^2 + \mu'^2} \frac{in}{r} c_n J_n(k_e r) e^{in\phi} + \frac{\mu'}{\mu^2 + \mu'^2} k_e c_n J'_n(k_e r) e^{in\phi} \right\}. \quad (7b)$$

为了说明磁光效应对颗粒散射性质的影响, 我们引入两个参数: 1)  $\beta = \mu_b/\mu_e$ , 即背景材料磁导率与磁光颗粒有效磁导率的比值, 此处的有效磁导率  $\mu_e$  反映了磁光系数  $\gamma$  对在磁光材料中传播的有效波长的影响, 它等效于一个磁导率为标量  $\mu_e$  的非磁光颗粒中传播的波长; 2)  $\zeta = \sqrt{(\mu_b/\mu_e)(\varepsilon/\varepsilon_b)}$ , 即背景材料与 1) 中所等效的非磁光颗粒之间的阻抗比. 在  $r = R$  处应用电场与磁场切向分量连续的边界条件, 可解得散射系数  $b_n$  和透射系数  $c_n$  为

$$b_n = -i^n \frac{J_n(k_e R) J'_n(k_b R) - \bar{\zeta} J'_n(k_e R) J_n(k_b R)}{J_n(k_e R) H_n^{(1)'}(k_b R) - \bar{\zeta} J'_n(k_e R) H_n^{(1)}(k_b R)}, \quad (8)$$

$$c_n = -i^n \frac{J_n(k_b R) H_n^{(1)'}(k_b R) - J'_n(k_b R) H_n^{(1)}(k_b R)}{J_n(k_e R) H_n^{(1)'}(k_b R) - \bar{\zeta} J'_n(k_e R) H_n^{(1)}(k_b R)}, \quad (9)$$

其中,  $\bar{\zeta}$  为磁光效应修正后的另一个有效阻抗比

$$\bar{\zeta} = \zeta - \frac{\beta\gamma}{k_b R} \frac{n J_n(k_e R)}{J'_n(k_e R)}. \quad (10)$$

注意  $\bar{\zeta}$  是从颗粒的散射效果等效而来的有效阻抗比, 而  $\zeta$  则仅仅反映了磁光效应对波长的影响. 当磁光系数  $\gamma = 0$  时, 两者都回退到颗粒磁导率为标量  $\mu$  的情形:

$$\bar{\zeta} = \zeta = \zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_b}{\mu} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_b}}.$$

而当  $\gamma \neq 0$  时,  $\bar{\zeta}$  与  $\zeta$  之间最明显且有趣的差异在于前者与散射阶数  $n$  相关. 由 (8)—(10) 式可知, 磁光颗粒的第  $n$  阶散射系数与一个具有有效折射率比  $n_b/n_e = k_b/k_e$  及有效阻抗比  $\bar{\zeta}(n)$  的非磁光颗粒相等. 显然, 这样一个非磁光颗粒的介电常数与磁导率均同时与阶数  $n$  和磁光系数  $\gamma$  有关:  $\bar{\varepsilon}^{(n)}(\gamma)$ ,  $\bar{\boldsymbol{\mu}}^{(n)}(\gamma)$ . 同时, (10) 式中磁光系数对第  $n$  阶有效阻抗比  $\bar{\zeta}(n)$  的修正破坏了  $(+n)$  阶与  $(-n)$  阶散射系数的对称性,

$$\bar{\zeta}(+n) - \bar{\zeta}(-n) = -\frac{2\beta\gamma}{k_b R} \frac{n J_n(k_e R)}{J'_n(k_e R)}, \quad (11)$$

这正是磁光效应下时间反演对称破缺在散射系数中的反映.

### 3 局域表面等离子共振效应

普通介质颗粒的局域表面等离子共振效应表现为散射截面在特定参数下出现的共振峰. 对于圆柱颗粒的二维散射问题, 不考虑磁光效应时, 其 LSPR 在长波长近似下的共振条件为  $\beta_0 \equiv \mu_b/\mu = -1$ . 下文中, 我们将从 (8)—(10) 式出发, 分析引入磁光效应后颗粒的 LSPR 效应所具有的新特征. 我们将看到, 磁光系数  $\gamma$  不仅导致了 LSPR 时远场特征的变化, 同时也对其近场产生了明显的影响.

#### 3.1 远场特征

颗粒的散射截面可由散射系数计算得到,

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{k_b R} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |b_n|^2. \quad (12)$$

利用 Bessel 函数  $J_n(x)$  和 第一类 Hankel 函数  $H_n^{(1)}(x)$  在  $x \rightarrow 0$  时的近似表达式:

$$J_n(x) = \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n,$$

$$H_n^{(1)}(x) = \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n - i \frac{(n-1)! 2^n}{\pi x^n},$$

可得到第  $n$  阶散射系数在长波长近似下的表达式

$$b_n = -i^n \frac{\zeta - \beta \bar{\zeta}}{(\zeta - \beta \bar{\zeta}) + i \alpha_n (\zeta + \beta \bar{\zeta})}, \quad (13)$$

其中,  $\alpha_n = \frac{2^{2n} n! (n-1)!}{\pi (k_b R)^{2n}}$ . 第  $+n$  阶与  $-n$  阶的散射系数对散射截面的贡献分别为

$$|b_n|^2 = \frac{1}{1 + \alpha_n^2 \left(\frac{1 + \beta_+}{1 - \beta_+}\right)^2}, \quad (14a)$$

$$|b_{-n}|^2 = \frac{1}{1 + \alpha_n^2 \left(\frac{1 + \beta_-}{1 - \beta_-}\right)^2}, \quad (14b)$$

其中,

$$\beta_+ = \beta(1 - n\gamma), \quad \beta_- = \beta(1 + n\gamma), \quad (15)$$

$\beta = \mu_b/\mu_e$  与前文中定义一致. 由上式可知, 第  $+n$  阶散射系数与第  $-n$  阶散射系数的峰值出现在当  $\beta_+ = -1$  和  $\beta_- = -1$  时. 当  $\gamma \neq 0$ , 即颗粒具有磁光效应时,  $(+n)$  阶与  $(-n)$  阶的峰值条件发生劈裂, 这反映了磁光材料带来的时间反演对称破缺对散射共振的影响; 同时, 不同阶的散射峰值亦发生劈裂. 若定义  $\beta_0 = \mu_b/\mu$  为背景磁导率与磁导率张量对角元之间的比值, 则第  $n$  阶散射峰值发生的条件为

$$\beta_0 = -\frac{1 - \gamma^2}{1 - n\gamma}. \quad (16)$$

当  $\gamma = 0$  时, 即颗粒无磁光效应, 则上式结果回退到普通介质的 LSPR 效应: 所有阶数的散射系数同时发生共振. 这种由磁场导致的 LSPR 能级分裂类似于原子光谱的赛曼分裂.

### 3.2 近场特征

我们首先讨论当满足  $\beta_+ = -1$  这个共振条件时颗粒表面附近的能流特征, 此时  $+n$  模发生显著共振. 为简便起见, 不妨设  $\varepsilon_b = \varepsilon = 1$ , 且令  $n = 1$ , 即以一阶正模为例讨论磁光颗粒在发生 LSPR 共振时的近场特征. 所得结果可以方便地推广到更一般的情形.

由该共振模中散射场的能流密度矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_r(r, \phi) &= -\frac{1}{2} E_z^* \mathbf{H}_\phi \\ &= -\frac{1}{2} \frac{i k_b}{\omega \mu_b \mu_0} H_1^*(k_b r) H_1'(k_b r), \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\mathbf{P}_\phi(r, \phi) = \frac{1}{2} E_z^* \mathbf{H}_r = \frac{1}{2} \frac{1}{r \omega \mu_b \mu_0} H_1(k_b r)^2, \quad (17b)$$

可以得到贴近颗粒表面 ( $r = R^+$ ) 的近场范围内能流密度矢量的近似表达式

$$\mathbf{P}_r \simeq \frac{2}{\omega \mu_0 \mu_b} \frac{1}{2\pi R}, \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_\phi \simeq \frac{2}{\omega \mu_0 \mu_b} \frac{\pi}{2} \left( \frac{x_b^2}{4} + \frac{4}{\pi^2 x_b^2} \right) \frac{1}{2\pi R}. \quad (19)$$

$\mathbf{P}_r$  及  $\mathbf{P}_\phi$  均与方位角  $\phi$  无关, 且由于

$$\frac{\mathbf{P}_\phi}{\mathbf{P}_r} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{x_b^2}{4} + \frac{4}{\pi^2 x_b^2} \right) \gg 1, \quad (20)$$

此时颗粒外表面能流呈切向逆时针流动. 类似可以得到  $n = -1$  模共振时颗粒外表面能流亦呈切向流动, 但方向相反.

近场的共振效应表现为散射场能流矢量在颗粒附近的环量共振. 该环量的一般表达式为

$$C_s = \oint \mathbf{P} \cdot d\mathbf{L} = \oint \mathbf{P}_\phi \cdot r d\phi, \quad (21)$$

其中积分绕颗粒附近半径为  $r$  的圆周进行. 代入散射场的展开式后, 得到

$$C_s = \frac{2\pi r}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{in}{\mu_b r} |b_n|^2 |H_n|^2. \quad (22)$$

长波长近似下, 只取  $n \leq 1$ , 则有

$$C_s \sim (|b_1|^2 - |b_{-1}|^2) |H_1(k_b r)|^2$$

当  $\beta_+ = -1$  时,  $|b_1| \gg |b_{-1}|$ , 得到

$$C_s \sim |b_1|^2 |H_1(k_b r)|^2.$$

而当  $\beta_- = -1$  时, 则有

$$C_s \sim -|b_{-1}|^2 |H_1(k_b r)|^2.$$

正模与负模共振时不仅颗粒表面能流转动的方向相反, 而且环量伴随着散射系数  $|b_1|^2$  或  $|b_{-1}|^2$  的共振而共振. 这意味当磁光颗粒发生 LSPR 时, 近场中的能流环量与远场的散射截面会同时共振.

图 2 给出了  $\lambda = 1000R$  时近场能流的数值计算结果, 其中红色圆圈代表颗粒外表面处散射场能流的环量, 黑色方圈则代表散射场能流的通量. 计

算结果表明, 当  $\gamma = 0.5$  时, 近场能流矢量的环量与通量在  $\beta_0 = -0.49987$  及  $\beta_0 = -1.49962$  处均同时形成共振峰, 这与长波长近似下得到的两个共振条件  $\beta_{\pm} = -1$  一致. 近场的通量共振对应于远场的

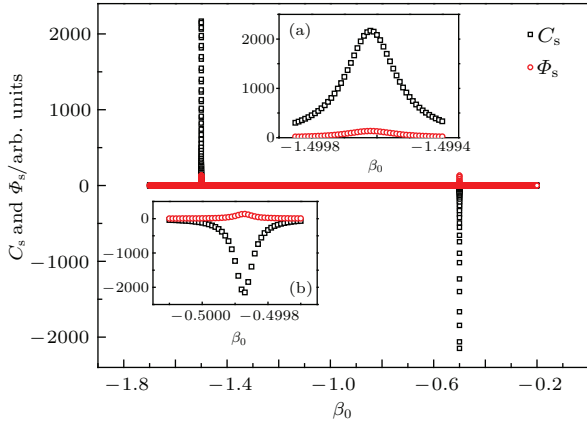


图2 (网刊彩色) 小尺寸颗粒表面的散射能流环量  $C_s$  (红色圆圈) 与通量  $\Phi_s$  (黑色方圈) 随  $\beta_0 = \mu_b/\mu$  的变化. 颗粒的磁光系数  $\gamma = 0.5$ , 半径  $R = \lambda/1000$ ; 插图中为共振峰的放大图  
Fig. 2. (color online) Circulation (red circles) and flux (black circles) vs  $\beta_0 = \mu_b/\mu$  of the scattering energy flow along the surface of a small MO particle of  $\gamma = 0.5$  and  $R = \lambda/1000$ . The insets are the expanded view of the resonance peaks.

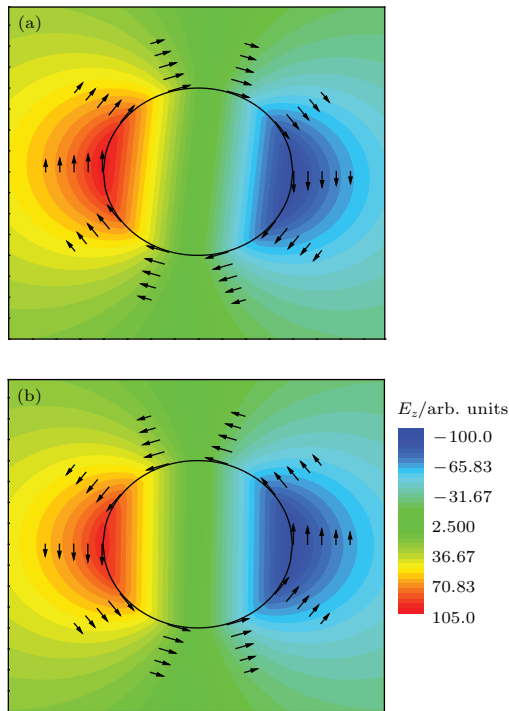


图3 (网刊彩色) 小尺寸颗粒表面附近的散射场  $z$  分量 (色图) 及能流矢量(箭头)分布图. (a)  $\beta_0 = -0.49987$ ; (b)  $\beta_0 = -1.49962$ ; 其他参数选择与图2中一致  
Fig. 3. (color online)  $z$ -component of scattering electric field (color map) and the energy flow vectors for a small MO particle at (a)  $\beta_0 = -0.49987$  and (b)  $\beta_0 = -1.49962$ . Other parameters are the same as those in Fig. 2.

散射截面共振峰. 从图中可以看到, 近场的通量共振峰远远小于环量共振峰, 且两个共振点处的环量符号相反. 此即长波长近似所预言的在颗粒表面附近, 共振时散射能流主要呈沿颗粒表面切向流动, 且两流动方向相反. 这两个共振点处电场  $z$  分量及能流矢量分布如图3, 从中可以观察到电场的偶极矩特征及能流的旋转. 注意切向能流的大小随与颗粒表面的距离的增加迅速下降 (图中的箭头长度正比于能流大小的对数), LSPR 引发的这种绕颗粒旋转的散射能流强烈共振只局限在近场区域, 是由材料的磁光效应引发的特殊近场共振.

### 4 尺寸效应

以上结果仅在颗粒尺寸远小于波长时成立. 而在实验中, 经常会采用圆柱半径接近工作波长  $1/10$  的磁光颗粒来制成光子晶体, 并利用 LSPR 共振带隙中的单向边缘模实现沿光子晶体边界单向传播的波导. 此时我们需要考虑颗粒尺寸的增大引起的 LSPR 效应的变化, 包括共振频率的移动、共振峰的展宽.

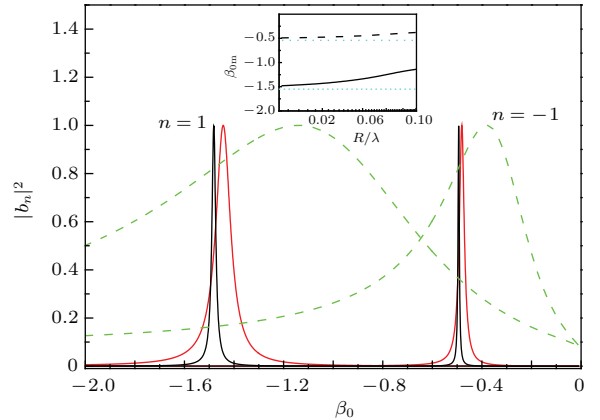


图4 (网刊彩色) 不同颗粒尺寸下  $|b_1|^2$  与  $|b_{-1}|^2$  随  $\beta_0$  的变化. 粗实线 (黑色)  $R = \lambda/100$ ; 细实线 (红色)  $R = \lambda/50$ ; 虚线 (绿色)  $R = \lambda/10$ ; 插图: 共振峰位置  $\beta_{0m}$  随  $R/\lambda$  的变化, 实线  $n = 1$ , 虚线  $n = -1$ ; 其他参数选择与图2中一致  
Fig. 4. (color online) Dependence of  $|b_1|^2$  and  $|b_{-1}|^2$  on  $\beta_0$  for various particle sizes. Thick solid line (black),  $R = \lambda/100$ ; thin solid line (red),  $R = \lambda/50$ ; dash line (green),  $R = \lambda/10$ . Inset: the peak position  $\beta_{0m}$  vs  $R/\lambda$ , solid,  $n = 1$ ; dash,  $n = -1$ . Other parameters are the same as those in Fig. 2.

图4展示了颗粒尺寸对  $|b_1|^2$  与  $|b_{-1}|^2$  的散射峰的影响. 从图中可以看出, 随着颗粒尺寸从  $\lambda/100$  增加到  $\lambda/10$ , 正一阶与负一阶的散射峰均发生了明显的移动和展宽. 因此, 对于尺寸达到  $R = \lambda/10$

乃至更大的磁光颗粒,长波长近似已明显失效,需要计入尺寸效应对颗粒LSPR性质的影响. 不仅如此,同一尺寸下,正阶模与负阶模受尺寸的影响并不一致. 正一阶的峰宽明显大于负一阶,峰值位置的移动也更为明显. 当 $R = \lambda/10$ 时,正一阶的散射峰的峰值位置从长波长近似下的 $\beta_0 = -1.50$ 移动到 $\beta_0 = -1.14$ ,而负一阶的散射峰位置从 $\beta_0 = -0.5$ 移动到 $\beta_0 = -0.38$ . 根据 $\beta_0$ 的定义,峰的运动方向为颗粒磁导率减小的方向,即等离激元型色散关系中频率降低的方向. 这种LSPR共振峰随尺寸的红移与展宽十分典型,它源自于颗粒尺寸的增大导致电荷振荡回复力的减弱及等离激元的辐射损耗(radiative loss). 尺寸效应的显著程度与共振频率 $\omega_{sp}$ 相关,如根据米散射理论近似计算得到的辐射损耗有效阻尼正比于 $\omega_{sp}$ <sup>[14]</sup>,因而相同尺寸下高频模会具有更大的展宽. 对于磁光颗粒, $b_1$ 共振峰出现在高频位置(即 $\beta_0$ 较小的位置),因此呈现出更明显的尺寸效应.

这种颗粒尺寸对散射峰的影响解释了磁光光子晶体单向波导实验中观察到的共振带隙位置与长波长近似所预言的LSPR频率之间的明显偏差. 该实验中采用的磁光材料为YIG,其圆柱颗粒在沿柱向饱和和磁化后,磁导率张量的对角元与非对角元在微波段随磁场 $H_0$ 及频率 $\omega$ 的关系

$$\mu_r = 1 + \frac{\omega_m(\omega_0 - i\alpha\omega)}{(\omega_0 - i\alpha\omega_m)^2 - \omega^2} \quad (23)$$

及

$$\mu_i = \frac{\omega_m\omega}{(\omega_0 - i\alpha\omega_m)^2 - \omega^2}, \quad (24)$$

式中各参数分别为<sup>[9]</sup>: 两个特征频率 $\omega_0 = \gamma_g H_0$ ,  $\omega_m = 4\pi M_0$ , 旋磁比 $\gamma_g = 2.8 \times 10^6$  Hz/Oe. 饱和磁化强度 $4\pi M_0 = 1800$  G,  $\alpha = \gamma_g \frac{dH}{2\omega}$  为损耗系数,且线宽 $dH = 30$  Oe. 在长波长近似下,该材料的两个LSPR共振峰分别出现在频率 $\omega_s^+ = \omega_0 + \omega_m/2$ 处及 $\omega_s^- = \omega_0$ 处. 由于后者被强烈的铁磁共振峰 $\omega_0$ 所掩盖,实际上只可能观察到对应于近场能流呈逆时针旋转的+1阶共振模. 当磁场 $H_0 = 2980$  Oe时,长波长近似下的 $\omega_s^+ = 68.3$  G,即 $f_s^+ = 10.9$  GHz,对应波长为1.28 cm.

在文献<sup>[10]</sup>的实验中,研究者将该尺寸的YIG颗粒排列成晶格常数 $a = 1.45$  cm的正方晶格,并在9.5 GHz附近观察到LSPR共振带隙及可在此带隙中单向传播的边缘模. 我们的计算表明,该共振带隙与颗粒LSPR长波长近似结果的明显

偏离来源于颗粒的尺寸效应. 图5为计入尺寸的影响后半径为0.16 cm的YIG圆柱颗粒在磁场 $H_0 = 2980$  Oe下颗粒外表面能流环量与通量随频率的变化,可以观察到在 $f = 9.6$  GHz出现了一个较宽的共振峰,该共振频率下颗粒的电场 $E_z$ 及能流方向的分布如图5中插图所示,呈现出LSPR所具有的偶极矩特征及近场中的逆时针能流旋转. 由该计算结果可知,颗粒尺寸导致LSPR共振峰发生了不可忽略的移动与展宽. 注意在图5中还存在一个位于 $f = 10.2$  GHz处的尖锐窄峰,其颗粒表面的能流成顺时针旋转. 这个峰的发生实际上来源于YIG的有效折射率在此频率处的发散,因此对应于体模的共振,而非LSPR的贡献,且伴随着电磁波的能量在颗粒内部的强烈吸收,因而无法在实际的YIG光子晶体波导实验中被观察到.

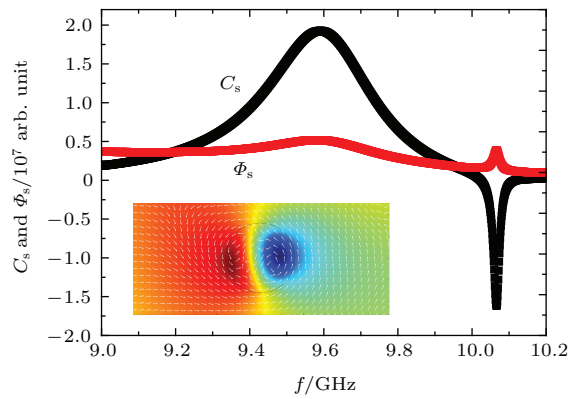


图5 (网刊彩色) YIG圆柱颗粒在 $H_0 = 2980$  Oe下颗粒外表面能流环量与通量随频率的变化. 颗粒半径 $R = 0.16$  cm; 插图:  $f = 9.6$  GHz时颗粒近场区域的电场 $z$ 分量分布,箭头给出了能流矢量的方向

Fig. 5. (color online) Frequency-dependence of the circulation (labeled as cir) and the flux (labeled as flux) at the surface of a YIG cylindrical particle magnetized along the cylinder axis with  $H_0 = 2980$  Oe and  $R = 0.16$  cm. Inset: The distribution of the  $z$ -component of electric field near the particle for  $f = 9.6$  GHz. The arrows point in the direction of energy flow.

尺寸效应对LSPR的另一个明显影响是高阶散射系数的贡献增大. 我们计算了 $\lambda = 10R$ 时散射截面随 $\beta_0$ 的变化(图6). 计算结果表明,在此尺寸下,至少 $|n| \leq 4$ 的散射系数会对共振峰的形成产生不可忽视的影响. 从图6中可以观察到6个明显的共振峰,以及每个共振峰对应的散射系数的成分. 以第一个峰为例,2阶散射系数已完全共振,而+1阶与-1阶的散射亦处于十分接近共振的状态. 一般而言,每个散射截面的共振峰里都包含了不同阶数的散射系数的贡献. 然而有趣的是,同一个散

射峰中, 有贡献的高阶散射系数相对于低阶散射系数具有更明显的时间反演对称破缺性. 如第一个峰的(+2)阶与(-2)阶的散射系数之间的差异要远大于(+1)阶与(-1)阶的散射系数之间的差异. 这意味着我们可以从大尺寸磁光颗粒在共振时的近场效应中判断出有贡献的高阶模式. 图7给出了6个

于(+1)阶与(-1)阶的散射系数之间的差异. 这意味着我们可以从大尺寸磁光颗粒在共振时的近场效应中判断出有贡献的高阶模式. 图7给出了6个

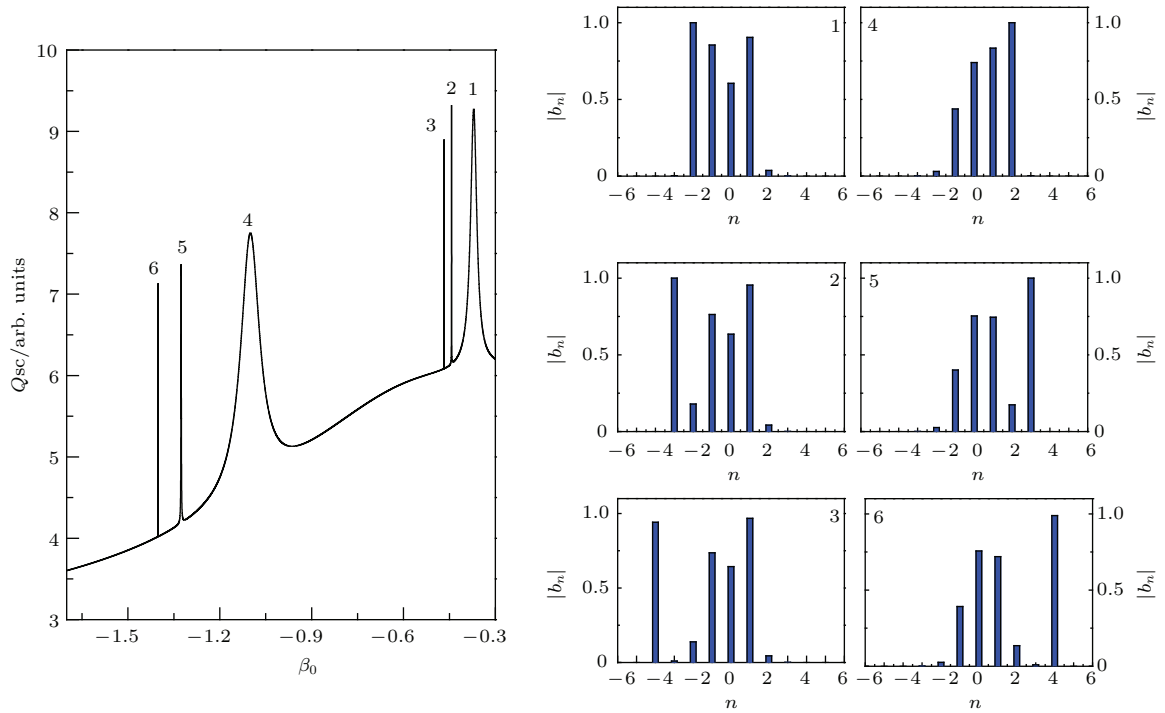


图6  $\lambda = 10R$ 时磁光颗粒散射截面  $Q_{sc}$  随  $\beta_0$  变化而出现的高阶散射峰(左)及各散射峰中各阶散射系数  $|b_n|$  的大小(右)  
 Fig. 6. Higher-order scattering peaks in the  $Q_{sc}$  vs  $\beta_0$  curve (left) and the corresponding components of  $|b_n|$  for various  $n$ .

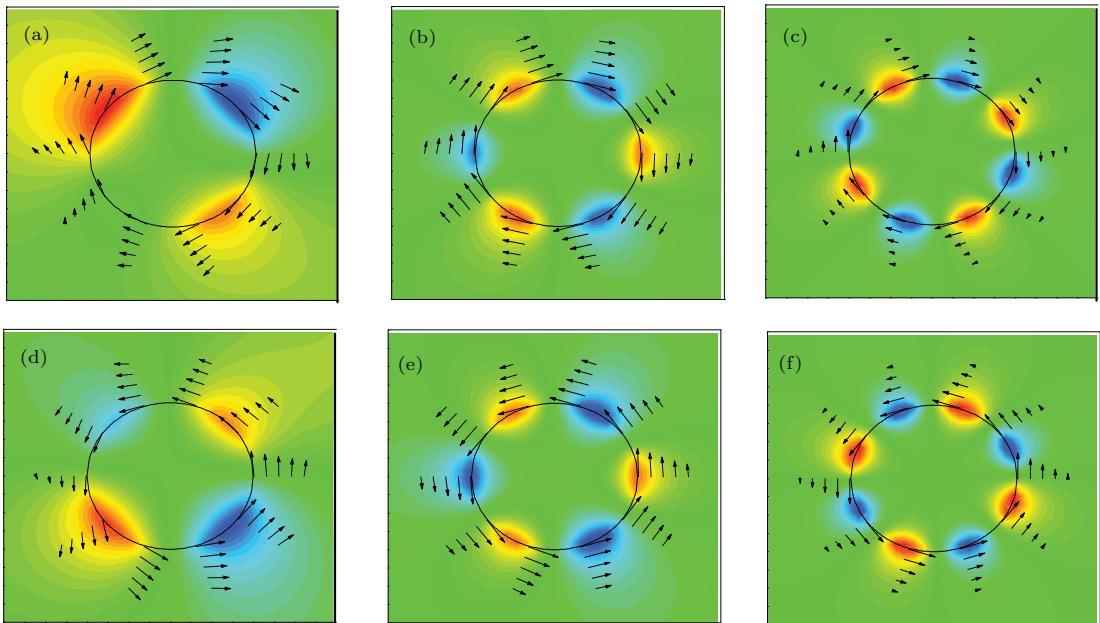


图7 (网刊彩色)  $\lambda = 10R$ 时颗粒表面附近的散射场  $z$  分量(色图)及能流矢量(箭头)分布图  $\beta_0$  的取值分别对应图6中各散射峰位置, 其他参数选取与图2中一致  
 Fig. 7. (color online)  $z$ -component of scattering electric field (color map) and the energyflow vectors (arrows) near a MO particle for  $\lambda = 10R$ . The values of  $\beta_0$  correspond to the positions of the scattering peaks in Fig. 6. Other parameters are the same as those in Fig. 2.



共振峰对应的颗粒表面电场分布及能流流向, 可以很明显地判断出这六个共振峰中的高阶模式分别为  $-2$ ,  $-3$ ,  $-4$ ,  $+2$ ,  $+3$ ,  $+4$ . 在实验和模拟计算中尚未发现磁光颗粒的高阶共振效应, 然而理论上已经预言了这种高阶散射有可能在合适的光子晶体结构中形成阶数大于 1 的共振能带, 从而令基于带隙的单向波导模具有多模的特征<sup>[12]</sup>.

## 5 结 论

我们通过散射理论分析与讨论了柱状磁光颗粒的局域表面等离激元共振特征. 之前对此问题的认识主要局限于小尺寸颗粒的长波长近似结果及一阶散射系数的贡献. 我们的计算结果表明, 磁光效应的引入会令柱状颗粒的共振条件与场特征与普通颗粒截然不同, 主要表现在: 1) 磁光效应导致共振峰的正、负分裂及不同阶数间的分裂; 2) 近场区域内出现的能流环量共振与通量共振同时发生, 且两者的比值随颗粒尺寸的减小趋于无穷, 意味着磁光效应令 LSPR 时颗粒表面出现显著的切向能流; 3) 随着颗粒尺寸的增大, 高阶共振模的贡献亦增大, 且在近场区表现出更为明显的特征. 我们的计算结果解释了之前磁光光子晶体边缘态实验中发现的 LSPR 带隙位置与 LSPR 长波长近似结果的偏离, 同时也为利用高阶共振模实现多模式边缘态提供了基础.

## 参考文献

- [1] Inoue M, Fujii T 1997 *J. Appl. Phys.* **81** 5659
- [2] Temnov V V, Armelles G, Woggon U, Guzatov D, Cebolada A, Garcia-Martin A, Garcia-Martin J M, Thomay T, Leitenstorfer A, Bratschitsch R 2010 *Nat. Photo.* **4** 107
- [3] Liang H, Liu H, Zhang Q, Fu S F, Zhou S, Wang X Z 2015 *Chin. Phys. B* **24** 067807
- [4] Haldane F D M, Raghu S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 013904
- [5] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, Soljacic M 2009 *Nature* **461** 772
- [6] Poo Y, Wu R, Lin Z, Yang Y, Chan C T 2009 *Phys. Rev. Lett.* **106** 093903
- [7] Fang K, Yu Z, Fan S 2011 *Phys. Rev. B* **84** 075477
- [8] Skirlo S A, Lu L, Soljacic M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 113904
- [9] Liu S Y, Lu W L, Lin Z F, Chui S T 2011 *Phys. Rev. B* **84** 045425
- [10] Lian J, Fu J X, Gan L, Li Z Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 125108
- [11] Poo Y, Wu R, Liu S, Yang Y, Lin Z, Chui S T 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 081912
- [12] Chui S T, Liu S, Lin Z 2013 *Phys. Rev. B* **88** 031201
- [13] Chui S T, Lin Z 2014 *Chin. Phys. B* **23** 117802
- [14] Fan X, Zheng W, Singh D J 2014 *Light: Sci. Appl.* **3** e179
- [15] Cong C, Wu D J, Liu X J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 047802 (in Chinese) [丛超, 吴大建, 刘晓峻 2012 物理学报 **61** 047802]
- [16] Zou W B, Zhou J, Jin L, Zhang H P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 097805 (in Chinese) [邹伟博, 周骏, 金理, 张昊鹏 2012 物理学报 **61** 097805]
- [17] Zhu H, Yan Z D, Zhan P, Wang Z L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 178104 (in Chinese) [朱华, 颜振东, 詹鹏, 王振林 2013 物理学报 **62** 178104]

# Localized surface plasmon resonance and the size effects of magneto-optic rods\*

Huang Zhi-Fang<sup>1)2)</sup> Ni Ya-Xian<sup>1)2)</sup> Sun Hua<sup>1)2)†</sup>

1) (College of Physics, Optoelectronics and Energy, Suzhou University, Suzhou 215006, China)

2) (Jiangsu Key Laboratory of Thin Films, Suzhou 215006, China)

( Received 15 December 2015; revised manuscript received 10 March 2016 )

## Abstract

Localized surface plasmon resonance of cylindrical magneto optical particles provides an important mechanism for the formation of chiral edge states in two-dimensional magneto-optical photonic crystals. These states are an electromagnetic analogy of the so-called “chiral edge state’s” (CESs) in a quantum Hall system where the power transmission is unidirectional due to particular topological properties of the bands. Just like their electronic counterpart, the number of optical CESs in the band gap opened by an applied magnetic field is determined by the sum of the Chern numbers of the lower bands. For a two-dimensional photonic crystal composed of ferrite rods magnetized along their axis, the coupling of the localized surface plasmon resonance states of each rod results in a narrow flat band-gap, which contains one-way edge modes arising from the circulation of the energy flow around each rod excited by the resonance with broken time-reversal symmetry. So far the interpretation of the resonance-related chiral edge states are based on the long-wavelength approximation of the localized surface plasmon resonance of an individual magneto-optical particle. Though the results agree with the experimental results qualitatively, an obvious quantitative deviation is still obvious. In this work we apply the scattering theory to analyze the resonance condition and the features of both the far-field and the near-field at resonance for cylindrical magneto-optical particles. Our calculation shows that the splitting of scattering peaks of different orders will occur due to the magneto-optical effect. Such a split is observed between an  $(+n)$ -peak and an  $(-n)$  peak, as a sign of the broken time-reversal symmetry, and also between peaks of lower-order and higher-order. Another important feature is the simultaneous occurring of the far-field resonance and the near-field resonance, where the latter is characterized by a peak of energy-flow circulation around the particle. Based on this model the effects of particle size on the resonance peaks are discussed. It is shown that the resonance peaks are moved and broadened with the particle size increasing. The results explain the obvious deviation of the position of the resonance band-gap from the predicted frequency according to the previous long-wavelength approximation. Furthermore, the calculation of a particle of moderately-large size (nearly one-tenth of the incident wavelength) demonstrates the appearance of higher-order modes up to  $n = 4$  circling around the particle surface. This implies that these higher-order modes may also make non-trivial contribution to the formation of the flat band-gap observed in a photonic crystal of ferrite-rods and affect the behaviours of the chiral-edge state existing in such a gap. Particularly, it may be helpful in realizing the multimodes of chiral edge states in magneto-optical photonic crystals.

**Keywords:** magneto-optic effects, surface plasmon, photonic crystals

**PACS:** 42.25.Fx, 85.70.Ge, 42.70.Qs

**DOI:** 10.7498/aps.65.114202

\* Supported by the Natural Science Foundation for the Youth of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20130284).

† Corresponding author. E-mail: [hsun@suda.edu.cn](mailto:hsun@suda.edu.cn)