

一种基于最优频段的X射线脉冲星累积轮廓时延估计方法

方海燕 刘兵 李小平 孙海峰 薛梦凡 沈利荣 朱金鹏

Time delay estimation method of X-ray pulsar observed profile based on the optimal frequency band

Fang Hai-Yan Liu Bing Li Xiao-Ping Sun Hai-Feng Xue Meng-Fan Shen Li-Rong Zhu Jin-Peng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 119701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.119701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.119701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I11>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

空间X射线观测确定脉冲星星历表参数精度分析

[Analysis of measurement accuracy of ephemeris parameters for pulsar navigation based on the X-ray space observation](#)

物理学报.2016, 65(7): 079701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.079701>

多谐波脉冲星信号时延估计方法

[Multiple harmonic X-ray pulsar signal phase estimation method](#)

物理学报.2015, 64(21): 219702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219702>

一种新的X射线脉冲星信号模拟方法

[A new simulation method of X-ray pulsar signals](#)

物理学报.2015, 64(21): 219701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219701>

标定脉冲星导航探测器的荧光X射线光源

[Fluorescence X-ray source used for calibrating the detector of X-ray navigation](#)

物理学报.2015, 64(14): 149701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.149701>

一种脉冲星信号模拟新方法

[A new method for the pulsar signals simulation](#)

物理学报.2014, 63(21): 219701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.219701>

一种基于最优频段的X射线脉冲星累积轮廓时延估计方法

方海燕[†] 刘兵 李小平 孙海峰 薛梦凡 沈利荣 朱金鹏

(西安电子科技大学空间科学与技术学院, 西安 710126)

(2015年12月5日收到; 2016年3月2日收到修改稿)

为提高X射线脉冲星导航中累积脉冲轮廓的时间延迟估计精度, 分析了X射线脉冲星累积脉冲轮廓的频谱特性和现有Taylor快速傅里叶变换时延估计算法的缺陷, 提出了一种基于最优频段的累积轮廓时延估计算法, 并通过建立不同信噪比下时延估计误差与所采用频段之间的关系以确定最优频段. 数值及实测数据实验结果表明: 在短时观测或光子流量较小时, 该算法优于常用的近似最大似然(FAML)、相关(CC)、最小二乘(NLS)及加权最小二乘(WNLS)方法; 在观测时间较长或光子流量较大时, 该算法的估计精度与CC及NLS方法相当, 但其运算量低于NLS, FAML及WNLS方法. 本文所提算法适用于短时观测脉冲轮廓或低流量脉冲星的高精度时延估计.

关键词: X射线脉冲星导航, 时间延迟估计, Taylor快速傅里叶变换, 最优频段

PACS: 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

DOI: 10.7498/aps.65.119701

1 引言

X射线脉冲星导航(X-ray pulsar navigation, XPNAV)是一种新型的导航方式, 可为航天器提供位置、时间等丰富的导航信息^[1-4]. 文献[1]于2004年对XPNAV的基本理论进行了论证, 验证了XPNAV的可行性, 之后国际上掀起了XPNAV的研究热潮^[5-11]. 在XPNAV系统中, 探测器记录光子的到达时间(time of arrival, TOA), 经过历元折叠形成累积脉冲轮廓, 通过比较航天器处累积脉冲轮廓与太阳系质心处(the solar system barycenter, SSB)标准脉冲轮廓的时延以获得航天器沿脉冲星方向到SSB的距离^[1]. 轮廓时延估计精度直接决定了导航精度, 且通过较短时间的观测获得较高精度的时延值是XPNAV能够成功应用的关键^[12-15].

目前的X射线脉冲星累积轮廓时延估计方法主要分为两类^[12]: 基于光子到达时间和基于累积

脉冲轮廓. 文献[11, 16]利用光子TOA的联合概率密度函数, 提出了最大似然(ML)估计方法. 文献[16]提出了互相关(CC)算法, 该方法是渐近无偏和一致估计. 文献[11]提出了非线性最小二乘(NLS)方法, 这种方法具有高计算效率和较小渐近方差. 通过线性化最大似然函数, 文献[17]和[18]提出了近似ML方法, 这些方法通过快速傅里叶变换(FFT)有效地降低了算法复杂度, 但作者未讨论这些方法的理论精度. 为了克服离散采样的有效性问题, 文献[19]提出了多高斯拟合和最小熵的相位估计方法, 但该方法估计误差随观测时间增加而增大, 高斯参数的选择也难以确定, 不合理的参数将导致过拟合问题. 文献[20]提出了一种加权非线性最小二乘法(WNLS), 并给出最优权值矩阵, 该方法是具有最小方差的渐近无偏估计量, 当观测时间较长时, 该方法的性能要优于NLS和CC方法, 接近ML方法, 但计算复杂度要明显低于ML方法. 以上所述方法的估计精度在短时观测时都偏离克拉美-罗理论下界(CRLB). 实际上经周期叠加后的

[†] 通信作者. E-mail: hyfang@xidian.edu.cn

累积脉冲轮廓可以被认为是确定性信号, 传统频域时延估计方法都适用于脉冲轮廓的时延估计, 例如经典的 Taylor FFT 时延估计方法就是基于轮廓的傅里叶变换 [21]. 本文分析了 X 射线脉冲星短时累积脉冲轮廓的频谱特性和现有 Taylor FFT 时延估计算法的缺陷, 在此基础上提出了一种基于最优频段的短时累积脉冲轮廓时延估计算法, 并通过建立不同信噪比下时延估计误差与所采用频段之间的关系以确定最优频段, 最后利用 Crab 脉冲星的 RXTE 实测数据进行了实验分析.

2 累积脉冲轮廓特性分析

2.1 时域特性

脉冲星光子到达时间序列的统计特性是分析轮廓特性的前提. 星载探测器接收的 X 射线光子到达时间序列可建模为非齐次泊松过程, 通过历元折叠可以获得该泊松过程的强度函数 [22], 即脉冲轮廓. 在对实测数据进行历元折叠前, 需将光子到达时间转换到太阳系质心, 以消除多普勒效应及大尺度时空效应.

令 $s(t) = \lambda_b + \lambda_s h(\phi(t))$ 代表 SSB 处 X 射线光子到达强度函数, 其中 λ_b 为背景辐射强度; λ_s 为脉冲星的有效脉冲辐射强度; $h(\phi)$ 为定义在 $\phi \in [0, 1)$ 上的标准脉冲轮廓, $\phi(t)$ 为 SSB 处的脉冲星相位模型. 将观测时长 $T_{\text{obs}} = t - t_0$ 按照脉冲星周期划分成 N_p 个时间段进行周期叠加, 则经时间归一化后的累积脉冲轮廓可以表示为

$$\hat{s}(t_i) = \frac{1}{N_p T_b} \sum_{j=1}^{N_p} c_j(t_i) \quad i \in [1, N_b], \quad (1)$$

其中 $c_j(t_i)$ 表示第 j 个周期以 t_i 为时间中心的第 i 个 bin 块内所探测到的光子数, T_b 为 bin 块的长度, N_b 为一个脉冲周期内的 bin 块数. 当 $T_b \rightarrow 0$ 时,

$$E[c_j(t_i)] = \text{var}[c_j(t_i)] = s(t_i) T_b. \quad (2)$$

根据泊松过程的独立增量性及中心极限定理可得, 当 $N_p \rightarrow \infty$ 时, $\hat{s}(t_i)$ 服从正态分布, 其均值和方差分别为

$$E[\hat{s}(t_i)] = E\left[\frac{1}{N_p T_b} \sum_{j=1}^{N_p} c_j(t_i)\right] = s(t_i), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{s}(t_i)] &= \text{var}\left[\frac{1}{N_p T_b} \sum_{j=1}^{N_p} c_j(t_i)\right] = \frac{s(t_i)}{N_p T_b} \\ &= \frac{N_b}{T_{\text{obs}}} s(t_i). \end{aligned} \quad (4)$$

因此累积脉冲轮廓 $\hat{s}(t_i)$ 与强度函数 $s(t_i)$ 的关系可以表示为

$$\hat{s}(t_i) = s(t_i) + \hat{n}(t_i), \quad (5)$$

其中 $\hat{n}(t_i)$ 即为周期折叠噪声, $\hat{s}(t_i)$, $\hat{n}(t_i)$ 均不相关, 且 $\hat{n}(t_i) \sim N(0, N_b s(t_i)/T_{\text{obs}})$. 由于 $s(t_i)$ 由两部分组成: 不随时间变化的背景流量 λ_b 和随着时间变化的脉冲流量 $\lambda_s h(\phi(t_i))$, 因此轮廓噪声的方差总体来说随着时间变化的. 因为 $\lambda_b > \lambda_s h(\phi(t_i))$ (对于 Crab 脉冲星, $\lambda_b > 9\lambda_s$), 因此在处理轮廓时, 可以忽略轮廓噪声方差随着时间的变化, 将其看成高斯白噪声.

2.2 频谱特性

通过傅里叶变换在频域进行时延估计时, 信号的频谱特性直接影响到估计精度. 为此利用美国 RXTE (Rossi X-ray Timing Explorer) 卫星实测 X 射线数据, 以 PSR B0531+21 (Crab 脉冲星) 为例, 分析了其轮廓的频谱特性. RXTE 卫星搭载了正比阵列计数器 (PCA)、高能 X 射线时变探测器 (HEXTE) 和全天监视器 (ASM) 三组 X 射线探测器, 全方位地对 X 射线脉冲星进行观测, 在轨服务时间长达 16 年 (1995—2012 年), 提供了丰富的 X 射线源资料 [23]. 以下分析采用的数据包参数列于表 1. 标准脉冲轮廓由整个数据包的数据经历元折叠获得.

表 1 数据包参数

Table 1. Parameters of employed data packet.

数据包	观测时间/MJD	观测时长/s	时间分辨率/ μs
60079-01-22-00	52515.90923	956	250

累积脉冲轮廓可通过截取数据包的一段数据进行历元折叠获得, 其信噪比 (SNR) 由观测时间 T_{obs} 决定. 截取的时间长度不同, 则获得的累积脉冲轮廓的信噪比也不同, 经大量数据分析, 可得 T_{obs} 与信噪比的对应关系, 如表 2 所列.

表 2 Crab 脉冲轮廓信噪比与观测时间的关系

Table 2. SNRs of observed profile as a function of observation time for Crab pulsar.

观测时间/s	0.6	1.3	3.3	8	15	50	100	250
信噪比/dB	-8	-4	0	4	8	12	16	20

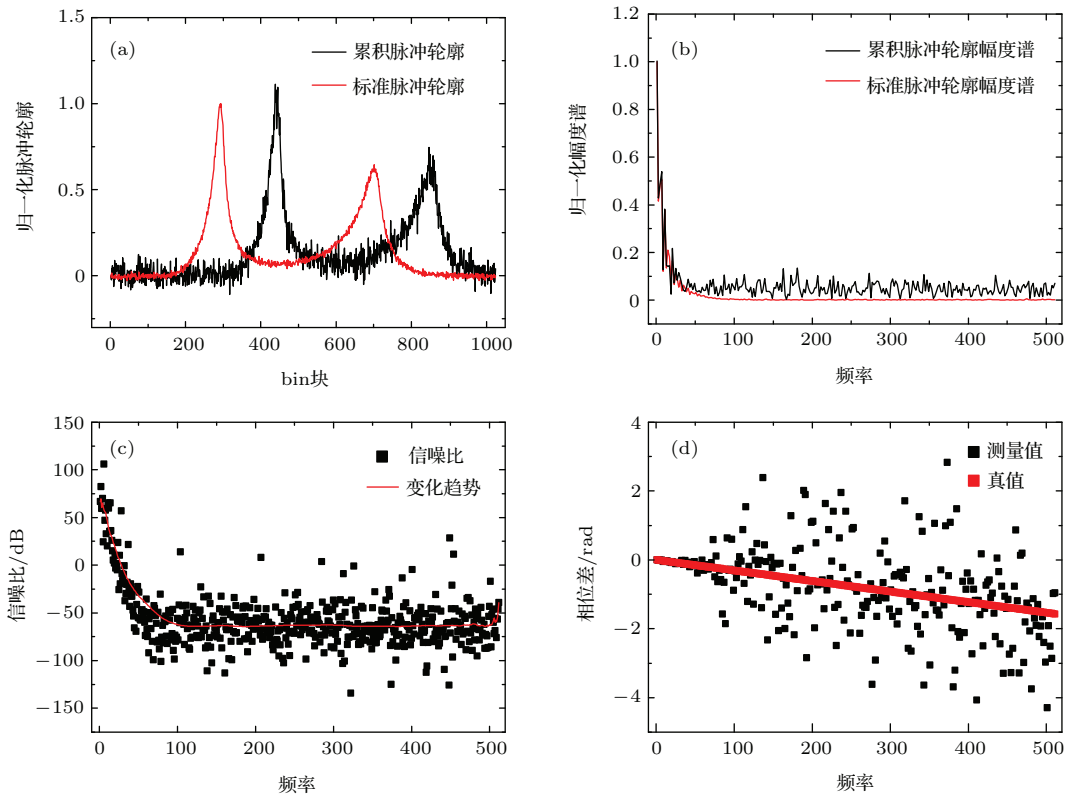


图1 (网刊彩色) 标准脉冲轮廓和累积脉冲轮廓的对比 (a) 时域波形; (b) 幅度谱; (c) 不同频率的信噪比; (d) 频域相位差

Fig. 1. (color online) Comparison of the standard profile and the observed profile: (a) Time-domain waveform; (b) magnitude spectra; (c) SNR at different frequencies; (d) phase delay of the frequency domain.

为获得具有一定时延的累积脉冲轮廓, 对截取的光子到达时间序列的所有数据加上时延, 该时延值即为时延真值; 然后利用新生成的时间序列进行历元折叠, 即可获得具有确定时延的累积脉冲轮廓. 在进行历元折叠时, 标准脉冲轮廓和累积脉冲轮廓的 bin 块数均取 1024. 图 1 所示为标准脉冲轮廓与信噪比为 10 dB 的累积脉冲轮廓在时域、频域的比较, 图中频率采用其所对应的阶次表示.

图 1(a) 是标准脉冲轮廓与累积脉冲轮廓的时域波形, 时延表现为波形的平移. 可以看出由于观测时间较短, 累积脉冲轮廓的信噪比远低于标准脉冲轮廓. 图 1(b) 所示为两轮廓的幅度谱, 可以看出脉冲轮廓的频带是有限的且具有收敛性, 频谱集中分布在低频段; 噪声分布在整个频带范围之内, 可以看成高斯白噪声, 这与 2.1 节的分析相符合.

图 1(c) 反映了噪声对各频率分量的影响. 为了清楚地体现噪声对幅度小的高频分量的影响, 计算了累积脉冲轮廓各频率分量的信噪比. 将无时延的归一化累积脉冲轮廓 $\hat{s}(t)$ 与标准脉冲轮廓 $s(t)$ 相减获得噪声信号 $g(t)$, 其傅里叶变换为 $G(k)$, 则各

频率分量的信噪比可表示为

$$SNR_k = |S_k|^2 / |G_k|^2 \quad k = 1, \dots, N_b/2, \quad (6)$$

其中 S_k 为 $s(t)$ 的傅里叶变换. (6) 式的计算结果如图 1(c) 所示, 可以看出随 k 的增加而减小, 高频分量的信噪比远远低于低频分量的, 说明其受噪声的影响远远高于低频分量. 当时域信号的信噪比变化时, 图 1 中所显示的规律仍然存在, 只是具体的数值会发生变化.

图 1(d) 所示为两轮廓的相位差, 其通过对两轮廓的相位谱做差获得, 当然也可通过求两轮廓互相关函数的相位谱获得^[24]. 根据傅里叶变换的时移特性, 若时延为 t_d , 则理论上相位差是一条斜率为 $-t_d$ 的直线, 因此可以直接利用互谱相位谱求时延^[24,25]. 由图 1(d) 可以看出, X 射线脉冲星的脉冲轮廓在噪声的影响下, 低频分量的相位差基本落在该直线上, 与真值相符合; 而随着频率的升高, 相位差散列在该直线两侧, 明显偏离真值. 文献^[25]指出在互谱幅度小的频率附近, 相位差相对真值会有很大偏离, 为提高时延估计精度提出了广义加权方法. 在利用相位谱进行时延估计时, 应根据信号的频谱特性确定加权函数.

基于实测数据的频域分析结果表明: X射线脉冲星脉冲轮廓的频谱具有明显的带限特性和收敛性, 而噪声具有宽带特性, 其分布在整个频带范围内; 脉冲轮廓高频分量的幅度很小, 接近于零, 易受噪声影响, 导致高频段的相位差远远偏离真值. 因此, 在利用 X 射线脉冲星脉冲轮廓的相位谱进行时延估计时必须要考虑如何抑制高频段的相位噪声.

3 Taylor FFT 时延估计方法的原理及缺陷分析

X 射线脉冲星时延估计的方法有很多, 如时域中的互相关法、最大似然法及非线性最小二乘法等, 频域中的 Taylor FFT 法^[21]. 时域法的精度受制于轮廓取样频率, 即 bin 块大小, 而频域 Taylor FFT 法的估计精度不受轮廓采样频率的限制, 被广泛应用于脉冲星的时延估计中. Taylor FFT 本质上是频域的标准最小二乘拟合方法, 其与常用相位谱时延估计方法^[24,25]的区别在于: Taylor FFT 算法利用卡方检验的方法确定时延, 而不是拟合互谱相位谱的斜率. 以下使用离散傅里叶变换公式的常用形式, 以 t_d 表示时间延迟, τ 表示基波相位延迟, 重新阐述了文献^[21]中所提出的 Taylor FFT 算法, 并分析了其在 X 射线脉冲轮廓时延估计应用中的缺陷.

设脉冲星累积脉冲轮廓为 $\hat{s}(t)$, 标准脉冲轮廓为 $s(t)$, 则存在:

$$\hat{s}(t) = a + bs(t - t_d) + g(t), \quad (7)$$

其中: a, b 和 t_d 为常数, 表示累积轮廓相对于标准轮廓的直流偏移、幅值放大倍数及时延; $g(t)$ 为辐射及背景噪声, 是一个随机变量.

取样后可得两个脉冲轮廓的离散傅里叶变换:

$$\hat{S}_k e^{i\theta_k} = \sum_{j=0}^{N_b-1} \hat{s}_j e^{-i\frac{2\pi}{N_b}jk} \quad k = 0, 1, \dots, N_b - 1, \quad (8)$$

$$S_k e^{i\phi_k} = \sum_{j=0}^{N_b-1} s_j e^{-i\frac{2\pi}{N_b}jk} \quad k = 0, 1, \dots, N_b - 1. \quad (9)$$

则根据 (7) 式及傅里叶变换的性质可得:

$$\hat{S}_k e^{i\theta_k} = aN_b\delta(k) + bS_k e^{i(\phi_k - k\tau)} + G_k \quad k = 0, 1, \dots, N_b - 1, \quad (10)$$

其中 τ 与 t_d 的关系为: $\tau = \frac{2\pi}{T}t_d$, T 为脉冲星自转周期; $\delta(k)$ 为单位序列, $k = 0$ 时 $\delta(k) = 1$, $k \neq 0$ 时 $\delta(k) = 0$. 由 (10) 式可得: $a = (\hat{S}_0 - bS_0)/N_b$.

通过使拟合符合度统计最小, 可以获得参数 τ 和 b :

$$\chi^2(b, \tau) = \sum_{k=1}^{N_b/2} \left| \frac{\hat{S}_k - bS_k e^{i(\phi_k - \theta_k - k\tau)}}{\sigma_k} \right|^2, \quad (11)$$

其中 σ_k 为噪声在 k 次频率分量处的均方根幅值, 在实际信号处理中, 可不考虑这种细微变化, 将其作为常数, 记为 σ . 利用欧拉公式, 将 (11) 式中的复指数函数用三角函数表示, 可得:

$$\chi^2(b, \tau) = \sigma^{-2} \sum_{k=1}^{N_b/2} (\hat{S}_k^2 + b^2 S_k^2) - 2b\sigma^{-2} \sum_{k=1}^{N_b/2} \hat{S}_k S_k \times \cos(\phi_k - \theta_k - k\tau). \quad (12)$$

为使函数 $\chi^2(b, \tau)$ 全局最小, 则需其对 b, τ 的微分趋于零, 可得:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \tau} = \frac{2b}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{N_b/2} k \hat{S}_k S_k \sin(\phi_k - \theta_k - k\tau) = 0. \quad (13)$$

根据 (13) 式, 通过迭代就可以求出 τ . 其估计精度为

$$\sigma_\tau^2 = \left(\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \tau^2} \right)^{-1} = \frac{\sigma^2}{2b \sum_{k=1}^{N_b/2} k^2 \hat{S}_k S_k \cos(\phi_k - \theta_k - k\tau)}. \quad (14)$$

由 (13) 式可以看出, Taylor FFT 方法一方面利用幅度谱系数 $\hat{S}_k \cdot S_k$ 对相位信息进行加权, 降低了频谱中幅度小的频率分量对估计精度的影响; 另一方面利用线性项 k 进行加权放大, 减小误差传递. 但当累积脉冲轮廓信噪比较低时, 在标准轮廓的幅度谱 S_k 较小的频率分量处, 其累积轮廓的幅度谱 \hat{S}_k 的值不一定小, 再加上线性项 k 的放大作用, 会出现较大的权值, 反而放大了幅度较小的频率分量的影响, 降低估计精度. 可见, 直接去掉信号频谱中幅度较小的频率分量会比加权更有利于提高估计精度. 基于这一思想, 结合 2.2 节 X 射线脉冲星轮廓信号的频谱特性, 对 Taylor FFT 时延估计方法的权值进行了改进.

4 基于最优频段的改进 Taylor FFT 时延估计方法

4.1 改进 Taylor FFT 时延估计方法

由于 X 射线脉冲星脉冲轮廓的频谱集中分布在低频段且具有收敛性, 因此在利用 Taylor FFT 算法时, 引起时延估计精度降低的幅度较小的频率分量集中分布在高频段. 为减小高频分量对时延估计精度的影响, 本文选取一部分低频分量进行时延估计. 将选取的频谱表示为

$$P_k e^{i\theta_k} = \hat{S}_k e^{i\theta_k} g_{n_{\text{opt}}}(k) \quad k=1, \dots, N_b/2, \quad (15)$$

式中 $g_{n_{\text{opt}}}(k)$ 是宽度为 n_{opt} 的门函数, n_{opt} 为所选用的使估计精度最高的最优频率分量所对应的阶次, 经换算后可得其所对应的最优截止角频率为 $2\pi n_{\text{opt}}/T$.

$$g_{n_{\text{opt}}}(k) = \begin{cases} 1, & 1 \leq k \leq n_{\text{opt}}, \\ 0, & n_{\text{opt}} < k \leq N_b/2. \end{cases} \quad (16)$$

则 Taylor FFT 估计方法中 (13) 式可以改进为

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \tau} = \frac{2b}{\sigma^2} \sum_{k=1}^{N_b/2} k P_k S_k \sin(\phi_k - \theta_k - k\tau) = 0. \quad (17)$$

改进后 Taylor FFT 算法的估计精度为

$$\sigma_\tau^2 = \left(\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \tau^2} \right)^{-1} = \sigma^2 \left[2b \sum_{k=1}^{N_b/2} k^2 P_k S_k \cos(\phi_k - \theta_k - k\tau) \right]^{-1}. \quad (18)$$

在使用新的权值时, 虽然 (17) 和 (18) 式的求和项还是从 1 到 $N_b/2$, 但由于 P_k 在 $k > n_{\text{opt}}$ 时均为零, 所以实际计算仅需从 1 到 n_{opt} 求和即可.

当观测时间较短时, 累积脉冲轮廓的信噪比较低, 噪声强度较大, 导致其影响向低频段延伸, 因此可用于时延估计的最优频段变窄, 即 n_{opt} 减小. 以下利用 X 射线脉冲星实测数据的蒙特卡罗分析, 给出不同信噪比下的最优频段确定方法.

4.2 最优截止频率的确定

为获得不同信噪比下 TOA 估计精度与所选频谱的关系, 利用 Crab 实测数据进行了蒙特卡罗实验. 以下分析中使用最优频率所对应的阶次 n_{opt} 来表示最优频率.

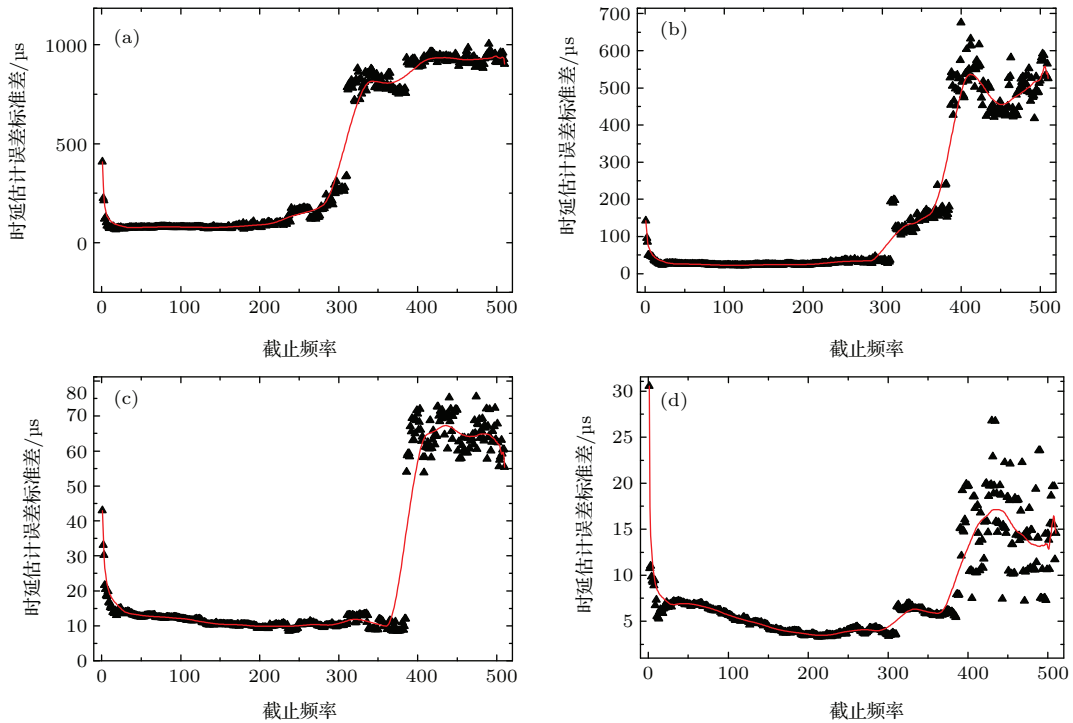


图2 (网刊彩色) 时延估计精度与截止频率的关系曲线 (a) $SNR = -8$ dB; (b) $SNR = 0$ dB; (c) $SNR = 8$ dB; (d) $SNR = 16$ dB

Fig. 2. (color online) Estimation accuracy of the time as a function of the cut-off frequency: (a) $SNR = -8$ dB; (b) $SNR = 0$ dB; (c) $SNR = 8$ dB; (d) $SNR = 16$ dB.

首先根据表 2 随机截取数据, 在每个信噪比下生成 20 组累积脉冲轮廓; 然后采用不同的截止频率, 计算 20 组轮廓时延估计的标准差作为评价指标, 其中 $N_b = 1024$, $t_d = 1000 \mu\text{s}$. 图 2 给出了 Crab 脉冲星在信噪比分别为 $-8, 0, 8$ 和 16 dB 时, 时延估计标准差与所选截止频率之间的关系曲线.

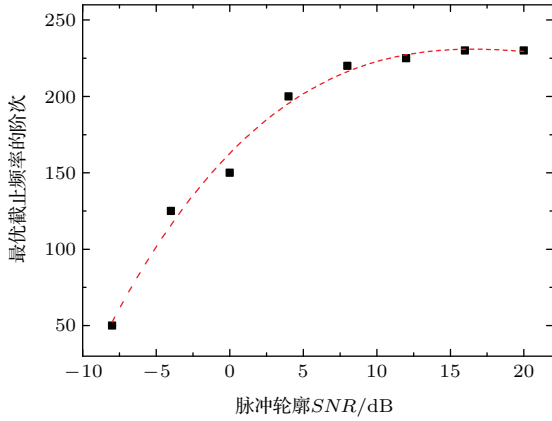


图 3 不同信噪比下最优截止频率 (Crab)

Fig. 3. Optimal off-cut frequency of different SNRs (Crab).

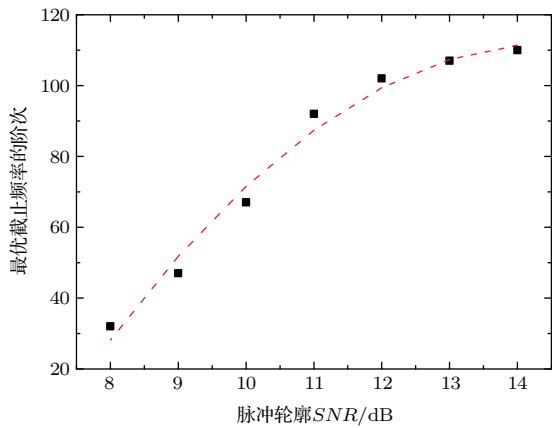


图 4 不同信噪比下最优截止频率 (PSR B1509-58)

Fig. 4. Optimal off-cut frequency of different SNRs (PSR B1509-58).

从图 2 可以看出, 随着所选频率分量的增加, 时延估计误差呈现出了先减小后增大的趋势, 说明存在一个最佳截止频率, 使时延估计具有较高的精度; 同时, 不同信噪比下, 曲线转折点出现的位置也不相同, 因此需要根据信噪比确定所对应的截止频率. 图 3 给出了 Crab 脉冲星在不同信噪比下高精度时延估计所对应的最优截止频率. 从图 3 可以看出, 当信噪比低于 10 dB 时, 信噪比越低, 所选用的频率分量就越少; 当信噪比大于 15 dB 后, 截止频率改变不大, 此时累积脉冲轮廓的信噪比已经

很高, 可以利用更多的频率分量进行时延估计. 利用同样的方法, 图 4 给出了由实测数据分析所得的 PSRB1509-58 在不同信噪比下的最优截止频率, 其整体趋势与图 3 一致, 但同一信噪比所对应的最优截止频率不同, 这是由两颗脉冲星自转周期及标准轮廓形状的差异引起的. 实际导航中, 不同脉冲星在不同观测时间下的最优截止频率可以通过本节所给出的实测数据分析方法提前得到, 而不用增加星上运算负担.

5 仿真验证与分析

5.1 数值仿真

为了验证本文所提算法的精度和鲁棒性, 采用蒙特卡罗模拟实验, 比较本文所提方法与常用的 CC, NLS, WNLS 及 FAML [12,16-18] 方法在不同观测时间下的估计性能, 并与克拉美罗理论下界进行比较 (由于 ML 方法非常耗时, 不适合在轨使用, 因此没有与其进行比较). 在使用 CC, NLS 和 WNLS 算法进行相位估计时, 为提高估计精度, 在获得相位的粗略值后, 采用抛物线内插法进一步求解最优相位. 仿真中的光子产生算法见文献 [26]. 使用 Crab 脉冲星, 其周期为 33.5 ms , X 射线源光子流量为 1.54 ph/s/cm^2 , 背景光子流量为 0.005 ph/s/cm^2 , 由图 3 确定不同信噪比下的最优截止频率.

算例一 探测器面积较大时不同观测时间下不同算法的相位估计精度

探测器面积为 100 cm^2 , 时延真值为 $300 \mu\text{s}$, bin 块数目为 1024, 蒙特卡罗实验 100 次. 仿真结果如图 5 所示, 由于探测器面积较大且脉冲星流量较大, 累积脉冲轮廓的信噪比不会太低, 只使用累积轮廓低频部分进行时间延迟估计的优势不明显, 因此 Taylor FFT 方法的估计精度与 NLS 与 CC 方法相当, 只在观测时间小于 30 s 时优于 WNLS 方法.

算例二 探测器面积较小时不同观测时间下不同算法的相位估计精度

除了将探测器面积变为 10 cm^2 外, 其他仿真参数与算例一相同. 仿真结果如图 6 所示, 可以看出观测时间小于 1 s 时, 除改进 Taylor FFT 方法以外, 其他方法均进入了“非线性区”, 在该区域内, 由于观测时间较短, 脉冲轮廓的噪声很强, 常规方法

很难从低信噪比下提取有用的相位信息, 而改进的 Taylor FFT 方法由于只使用了信噪比相对较高的低频部分信号, 相当于对累积轮廓进行了理想低通滤波, 且在此基础上对受噪声影响较小的低频部分加了较大的权重, 从而有效地抑制了轮廓噪声的影响, 使其性能明显优于其他方法, 并紧贴 CRLB 理论下界. 可以预见, 当导航脉冲星的流量较小或者探测器的面积降低时, 其他方法跨越“非线性区”的时间会不断增加, 从而限制其使用范围, 此时可以使用改进的 Taylor FFT 方法从频域提取轮廓相位.

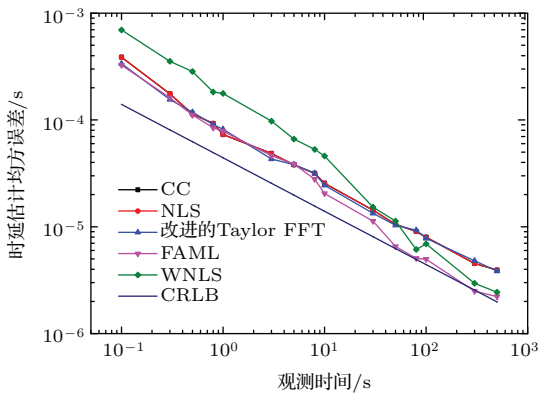


图5 (网刊彩色) 不同观测时间下各种方法的估计误差 (探测器面积: 100 cm²)

Fig. 5. (color online) Mean square errors of different estimators as a function of observation time (The area of detector: 100 cm²).

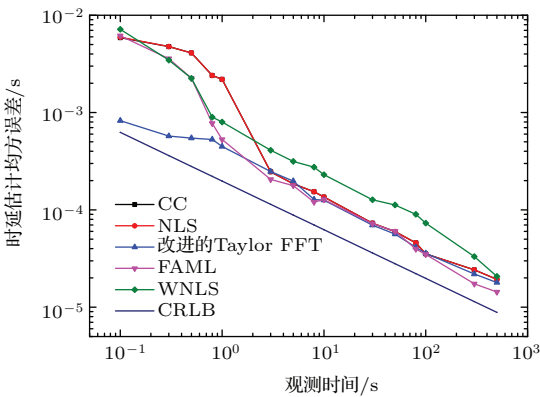


图6 (网刊彩色) 不同观测时间下各种方法的估计误差 (探测器面积: 10 cm²)

Fig. 6. (color online) Mean square errors of different estimators as a function of observation time (The area of detector: 10 cm²).

算例三 不同算法的运算量比较

使用 MATLAB 2008a 软件, 计算机主频为双核 2.7 GHz, 比较各算法的计算时间, 如图 7 所示. 从图 7 可以看出, 各种算法的计算复杂度均与观测

时间无关, CC 算法具有最短的计算时间, 其量级仅为 ms. NLS 算法, WNLS, FAML 和改进 Taylor FFT 算法的计算时间相当, 不过改进 Taylor FFT 相较于前三种算法, 计算时间略低.

由于改进的 Taylor FFT 方法在低观测时间条件下能够得到比其他方法更高的估计精度, 有效地缩短了脉冲星的累积观测时间. 因此, 在对导航基本观测量的更新频率要求较高时, 可以采用改进的 Taylor FFT 方法.

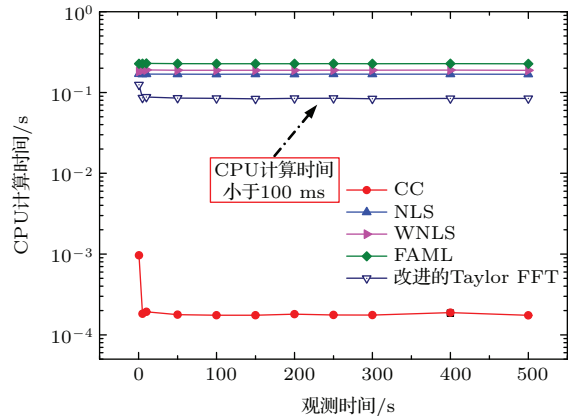


图7 (网刊彩色) 不同方法的计算时间对比

Fig. 7. (color online) Comparison of the computational times of different methods.

5.2 实测数据实验

实验条件与步骤为: 采用与 1.2 节中相同的 Crab 脉冲星数据包; 在不同信噪比下分别截取 20 组不同观测时段的光子到达时间序列以产生累积脉冲轮廓; 在光子时间序列上分别加入 0, 400, 800, 1200, 1600, 2000 μ s 的时间延迟后, 利用美国国家航天局提供的 heasoft v6.11.1 软件平台 [23] 对其进行处理以获得累积脉冲轮廓; 标准脉冲轮廓由整个数据包观测数据累积产生; 估计误差由多次的估计结果平均得到; 由图 3 确定不同信噪比下的最优截止频率. 各算法的估计精度如图 8 所示. 可以看出, 改进的 Taylor FFT 算法的估计精度要明显优于其他算法: 从图 8 (a) 可以看出, 在 14 dB 时, 改进的 Taylor FFT 的时延时间估计均方误差甚至可以小于 1 μ s; 从图 8 (b) 可以看出, 在信噪比为 -8 dB 时, Taylor FFT 算法的位置估计均方误差甚至比其他算法减小 20 km, 与以上理论分析及数值仿真的结果相符合.

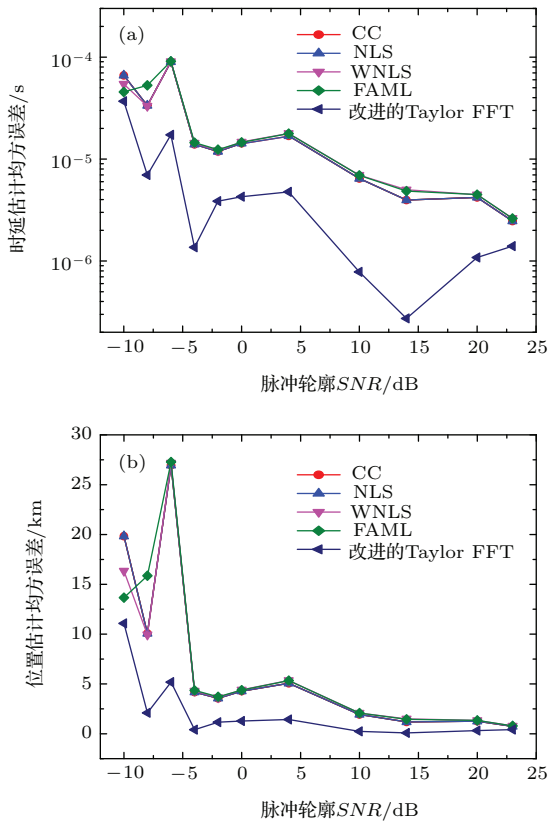


图8 (网刊彩色) 使用Crab 实测数据时不同方法的估计误差 (a) 时延估计误差; (b) 位置估计误差

Fig. 8. (color online) Estimation errors of different estimators derived by using the real data of Crab: (a) Time delay estimation errors; (b) position estimation errors.

6 结 论

本文通过分析X射线脉冲星短时累积脉冲轮廓的频谱特性, 得出了时延估计时可以完全摒弃受噪声干扰较大的高频部分信息、只使用信噪比较高的低频部分信息这一结论. 在此基础上, 对Taylor FFT时延估计方法的权值进行了改进, 提出了一种基于最优频段的短时累积轮廓时延估计算法, 并通过实验分析, 建立了不同信噪比下时延估计误差与所采用频段之间的关系以确定最佳截止频率. 仿真和实测数据实验的结果表明: 当光子流量较小或观测时间较短时, 本文提出的改进Taylor FFT方法优于常用的FAML, CC, NLS及WNLS方法; 当观测时间较长或光子流量较大时, 本文方法与CC及NLS方法相当, 精度低于FAML及WNLS方法, 但其运算量低于NLS, FAML及WNLS方法. 本文所提算法适用于短时观测脉冲轮廓或低流量脉冲星的高精度时延估计.

参考文献

- [1] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: University of Maryland)
- [2] Xue M F, Li X P, Sun H F, Liu B, Fang H Y, Shen L R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 219701 (in Chinese) [薛梦凡, 李小平, 孙海峰, 刘兵, 方海燕, 沈利荣 2015 物理学报 **64** 219701]
- [3] Shuai P, Li M, Chen S L, Huang Z 2009 *Principles and Techniques of X-ray Pulsar Based Navigation System* (Beijing: China Astronautic Publishing House) p15 (in Chinese) [帅平, 李明, 陈绍龙, 黄震 2009 X射线脉冲星导航系统原理与方法 (北京: 中国宇航出版社) 第15页]
- [4] Xue M F, Li X P, Fu L Z, Fang H Y, Sun H F, Shen L R 2015 *Sci. China: Inf. Sci.* **58** 122202
- [5] Bernhardt M G, Becker W, Prinz T, Breithuth F M, Walter U 2011 *Proceedings of 2nd International Conference on Space Technology* Athens, Greece, September 15-17, 2011 p1
- [6] Becker W 2009 *X-Ray Emission From Pulsars and Neutron Stars, in Neutron Stars and Pulsars* (Berlin: Springer) pp91-95
- [7] Sala J, Urruela A, Villares X 2004 *ARIADNA Study* **3** 4202
- [8] Neutron stars to become space guides. <http://rt.com/news/sci-tech/neutron-stars-to-become-spaceguides/> 2013-02-14
- [9] Hanson J E 1996 *Ph. D. Dissertation* (USA: Stanford University)
- [10] Bei X M, Shuai P, Huang L W, Sun H F, Wu Y J, Zhang Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 219701 (in Chinese) [贝晓敏, 帅平, 黄良伟, 孙海峰, 吴耀军, 张倩 2014 物理学报 **63** 219701]
- [11] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **58** 4484
- [12] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *Navigation in Space by X-Ray Pulsars* (Berlin: Springer) pp24-26
- [13] Zhu J, Ji P Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 356
- [14] Xue M F, Li X P, Fu L Z, Liu X P, Sun H F, Shen L R 2016 *Acta Astron.* **118** 1
- [15] Huang L W, Liang B, Zhang T 2013 *Sci. China G: Phys. Mech. Astron.* **56** 848
- [16] Emadzadeh A A, Golshan A R, Speyer J L 2009 *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference* Shanghai, China, December 16-18, 2009 p1488
- [17] Li J X, Ke X Z 2011 *Chin. Astron. Astr.* **35** 19
- [18] Rinauro S, Colonnese S, Scarano G 2013 *Signal Process.* **93** 326
- [19] Zhang H, Xu L P 2011 *Sci. China: Technol. Sci.* **54** 2263
- [20] Sun H F, Bao W M, Fang H Y, Bao W M 2015 *J. Huazhong Univ. Sci. Technol. (Natural Science Edition)* **43** 121
- [21] Taylor J H 1992 *Philos. T. R. Soc. A* **341** 117

- [22] Sun H F, Bao W M, Fang H Y, Li X P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 069701 (in Chinese) [孙海峰, 包为民, 方海燕, 李小平 2014 物理学报 **63** 069701]
- [23] RXTE Technical Appendix (Appendix F). http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/xte/RXTE_tech_append.pdf
- [24] Piersol A G 1981 *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **ASSP-29** 471
- [25] Zhao Z, Hou Z Q 1985 *Acta Acustica* **10** 201 (in Chinese) [赵真, 侯自强 1985 声学学报 **10** 201]
- [26] Ross S M 2007 *Introduction to Probability Models (9th Ed)* (New York: Elsevier) pp101–110

Time delay estimation method of X-ray pulsar observed profile based on the optimal frequency band

Fang Hai-Yan[†] Liu Bing Li Xiao-Ping Sun Hai-Feng Xue Meng-Fan
Shen Li-Rong Zhu Jin-Peng

(School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, China)

(Received 5 December 2015; revised manuscript received 2 March 2016)

Abstract

In order to improve the time delay estimation accuracy of the observed profile in the X-ray pulsar based navigation, the spectral characteristics of the observed profile of X-ray pulsar and the drawback of the classical Taylor fast Fourier transform (FFT) time delay estimation method are analyzed. It is found that when estimating the time delay, we can abandon the higher frequency components that are always affected by noise seriously, but only utilize the information about the low frequency part. Based on this idea, by modifying the weigh function of the classical Taylor FFT time delay estimation method, a new time delay estimation algorithm based on the optimal frequency band is proposed, in which the optimal frequency band is determined by establishing the relationship between the selected frequency band and the time delay estimation accuracy under different signal-to-noise ratios (SNRs). Then by using the real data obtained with the proportional counter array, the low-energy (2–60 keV) detection instrument boarded on the Rossi X-ray Timing Explorer satellite, the optimal frequency as a function the SNR of observed profile is given for the PSR B0531+21 (namely the Crab pulsar) through the Monte-Carlo technique. Since the parameters of different pulsars are known, in practical navigation, the optimal frequency in an observation time for a certain pulsar can be estimated in advance by using the simulation data or the obtained real data of the pulsar, which can remarkably alleviate the onboard computational burden. Finally, a series of numerical simulations and experiments using real data of Crab pulsar are designed to evaluate the performance of the proposed time delay estimation algorithm. The main results can be summarized as follows: the proposed estimator outperforms the normally used fast approximate maximum-likelihood (FAML), cross correlation (CC), nonlinear least square (NLS) and weighted nonlinear least-square (WNLS) estimators when the observation time is short or the source flux is small; when the observation time is long or the source flux is large, its estimation accuracy is almost the same as those of CC and NLS estimators and lower than those of the FAML and WNLS estimators, but its computational complexity is smaller than those of NLS, FAML and WNLS estimators. The above results indicate the high estimation accuracy and high computational efficiency of the proposed time delay estimation method, which can be used in the case that the observation time is restricted to be short or the source flux of the usable pulsar is small in X-ray pulsar based navigation.

Keywords: X-ray pulsar based navigation, time delay estimation, Taylor fast Fourier transform, optimal frequency band

PACS: 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

DOI: 10.7498/aps.65.119701

[†] Corresponding author. E-mail: hyfang@xidian.edu.cn