

磁控二氧化钛忆阻混沌系统及现场可编程逻辑门阵列硬件实现

许雅明 王丽丹 段书凯

A memristor-based chaotic system and its field programmable gate array implementation

Xu Ya-Ming Wang Li-Dan Duan Shu-Kai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 120503 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.120503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I12>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

二维 H 閼 on-Heiles 势及其变形势体系逃逸率与分形维数的研究

Fractal dimensions and escape rates in the two-dimensional H 閼 on-Heiles potential and its deformation form

物理学报.2015, 64(23): 230501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.230501>

离子迁移忆阻混沌电路及其在语音保密通信中的应用

Chaotic circuit of ion migration memristor and its application in the voice secure communication

物理学报.2015, 64(21): 210507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210507>

一种参数优化的混沌信号自适应去噪算法

A parameter optimization nonlinear adaptive denoising algorithm for chaotic signals

物理学报.2015, 64(4): 040503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040503>

蔡氏电路的功能全同电路与拓扑等效电路及其设计方法

Equivalentent circuit in function and topology to Chua's circuit and the design methods of these circuits

物理学报.2014, 63(20): 200503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200503>

基于电流反馈放大器的网格多涡卷混沌电路设计与实现

Design and implementation of grid multi-scroll chaotic circuit based on current feedback operational amplifier

物理学报.2014, 63(18): 180506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180506>

磁控二氧化钛忆阻混沌系统及现场可编程逻辑门阵列硬件实现*

许雅明 王丽丹[†] 段书凯

(西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715)

(2016年2月17日收到; 2016年4月1日收到修改稿)

忆阻器作为混沌系统的非线性部分, 能够提高混沌系统的信号随机性和复杂度, 减小系统的物理尺寸. 本文将磁控二氧化钛忆阻器应用到一个新的三维自治混沌系统中, 通过理论推导和数值仿真, 从平衡点的稳定性、Lyapunov 指数谱、庞加莱截面和功率谱等方面研究了该系统的动力学特性, 并详细讨论了不同参数变化对系统相图和平衡点稳定性的影响. 有趣的是, 在改变参数的情况下, 系统的吸引子会产生翻转、混沌程度加剧和混叠的现象, 说明该忆阻混沌系统具有丰富的动力学行为. 此外, 本文将改进的牛顿迭代法运用于现场可编程逻辑门阵列技术中, 巧妙设计出一种只迭代3次就能达到所需精度的开方运算器, 从而硬件实现了该忆阻混沌系统. 这突破了以往忆阻器混沌系统只能在计算机模拟平台仿真的瓶颈, 为进一步研究忆阻混沌系统及其在保密通信、信息处理中的应用提供了参考.

关键词: 新混沌系统, 忆阻器, 动力学行为, 可编程逻辑门阵列

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq, 05.45.Vx, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.65.120503

1 引言

自美国气象学家 Lorenz 发现混沌以来^[1], 人们对这一非线性动力学系统的特殊现象的研究一直在持续. 近年来, 各种新混沌系统不断地被发现和提出, 使人们对混沌系统有了更深入的认识, 进一步丰富和完善了混沌理论, 从而为各种混沌理论在信息、通信等领域的应用奠定了基础.

1971年, Chua^[2]首次提出忆阻器是一种新型二端口无源器件, 2008年, 美国惠普公司在实验室首次开发出基于二氧化钛的实物忆阻器^[3], 此后忆阻器日益受到学术界和工业界的重视^[4-10]. 值得注意的是, 文献^[11,12]将一个分段线性忆阻器替换蔡氏振荡器中的蔡氏二极管, 提出了若干以蔡氏电路为基础的忆阻混沌振荡电路. 在这个开创性发现的推动下, 很多学者致力于各种忆阻混沌

系统的研究^[13-19]. 混沌信号发生器是混沌保密通信的基础, 要使其具有更加复杂的混沌行为, 电路系统设计会比较复杂^[20,21], 利用模拟电子器件实现也比较困难. 因此, 利用现场可编程逻辑门阵列(FPGA)技术验证混沌系统动力学行为已成为一个热门的课题^[22,23]. 由于FPGA具有容量大和可靠性高等优点, 使得其在现代数字信号处理中有着广泛的应用. 目前, 在已有的研究成果中, 直接利用IEEE-754标准和模块化设计理念实现忆阻器FPGA设计的文献还未见报道. 因此, 本文提出了一个新的三维自治混沌系统, 将二氧化钛忆阻器作为系统的非线性部分, 直接利用IEEE-754标准和模块化理念, 设计出了基于FPGA实现的混沌信号发生器, 这为促进混沌理论的发展和应用开辟了新的方向和思路.

本文首先提出了一个新的三维混沌系统, 采用基于二氧化钛的忆阻器构造了非线性激活函数, 详

* 国家自然科学基金(批准号: 61372139, 61571372)、新世纪优秀人才支持计划(批准号: 教技函[2013]47号)和中央高校基本业务费专项资金(批准号: XDJK2016A001, XDJK2014A009)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: ldwang@swu.edu.cn

细分析了该忆阻混沌系统的动力学特性, 重点介绍了系统参数改变对系统平衡点和吸引子相图的影响. 最后运用FPGA技术, 直接使用硬件描述语言设计相关模块, 实现了系统在不同参数下的混沌状态.

2 一种新的混沌系统及其基本动力学特性

2.1 新混沌系统模型

本文提出了一种新的三维混沌系统, 其数学模型描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax + y, & \dot{y} &= bx - xz + cy, \\ \dot{z} &= y^2 - z, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x, y, z \in \mathbb{R}$ 为状态变量, a, b, c 为系统参数, 当 $a = 1, b = 15, c = 1$ 时, 系统存在一个典型的混沌吸引子, 其相轨迹如图 1 所示.

2.2 基于二氧化钛忆阻器的混沌系统模型

忆阻器作为一种非线性记忆元件, 在混沌电路设计中有巨大的潜力. 这里用流经二氧化钛忆阻器的电荷变量替换系统 (1) 的平方项, 以期产生更加复杂的混沌信号, 构造的新忆阻混沌系统状态方程

如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax + y, & \dot{y} &= bx - xz + cy, \\ \dot{z} &= -10^5 f(-|y|) - z, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $x, y, z \in \mathbb{R}$ 为状态变量, a, b, c 为实常数, $f(\cdot)$ 是非线性项, 满足二氧化钛忆阻器模型电荷与磁通之间的关系^[10], 表达式为

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y - c_1}{R_{\text{off}}}, & y < \varphi_{\text{low}}, \\ \frac{\sqrt{2k\varphi(t) + M^2(0)} - M(0)}{k}, & \varphi_{\text{low}} \leq y \leq \varphi_{\text{high}}, \\ \frac{y - c_2}{R_{\text{on}}}, & y > \varphi_{\text{high}}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{其中: } c_1 &= \frac{[R_{\text{off}} - M(0)]^2}{2k}, & c_2 &= \frac{[R_{\text{on}} - M(0)]^2}{2k}, \\ \varphi_{\text{low}} &= \frac{[R_{\text{off}}^2 - M^2(0)]}{2k}, & \varphi_{\text{high}} &= \frac{[R_{\text{on}}^2 - M^2(0)]}{2k}, \\ k &= \frac{(R_{\text{on}} - R_{\text{off}})\mu_v R_{\text{on}}}{D^2}. \end{aligned}$$

y 是二氧化钛忆阻器的输入磁通, $M(0)$ 表示忆阻器的初始电阻值, D 为薄膜的厚度, R_{on} 和 R_{off} 分别表示忆阻器的两个极限值, μ_v 表示氧空缺的平均移动量. 当忆阻器的初始状态为 $M(0) = 10000 \Omega, R_{\text{off}} = 20 \text{ k}\Omega, R_{\text{on}} = 100 \Omega,$

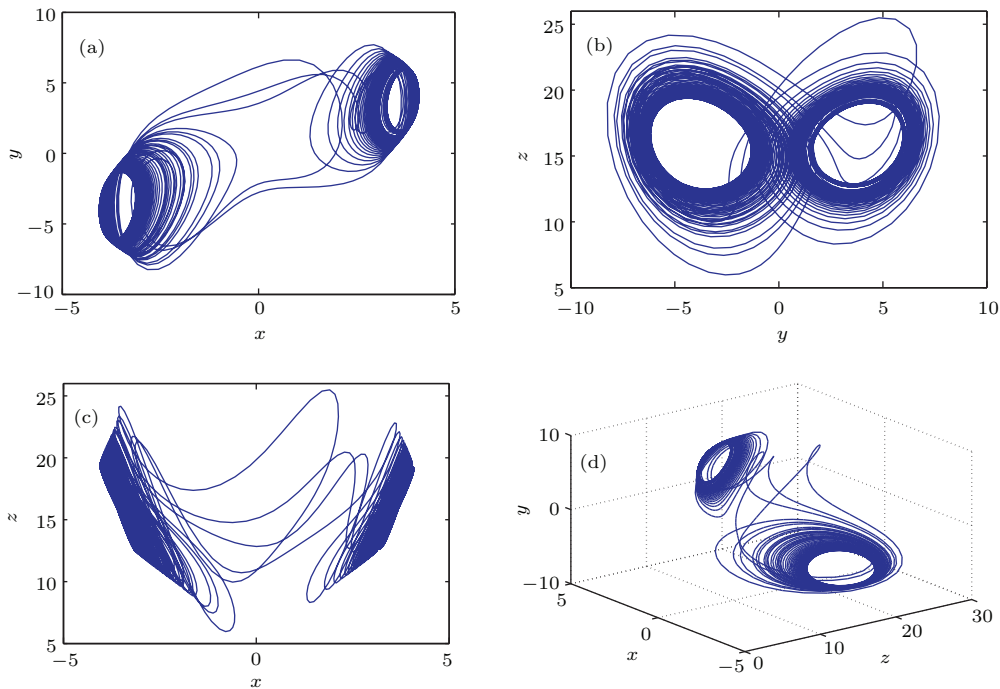


图 1 系统 (1) 的吸引子图 (a) $x-y$ 平面; (b) $y-z$ 平面; (c) $x-z$ 平面; (d) $x-y-z$ 三维相图

Fig. 1. The chaotic attractors of system (1): (a) $x-y$ plane; (b) $y-z$ plane; (c) $x-z$ plane; (d) $x-y-z$ three-dimensional phase.

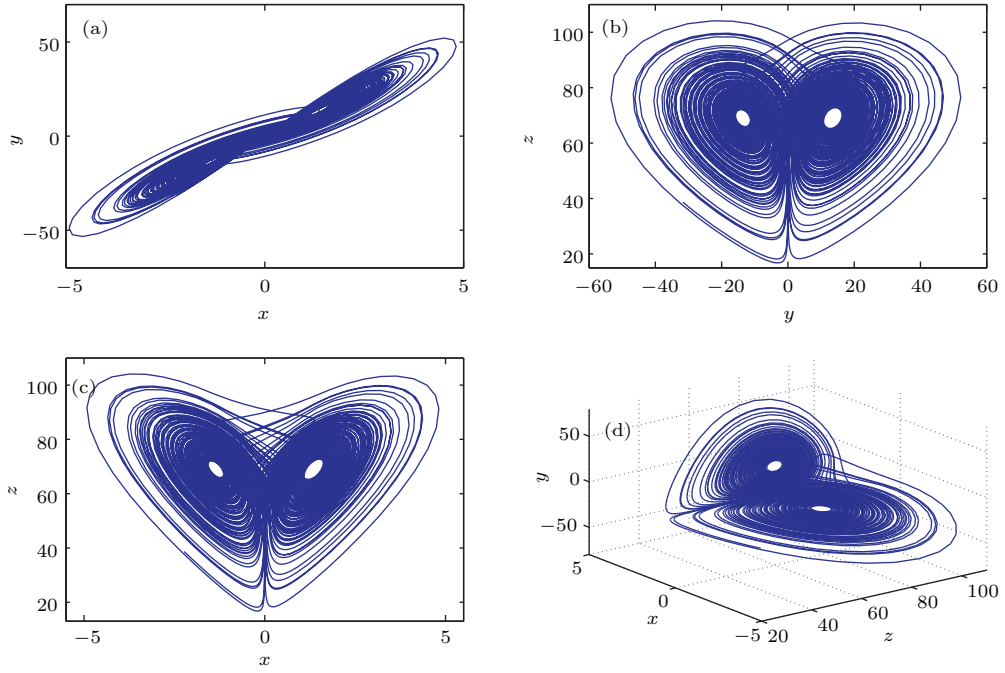


图2 系统(2)的吸引子图 (a) $x-y$ 平面; (b) $y-z$ 平面; (c) $x-z$ 平面; (d) $x-y-z$ 三维相图
 Fig. 2. The chaotic attractors of system (2): (a) $x-y$ plane; (b) $y-z$ plane; (c) $x-z$ plane; (d) $x-y-z$ three-dimensional phase.

$D = 10 \text{ nm}$, $\mu_v = 10^{-14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ 时. 选取初始值 $(x_0, y_0, z_0) = (1, 10, 30)$, 系统参数 $a = 10$, $b = 15$, $c = 5.4$ 时, 系统呈混沌状态, 其相轨迹如图2所示.

2.3 忆阻混沌系统的理论分析

2.3.1 对称性与耗散性

系统(2)存在对称变换 $S: (x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$, 使系统具有不变性, 关于 z 轴对称. 计算系统的耗散性, 得到其表达式为

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -a + c - 1 < 0. \quad (4)$$

当系统(2)的参数满足 $a - c + 1 > 0$ 时, 系统总是耗散的; 当系统参数 $a = 10$, $c = 5.4$ 时, 有 $a - c + 1 = 5.6$, 说明系统(2)在该参数下的状态有界, 且包含系统(2)的轨线以形式 $dV/dt = e^{(-5.6)}$ 收敛到零, 这说明了吸引子的存在性.

2.3.2 平衡点及稳定性

令系统(2)等式左边为零, 即:

$$\begin{aligned} -ax + y &= 0, \\ bx - xz + cy &= 0, \\ -10^5 f(-|y|) - z &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

可得到系统的平衡点: $O_1 = (0, 0, 0)$, 且当 $|m_1| > -\varphi_{\text{low}}$ 时, 系统(2)存在平衡点:

$$\begin{aligned} O_2 &= \left(\frac{m_1}{a}, m_1, b + ac \right), \\ O_3 &= \left(\frac{-m_1}{a}, -m_1, b + ac \right); \end{aligned}$$

当 $|m_1| \leq -\varphi_{\text{low}}$ 时, 系统(2)存在平衡点:

$$\begin{aligned} O_2 &= \left(\frac{m_2}{a}, m_2, b + ac \right), \\ O_3 &= \left(\frac{-m_2}{a}, -m_2, b + ac \right); \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} m_1 &= R_{\text{off}}(b + ac)10^{-5} + c_1, \\ m_2 &= \left[\left(\frac{-k(b + ac) + M(0)}{-2k} 10^5 \right)^2 - \frac{M^2(0)}{2k} \right] 10^{-5}. \end{aligned}$$

当系统参数取 $a = 10$, $b = 15$, $c = 5.4$ 时, 系统(2)存在三个平衡点: $O_1(0, 0, 0)$, $O_2(1.35487, 13.5487, 69)$, $O_3(-1.35487, -13.5487, 69)$. 对系统(2)进行线性化得雅可比矩阵为

$$J = \begin{pmatrix} -a & 1 & 0 \\ b - z & c & -x \\ 0 & -10^5 \frac{\partial f(-|y|)}{\partial y} & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

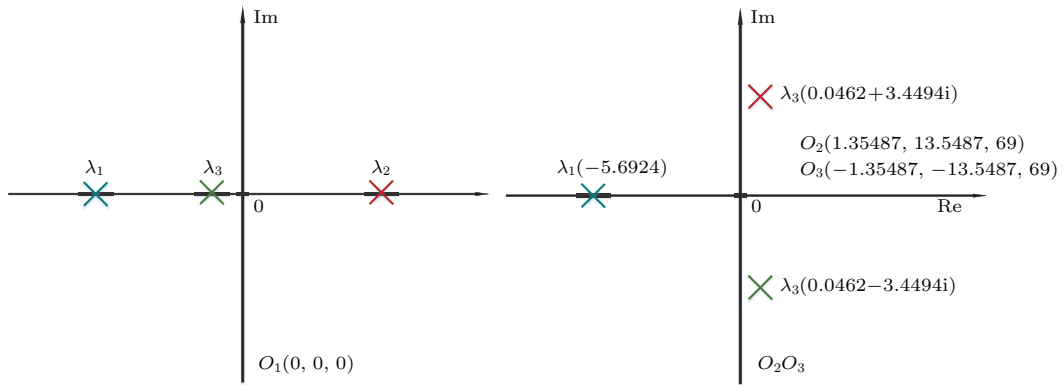


图3 (网刊彩色) 当 $a = 10, b = 15, c = 5.4$ 时, 系统 (2) 平衡点的特征值分布 (a) O_1 为不稳定的鞍点; (b) O_2, O_3 为不稳定的鞍焦点

Fig. 3. (color online) The equilibrium point characteristic value distribution of system (2) when $a = 10, b = 15, c = 5.4$: (a) unstable saddle point of O_1 ; (b) unstable saddle point of O_2, O_3 .

将平衡点 O_1, O_2 和 O_3 代入 (6) 式, 得到相应的特征值 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 分别为 $(-10.9192, 6.3192, -1.0000), (-5.6924, 0.0462 + 3.4494i, 0.0462 - 3.4494i)$ 和 $(-5.6924, 0.0462 + 3.4494i, 0.0462 - 3.4494i)$. 其分布如图 3 所示, 由特征值特性可知, 平衡点 O_1 为能说明系统 (2) 具有不稳定性的鞍点, 平衡点 O_2 和 O_3 为具有产生涡卷运动前提的鞍焦点.

2.3.3 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数

Lyapunov 指数表征了系统在相空间中相邻轨道间相互排斥和吸引的特征值, 是衡量系统动力学特征的一个重要指标. 利用雅克比矩阵法求解系统 (2) 的 Lyapunov 指数, 当系统参数 $a = 10, b = 15, c = 5.4$ 时, 得到的 Lyapunov 指数图谱如图 4 所示, 由图 4 可见, 系统 (2) 的 Lyapunov 指数趋于时间收敛, 取 $t = 2000$ s, 系统 (2) 具有一个正的 ($L_1 = 0.3210$), 一个趋近于 0 的 ($L_2 = -0.0008$) 和一个负的 ($L_3 = -5.9201$) Lyapunov 指数, 这满足产生混沌的条件.

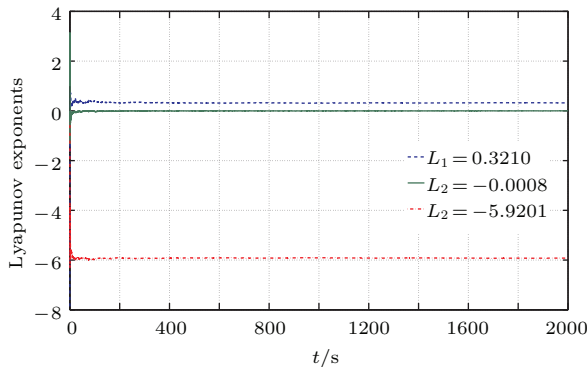


图4 (网刊彩色) 系统 (2) 的 Lyapunov 指数图

Fig. 4. (color online) The Lyapunov exponent spectrum of system (2).

根据 Yorke 公式

$$D_l = k + \frac{S_k}{|L_k|}, \quad (7)$$

其中, $S_k = \sum_{i=1}^k L_i > 0, k$ 为保证 $S_k > 0$ 的最大 k 值, 这里 $k = 2$. 系统 (2) 的 Lyapunov 维数为 $D = 2 + (L_1 + L_2)/|L_3| = 2.0541$, 可见系统呈现分数维, 这进一步说明系统具有复杂的分型结构.

2.3.4 庞加莱截面和功率谱

当 $a = 10, b = 15, c = 5.4$ 时, 选取适当截面, 通过计算得到系统 (2) 的庞加莱截面图和功率谱如图 5 所示.

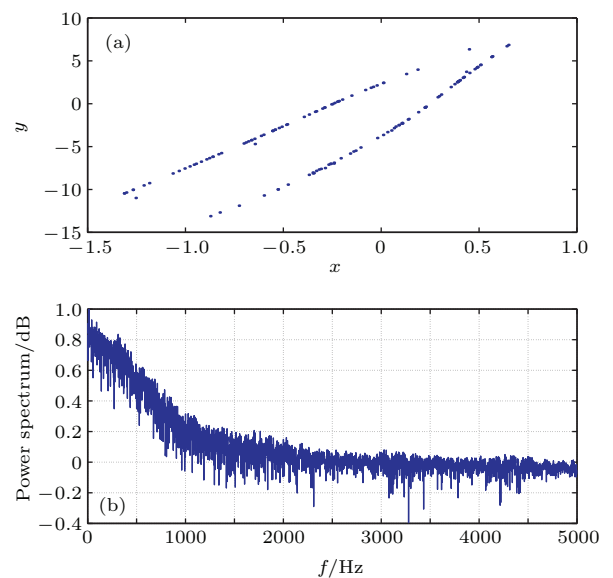


图5 系统 (2) 的庞加莱截面图和功率谱图 (a) 系统 (2) 的庞加莱截面图; (b) 系统 (2) 的功率谱图

Fig. 5. The Poincaré map and power spectrum of system (2): (a) The Poincaré map of system (2); (b) the power spectrum of system (2).

观察系统(2)的庞加莱截面的截点情况,可见其截面图上有一些成片的具有分形结构的密集点,吸引子的叶片清晰可见.其功率谱图为连续谱并具有尖峰和背景噪声的特点,进一步表明系统(2)为混沌系统.通过上述理论分析和数值仿真证明,系统(2)确实是一个新的混沌系统.

2.4 系统参数的影响

随着系统参数的改变,系统的平衡点和稳定性将会发生变化,从而系统的状态和吸引子的形态将会发生变化.

2.4.1 参数 c 对系统的影响

由上文可知,当参数 $a = 10, b = 15, c = 5.4$

时,系统(2)的平衡点 O_2, O_3 为一类不稳定鞍焦点.为探究参数 c 对系统平衡点的影响,这里我们固定参数 $a = 1.5, b = 15$ 分别令 $c = 1.5, c = 1.0616$ 和 $c = 1.055$,求得系统(2)的平衡点和相应特征值如表1.

由表1可见,当 $c = 1.0616$ 和 $c = 1.055$ 时,系统(2)的平衡点 O_2, O_3 分别变化为两个临界稳定的平衡点和两个稳定的焦点,其特征值分布如图6所示.

为观察这种现象,利用计算机计算系统(2)在固定参数 $a = 1.5, b = 15$ 时,平衡点 O_2 和 O_3 处的特征值随参数 c 变化的轨迹图和系统随参数 c 变化的 Lyapunov 指数谱图,结果分别如图7和图8所示.

表1 不同参数下系统(2)的平衡点和相应的特征值

Table 1. The equilibrium points and corresponding eigenvalues of system (2) under different parameters.

参数值	平衡点	特征值
$a = 1.5$ $b = 15$	$O_1 = (0, 0, 0)$	$\lambda_1 = 4.1533$
		$\lambda_2 = -4.1533$
		$\lambda_3 = -1.0000$
$c = 1.5$	$O_2 = (2.13267, 3.19870, 17.25000)$	$\lambda_1 = -1.4204 + 0.0000i$
	$O_3 = (-2.13267, -3.19870, 17.25000)$	$\lambda_{2,3} = 0.2102 \pm 3.3489i$
$a = 1.5$ $b = 15$	$O_1 = (0, 0, 0)$	$\lambda_1 = 3.8601$
		$\lambda_2 = -4.2985$
		$\lambda_3 = -1.0000$
$c = 1.0616$	$O_2 = (2.04479, 3.06718, 16.59240)$	$\lambda_1 = -1.4383 + 0.000i$
	$O_3 = (-2.04479, -3.06718, 16.59240)$	$\lambda_{2,3} = 0.0000 \pm 3.2653i$
$a = 1.5$ $b = 15$	$O_1 = (0, 0, 0)$	$\lambda_1 = 3.8557$
		$\lambda_2 = -4.3007$
		$\lambda_3 = -1.0000$
$c = 1.055$	$O_2 = (2.04347, 3.06520, 16.58250)$	$\lambda_1 = -1.4386 + 0.000i$
	$O_3 = (-2.04347, -3.06520, 16.58250)$	$\lambda_{2,3} = -0.0042 \pm 3.2639i$

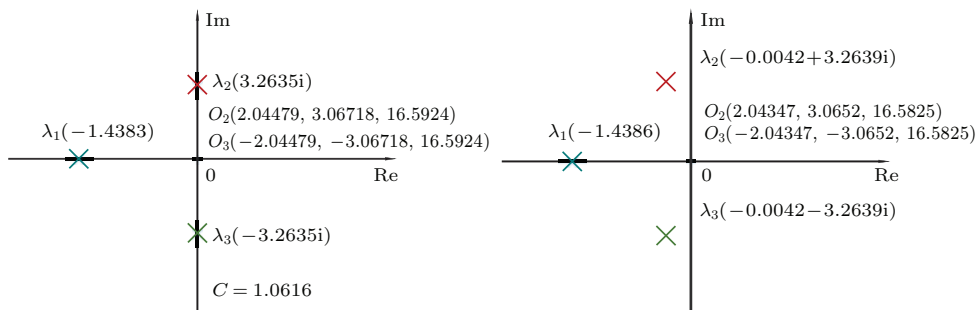


图6 (网刊彩色) 不同参数时系统(2)平衡点特征值分布 (a) $c = 1.0616$ 时, O_2, O_3 为临界稳定的平衡点; (b) $c = 1.055$ 时, O_2, O_3 为稳定的焦点

Fig. 6. (color online) Characteristic value distribution of equilibrium point of system (2) at different parameters: (a) O_2, O_3 is the critical stable equilibrium point when $c = 1.0616$; (b) O_2, O_3 is the stable equilibrium point when $c = 1.055$.

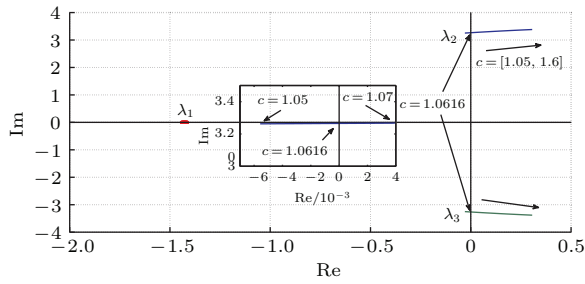


图7 (网刊彩色) $a = 1.5, b = 15$ 时, 系统(2)平衡点 O_2 和 O_3 处的特征值随参数 c 变化的轨迹图

Fig. 7. (color online) The trajectory of characteristic value of the equilibrium point O_2, O_3 of the system (2) at the different parameter c when $a = 1.5, b = 15$.

由图7和图8可见, 当 $1.05 < c < 1.0616$ 时, 系统(2)具有一个大于零、一个逼近于零和一个小于零的 Lyapunov 指数, 系统呈现混沌状态, 但其同时具有2个稳定的平衡点. 当 $1.0616 < c < 1.65$ 时, 系统(2)的最大 Lyapunov 指数在一定范围内震荡, 时而大于零, 时而等于零, 而另一个 Lyapunov 指数, 近似靠近零. 说明在参数 c 变化的过程中, 系统(2)呈现混沌和周期轨交替出现. 同时, 系统的两个平衡点 O_2 和 O_3 处的两个特征值 λ_2 和 λ_3 , 从实轴负半平面穿过虚轴进入实轴正半平面, O_2 和 O_3

也随之由稳定的焦点变为不稳定的鞍焦点. 与此同时, 随着 c 值的变化, 系统(2)的吸引子相图会产生混叠和更复杂的混沌现象, 图9展现了当 $a = 1.5, b = 15$ 时, 系统(2)的 $x-z$ 平面相图随着参数 c 的改变而逐渐产生更复杂的混沌现象. 图10展现了当 $a = 10, b = 15$ 时, 系统(2)的 $x-z$ 平面相图随着参数 c 的改变而逐渐产生混叠现象.

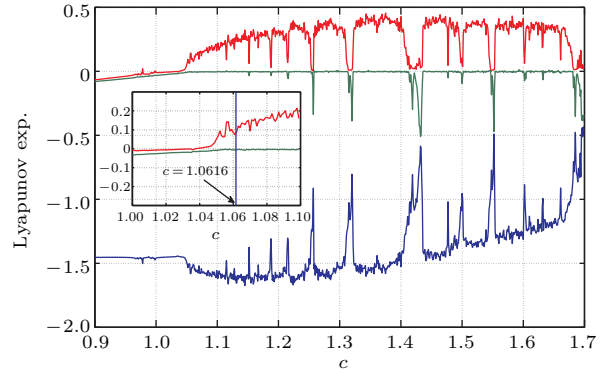


图8 (网刊彩色) $a = 1.5, b = 15$ 时, 系统(2)随参数 c 变化的 Lyapunov 指数谱图

Fig. 8. (color online) The Lyapunov exponent spectrum of system (2) at different parameters c when $a = 1.5, b = 15$.

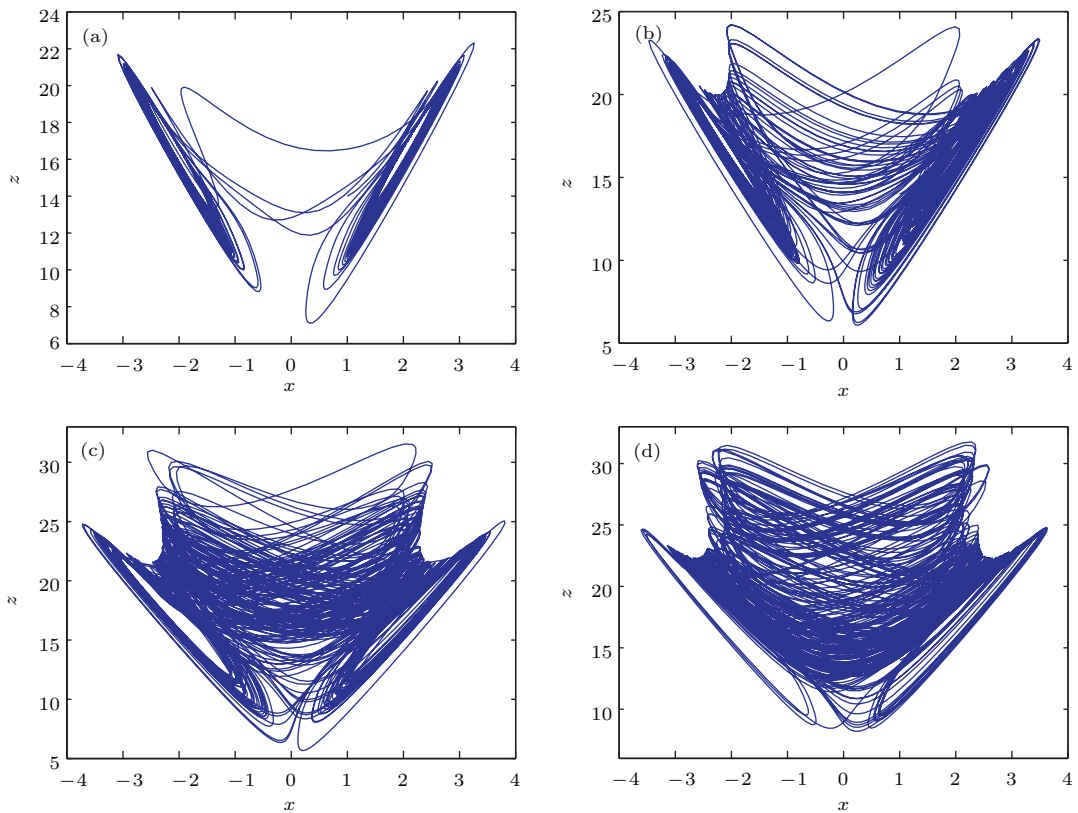


图9 $a = 1.5, b = 15$ 时, 系统(2)随 c 变化的 $x-z$ 平面相图 (a) $c = 1.05$; (b) $c = 1.35$; (c) $c = 1.5$; (d) $c = 1.65$

Fig. 9. The chaotic attractors at $x-z$ plane of system (2) at the different parameter c when $a = 1.5, b = 15$: (a) $c = 1.05$; (b) $c = 1.35$; (c) $c = 1.5$; (d) $c = 1.65$.

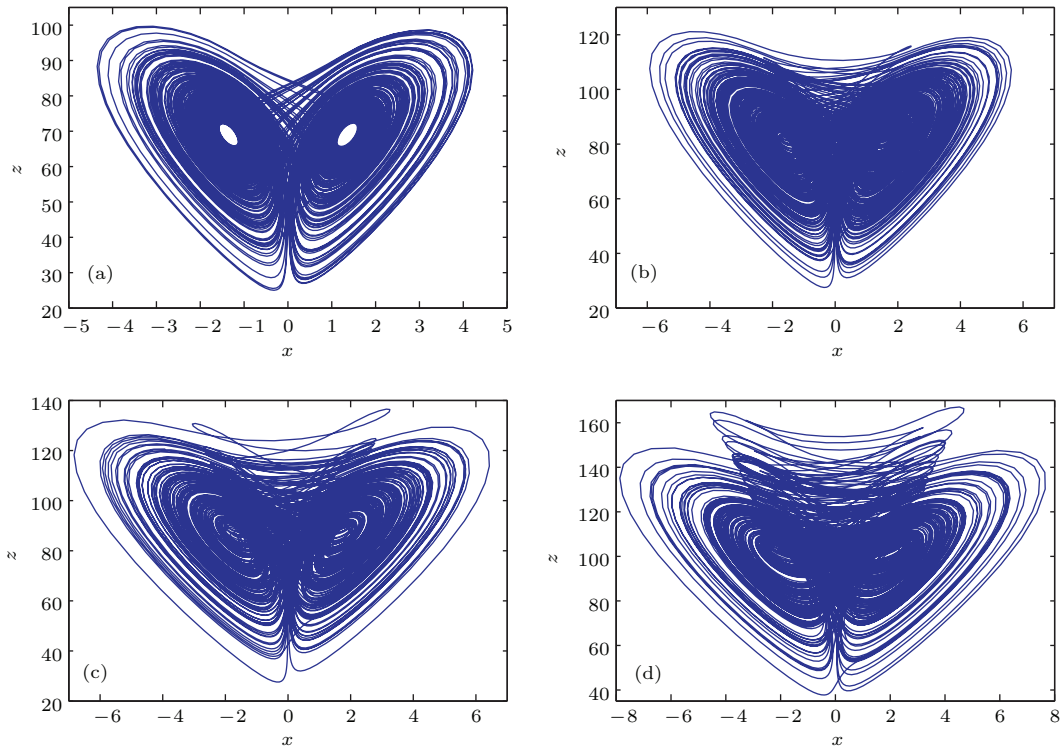


图10 $a = 10, b = 15$ 时, 系统(2)随 c 变化的 $x-z$ 平面相图 (a) $c = 5.4$; (b) $c = 6.5$; (c) $c = 7$; (d) $c = 8$

Fig. 10. The chaotic attractors at $x-z$ plane of system (2) at the different parameter c when $a = 10, b = 15$: (a) $c = 5.4$; (b) $c = 6.5$; (c) $c = 7$; (d) $c = 8$.

一般认为, 当系统所有平衡点都不稳定时, 相空间中的局部处处发散和不稳定, 相轨迹产生拉伸运动, 但另一方面, 系统参数满足 $a - c + 1 > 0$, 系统是一个耗散系统, 体积要收缩到零. 这种体积收缩作用将使相轨迹必须折回来, 即产生折叠运动. 拉伸运动和折叠运动两者相互作用的结果, 是形成具有分形和分维的混沌运动, 所以系统所有平衡点为不稳定的鞍点或鞍焦点是产生混沌的关键^[24]. 而当参数 $a = 1.5, b = 15, c < 1.0616$ 时, 系统(2)的平衡点 O_2, O_3 为稳定的焦点, 但仍产生混沌现象, 此时我们认为系统(2)的不稳定部分是由不稳定鞍点 O_1 激发的. 当系统(2)的两个平衡点 O_2 和 O_3 处的两个特征值 λ_2 和 λ_3 的实部越小, 平衡点 O_2 和 O_3 的收缩作用就越强, 由平衡点 O_1 发散出的相轨迹被平衡点 O_2 和 O_3 吸引的就越多, 处于平衡点 O_2 和 O_3 中间的相轨迹就越少. 随着参数 c 的增大, 系统(2)的两个平衡点 O_2 和 O_3 处两个特征值 λ_2 和 λ_3 的实部逐渐增大, 平衡点 O_2 和 O_3 的发散作用就越强, 由平衡点 O_1 发散出的相轨迹被平衡点 O_2 和 O_3 吸引的就越少, 处于平衡点 O_1 的相轨迹就越多, 于是系统逐渐出现混叠加深和更复杂的混沌现象.

2.4.2 参数 b 对系统的影响

当参数 a 和 c 选取适当值, 随着参数 b 的变化, 系统(2)的相图变化不明显, 但其可变化为包含了三类满足根据 Vaněček 和 Celikovsk'y 设置的关键条件分类的混沌系统^[25]. 取 $a = 10, c = 7$, 通过计算得到系统(2)随参数 b 变化的 Lyapunov 指数谱如图 11 所示.

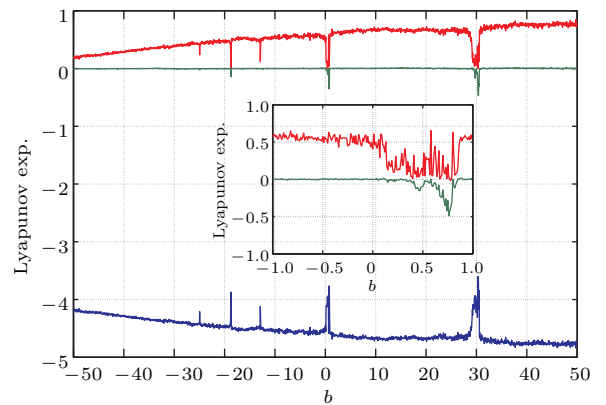


图11 (网刊彩色) $a = 10, c = 7$ 时, 系统(2)随参数 b 变化的 Lyapunov 指数谱图

Fig. 11. (color online) The Lyapunov exponent spectrum of system (2) at different parameters b when $a = 10, c = 7$.

由图 11 可知, 在满足系统的最大 Lyapunov 指数大于零的条件下, 参数 b 具有较大的可变范围. 此外, 当 $b < 0$, $b > 0$ 和 $b = 0$ 时, 系统 (2) 都存在呈现混沌状态的取值, 且在此三种参数取值下, 得到的系统 (2) 的线性部分 $A = [a_{ij}]$, 分别满足 $a_{12}a_{21} > 0$, $a_{12}a_{21} < 0$ 和 $a_{12}a_{21} = 0$ 三种情况.

2.4.3 参数 a, c 对系统的影响

由于要满足系统的耗散性 $a - c + 1 > 0$ 和平衡点特征值的不稳定性, 系统的参数 a 和 c 有着较

大的关联性. a 增大 c 必须相应地增大, 系统 (2) 才能产生混沌现象. 与此同时, 随着 a, c 的变化, 系统的相轨迹呈现变化. 固定 $b = 15$, 计算得到参数 a 和 c 取不同值时, 系统 (2) 的 $x-z$ 平面相轨迹. 如图 12 所示, 由图可见, 随着参数 a 和 c 的增大, 系统 (2) 的两个涡卷发生明显翻转. 通过改变参数 a 和 c 可以得到系统吸引子不同角度的翻转和不同程度混叠, 而这些是由系统 (2) 的平衡点位置和稳定性变化形成的.

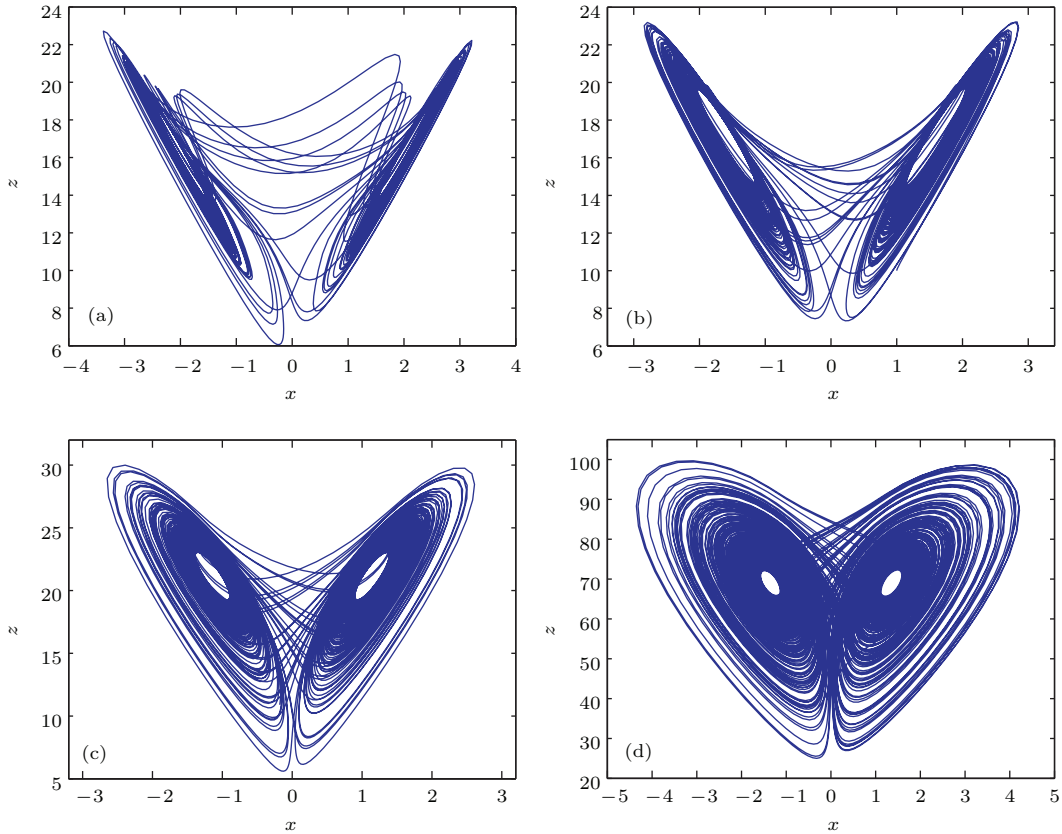


图 12 $b = 15$ 时, 系统 (2) 随 a, c 变化的 $x-z$ 平面相图 (a) $a = 1.5, c = 1.05$; (b) $a = 2, c = 1.17$; (c) $a = 3.5, c = 1.79$; (d) $a = 10, c = 5.4$

Fig. 12. The chaotic attractors at $x-z$ plane of system (2) at the different parameter a, c when $b = 15$: (a) $a = 1.5, c = 1.5$; (b) $a = 2, c = 1.17$; (c) $a = 3.5, c = 1.79$; (d) $a = 10, c = 5.4$.

3 系统的 FPGA 实现

模拟器件容易受到环境温度、湿度以及器件老化的影响, 而采用 FPGA 技术实现混沌系统可以保证混沌吸引子的稳定可靠. 很多 FPGA 实现的混沌信号发生器采用的都是 DSP Builder 设计电路 [22], 但是缺少很多需要的功能, 或者不能达到效果, 例如本文中实现忆阻器模块的开方器. 使用 Verilog HDL 硬件描述语言和 IEEE-754 标准, 直接

设计混沌信号发生器的各个模块, 实现忆阻混沌系统.

3.1 系统的离散

采用 Euler 算法将系统 (2) 离散化, 得到离散化后的差分方程为:

$$\begin{aligned} x(n+1) &= (1 - a\Delta T)x(n) + \Delta T y(n), \\ y(n+1) &= b\Delta T x(n) - \Delta T x(n)z(n) \\ &\quad + (1 + c\Delta T)y(n), \end{aligned}$$

$$z(n+1) = -10^5 \Delta T f(-|y(n)|) + (1 - \Delta T)z(n), \quad (8)$$

其中, 参数 $a = 10$, $b = 15$, $c = 5.4$, 忆阻器的初始值, $M(0) = 10000 \Omega$, $R_{\text{off}} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{\text{on}} = 100 \Omega$, $D = 10 \text{ nm}$, $\mu_\nu = 10^{-14} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$, ΔT 为离散取样时间, 这里取 $\Delta T = 0.001$.

3.2 开方器的设计

在设计系统时, 使用 Verilog HDL 硬件描述语言设计 IEEE-754 单精度标准的浮点加法器、浮点除法器、浮点乘法器、数据选择器、数据分配器、寄存器和时序产生器等模块. 这些模块在文献中有较多介绍, 这里不再详细说明. 由于二氧化钛忆阻器磁控模型中含有开方运算, 这里还需要调用浮点除法和浮点加法器模块设计一个开方运算器. 为设计开方运算器, 我们选用牛顿迭代法, 其迭代公式为

$$val(n+1) = \frac{val(n) + \frac{a}{val(n)}}{2}, \quad (9)$$

其中 a 为所要开方的值, val 为迭代变量. 选取一个初始值 $val(0)$, 不断迭代, 得到的 $val(n+1)$ 即可逼近 \sqrt{a} . 这种迭代方式的收敛速度较快, 如果初始迭代数 $val(0)$ 接近结果 \sqrt{a} , 则迭代较少次数就可达到所需的精度. 我们用的是 IEEE-754 单精度格式, 其表达为, 1 位符号位 (Sign), 8 位价码位 (Exp) 和 23 位尾数 (Man), 即

$$-1 \times \text{Sign} + 2^{(\text{Exp}+127)} \times 1.\text{Man}.$$

这里求解 \sqrt{a} 的步骤为: 首先初始化, 忽略符号位, 价码减去 127 的基数, 结果如果是偶数, 则直接将价码除 2, 加上基数 127 作为 \sqrt{a} 的 8 位价码位, 求解剩余 1. 结合尾数之后的根式; 结果如果是奇数, 则价码再减 1, 后除 2, 加上基数 127 作为 \sqrt{a} 的 8 位价码位, 求解剩余 1. 结合尾数乘 2 之后的根式. 经过处理后的 \sqrt{a} 的形式为

$$\sqrt{a} = \begin{cases} 2^{(\frac{\text{Exp}-127}{2}+127)} \times \sqrt{1.\text{Man}}, & \text{Exp} \in (2k+1), \\ 2^{(\frac{\text{Exp}-128}{2}+127)} \times \sqrt{1.\text{Man} \times 2}, & \text{Exp} \in (2k)k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (10)$$

再运用 (9) 式, 求解 $\sqrt{1.\text{Man}}$ 或 $\sqrt{1.\text{Man} \times 2}$. 为了让初始迭代值 $val(0)$ 更接近 $\sqrt{1.\text{Man}}$ 或

$\sqrt{1.\text{Man} \times 2}$, 这里对迭代方法进行改进, 根据数 a 的价码 (Exp) 的奇偶, 令初始迭代值 $val(0) = 1.\text{Man} - k_i$ 或 $val(0) = 1.\text{Man} \times 2 - k_j$, 其中 k_i 和 k_j 为根据 1.Man 和 $1.\text{Man} \times 2$ 的取值, 经过实验中暴力测试得到的. 这样处理后, 使初始迭代值 $val(0)$ 只经过 3 次迭代就能达到 $\sqrt{1.\text{Man}}$ 或 $\sqrt{1.\text{Man} \times 2}$ 的 IEEE-754 单精度标准的 23 位尾数的精度, 从而节省了大量的硬件资源. 最后将运算得到的 $\sqrt{1.\text{Man}}$ 或 $\sqrt{1.\text{Man} \times 2}$ 结合价码 $2^{(\frac{\text{Exp}-127}{2}+127)}$ 或 $2^{(\frac{\text{Exp}-128}{2}+127)}$, 并表示为 IEEE-754 单精度标准.

3.3 忆阻器非线性模块的设计

由于 Synplify Pro 软件具有更好的布线效果, 能够较好地适应 50 MHz 的 Xc6slx16 芯片开发平台, 并且支持综合除法运算, 这里的综合工具采用 Synplify Pro 软件. 根据 (8) 式, 运用有限状态机判断 $y(n)$ 的值, 分别代入不同的运算模块, 调用开方器、浮点乘法器和浮点加法器模块, 组合即得到 $f(-|y(n)|)$ 运算模块. 所设计的 $f(-|y(n)|)$ 运算器的 RLT 图如图 13 所示.

3.4 忆阻混沌系统的 FPGA 实现

采用有限状态机, 判断 $-|y(n)|$ 并代入 $f(-|y(n)|)$ 运算模块, 分别计算运算项 $0.995x(n)$, $0.005y(n)$, $0.04y(n)$, $0.01x(n)z(n)$, $1.003y(n)$ 和 $0.9975z(n)$. 并将他们相加 (减), 于是得到 $x(n+1)$, $y(n+1)$ 和 $z(n+1)$ 值. 加上偏置值, 将得到的值, 转化为 10 位的二进制数, 以便转化为模拟信号. 最后得到的计算 (8) 式的 RLT 图如图 14 所示.

将设计好的系统分配相应的引脚, 通过 MAPIC 软件烧写入 Xilinx 公司的 Spartan-6 系列的 xc6slx16 芯片, 并把相应的引脚接入数模转换器 Tlc5615, 然后将数模转换器的输出连入示波器, 用数码摄像机拍摄得到示波器显示的系统相图如图 15 所示.

可以发现示波器显示的结果与数值仿真结果是一致的. 为探究参数 c 对系统的吸引子的影响, 这里我们固定参数 $a = 10$, $b = 15$ 和 $a = 1.5$, $b = 15$, 分别使 $c = 5.4$, $c = 7$, $c = 8$ 和 $c = 1.05$, $c = 1.5$, $c = 1.65$ 通过上文类似步骤, 得到系统 (2) 的 $x-z$ 平面相图如图 16 和图 17 所示, 可见系统在不同的参数下呈现不同形态.

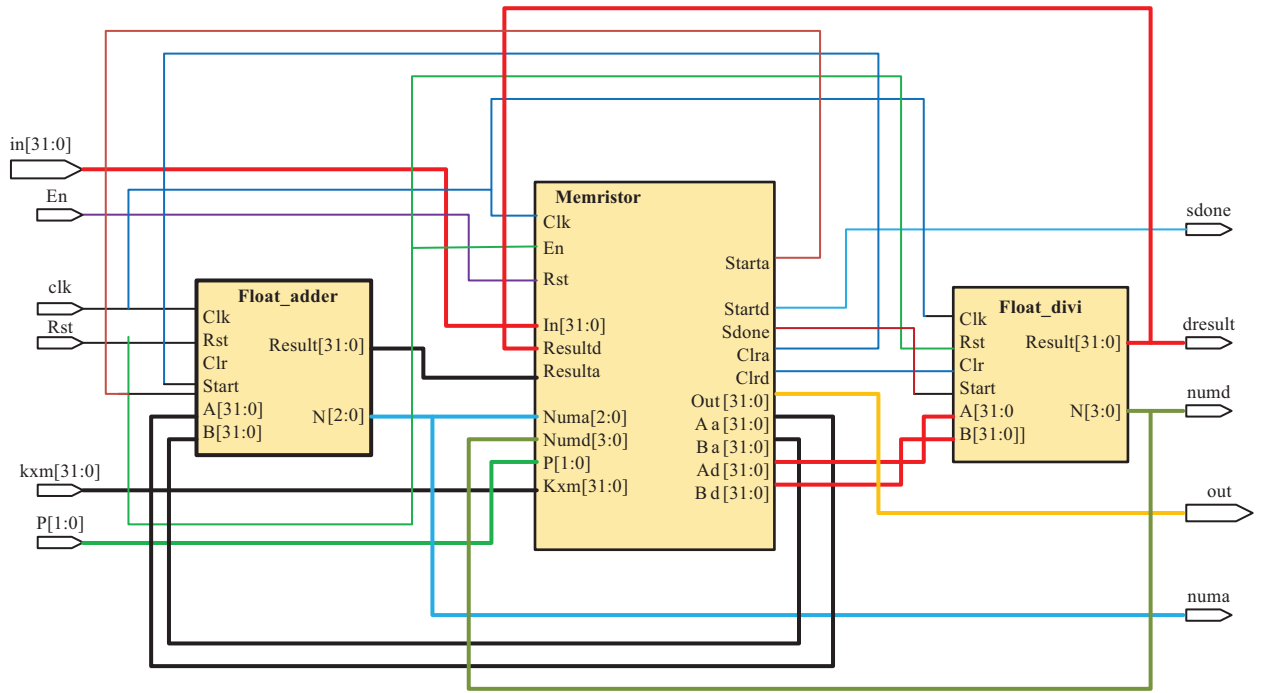


图 13 (网刊彩色) $f(-|y(n)|)$ 运算器的顶层 RTL

Fig. 13. (color online) The top RTL of $f(-|y(n)|)$ computing device.

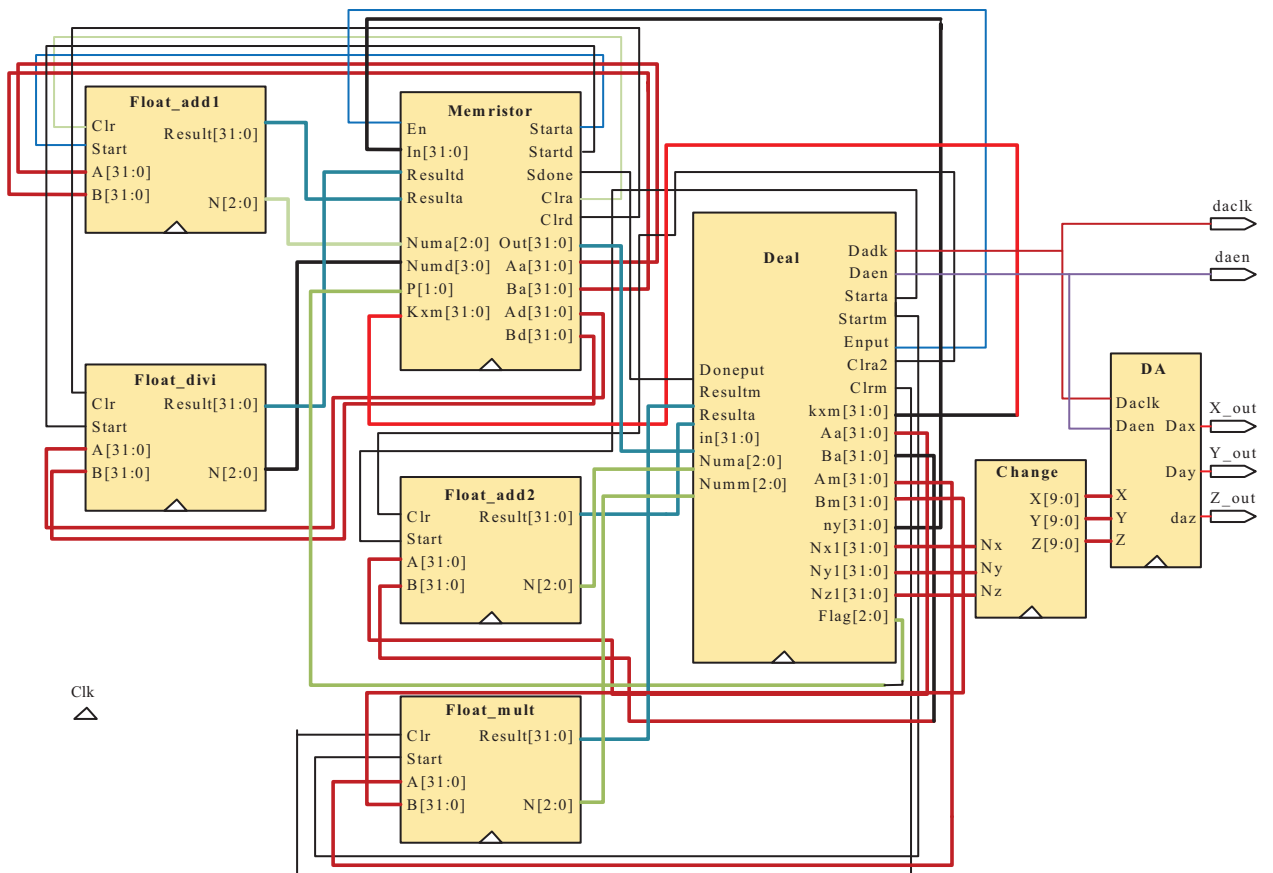


图 14 (网刊彩色) 系统 (2) 的顶层 RTL

Fig. 14. (color online) The top RTL of system (2).

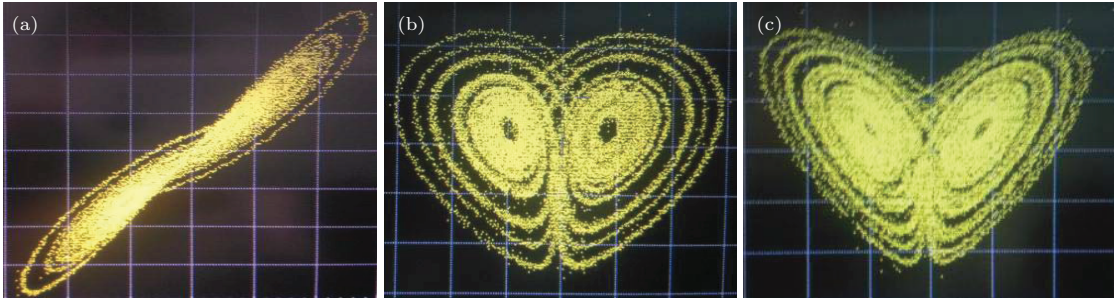


图 15 示波器显示的系统 (2) 相图: (a) $x-y$ 平面; (b) $y-z$ 平面; (c) $x-z$ 平面

Fig. 15. The phase diagram of oscilloscope display of System (2): (a) $x-y$ plane; (b) $y-z$ plane; (c) $x-z$ plane.

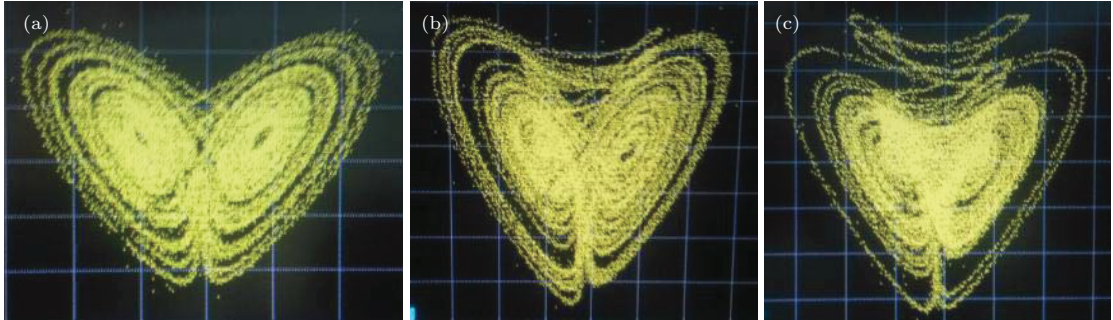


图 16 $a = 10, b = 15$ 时, 示波器显示的不同参数 c 系统 (2) 的 $x-z$ 平面相轨迹图 (a) $c = 5.4$; (b) $c = 7$; (c) $c = 8$

Fig. 16. The oscilloscope display of $x-z$ plane with different parameters c of system (2): (a) $c = 5.4$; (b) $c = 7$; (c) $c = 8$.

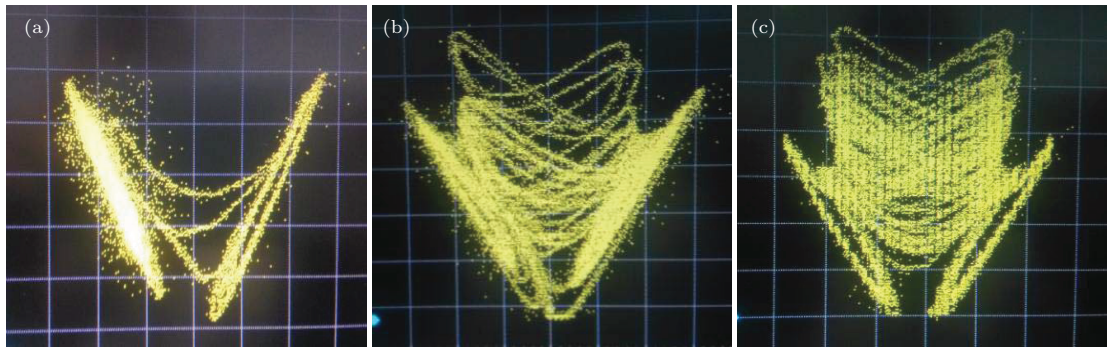


图 17 $a = 1.5, b = 15$ 时, 示波器显示的不同参数 c 系统 (2) 的 $x-z$ 平面相轨迹图 (a) $c = 1.05$; (b) $c = 1.5$; (c) $c = 1.65$

Fig. 17. The oscilloscope display of $x-z$ plane with different parameters c of system (2): (a) $c = 1.05$; (b) $c = 1.5$; (c) $c = 1.65$.

4 结 论

本文提出了一个新的三维自治混沌系统, 并将磁控二氧化钛忆阻器替换了该系统的非线性项, 对得到的新忆阻混沌系统进行了动力学特性分析, 验证了该系统的混沌特性. 实验结果表明, 系统参数 a 和 c 取不同值时, 系统平衡点的位置和稳定性会发生改变, 进而系统的两个涡卷会产生不同角度的翻转, 其间会产生不同程度的混叠. 参数 b 还具有较

大的可变范围, 改变参数 b 的值, 可将系统变为三类以 Vančėk 和 Celikovský 设置的条件分类的混沌系统. 系统的这些丰富的动力学特性, 使其在保密通信、信息处理等领域有着巨大的潜在应用. 此外, 本文还运用 FPGA 技术, 硬件实现了该基于二氧化钛忆阻器的混沌系统, 从而验证了该忆阻混沌系统的存在性和物理上的可实现性, 为进一步研究基于二氧化钛忆阻器的混沌系统及其在相关领域的应用提供了理论参考和实验基础.

参考文献

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Chua L O 1971 *IEEE Trans. Circ. Theor.* **18** 507
- [3] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [4] Kavehei O, Iqbal A, Kim Y S, Eshraghian K, Al-Sarawi S F, Abbott D 2010 *Proc. R. Soc. A* **466** 2175
- [5] Biolek Z, Biolek D, Biolková V 2009 *Radio. Eng.* **18** 210
- [6] Pershin Y V, Di V M 2008 *Phys. Rev. B* **78** 3309
- [7] Jo S H, Kim K H, Lu W 2009 *Nano Lett.* **9** 870
- [8] Yang J, Wang L D, Duan S K 2016 *Sci. China Inf. Sci.* **46** 391
- [9] Wang L D, Li H F, Duan S K, Huang T W, Wang H M 2015 *Neurocomputing* **171** 23
- [10] Wang L D, Duan M T, Duan S K, Hu X F 2014 *Sci. China Inf. Sci.* **44** 920
- [11] Hu X F, Chen G R, Duan S K, Feng G 2014 *In Memristor Networks* (Springer International Publishing) pp351–364
- [12] Muthuswamy B, Kokate P P 2009 *IETE Tech. Rev.* **26** 417
- [13] Wang L D, Drakakis E, Duan S K, He P F, Liao X F 2012 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **22** 1250205
- [14] Zhong G Q, Man K F, Chen G R 2002 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** 2907
- [15] Bao B C, Shi G D, Xu J P, Liu Z, Pan S H 2011 *Sci. China Tech. Sci.* **54** 2180
- [16] Bao B C, Xu J P, Zhou G H, Ma Z H, Zou L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120502
- [17] Min G Q, Wang L D, Duan S K 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 210507 (in Chinese) [闵国旗, 王丽丹, 段书凯 2015 物理学报 **64** 210507]
- [18] Li H F, Wang L D, Duan S K 2014 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **24** 7
- [19] Wang L D, Duan S K 2012 *Abstr. Appl. Anal.* **2012** 2012
- [20] Li C L, Yu S M, Luo X S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 110502 (in Chinese) [李春来, 禹思敏, 罗晓曙 2012 物理学报 **61** 110502]
- [21] Wang G Y, Qiu S S, Li H W, Li C F, Zheng Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 2872
- [22] Wang Z L 2008 *Comput. Eng. Appl.* **44** 84 (in Chinese) [王忠林 2008 计算机工程与应用 **44** 84]
- [23] Shao S Y, Min F H, Wu X H, Zhang X G 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 060501 (in Chinese) [邵书义, 闵富红, 吴薛红, 张新国 2014 物理学报 **63** 060501]
- [24] Yu S M 2011 *Chaotic Systems and Chaotic Circuits* (Xi'an: Xi'an Electronic Science and Technology University Press) pp126–148 (in Chinese) [禹思敏 2011 混沌系统与混沌电路 (西安: 西安电子科技大学出版社) 第126—148页]
- [25] Vaněček A, Čelikovský S 1996 *Control Systems: From Linear Analysis to Synthesis of Chaos* (London: Prentice Hall International Ltd.) pp10–121

A memristor-based chaotic system and its field programmable gate array implementation*

Xu Ya-Ming Wang Li-Dan[†] Duan Shu-Kai

(School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China)

(Received 17 February 2016; revised manuscript received 1 April 2016)

Abstract

A nanoscale memristor can replace the nonlinear part of a chaotic system, which can greatly reduce the physical size of the chaotic system. More importantly, it can enhance the complexity of the chaotic system and the randomness of signals. In this paper, a new memristor-based chaotic system is designed based on a new three-dimensional autonomous chaotic system. In order to study the complex dynamic characteristics of the memristive system, the chaotic system is investigated by the theoretical derivation, numerical simulation, stabilization of equilibrium points, and Lyapunov exponent spectrum. The influences of different parameters on the phase diagram and the stability of equilibrium point of this system are also discussed in detail. It is interesting that when system parameters a and c take different values, the location and stability of the equilibrium point of the system will be changed, then two scrolls of the system will be overturned at a different angle, and it will produce a different degree of aliasing between the two scrolls. Parameter b has a large variable range, when it is changed, and the system will transform into three kinds of classical chaotic systems defined by Vaněček and Celikovský. These indicate that the memristor-based chaotic system has a lot of valuable dynamic behaviors, so it has applications in the field of secure communication, information processing etc. Field programmable gate array (FPGA) technology has a large capacity and high reliability, which is widely used in modern digital signal processing. And with the development of FPGA technology, applying FPGA technology to realizing the chaotic systems has gradually become a hot topic. Moreover, the improved Newton iteration method is used to design a square root operator of memristor in this paper by using verilog hardware description language (verilog HDL) which only needs three times iteration to reach the required accuracy. The results of FPGA hardware are consistent with the numerical simulation results. It breaks through the previous bottleneck that the chaotic system based on titanium dioxide memristor can only be simulated in computer, which is of great significance for further studying of memristor, and provides a reference for further research on the memristor-based chaotic system and applications in secure communication and information processing.

Keywords: new chaotic system, memristor, dynamical behavior, field programmable gate array

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Pq, 05.45.Vx, 05.45.Xt

DOI: [10.7498/aps.65.120503](https://doi.org/10.7498/aps.65.120503)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61372139, 61571372), the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China (Grant No. [2013]47), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant Nos. XDJK2016A001, XDJK2014A009).

† Corresponding author. E-mail: ldwang@swu.edu.cn