

传输矩阵法在行波管内部反射引起的增益波动计算中的应用

易红霞 肖刘 苏小保

Application of transfer matrix method to calculating the effect of multiple internal reflections on the small signal gain ripple of TWT

Yi Hong-Xia Xiao Liu Su Xiao-Bao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 128401 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.128401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.128401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I12>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Ka 波段带状注相对论扩展相互作用速调管放大器的分析与设计

Analysis and design of a Ka-band sheet beam relativistic extended interaction klystron amplifier

物理学报.2015, 64(10): 108404 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.108404>

长脉冲 X 波段多注相对论速调管放大器的初步实验研究

Experimental study on a long pulse X-band coaxial multi-beam

物理学报.2015, 64(1): 018401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.018401>

相对论返波管超辐射产生与辐射的数值模拟研究

Numerical simulation of generation and radiation of super-radiation from relativistic backward wave oscillators

物理学报.2014, 63(3): 038402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.038402>

带状注速调管多间隙扩展相互作用输出腔等效电路的研究

Research on equivalent circuit of multi-gap output cavity for sheet beam extended-interaction klystron

物理学报.2014, 63(2): 028402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.028402>

S 波段四腔强流相对论速调管的设计和实验研究

Experimental researches of a four-cavity intense relativistic klystron amplifier

物理学报.2014, 63(1): 018402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.018402>

传输矩阵法在行波管内部反射引起的增益波动计算中的应用*

易红霞[†] 肖刘 苏小保

(中国科学院电子学研究所, 北京 100190)

(2015年10月28日收到; 2016年3月16日收到修改稿)

本文分析了由于行波管慢波结构制造误差引入的多个不连续点对小信号增益的影响. 行波管内部反射对增益波动的影响, 须采用考虑反射波的四阶模型进行分析, 用传输矩阵法对节点处的自左至右入射和自右至左入射两种散射类型建立传输矩阵, 研究在不同空间电荷参量下, 慢波电路的单个反射节点以及慢波电路的皮尔斯速度参量 b 和增益参量 C 的多个随机分布不连续性对行波管小信号增益的影响, 计算结果与 Chernin 模型具有很好的一致性. 并以 G 波段行波管为例分析了慢波结构周期长度分布有两个不连续点和周期长度的多个随机分布不连续性带来的小信号增益波动. 结果表明, 制造误差越大, 周期长度分布的两个不连续点相距越远, 小信号增益波动越大, 多个小的不连续性可以引起较大的增益波动.

关键词: 传输矩阵法, 小信号增益, 反射, 行波管

PACS: 84.40.Fe, 04.30.Nk, 41.20.Jb, 05.20.-y

DOI: 10.7498/aps.65.128401

1 引言

行波管是真空电子器件中最为重要的一类器件, 具有宽频带、体积小、质量轻等特点, 在卫星通信、雷达成像、电子对抗等方面具有广泛的应用^[1,2]. 为了提高互作用效率, 使行波管更稳定地工作, 采用螺距跳变渐变的方式使电磁波更有效地与电子注交换能量, 在互作用电路中采用切断且设置衰减器来抑制返波振荡, 这样不可避免地在互作用电路中引入反射^[3-5]. 随着工作频率向毫米波以及太赫兹波段的进一步升高, 互作用电路的尺寸进一步缩小, 当互作用电路的尺寸达到几微米时, 制造误差很难小于1%. 在实际高频结构加工过程中随机制造误差带来的许多微小的不连续点不可避免地被引入到互作用电路内. 这些微小的不连续点带来的反射对行波管的增益影响不可忽略.

增益波动是指增益随频率上下起伏, 它是空间行波管的一项关键指标, 直接影响卫星通信的质

量. 电磁波在沿传输线传播的过程中, 碰到不连续的地方, 要产生反射. 行波管内部的反射是行波管产生增益波动的一个非常重要的原因^[6]. 因为反射波的传播方向与电子注的前进方向反向, 两者不满足同步条件, 不产生相互作用. 但当反射波在向输入端传输时, 反射波碰到输入端的不连续点将产生二次反射. 二次反射信号沿着螺旋线朝输出端传输, 如果二次反射波比输入端输入的微弱电磁波大, 那么, 这个过程继续下去就会在某一个合适的频率上产生振荡. 即使没有产生振荡, 二次反射波甚至三次反射波会与输入电磁波进行矢量叠加而使增益和相位发生起伏, 造成行波管的工作不稳定.

内部不连续对行波管小信号增益影响的分析由来已久^[7-10], 美国密西根大学的 Pengvanich 等^[7]采用了忽略反向波的三阶基本空间谐波模型分析皮尔斯参数的随机扰动对前向波增益和输出相移的影响, 发现前向波增益和输出相移的标准偏

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 61401427)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: yihongxia2015@126.com

差与皮尔斯参数的标准偏差呈线性关系. 文献[8, 9]在三阶基本空间谐波模型中加入了有限空间电荷效应的影响, 分析了皮尔斯参数的随机扰动对小信号增益和1 dB增益带宽的影响. 相速的扰动对小信号增益和1 dB增益带宽的影响最大, 且增加电子注空间电荷参量可以减少皮尔斯参数扰动的影响. 美国密西根大学的Rittersdorf等[10]对上述理论进一步发展, 采用三种理论模型分析了小信号增益变化和输出相移变化与皮尔斯参数的标准偏差的关系.

然而这些分析通常建立在忽略反向波的一维皮尔斯小信号理论上. Chernin等[11]采用考虑反向波的一维皮尔斯小信号理论, 建立四阶空间谐波模型, 能够分析不连续点的反射对小信号增益的影响. 在该理论中, Chernin假定电磁波在单个节点具有自左至右入射和自右至左入射两种传输类型, 从起点到终点的场强变化是由所有节点的反射叠加形成的. 单个节点的两种传输类型能够充分分析电磁波在多个节点内的连续反射, 更准确地反映电磁波在多个不连续点反射. 但是在文献[11]中没有描述如何将单一节点的这两种传输类型与边界条件联系起来, 而这种方法类似光子晶体研究中的传输矩阵法. 通过传输矩阵可以将一个层面上的电磁波幅值与紧邻的另一个层面的电磁波幅值联系起来, 从而可以将第一段电磁波幅值与最后一段电磁波幅值联系起来, 通过求解边界条件, 就可以求任一段电磁波幅值.

本文用传输矩阵法来研究行波管内部多个节点的反射模型, 采用考虑反向波的小信号理论, 分析在不同空间电荷参量 $4QC$ 下, 皮尔斯速度参量 b 和增益参量 C 的随机扰动对行波管小信号增益的影响, 不仅与文献[11]的计算结果有很好的一致性, 还拓展了文献[11]的计算结果. 结合实例分析了慢波结构周期的不同制造误差带来的小信号增益波动.

2 理论模型

2.1 小信号理论

考虑空间电荷参量一维皮尔斯小信号理论如下[8-11]:

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial z} + j\beta_e \right)^2 + \beta_p^2 \right] s = a, \quad (1)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_p^2 (1 - 2jCd) \right] a = -2\beta_p \beta_e^3 C^3 s, \quad (2)$$

其中, s 是电流元的交变分量, a 正比于归一化轴向交流电场, $\beta_e = \omega/v_0$, ω 为信号角频率, v_0 为电子注的直流速度, $\beta_q = \omega_p/v_0$, ω_p 为等离子体频率, $\beta_p = \omega/v_p$, v_p 为信号冷线路相速. $C = [KI/(4V)]^{1/3}$ 为皮尔斯增益参量, K 为电子注横截面上平均耦合阻抗, I 和 V 是电子注电流和电压, d 为线路损耗参量.

假设 s 以 $e^{j\omega t - j\beta z}$ 变化, $x = \beta_e z$ 是沿着慢波结构的相移长度, $s = e^{-jx} f$, $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = \beta_e \frac{\partial}{\partial x}$, 则方程(1)变为

$$a = \beta_e^2 e^{-jx} (f'' + 4QC^3 f), \quad (3)$$

将方程(3)代入方程(2)的左边可得

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta_p^2 (1 - 2jCd) \right] a \\ &= \beta_e^4 e^{-jx} \left\{ f^{(4)} + (-2j)f''' + (-1 + 4C^2QC \right. \\ & \quad + (1 - 2jCd)(1 + bC)^2) f'' - 8jC^2QC f' \\ & \quad \left. + [-4C^2QC + 4C^2QC(1 - 2jCd) \right. \\ & \quad \left. \times (1 + bC)^2] f \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

其中 $\beta_p = \beta_e(1 + bC)$, $\beta_q = \beta_e C \sqrt{4QC}$.

如果不考虑损耗, 即忽略方程(4)中含有 d 的项, 则可以得到如下四阶微分方程:

$$\begin{aligned} & f^{(4)} - 2jf''' + [-1 + 4QC^3 + (1 + bC)^2] f'' \\ & - 8jQC^3 f' + [-4QC^3 + 4QC^3(1 + bC)^2 \\ & + 2(1 + bC)C^3] f = 0. \quad (5) \end{aligned}$$

由 $f(x)$ 代表的四个波包含三个前向波和一个反向波, 忽略反向波的影响, 方程(5)变为文献[6]的方程(4). 不考虑空间电荷参量 $4QC$, 方程(5)变为文献[11]的方程(3).

2.2 内部反射模型

将行波管的相互作用空间等分为 N 段, b , C 和 $4QC$ 在每段保持不变, 每一段的长度为 $\Delta \equiv x_N/N$, $x_i, i = 1, 2, \dots, N-1$ 为 $N-1$ 个内部节点, 如果不考虑节点处的反射, 电流元的交变分量 s , 轴向交流电场 a , 以及它们的一阶导数连续, 则 $f(x), f'(x), f''(x), f'''(x)$ 在节点处连续.

方程(5)在第 i 段的通解可以写为

$$f^{(i)}(x) = \sum_{k=1}^4 f_k^{(i)} e^{\lambda_k^{(i)} x}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

$$D(\lambda) \equiv \lambda^4 - 2j\lambda^3 + [-1 + 4QC^{(i)3} + (1 + b^{(i)}C^{(i)})^2]\lambda^2 - 8jQC^{(i)3}\lambda + [-4QC^{(i)3} + 4QC^{(i)3}(1 + b^{(i)}C^{(i)})^2 + 2(1 + b^{(i)}C^{(i)})C^{(i)3}] = 0, \quad (7)$$

其中, $\lambda_k^{(i)}$ 是方程 (7) 的四个根, $b^{(i)}$, $C^{(i)}$, $4QC^{(i)}$ 分别为第 i 段的皮尔斯速度、增益和空间电荷参量.

方程 (5) 是四阶微分方程, 需要四个初始条件才能求解. 假定电子进入输入端时无调制, 即电流元的交变分量 $s(0) = f(0) = 0$, 电子注的交变速度 $s'(0) = -jf(0) + f'(0) = 0$, 则 $f'(0) = 0$. 输入信号场强是一个任意的常数, 即 $a(0) = \beta_e^2(f''(0) + 4QC^3f(0)) = \beta_e^2f''(0)$ 为一个常数.

则 $f_k^{(i)}$ 满足的边界条件为:

$$f^{(1)}(0) = \sum_{k=1}^4 f_k^{(1)} = 0, \quad (8a)$$

$$\frac{d}{dx}f^{(1)}(0) = \sum_{k=1}^4 \lambda_k^{(1)} f_k^{(1)} = 0, \quad (8b)$$

$$\sum_{k=1}^3 \lambda_k^{(1)2} f_k^{(1)} = 1. \quad (8c)$$

假设输出端没有反射, 则

$$f_4^{(N)} = 0. \quad (8d)$$

下面我们分析在节点的连续情况, 定义矢量

$$\mathbf{Y}(x) \equiv \begin{pmatrix} f(x) \\ f'(x) \\ f''(x) \\ f'''(x) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\Psi(x) \equiv \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 x} & e^{\lambda_2 x} & e^{\lambda_3 x} & e^{\lambda_4 x} \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 x} & \lambda_2 e^{\lambda_2 x} & \lambda_3 e^{\lambda_3 x} & \lambda_4 e^{\lambda_4 x} \\ \lambda_1^2 e^{\lambda_1 x} & \lambda_2^2 e^{\lambda_2 x} & \lambda_3^2 e^{\lambda_3 x} & \lambda_4^2 e^{\lambda_4 x} \\ \lambda_1^3 e^{\lambda_1 x} & \lambda_2^3 e^{\lambda_2 x} & \lambda_3^3 e^{\lambda_3 x} & \lambda_4^3 e^{\lambda_4 x} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

定义 Θ 为四个模式幅值,

$$\Theta = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

则 $Y(x) = \Psi(x)\Theta$, 不考虑节点处的反射, 在节点处由连续性条件得 $\mathbf{Y}^{(i+1)}(x_i) = \mathbf{Y}^{(i)}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N - 1$, 则

$$\Theta^{(i+1)} = [\Psi^{(i+1)}(x_i)]^{-1} \Psi^{(i)}(x_i) \Theta^{(i)} \equiv \Gamma^{(i)}(x_i) \Theta^{(i)}, \quad (12)$$

其中, $\Gamma^{(i)}(x_i) = [\Psi^{(i+1)}(x_i)]^{-1} \Psi^{(i)}(x_i)$, 如果第 i 段和第 $i+1$ 段的皮尔斯参量 b , C 和 $4QC$ 完全相同, 那么 $\Gamma^{(i)}$ 是个单位矩阵.

2.3 传输矩阵法

传输矩阵法 (TMM) 就是将麦克斯韦方程组转换为传输矩阵的形式, 应用传输矩阵进行分析的方法 [12]. 通过传输矩阵可以将一个层面上的电磁波幅值与紧邻的另一个层面的电磁波幅值联系起来, 如果知道了第一段入射波分布, 就可以利用传输矩阵法计算最后一段电磁波分布, 从而可以求出波管的增益.

如图 1 所示, 不同方向入射的电磁波在一个节点处经历两种类型的散射 [9]. 对于第一种类型的散射, 在节点左边激励起的三个前向波经过节点时, 将会在节点右边产生三个透射前向波和在节点左边产生一个反射反向波. 对于第二种类型的散射, 在节点右边激励的反向波经过节点时, 将会在节点右边产生三个反射前向波和在节点左边产生一个透射反向波.

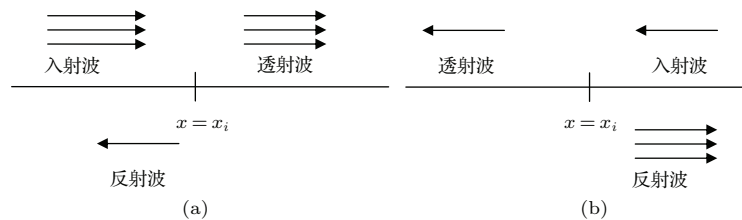


图 1 一个节点的两类型散射 (a) 自左至右入射; (b) 自右至左入射

Fig. 1. Two types of scattering from a single joint: (a) Incident from left; (b) incident from right.

对于第一种类型散射, $f_4^{(i+1)} = 0$, 利用方程 (12) 可以得 $i+1$ 段的透射前向波的幅值为

$$f_k^{(i+1)} = \frac{1}{\Gamma_{44}^{(i)}} \sum_{k'=1}^3 (\Gamma_{44}^{(i)} \Gamma_{kk'}^{(i)} - \Gamma_{k4}^{(i)} \Gamma_{4k'}^{(i)}) f_{k'}^{(i)}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (13)$$

i 段的反射反向波的幅值为

$$f_4^{(i)} = -\frac{1}{\Gamma_{44}^{(i)}} \sum_{k'=1}^3 \Gamma_{4k'}^{(i)} f_{k'}^{(i)}. \quad (14)$$

对于第二种类型的散射, $f_k^{(i)} = 0, k = 1, 2, 3$, 利用方程 (12) 可以得 i 段的透射反向波的幅值为

$$f_4^{(i)} = \frac{f_4^{(i+1)}}{\Gamma_{44}^{(i)}}. \quad (15)$$

$i+1$ 段的反射前向波为

$$f_k^{(i+1)} = \left(\frac{\Gamma_{k4}^{(i)}}{\Gamma_{44}^{(i)}} \right) f_4^{(i+1)}, \quad k = 1, 2, 3. \quad (16)$$

对于同一个节点, 我们同时考虑这两种类型的散射, 则

$$\begin{cases} f_k^{(i+1)} = \sum_{k'=1}^3 T_{kk'}^{(i)} f_{k'}^{(i)} + M_k^{(i)} f_4^{(i+1)}, \\ k = 1, 2, 3, \\ f_4^{(i)} = \sum_{k'=1}^3 N_{k'}^{(i)} f_{k'}^{(i)} + \frac{1}{\Gamma_{44}^{(i)}} f_4^{(i+1)}(b), \end{cases} \quad (17)$$

其中,

$$T_{kk'}^{(i)} = \frac{1}{\Gamma_{44}^{(i)}} \sum_{k''=1}^3 (\Gamma_{44}^{(i)} \Gamma_{kk''}^{(i)} - \Gamma_{k4}^{(i)} \Gamma_{4k''}^{(i)}),$$

$$M_k^{(i)} = \frac{\Gamma_{k4}^{(i)}}{\Gamma_{44}^{(i)}}, \quad N_{k'}^{(i)} = -\frac{1}{\Gamma_{44}^{(i)}} \sum_{k''=1}^3 \Gamma_{4k''}^{(i)}.$$

将 (17) 式写成矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} T_{11}^{(i)} & T_{12}^{(i)} & T_{13}^{(i)} & 0 \\ T_{21}^{(i)} & T_{22}^{(i)} & T_{23}^{(i)} & 0 \\ T_{31}^{(i)} & T_{32}^{(i)} & T_{33}^{(i)} & 0 \\ -N_1^{(i)} & -N_2^{(i)} & -N_3^{(i)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1^{(i)} \\ f_2^{(i)} \\ f_3^{(i)} \\ f_4^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -M_1^{(i)} \\ 0 & 1 & 0 & -M_2^{(i)} \\ 0 & 0 & 1 & -M_3^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\Gamma_{44}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1^{(i+1)} \\ f_2^{(i+1)} \\ f_3^{(i+1)} \\ f_4^{(i+1)} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

则考虑两种类型的反射后, 第 $i+1$ 段模式幅值与第 i 段模式幅值的关系可写为

$$\begin{pmatrix} f_1^{(i+1)} \\ f_2^{(i+1)} \\ f_3^{(i+1)} \\ f_4^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -M_1^{(i)} \\ 0 & 1 & 0 & -M_2^{(i)} \\ 0 & 0 & 1 & -M_3^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\Gamma_{44}^{(i)} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} T_{11}^{(i)} & T_{12}^{(i)} & T_{13}^{(i)} & 0 \\ T_{21}^{(i)} & T_{22}^{(i)} & T_{23}^{(i)} & 0 \\ T_{31}^{(i)} & T_{32}^{(i)} & T_{33}^{(i)} & 0 \\ -N_1^{(i)} & -N_2^{(i)} & -N_3^{(i)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1^{(i)} \\ f_2^{(i)} \\ f_3^{(i)} \\ f_4^{(i)} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

令

$$\mathbf{W}^{(i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -M_1^{(i)} \\ 0 & 1 & 0 & -M_2^{(i)} \\ 0 & 0 & 1 & -M_3^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & 1/\Gamma_{44}^{(i)} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} T_{11}^{(i)} & T_{12}^{(i)} & T_{13}^{(i)} & 0 \\ T_{21}^{(i)} & T_{22}^{(i)} & T_{23}^{(i)} & 0 \\ T_{31}^{(i)} & T_{32}^{(i)} & T_{33}^{(i)} & 0 \\ -N_1^{(i)} & -N_2^{(i)} & -N_3^{(i)} & 1 \end{pmatrix}$$

为第 i 个节点的传输矩阵, $\Theta^{(i+1)} = \mathbf{W}^{(i)}(x_i)\Theta^{(i)}$ 为考虑两种类型的散射后第 $i+1$ 段模式的幅值与第 i 段模式幅值的新的关系式. 则第 N 段的波幅值与第一段的波幅值的关系可写为

$$\Theta^{(N)} = \mathbf{W}^{(N-1)}\mathbf{W}^{(N-2)} \dots \mathbf{W}^{(1)}\Theta^{(1)} = \mathbf{Q}\Theta^{(1)}. \quad (20)$$

方程 (8a)—(8d) 和方程 (20) 为关于 8 个未知量 $f_k^{(1)}, f_k^{(N)}, k = 1, 2, 3, 4$ 的线性方程, 将方程代入 (8a)—(8c), 可得

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^4 R_{k1} & \sum_{k=1}^4 R_{k2} & \sum_{k=1}^4 R_{k3} \\ \sum_{k=1}^4 \lambda_k^{(1)} R_{k1} & \sum_{k=1}^4 \lambda_k^{(1)} R_{k2} & \sum_{k=1}^4 \lambda_k^{(1)} R_{k3} \\ \sum_{k=1}^3 \lambda_k^{(1)2} R_{k1} & \sum_{k=1}^3 \lambda_k^{(1)2} R_{k2} & \sum_{k=1}^3 \lambda_k^{(2)} R_{k3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f_1^{(N)} \\ f_2^{(N)} \\ f_3^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

其中 $R = Q^{-1}$, 求解方程 (21) 可得 $f_k^{(N)}$, $k = 1, 2, 3$, 再根据方程 (20) 可以求出 $f_k^{(1)}$, $k = 1, 2, 3, 4$. 行波管的增益可以由下式求出:

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= 10 \lg_{10} \left| \frac{a(x_N)}{a(0)} \right|^2 \\ &= 10 \lg_{10} \left| \frac{e^{-jx_N} [f''(x_N) + 4QC^3 f(x_N)]}{f''(0) + 4QC^3 f(0)} \right|^2 \\ &= 20 \lg_{10} \left| e^{-jx_N} [f''(x_N) + 4QC^3 f(x_N)] \right| \\ &= 20 \lg_{10} \left| e^{-jx_N} \sum_{k=1}^3 (\lambda_k^{(N)})^2 + 4QC^3 \right| f_k^{(N)} e^{\lambda_k^{(N)} x_N} \right|. \end{aligned} \quad (22)$$

在输入端反向波与前向波的功率之比为

$$\begin{aligned} &\left| \frac{\lambda_4^{(1)2} f_4^{(1)} + 4QC^3 f_4^{(1)}}{\sum_{k=1}^3 (\lambda_k^{(1)2} f_k^{(1)} + 4QC^3 f_k^{(1)})} \right|^2 \\ &= \left| \frac{\lambda_4^{(1)2} f_4^{(1)} + 4QC^3 f_4^{(1)}}{1 - 4QC^3 f_4^{(1)}} \right|^2. \end{aligned} \quad (23)$$

3 计算结果与讨论

3.1 无反射点均匀电路的增益计算

假定电子注电压 V 和电子注电流 I 不变, 行波管相移长度 $x = 100$, 增益参数 $C_0 = 0.05$. 首先计算无反射点均匀电路的增益, 这相当于增益参数 C_0 和速度参数 b_0 在相互作用长度内均保持不变, 结果如图 2 所示, 计算结果与文献 [11] 的结果完全一致, $b_0 = 0.3$ 时, 得到小信号增益的最大值为 28.28 dB. 考虑反向波的四阶模型计算的小信号增益比文献 [8, 9] 中三阶模型计算值小. 当 $4QC = 0$, $b_0 = 0$ 时, 四阶模型计算的小信号增益为 27.75 dB, 三阶模型计算的小信号增益为 28.1 dB, 这与文献 [11] 图 8 的结论一致.

表 1 不同空间电荷参量下, 采用三阶模型与四阶模型计算的最大小信号增益及其对应的 b_{\max} 对比

Table 1. The calculated maximum small signal gain and b_{\max} for fourth-order model and third-order model at different space charge parameter.

空间电荷参量 $4QC$	0	1	2	4	8	
三阶	对应的 b_{\max}	0.3	0.9	1.3	1.9	2.8
	最大增益/dB	28.56	22.35	18.93	15.45	12.26
四阶	对应的 b_{\max}	0.3	0.9	1.3	1.9	2.8
	最大增益/dB	28.28	22.21	18.84	15.40	12.24

表 1 为不同空间电荷参量下, 考虑反向波的四阶微分方程和不考虑反向波的三阶微分方程计算的最大小信号增益及其对应的 b_0 . 两种模型在相同的 b_0 处获得最大小信号增益, 但考虑反向波的四阶模型的最大平均增益总是小于三阶模型计算值.

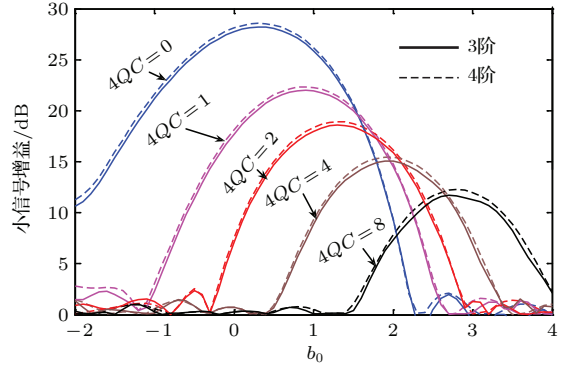


图 2 小信号增益随 b_0 的变化 ($x = 100$, $C_0 = 0.05$, 实线是包括反向波的四阶模型计算结果, 虚线是不包括反向波的三阶模型计算结果)

Fig. 2. Small signal gain versus b_0 at $x = 100$ with $C_0 = 0.05$. Solid lines indicate results including backward wave (fourth-order model), whereas dashed lines indicate results omitting backward wave (third-order model).

3.2 单一反射节点电路的增益计算

假定在相互作用电路中间有一个不连续点, 在不连续点的左边皮尔斯参量 b 的取值使小信号增益最大, $b^{(1)} = b_{\max}$, 增益参数 $C = 0.05$, 如图 3 所示. 在不连续点的右边皮尔斯参量 b 依次取值 -2 到 4 , 步长为 0.1 , 计算在不同空间电荷参量 $4QC$ 下的小信号增益, 与整段相互作用结构的皮尔斯参量 b 依次取值 -2 到 4 计算的小信号增益差值如图 4 所示. 空间电荷参量 $4QC$ 越大, 最大小信号增益对应的 b_{\max} 越大, 所以大空间电荷参量对应的曲线相对小空间电荷参量对应的曲线向右偏移. 不连续点左边皮尔斯参量 b 的取值使小信号增益最大, 因而小信号增益差值均大于 0.

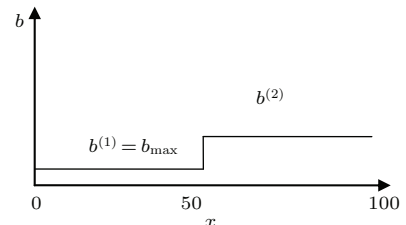


图 3 皮尔斯参量 b 随行波管相移长度 x 分布, $b^{(1)} = b_{\max}$ ($0 < x < 50$), $C_0 = 0.05$, $x_N = 100$

Fig. 3. Example of the variation of the Pierce velocity parameter, b , versus x , and $b^{(1)} = b_{\max}$ in the first half ($0 < x < 50$), $C_0 = 0.05$, $x_N = 100$.

不连续点带来反射在输入端反向功率按(23)式计算,图5给出了输入端的返波归一化功率随第二段皮尔斯速度参量 $b^{(2)}$ 的变化,与前向波相比,不连续点带来的返波功率较小,这是因为不连续点位于相移长度的中点,引起的反射波还没增长到足够大。

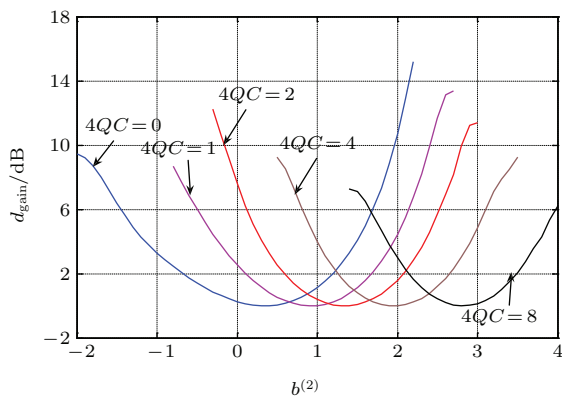


图4 单一反射节点电路的小信号增益与无反射点均匀电路的小信号增益差值随第二段皮尔斯速度参量 $b^{(2)}$ 的变化, $b^{(1)} = b_{\max}$

Fig. 4. Differences between small signal gain in the presence of a single discontinuity and that in the absence of the discontinuity versus the value of the Pierce parameter $b^{(2)}$ in the second half ($50 < x < 100$) of the interaction space. $b = b_{\max}$ in the first half ($0 < x < 50$).

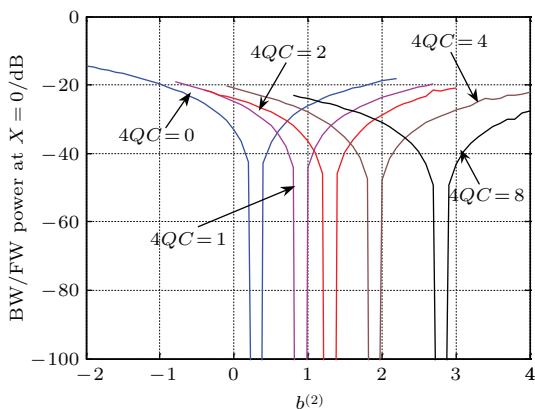


图5 单一反射节点引起返波在输入端($x = 0$)的归一化功率随第二段皮尔斯速度参量 $b^{(2)}$ 的变化

Fig. 5. Backward power at $x = 0$, normalized to the input power, due to reflections at a single joint at $x = 50$ as a function of b in the second half ($50 < x < 100$) of the interaction space. $b = b_{\max}$ in the first half ($0 < x < 50$).

3.3 多个反射节点电路的增益计算

假设相速 $v_p(x)$,耦合阻抗 $K(x)$ 为关于相移长度 x 的分段线性函数[8,9],而空间电荷参量 $4QC$

不变.将相互作用空间均分为100等份, $N = 100$, $x_N = x$,在两节点之间,相速 $v_p(x)$,耦合阻抗 $K(x)$ 为给定平均值 μ 和标准偏差 σ 的独立高斯随机数.为了简化分析,在每次数值仿真中仅有一个皮尔斯参量变化。

3.3.1 相速随机变化对小信号增益的影响

行波管的生产过程中,慢波结构加工带来的误差体现在相速在设计值附近随机波动.假定空间电荷参量 $4QC$ 不变,相速的相对误差 $q(x) \equiv (v_p(x) - v_{p0})/v_{p0}$, v_{p0} 是设计的相速,皮尔斯速度参量标准偏差 σ_b 与相速标准偏差 σ_q 的关系为 $\sigma_b = (\sigma_q/C)(1 + Cb_0)$.图2和表1给出了不同空间电荷参量下,设计的(无制造误差)最大小信号增益及其对应的皮尔斯速度参量 b_{\max} ,增益参量 $C = 0.05$.固定相移长度 $x = 100$,计算最大小信号增益(例如 $4QC = 0$ 时, $b_{\max} = 0.3$ 计算的小信号增益)随相速标准偏差 σ_q 的变化.对于同一个相速标准偏差 σ_q ,方程(21)计算10000次,虽然计算的10000个小信号增益不是精确的高斯分布,我们仍采用高斯分布的均值和标准偏差来近似表达。

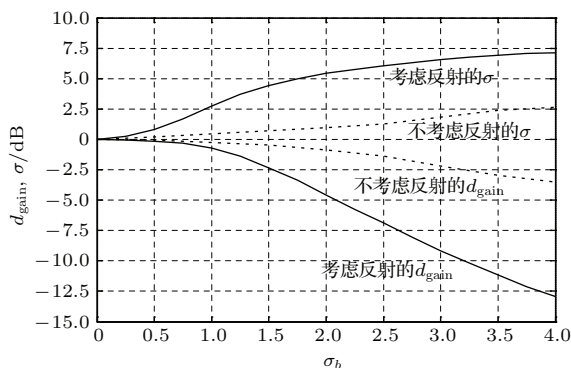


图6 考虑反射和不考虑反射,不连续性带来的小信号增益变化和标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 的变化,无误差电路的皮尔斯速度参量 $b_0 = 0$ (验证文献[9]的图8)

Fig. 6. Departures from the error-free values of small-signal gain and the standard deviations of those departures versus σ_b , error-free value of the Pierce parameter $b_0 = 0$.

为了验证程序正确性,我们计算了 $b_0 = 0$ 时小信号增益变化和标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 的变化,如图6所示,与文献[11]计算结果一致,与不考虑节点反射的三阶模型相比,考虑节点反射的四阶模型具有更大的小信号增益变化和标准偏差.不考虑反射的三阶模型计算的小信号增益变化和标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 的增加而增加.速度参量标准偏差 σ_b 小于1.5时,考虑反射的四阶模型计算的标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 近似

成指数增长; 速度参量标准偏差 σ_b 大于 1.5 时, 考虑反射的四阶模型计算的标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 变化逐渐变缓.

图 7 给出了在输入端 $x = 0$ 返波功率随速度参量标准偏差 σ_b 的变化. $\sigma_b \approx 0.4$ 时, 输入端的返波与前向波接近相等. 当 σ_b 大于 0.4 时, 输入端的返波大于前向波. 速度参量标准偏差 σ_b 小于 1.5 时, 考虑反射的四阶模型计算的输入端返波功率随速度参量标准偏差 σ_b 增加而增长; 速度参量标准偏差 σ_b 大于 1.5 时, 考虑反射的四阶模型计算的输入端返波功率随速度参量标准偏差 σ_b 增加而减小. 这是因为速度参量 b 变化增大, 由 (13) 式计算的不同节点反射波相消干涉.

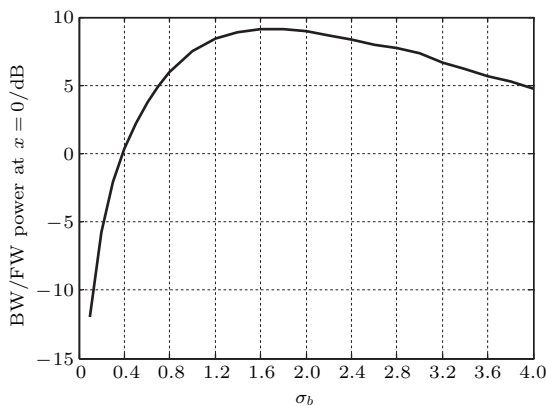


图 7 在输入端 ($x = 0$) 不连续性带来返波功率随速度参量标准偏差 σ_b 的变化, 无误差电路的皮尔斯速度参量 $b_0 = 0$ (验证文献 [9] 的图 10)

Fig. 7. Ratio of the backward wave to the forward-wave power at $x = 0$ versus σ_b , error-free value of the Pierce parameter $b_0 = 0$.

我们分别采用考虑反射和不考虑反射的模型计算了 $b_0 = b_{\max}$ 时, 不同空间电荷参量下, 最小信号增益、最小信号增益变化和最小信号增益标准偏差随相速标准偏差 σ_q 的变化, 如图 8 所示. 在同样的空间电荷参量下, 与不考虑反射的三阶模型相比, 考虑反射的四阶模型计算的最小信号增益较小, 最小信号增益变化较大, 最小信号增益标准偏差较大. $4QC = 0$ 对应的最小信号增益标准偏差比 $4QC = 1$ 对应的最小信号增益标准偏差大, 这与文献 [8, 9] 的结果一致.

3.3.2 耦合阻抗随机变化对小信号增益的影响

在行波管的生产过程中, 慢波结构加工带来的误差还体现在耦合阻抗在设计值附近随机波动. 假定空间电荷参量 $4QC$ 不变, 耦

合阻抗相对误差 $p(x) \equiv (K(x) - K_0)/K_0$, K_0 是耦合阻抗的设计值, 那么皮尔斯增益参量 $C^3(x) = C_0^3[1 + p(x)]$, C_0 是设计的 (没有制造误差) 增益参量, 增益参量标准偏差 σ_c 与耦合阻抗标准偏差 σ_p 的关系为 $\sigma_c = C_0(\sigma_p/3)$. 空间电荷参量 $4QC = [C_0^2/C^2(x)]4QC_0$, 假定皮尔斯

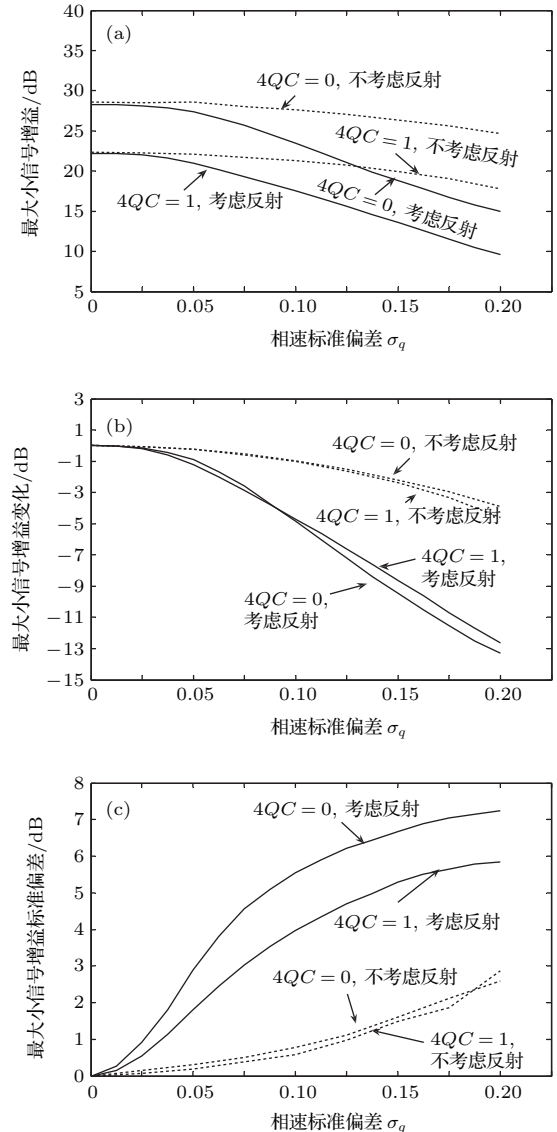


图 8 (a) 在不同的空间电荷参量下, 最小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 随相速标准偏差的变化; (b) 在不同的空间电荷参量下, 最小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 相对变化随相速标准偏差的变化; (c) 在不同的空间电荷参量下, 最小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 标准偏差随相速标准偏差的变化

Fig. 8. (a) The maximum mean gain versus standard deviation of phase velocity σ_q , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$; (b) departures from the error-free values of maximum mean gain versus standard deviation of phase velocity σ_q , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$; (c) the standard deviation of the departures from the error-free values versus standard deviation of phase velocity σ_q , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$.

速度 b 不变, 计算在固定相移长度 $x = 100$ 下, 最大小信号增益(如 $4QC = 0$ 时, $b_0 = 0.3$ 计算的小信号增益)随相速耦合阻抗标准偏差 σ_p 的变化, 对于特定耦合阻抗标准偏差 σ_p , 方程 (23) 计算 10000 次, 仍采用高斯分布的均值和标准偏差来近似表达计算的 10000 个增益数值.

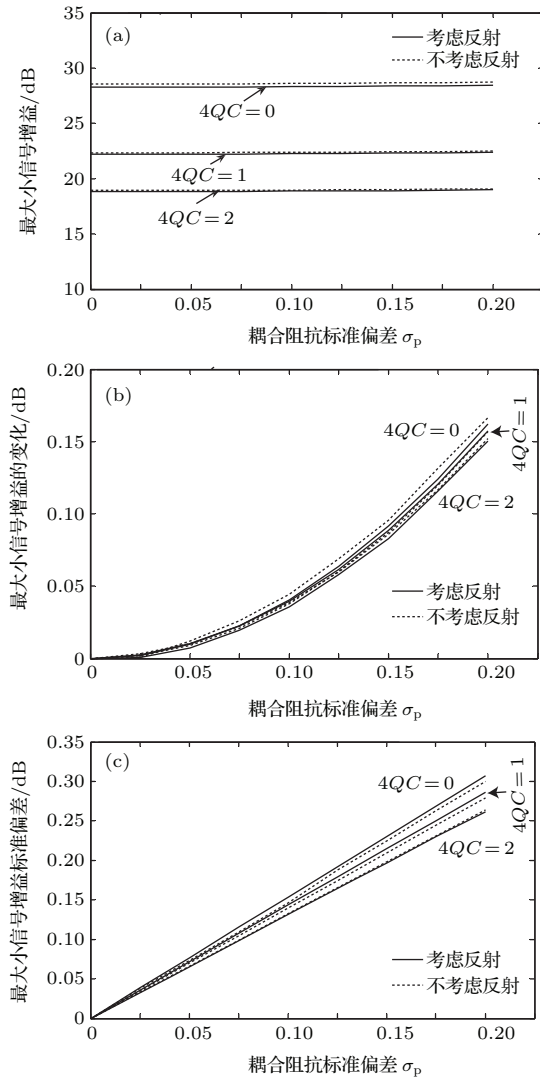


图9 (a) 在不同的空间电荷参量下, 最大小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 随耦合阻抗标准偏差的变化; (b) 在不同的空间电荷参量下, 最大小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 相对变化随耦合阻抗标准偏差的变化; (c) 在不同的空间电荷参量下, 最大小信号增益 ($b_0 = b_{\max}$) 标准偏差随耦合阻抗标准偏差的变化

Fig. 9. (a) The maximum mean gain versus standard deviation of interaction impedance σ_p , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$; (b) departures from the error-free values of maximum mean gain versus standard deviation of interaction impedance σ_p , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$; (c) the standard deviation of the departures from the error-free values versus standard deviation of interaction impedance σ_p , with $b_0 = b_{\max}$ at different $4QC$.

图9给出了不同空间电荷参量下, 采用不考虑反射的三阶模型与考虑反射的四阶模型计算的最大小信号平均增益、与无制造误差相比最大小信号增益的变化以及最大平均增益标准偏差随耦合阻抗标准偏差的变化. 在同样的空间电荷参量下, 采用三阶和四阶模型计算的最大小信号增益值相差不大, 且都随耦合阻抗标准偏差的增加而增加, 考虑了反射的四阶模型计算的最大平均增益的标准偏差大于三阶模型计算值. 空间电荷参量越大, 三阶和四阶模型计算的最大小信号增益和最大平均增益标准偏差均越小.

3.3.3 G波段行波管实例

基于上述理论我们以一个G波段行波管为例, 计算内部反射引起的增益波动. 电子注直流电压为 11.7 kV, 电流为 120 mA, 相互作用长度为 1.17 cm, 周期长度平均值为 $\bar{p} = 0.02$ cm, 那么相互作用的相移长度 $x = \beta_e z = 1.146 \times 10^{-9} f$ (f 为工作频率). 耦合阻抗不随周期长度变化, 皮尔斯速度参量 b 和增益参量 C 如图 10 所示.

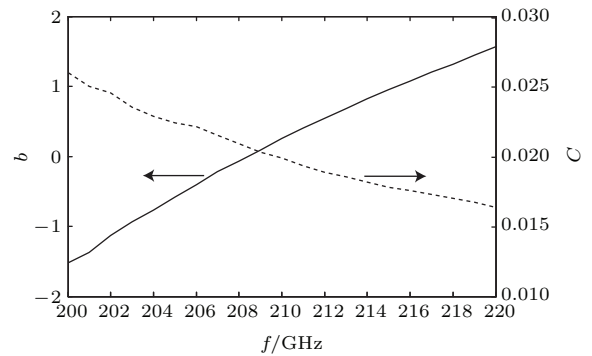


图 10 G 波段行波管的皮尔斯速度参量 b 和增益参量 C
Fig. 10. Values of Pierce parameters b and C corresponding of G-band TWT.

假设行波管慢波结构在相互作用长度上有两个由于加工误差引起的反射节点, 如图 11 所示, 假设反射点所在段的慢波结构周期长度分别为 $p_0(1+\delta)$ 和 $p_0(1-\delta)$ (假设周期长度的实际加工相对误差 $\delta = (p_i - \bar{p})/\bar{p}$), 反射点所在段的相移长度均为 $x = 1$, 两个反射点关于中点对称且它们之间的距离为 d . 反射点之外的周期长度无加工误差, 不考虑空间电荷效应.

两个反射节点引起的小信号增益随工作频率的变化如图 12 所示, 反射使小信号增益随频率上下波动. 图 12 (a) 给出了两节点之间的距离 $d = 50$ 时, 理想情况、3% 和 5% 加工误差下的小信号增益.

两节点所在段周期长度加工误差越大, 小信号增益波动越大, 当周期长度的加工误差为5%时可以看到明显的小信号增益波动. 图 12(b) 给出了周期长度加工误差 $\delta = 5\%$ 时, 两节点之间的距离分别为 10, 50, 90 小信号增益变化情况. 当两节点之间的距离等于 90 时, 增益波动大于 1 dB.

假定行波管慢波结构的所有周期长度加工相对误差为 δ , 则标准偏差

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{100}} \sum_{i=1}^{100} (p_i - \bar{p}) = \frac{100 \times \delta}{10} \bar{p},$$

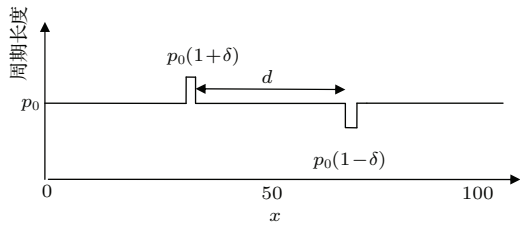


图 11 行波管慢波结构的周期长度随行波管相移长度 x 分布, 两个反射节点的周期长度分别为 $p_0(1 + \delta)$ 和 $p_0(1 - \delta)$, $4QC = 0$, $C_0 = 0.05$, $x_N = 100$

Fig. 11. Example of the variation of the Pitch versus x , and the pitches of the joints are $p_0(1 + \delta)$ and $p_0(1 - \delta)$, $C_0 = 0.05$, $x_N = 100$.

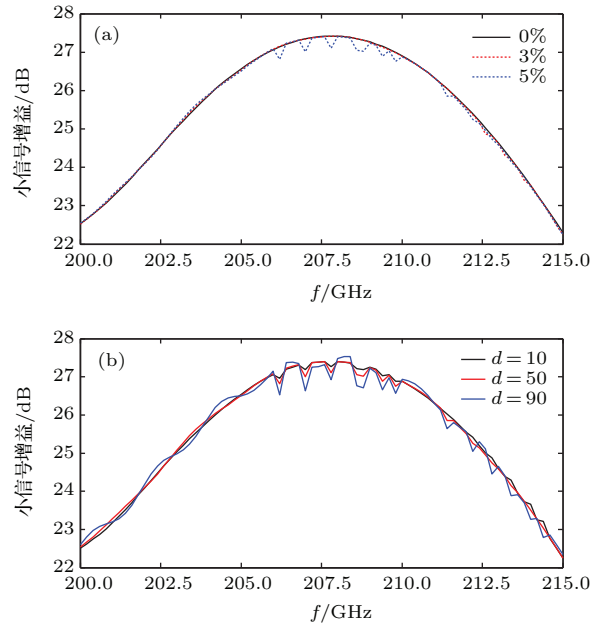


图 12 (a) 固定节点长度 $d = 50$, 在不同的制造精度下, G 波段行波管的小信号增益变化; (b) 固定制造误差 $\delta = 5\%$, 在两节点不同距离下, G 波段行波管的小信号增益变化

Fig. 12. (a) Small-signal gain versus frequency for different levels of error for two joints, $d = 50$; (b) small-signal gain versus frequency for different distance between the two joints.

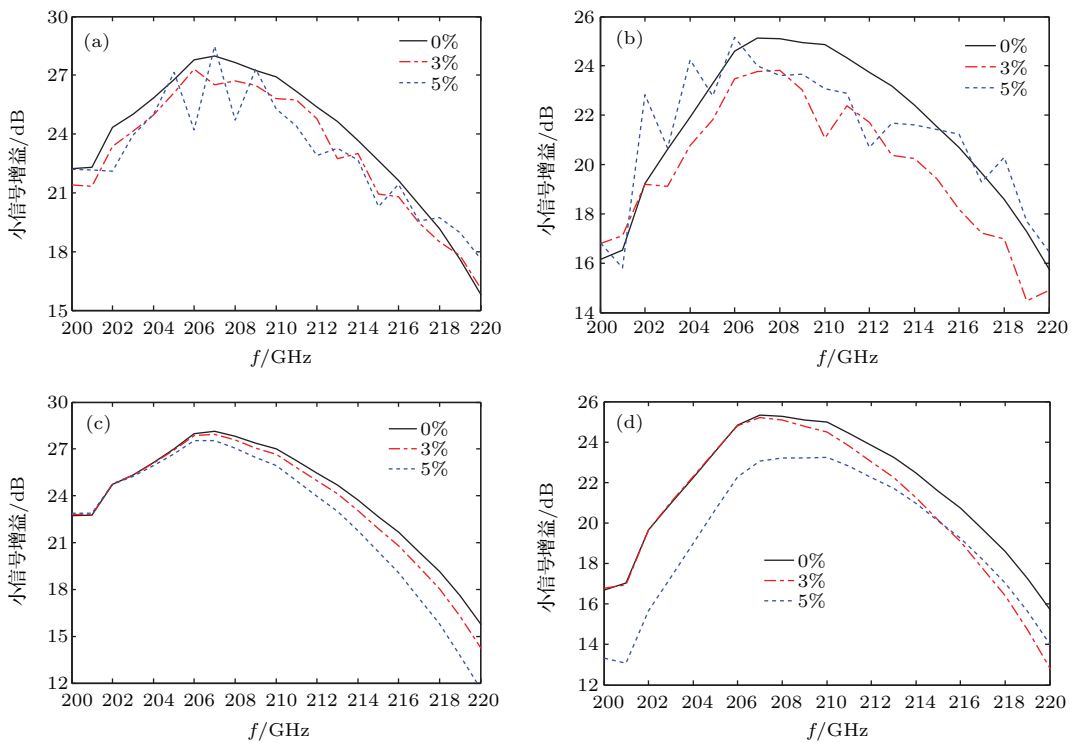


图 13 在不同的制造精度下, G 波段行波管的小信号增益变化 (a) $4QC = 0$, 考虑反射; (b) $4QC = 0.25$, 考虑反射; (c) 3 阶 $4QC = 0$, 不考虑反射; (d) 3 阶 $4QC = 0.25$, 不考虑反射

Fig. 13. Small signal gain versus frequency for different values of standard deviation of circuit pitch distribution: (a) The small signal gain with reflections at $4QC = 0$; (b) the small signal gain with reflections at $4QC = 0.25$; (c) the small signal gain without reflections at $4QC = 0$; (d) the small signal gain without reflections at $4QC = 0.25$.

将相互作用空间均分为100等份, $N = 100$, 在两节点之间, 周期长度 $p_i(x)$ 给定平均值 μ 和标准偏差 σ 的独立高斯随机数. 耦合阻抗和空间电荷不随周期长度变化. 图 13 给出了不同的制造精度下, 在不同的空间电荷下, G波段行波管的小信号增益变化. 不考虑反射时, 工作频带内没有增益波动, 且制造误差越大, 小信号增益与没有误差的差值越大. 考虑反射时, 工作频带内出现了增益波动, 随着制造误差的增加, 小信号增益波动的幅度增加. $4QC = 0$ 时, 考虑反射时增益波动大于 4 dB; $4QC = 0.25$ 时, 考虑反射时增益波动小于 3 dB, 较大空间电荷可以有效降低增益波动.

4 结 论

本文针对电磁波在单个节点具有自左至右入射和自右至左入射两种散射类型, 提出用传输矩阵法将一个层面上的电磁波幅值与紧邻的另一个层面的电磁波幅值联系起来, 通过求解边界条件, 就可以求任一段电磁波幅值. 我们通过这种方法, 研究在不同空间电荷参量下皮尔斯速度参量 b 和增益参量 C 的随机扰动对行波管小信号增益的影响, 计算结果与 Chernin 模型计算结果具有很好的 consistency, 并拓展了 Chernin 模型计算结果, 速度参量标准偏差 σ_b 大于 1.5 时, 考虑反射的四阶模型计算的标准偏差随速度参量标准偏差 σ_b 变化逐渐变缓, 考虑反射的四阶模型计算的输入端返波功率随速度参量标准偏差 σ_b 增加而减小. 并结合实例分析了慢波结构周期的不同制造误差带来的小信号

增益波动, 得出较大空间电荷可以有效降低增益波动的结论. 本文探讨的方法为分析随机误差带来的影响提供了一种可行的手段, 对提高管子性能具有一定的工程参考价值.

参考文献

- [1] Wenninger W L, Benton R T, Choi M S, Feicht J R, Hallsten U R, Limburg H C, McGeary W L, Zhai X 2005 *IEEE Trans. Electron Devices* **52** 673
- [2] Xie W Q, Wang Z C, Luo J R, Liu Q L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 044101 (in Chinese) [谢文球, 王自成, 罗积润, 刘青伦 2014 物理学报 **63** 044101]
- [3] Hu Y L, Yang Z H, Li B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5439 (in Chinese) [胡玉禄, 杨中海, 李斌 2010 物理学报 **59** 5439]
- [4] He J, Huang M G, Li X X, Li H Q, Zhao L, Zhao J D, Li Y, Zhao S L 2015 *Chin. Phys. B* **24** 104102
- [5] Yi H X, Xiao L, Liu P K, Hao B L, Li F, Li G C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 068403 (in Chinese) [易红霞, 肖刘, 刘濮鲲, 郝保良, 李飞, 李国超 2011 物理学报 **60** 068403]
- [6] Wallander S O 1972 *IEEE Trans. Electron Devices* **19** 655
- [7] Pengvanich P, Chernin D, Lau Y Y, Luginsland J W, Gilgenbach R M 2008 *IEEE Trans. Electron Devices* **55** 916
- [8] Sengele S, Barsanti M L, Hargrave T A, Armstrong C M, Booske J H, Lau Y Y 2013 *J. Appl. Phys.* **113** 074905
- [9] Sengele S 2012 *Ph. D. Dissertation* (Madison: University of Wisconsin-Madison)
- [10] Rittersdorf I M, Antonsen T M, Chernin D, Lau Y Y 2013 *IEEE Trans. Electron Devices* **1** 117
- [11] Chernin D, Rittersdorf I, Lau Y Y, Antonsen T M, Levush B 2012 *IEEE Trans. Electron Devices* **59** 1542
- [12] Pendry J B 1994 *J. Mod. Opt.* **41** 209

Application of transfer matrix method to calculating the effect of multiple internal reflections on the small signal gain ripple of TWT*

Yi Hong-Xia[†] Xiao Liu Su Xiao-Bao

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 28 October 2015; revised manuscript received 16 March 2016)

Abstract

The low-signal-gain versus frequency slope is often a highly desirable property of traveling wave tube (TWT) used in a communication system. The gain ripple is usually caused by internal reflexions of forward and backward waves in the TWT. Random fabrication error may have a detrimental effect on the performance of TWT. The quartic equation including backward wave models the effect of reflection to analyze the effect of Gain ripple from many small circuit errors in a TWT operating under small-signal condition. We present a transfer matrix method (TMM) to correctly calculate the transmission and reflection of the wave incident respectively from left and right at a single isolated joint. The TMM, which links the input signal to output signal that includes the feedback signal from the reflections at multiple joints to the output end, can calculate the gain ripple of multiple internal reflections. Applying this method to several numerical examples, we look at how small signal gain is affected by a single isolated discontinuity and many small randomly distributed discontinuities. In particular, we investigate the effects of random perturbations of Pierce velocity detuning parameter b and Pierce gain parameter C on the small signal gain at different values of space charge $4QC$. The computed result agrees with that from Chernin's model. We find that reflections may significantly increase the statistical effects on the gain. A further conclusion is that the standard deviation of gain, σ_{dgain} , increases with σ_b gradually, but the ratio of the backward wave power to the forward wave power at $x = 0$ decreases with σ_b when standard deviation of pierce velocity detuning parameter, σ_b , is more than 1.5. In another example, the effects of two discontinuities of pitch distribution and many small random pitch errors on gain ripple are reported for a G-band TWT. We find that larger pitch error and longer distance for the discontinuities may produce a larger ripple in the small-signal-gain versus frequency. Many small discontinuities may produce a large gain ripple, and the gain ripple grows as the level of pitch error increases. These effects of random fabrication errors become increasingly important for very high frequencies, such as 1 THz, at which TWTs are currently being designed and built.

Keywords: transfer matrix method, small signal gain, reflection, traveling wave tube

PACS: 84.40.Fe, 04.30.Nk, 41.20.Jb, 05.20.-y

DOI: 10.7498/aps.65.128401

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61401427).

[†] Corresponding author. E-mail: yihongxia2015@126.com