

浅海波导中折射类简正波的 warping 变换

戚聿波 周士弘 张仁和

Warping transform of the refractive normal mode in a shallow water waveguide

Qi Yu-Bo Zhou Shi-Hong Zhang Ren-He

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 134301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.134301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.134301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I13>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三维绝热简正波-抛物方程理论及应用

Three-dimensional adiabatic mode parabolic equation method and its applications

物理学报.2016, 65(3): 034301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.034301>

基于频带分解和距离加权的单矢量水听器浅海被动测距方法研究

Source ranging based on frequency band decomposition and distance weighting using a single acoustic vector sensor in shallow water

物理学报.2015, 64(15): 154303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154303>

一种基于  $\beta$ -warping 变换算子的被动声源距离估计方法

A passive source ranging method using the waveguide-invariant-warping operator

物理学报.2015, 64(7): 074301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.074301>

水平变化波导中的简正波耦合与能量转移

Mode coupling and energy transfer in a range-dependent waveguide

物理学报.2014, 63(21): 214302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214302>

浅海内波影响下的波导不变量变化特性分析

Time-varying characteristics of the waveguide invariant under internal wave condition in the shallow water area

物理学报.2014, 63(19): 194303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194303>

## 浅海波导中折射类简正波的warping变换\*

戚聿波 周士弘† 张仁和

(中国科学院声学研究所, 声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

(2016年1月12日收到; 2016年4月15日收到修改稿)

Warping变换可以实现单水听器浅海低频声波导的简正波分离. 本文讨论了海水声速随深度线性减小浅海波导中折射类简正波的warping变换. 理论推导了海水折射类简正波水平波数、频域相位及瞬时相位的表达式, 由此提出了相应的时域和频域warping变换算子, 并由仿真数据进行了验证. 本文的理论推导过程同样适用于海水声速线性增大或海水折射系数的平方随深度线性变化的浅海波导.

**关键词:** warping变换, 简正波分离, 折射类简正波

**PACS:** 43.30.Bp, 43.60.Jn, 43.30.Wi

**DOI:** 10.7498/aps.65.134301

## 1 引言

水下接收信号具有非平稳的性质, 时频分析方法是从单水听器接收信号中分析和提取简正波的一种手段. 由于时频分辨率的限制, 接收信号中的多号简正波在时频平面上往往混叠在一起, 难以分离, 对于近距离处的接收信号更是如此. 近几年, 研究人员开始尝试与波导声传播规律相结合的信号处理方法. Warping变换是其中的一个研究热点, 由Baraniuk和Jones<sup>[1]</sup>首次应用于信号分析与处理. 水声学中, warping变换是一种基于简正波频散特性的信号处理方法, 通过在时域上或者频域上按照相应特定关系对信号进行重采样, 将复杂的非平稳的声传播信号变换为具有特定频率的准单频信号或者特定时延的瞬时脉冲信号. 这样, 通过简单的频域或者时域窄带滤波器就可以将各号简正波分离, 而后再通过逆变换恢复到原来的时域或者频域空间进行相应的分析和处理. 该方法仅需要单个水听器即可实现简正波的过滤, 适应于浅海波导环境和低频宽带条件.

目前, 国内外有不少文献对warping变换的理论和应用进行了研究. Warping变换已被用于

海洋环境参数反演<sup>[2-5]</sup>、被动声源定位<sup>[6]</sup>、时频分析<sup>[7,8]</sup>、简正波本征函数提取等<sup>[9]</sup>. 理论上, 文献<sup>[10]</sup>给出了Pekeris波导的近似频散公式及warping算子, 但是近似精度有限, 简正波经过时域warping变换后的频率并不严格等于其截止频率. 文献<sup>[11, 12]</sup>基于波束位移射线简正波理论(BDRM理论)<sup>[13]</sup>, 给出了Pekeris波导及非等声速海水波导简正波瞬时相位的理论表达式, 并由此提出了修正时域warping算子来消除海底参数和海水声速剖面的影响. 文献<sup>[14-17]</sup>主要讨论了接收信号自相关函数的warping变换理论, 避免了对信号本身做变换需要识别信号到达时间的限制, 将warping变换推广到非脉冲声源. 文献<sup>[18]</sup>将warping变换理论推广到水平变化波导.

现有多数warping算子的变换对象是海底海面反射类简正波, 主要适用于反射类简正波起主要作用的浅海波导, 即海水声速不变或弱变的波导. 对于折射类简正波起主要作用的声场, 由于折射类简正波和反射类简正波频散特性的差异, 这些warping算子不再适用. 文献<sup>[14, 16]</sup>根据由波导不变量描述的简正波水平波数差随频率的变化关系, 给出了海水折射类简正波互相关函数的warping算

\* 中国科学院百人计划择优资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shih\_zhou@mail.ioa.ac.cn

子, 但算子变换的对象并不是简正波本身. 根据以上研究背景, 本文讨论较为简单的海水声速随深度线性下降的波导, 从理论上分析海水折射类简正波的频散特性, 给出简正波水平波数、频域相位及瞬时相位的表达式, 并由此提出折射类简正波的warping算子.

## 2 折射类简正波频散特性及warping变换

浅海水平不变波导远场条件下的水下接收信号可表示为一系列简正波叠加的形式<sup>[19]</sup>:

$$P(\omega, r, z) = S(\omega) \frac{j e^{-j\pi/4}}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r}} \sum_{m=1}^M \psi_m(z_s) \psi_m(z_r) \times \frac{e^{-\alpha_m(\omega)r} e^{jk_{rm}(\omega)r}}{\sqrt{k_{rm}(\omega)}}, \quad (1)$$

其中,  $\omega$  为角频率,  $k_{rm}(\omega)$  为第  $m$  号简正波的水平波数,  $\alpha_m(\omega)$  为第  $m$  号简正波的衰减系数,  $\psi_m(z)$  为简正波的本征函数,  $z_s$  和  $z_r$  分别为声源深度和接收器深度,  $r$  为收发距离,  $\rho(z_s)$  为声源处的海水密度,  $M$  为波导中传播的有效简正波函数.  $S(\omega)$  为声源频谱, 对于脉冲声源,  $S(\omega) = 1$ . 上式可以简写为

$$P(\omega) = \sum_{m=1}^M A_m(\omega) e^{jk_{rm}(\omega)r}, \quad (2)$$

$$\text{式中, } A_m(\omega) = \frac{e^{j\pi/4} \psi_m(z_s) \psi_m(z_r) e^{-\alpha_m(\omega)r}}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r k_{rm}(\omega)}}.$$

### 2.1 海水折射类简正波水平波数的表达式

对于声速随海深线性减小的浅海波导, 海水声速可以表示为

$$c(z) = c_0(1 - az), \quad (3)$$

其中,  $c_0$  为海面处的海水声速,  $z$  为水深,  $a$  用于表示声速梯度的大小. 对于实际浅海波导,  $a \ll 1$ .

根据 Wentzel-Kramers-Brillouin 近似, 简正波水平波数  $k_{rm}(\omega)$  可以通过解下面的方程获得<sup>[20]</sup>,

$$\begin{aligned} & \phi(k_{rm}, \omega) + \Delta\phi_{dn}(k_{rm}, \omega) + \Delta\phi_{up}(k_{rm}, \omega) \\ & = 2(m-1)\pi \quad m = 1, 2, 3 \cdots, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\phi(k_{rm}, \omega)$  为简正波在水体中传播一个跨度的相移,

$$\phi(k_{rm}, \omega) = 2 \int_{z_1}^{z_2} k_z(z, k_{rm}) dz$$

$$= 2 \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{\left(\frac{\omega}{c(z)}\right)^2 - k_{rm}^2} dz, \quad (5)$$

$z_1$  和  $z_2$  分别为海面 ( $z = 0$ ) 和海底 ( $z = d$ ) 或满足  $k_z(z) = 0$  的上下反转点. 对于绝对硬海底波导, 海底反射相移  $\Delta\phi_{dn}(k_{rm}, \omega) = 0$ . 当  $k_{rm} \gg \omega/c_0$  时, 折射简正波在海水面上反转点反转产生的相移  $\Delta\phi_{up}(k_{rm}, \omega) = -\pi/2$ <sup>[13]</sup>. 当  $k_{rm} \sim \omega/c_0$  时, 反转相移  $\Delta\phi_{up}(k_{rm}, \omega)$  的计算比较复杂, 具体计算方法参见文献<sup>[13]</sup>. 为理论推导方便, 本文将折射类简正波的  $\Delta\phi_{up}(k_{rm}, \omega)$  统一取为常数  $-\pi/2$ , 后文中的仿真数据处理结果会讨论由此引入的简正波本征值计算误差. 将上述参数代入 (4) 式可得

$$\begin{aligned} & \int_{\zeta}^h \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0(1-az)}\right)^2 - k_{rm}^2} dz \\ & = \left(m - \frac{3}{4}\right)\pi, \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $h$  为海深,  $\zeta$  为上反转点深度. (6) 式左边可以近似为

$$\begin{aligned} & \int_{\zeta}^h \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0(1-az)}\right)^2 - k_{rm}^2} dz \\ & \approx \int_{\zeta}^h \sqrt{k_0^2(1+2az) - k_{rm}^2} dz, \end{aligned} \quad (7)$$

上式中,  $k_0 = \omega/c_0$ . 根据 (6) 和 (7) 式可解得

$$\begin{aligned} k_{rm} & = \omega \sqrt{\frac{1}{c^2(h)} - \left[\frac{3\pi a(m-3/4)}{\omega c_0^2}\right]^{2/3}} \\ & = \frac{\omega}{c(h)} \sqrt{1 - b_{1m}\omega^{-2/3}}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中,

$$b_{1m} = \left[\frac{3\pi a(m-3/4)c^3(h)}{c_0^2}\right]^{2/3}. \quad (9)$$

对于低阶海水折射类简正波,  $b_{1m}\omega^{-2/3} \ll 1$ . 由 (8) 式根据泰勒展开可得简正波水平波数的近似表达式

$$\begin{aligned} k_{rm} & \approx \frac{\omega}{c(h)} \left(1 - \frac{1}{2} b_{1m}\omega^{-2/3}\right) \\ & = \frac{\omega}{c(h)} - \frac{1}{2} \frac{b_{1m}}{c(h)} \omega^{1/3}. \end{aligned} \quad (10)$$

### 2.2 频域warping变换

根据 (2) 和 (10) 式, 海水折射类简正波的频域表达式为

$$P(\omega) = \sum_{m=1}^M A_m(\omega) e^{j(\omega t_r - \frac{1}{2} t_r b_{1m} \omega^{1/3})}, \quad (11)$$

其中,  $t_r$  定义为

$$t_r = r/c(h). \quad (12)$$

将接收信号左移时间  $t_r$  (即将时刻  $t_r$  定义为 0 时刻) 以去掉相位中的  $e^{j\omega t_r}$  项. 为了使频域 warping 变换后信号的脉冲时延为正值, 将信号在时域上反转, 此时信号频域表达式为

$$P_1(f, t_r) = [P(2\pi f) e^{-j2\pi f t_r}]^* \\ = \sum_{m=1}^M A_m(2\pi f) e^{\frac{1}{2} t_r b_{1m} (2\pi)^{1/3} f^{1/3}}, \quad (13)$$

上式中,  $f$  为频率. 频域 warping 变换依照信号频域相位随频率变化关系的逆函数, 在频域上对信号进行非线性采样, 使得变换后信号频域相位随频率线性变化. 根据 (13) 式, 定义海水折射类简正波的频域 warping 变换算子为

$$h(f) = Df^3, \quad (14)$$

其中,  $D$  为一常数, 用于保证频域 warping 变换重采样的频带包含原始信号的整个频带或者与原始信号频带有最大的重叠区域. 该算子与文献 [14] 中针对简正波互相关函数的频域 warping 算子类似,  $D$  的取值方法在该文中有详细的描述. 变换后的简正波频域表达式为

$$FW\{P_1(f, t_r)\} \\ = \sqrt{\frac{dh(f)}{df}} \sum_{m=1}^M A_m(2\pi Df^3) \\ \times e^{j\frac{1}{2} t_r b_{1m} D^{1/3} (2\pi)^{1/3} f}, \quad (15)$$

其中,  $\sqrt{dh(f)/df} = \sqrt{3Df^2}$  为能量守恒因子. 由上式中简正波的频域相位可知, 频域 warping 算子  $h(f)$  可以同时不同号简正波变为时延不同的脉冲序列. 第  $m$  号简正波变换后的脉冲序列延迟时间为

$$t_m = \frac{1}{2} \frac{D^{1/3} (2\pi)^{1/3}}{2\pi} \frac{r}{c(h)} b_{1m} \\ = D^{1/3} 2^{-5/3} [3a(m-3/4)c^{3/2}(h)/c_0^2]^{2/3} r. \quad (16)$$

频域 warping 变换后的脉冲时延随着声源距离线性增大, 随着简正波号数的增大而增大, 且与海水声速剖面的斜率有关.

对于半无限空间声学海底, 海底反射系数为 [21]

$$V(\theta) = |V(\theta)| e^{j\Delta\phi_{dn}(\theta)}$$

$$= \frac{(\rho_b/\rho(h)) \sin \theta - \sqrt{(c(h)/c_b)^2 - \cos^2 \theta}}{(\rho_b/\rho(h)) \sin \theta + \sqrt{(c(h)/c_b)^2 - \cos^2 \theta}}, \quad (17)$$

上式中,  $\theta$  为掠射角,  $\rho_b$  和  $c_b$  分别为海底的密度和声速. 低号折射类简正波掠射角  $\theta$  很小, 海底反射相移  $\Delta\phi_{dn}(k_{rm}, \omega)$  可以近似为

$$\Delta\phi_{dn}(k_{rm}, \omega) \approx -\pi. \quad (18)$$

对于半无限空间声学海底, 通过相同的推导可得折射类简正波经过频域 warping 变换后的脉冲序列延迟时间为

$$t_m = D^{1/3} 2^{-5/3} \left[ 3a(m-1/4)c^{3/2}(h)/c_0^2 \right]^{2/3} r. \quad (19)$$

### 2.3 时域 warping 变换

根据 (11) 式给出的频域表达式, 简正波在时域上可以表示为

$$P(t, r, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} A_m(\omega) \\ \times e^{j[\omega(t-t_r) + \frac{1}{2} t_r b_{1m} \omega^{1/3}]} d\omega. \quad (20)$$

对于脉冲声源, 简正波幅度  $A_m(\omega)$  随频率缓变, 上式可由稳相法近似为 [22]

$$P(t, r, z) \\ = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^M A_m(\omega_{ms}) \sqrt{\frac{2\pi}{|\varphi_m''(\omega_{ms}, t)|}} \\ \times e^{j(\omega_{ms}(t-t_r) + \frac{1}{2} t_r b_{1m} \omega_{ms}^{1/3} + \frac{\pi}{4} \text{sgn}(\varphi_m''(\omega_{ms}, t)))}, \quad (21)$$

其中,  $\text{sgn}$  表示符号函数,

$$\varphi_m(\omega, t) = \omega(t-t_r) + \frac{1}{2} t_r b_{1m} \omega^{1/3}, \quad (22)$$

$\varphi_m''(\omega)$  表示  $\varphi_m(\omega)$  对角频率的二阶导数. (21) 式中  $\omega_{ms}$  为满足方程  $\varphi_m'(\omega_{ms}) = 0$  的稳相点, 即满足方程

$$(t-t_r) + \frac{1}{6} t_r b_{1m} \omega^{-2/3} = 0. \quad (23)$$

解上式得稳相角频率表达式为

$$\omega_{ms} = \left( \frac{6(t_r - t)}{t_r b_{1m}} \right)^{-3/2}. \quad (24)$$

将 (24) 式代入 (22) 式可得第  $m$  号简正波瞬时相位的表达式,

$$\varphi_m(\omega_{ms}, t)$$

$$\begin{aligned}
 &= \omega_{ms}(t - t_r) + \frac{1}{2} t_r b_{1m} \omega_{ms}^{1/3} \\
 &= (t_r - t)^{-1/2} (t_r b_{1m})^{3/2} 2^{-1/2} 3^{-3/2}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

时域 warping 变换依照信号的瞬时相位随时间变化关系的逆函数, 在时域上对信号进行非线性采样, 使得变换后信号的瞬时相位随时间线性变化. 根据 (25) 式给出的简正波瞬时相位与时间的非线性关系, 定义相应的时域 warping 变换算子

$$h(t) = t_r - t^{-2} \quad (26)$$

和时域逆 warping 变换算子

$$h^{-1}(t) = (t_r - t)^{-1/2}. \quad (27)$$

负梯度波导中海水折射类简正波的时域 warping 算子仅与海底处的海水声速有关, 与声速梯度的斜率无关. (26) 式定义的 warping 算子是从  $t_r$  时刻开始按照  $h(t) = t_r - t^{-2}$  对之前时刻的信号进行重采样, 而现有基于理想波导模型的 warping 算子是从  $t_r$  时刻开始按照  $h_0(t) = \sqrt{t^2 + t_r^2}$  对之后时刻的信号进行重采样. 这是由海水折射类简正波与海底海面反射类简正波频散特性的差异造成的, 通常情况下反射类简正波群速度随着频率的增大而增大, 而折射类简正波群速度会随着频率的增大而减小. 由 (25) 式和 (26) 式可得, 对接收信号进行非线性重采样后, 接收信号中的折射类简正波变为一系列频率为

$$f_m = (t_r b_{1m})^{3/2} 2^{-1/2} 3^{-3/2} / 2\pi \quad (28)$$

的单频信号. 将  $b_{1m}$  的表达式代入上式进一步可得

$$f_m = r^{3/2} c_0^{-2} c^{3/2}(h) 2^{-3/2} 3^{-1/2} a(m - 3/4). \quad (29)$$

根据 (29) 式可知, 变换后的频率  $f_m$  与声源距离、声速梯度、海底声速和简正波号数有关.

通过相同的推导可得, 半无限空间声学海底波导折射类简正波经过时域 warping 变换后的频率为

$$f_m = r^{3/2} c_0^{-2} c^{3/2}(h) 2^{-3/2} 3^{-1/2} a(m - 1/4). \quad (30)$$

### 3 仿真数据处理结果与分析

#### 3.1 绝对硬海底

为了验证第二节理论推导的正确性, 下面给出仿真算例. 波导海深为 30 m, 海底为绝对硬海底. 海水声速剖面见图 1, 海水声速由海面处的 1520 m/s 线性减小到海底处的 1480 m/s. 声源与接收器深度均为 25 m. 声源带宽为 700—1000 Hz,

仿真声场由简正波声场计算程序 Kraken 计算 [23]. 为了比较方便, 图 2(a) 仅给出了 980—1000 Hz 频

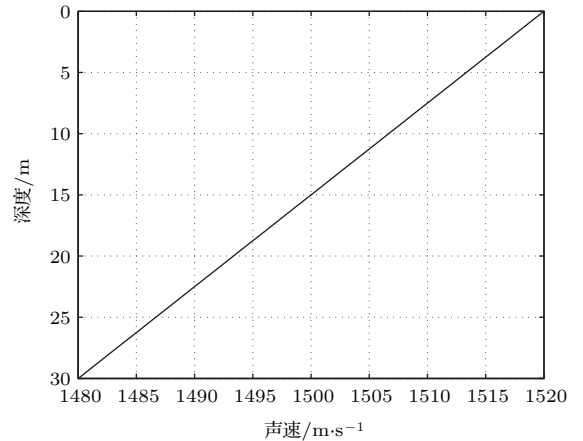


图 1 海水声速剖面

Fig. 1. Sound speed profile.

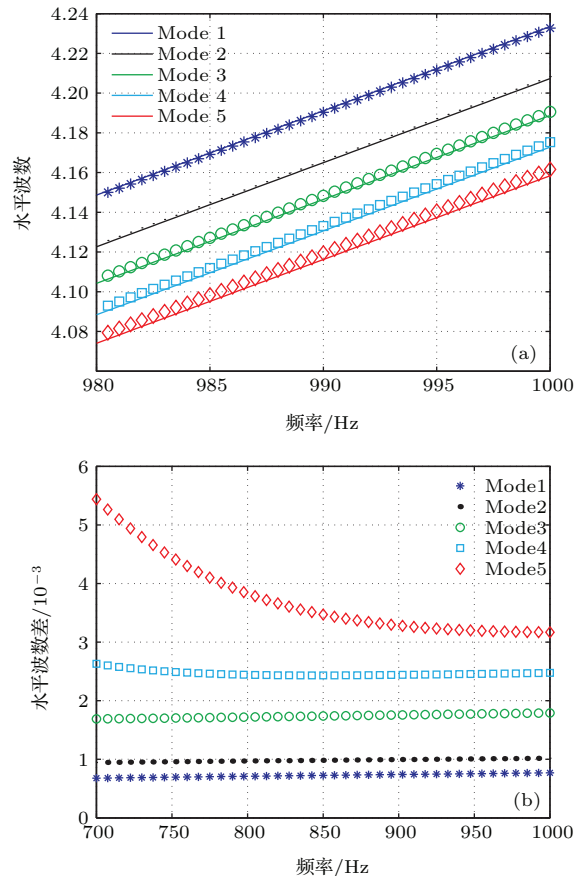


图 2 (网刊彩色) 简正波水平波数近似值与仿真计算值 (a) 980—1000 Hz 频段内的近似值与仿真计算值; (b) 700—1000 Hz 频段内的近似值误差

Fig. 2. (color online) Comparison of the estimated and simulated horizontal wavenumber of the normal modes: (a) Estimated and simulated wavenumber in 980—1000 Hz; (b) difference of the estimated and simulated wavenumber in 700—1000 Hz.

段内由 (10) 式计算的前五号简正波水平波数理论近似值与 Kraken 程序计算的水平波数仿真值对比图, 其中实线为仿真值. 图 2 (b) 给出了 700—1000 Hz 频段内水平波数理论近似值的误差. 由于折射类简正波的反转相移  $\Delta\phi_{up}(k_{rm}, \omega)$  并不严格等于  $-\pi/2$ , (10) 式给出的水平波数理论值存在一定的误差, 且误差随着简正波号数的增大而增大. 需要注意的是对于第 1 到 4 号简正波, 该误差与频率基本无关, 可以看作是常数. 这种不依赖于频率的水平波数误差不会对时频域 warping 变换的效果产生影响. 对于第 5 号简正波, 随着频率的增大逐渐由反射类变为折射类, 近似误差随着频率的增大而逐渐减小.

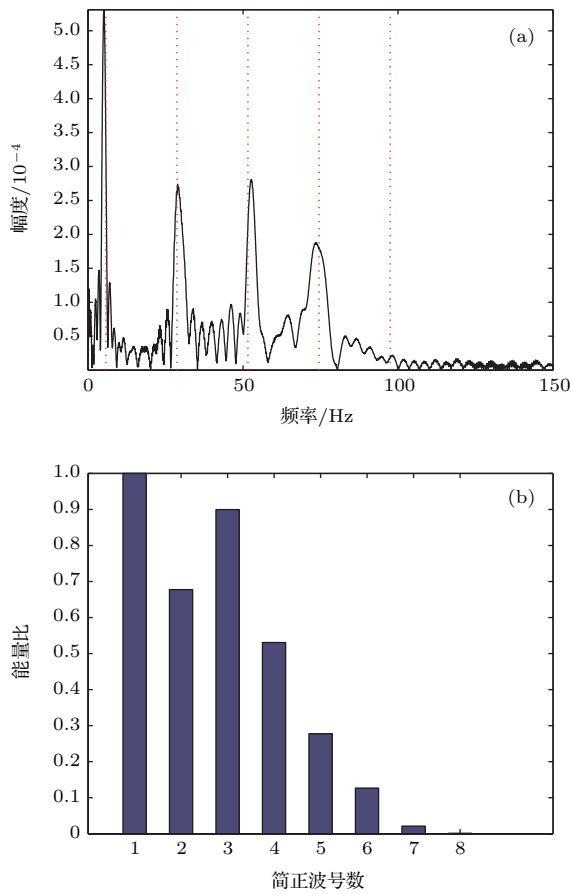


图 3 绝对硬海底 30 km 处的接收信号经过时域 warping 变换后的频谱和各号简正波的能量比 (a) 频谱; (b) 能量比

Fig. 3. Spectrum of the warped signal and energy ratio of the normal modes with the first mode at 30 km in the waveguide with a rigid bottom: (a) Spectrum; (b) energy ratio.

图 3 (a) 为 30 km 处的接收信号经过时域 warping 变换后的频谱, 虚线为由 (29) 式计算得到的前 5 号简正波变换后的频率. 从图 3 (a) 可以发现, 前 4

号简正波 warping 变换后的频率与本文理论计算值基本一致. 图 3 (b) 给出了该距离处的各号简正波的能量比. 在 700—1000 Hz 频段内, 1—4 号简正波为折射类简正波, 7—8 号简正波为反射类模态, 而 5—6 号简正波在低频段为反射简正波, 随着频率的增加逐渐变为折射类简正波. 在该收发深度设置下, 高号反射类简正波能量相对较小, 对低号折射类简正波 warping 变换谱的干扰较小. 图 4 给出了不同收发距离的接收信号经过 warping 变换后频谱随距离变化的瀑布图. 图中黑色虚线为由 (29) 式计算得到的前 4 号简正波在不同距离处的频率. 对于不同距离的收发信号, 前 4 号简正波 warping 变换后的频率与理论频率基本一致.

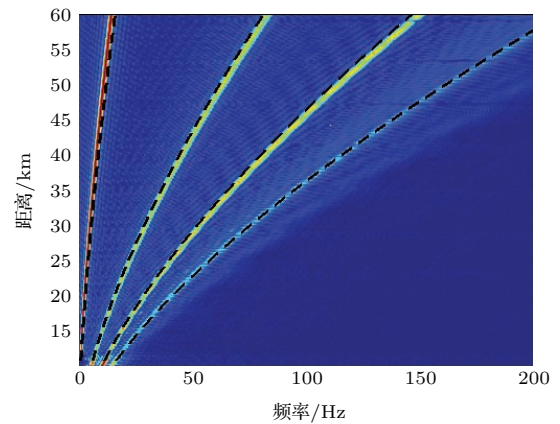


图 4 (网刊彩色) 绝对硬海底不同距离的接收信号经过时域 warping 变换后的频谱瀑布图

Fig. 4. (color online) Spectrum of the warped signal at different ranges after time warping transform in the waveguide with a rigid bottom.

### 3.2 声学海底

本小节分析半无限声学海底仿真数据的处理结果. 声源频率、海水声速剖面和海深均与上一小节相同. 海底声速为 1570 m/s, 密度为 1.7 g/cm<sup>3</sup>, 衰减系数为 0.1 dB/λ. 声源与接收器均位于海底. 图 5 给出了 30 km 距离处接收信号各号简正波的能量比. 由图 5 可以看出 1—4 号简正波起主要作用, 5—8 号简正波对接收声场也有一定的贡献. 与绝对硬海底波导相同, 在该频段内, 1—4 号简正波为折射类简正波, 7—8 号简正波为反射类模态, 5—6 号简正波随着频率的增加由反射类简正波逐渐变为折射类简正波. 图 6 给出了该距离处接收信号经过时域 warping 变换后的频谱, 虚线为由 (30) 式计算得到的理论频率. 其中图 6 (a) 接收声场仅包含

前4号简正波, 图6(b)接收声场包含所有简正波. 与前三号简正波相比, 图6(a)中第4号简正波经过时域warping变换后的频谱峰值有一定的展宽, 其原因是(10)式中泰勒近似误差大, 第4号简正波瞬

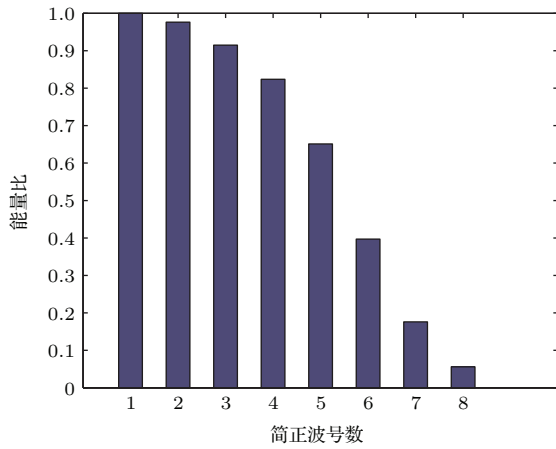


图5 (网刊彩色) 半无限声学海底30 km处接收信号各号简正波的能量比

Fig. 5. (color online) Energy ratio of the normal modes with the first mode at 30 km in the waveguide with a semi-infinite acoustic bottom.

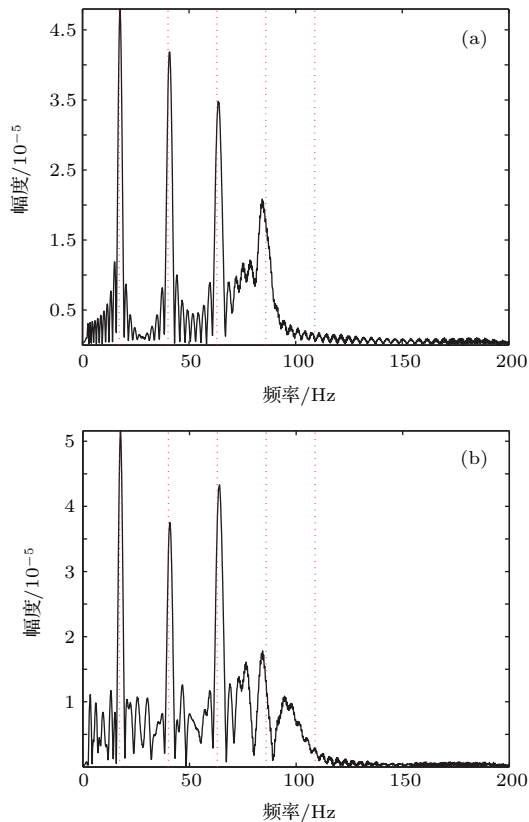


图6 半无限声学海底30 km处的接收信号经过时域warping变换后的频谱 (a) 前4号简正波; (b) 所有简正波

Fig. 6. Spectrum of the warped signal at 30 km in the waveguide with a semi-infinite acoustic bottom: (a) First 4 modes; (b) all modes.

时相位理论近似值与实际相位存在一定的偏差. 与图6(a)相比, 图6(b)中第4号简正波频率峰值附近出现了多个杂峰, 且第三号简正波对应的峰值比第二号简正波峰值大, 其原因是5—8号非折射类简正波经过仅适用于折射类简正波的时域warping算子变换后, 变换后的简正波并不是单频信号, 其能量主要集中在0—110 Hz频带内, 高号非折射类简正波犹如“噪声”一样对时域warping变换谱有一定的干扰.

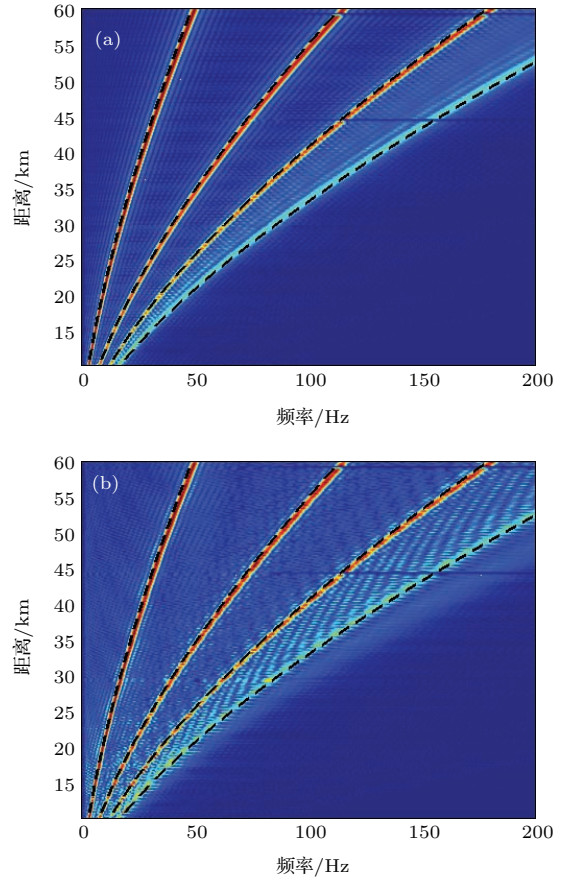


图7 (网刊彩色) 半无限声学海底不同收发距离的接收信号经过时域warping变换后的频谱瀑布图 (a) 前4号简正波; (b) 所有简正波

Fig. 7. (color online) Spectrum of the warped signal at different ranges after time warping transform in the waveguide with a semi-infinite acoustic bottom: (a) First 4 modes; (b) all modes.

图7给出了不同收发距离的接收信号经过时域warping变换后频谱随距离变化的瀑布图. 图中黑色虚线为由(30)式计算得到的接收信号时域warping变换后在不同距离处的频率. 图7(a)接收声场仅包含前4号简正波, 图7(b)接收声场包含所有简正波. 对于不同距离的收发信号, 前4号简正波warping变换后的频率与本文理论计算值基本一

致. 从图 6 和图 7 给出的结果可知, 当声源和接收器均位于海水下部时, 低号折射类简正波对声场起主要作用, 尽管有高号非折射类简正波的干扰, 时域 warping 变换的效果依然较好.

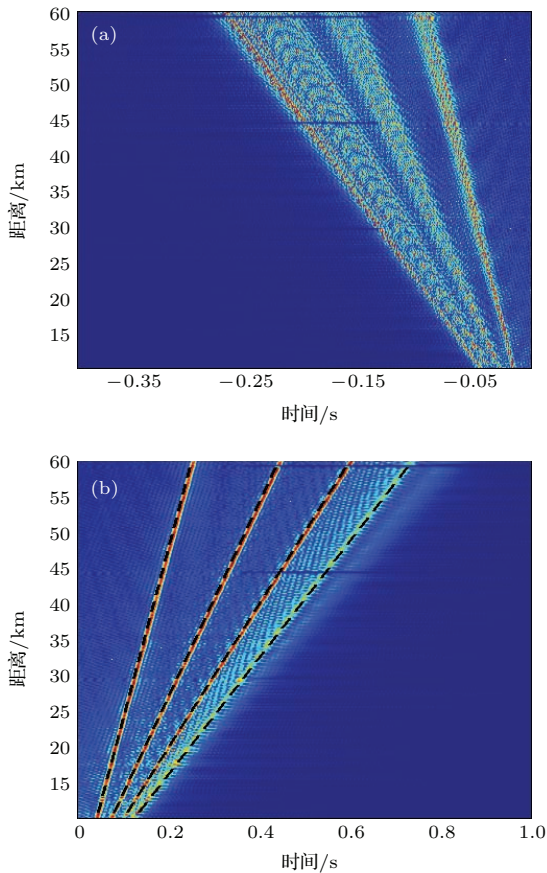


图 8 (网刊彩色) 半无限声学海底不同收发距离的接收信号经过频域 warping 变换前后的时域波形瀑布图 (a) 变换前; (b) 变换后

Fig. 8. (color online) Waveform of the original signal and warped signal after frequency warping transform at different ranges: (a) Original signal; (b) warped signal.

下面分析仿真数据频域 warping 变换的处理结果, 算子中的常数  $D$  取值为  $1 \times 10^{-6}$ . 图 8 给出了半无限声学海底不同收发距离的接收信号经过频域 warping 变换前后的时域波形瀑布图. 其中, 图 8 (a) 中的 0 时刻对应着不同距离处的  $t_r$  时刻, 图 8 (b) 的黑色虚线为由 (19) 式计算得到的脉冲时延理论值, 与实际时延符合较好. 从图 8 (a) 可以看出, 各号简正波经过传播后在时域上均有一定的展宽, 且时域展宽随着收发距离的增大而增大. 由于简正波传播特性复杂, 折射类简正波群速度随着简正波号数的增大而增大, 而反射类简正波群速度随着简正波号数的增大而减小, 因此, 不同类简

正波在时域上混叠在一起, 很难分离. 而对于变换后的接收信号, 从图 8 (b) 可以看出, 折射类简正波经过变换后变为多个时域上可分离的脉冲序列, 且脉冲序列的时延随着简正波号数的增大而增大, 与收发距离呈线性关系. 对于频域 warping 变换后的接收信号, 从时域上就可以对简正波进行分离.

#### 4 总结与讨论

本文从理论上推导出了海水声速随深度线性减小浅海波导中海水折射类简正波的水平波数、频域相位及瞬时相位的表达式, 并提出了折射类简正波的时域和频域 warping 算子. 频域 warping 变换将简正波变为时延不同的脉冲序列, 脉冲时延随着声源距离线性增大, 随着简正波号数的增大而增大, 且与海水声速剖面的斜率有关. 时域 warping 算子的构造仅与海底处的海水声速有关, 与声速梯度的斜率无关. 时域 warping 算子可将折射类简正波变换为单频信号, 变换后的频率与声源距离、声速梯度、海底声速和简正波号数有关. 从本文的理论推导过程可知, 本文提出的 warping 算子同样适用于海水声速随深度线性增大或海水折射系数的平方随深度线性变化的浅海波导. 实际应用中, 与反射类简正波 warping 变换需要估计信号到达时刻的要求类似, 折射类简正波 warping 变换也需要先识别时刻  $t_r$ .

对于本文给出的水文环境, 当声源和接收器均位于海水下部时, 折射类简正波对接收声场起主要贡献, 本文提出的 warping 变换方法适用. 但是对于下发上收或者上发上收的情况, 海水折射类简正波对接收声场并不起主要贡献, 反射类简正波的干扰会影响 warping 变换的效果. 另外, 对于经常出现的存在上部混合层和下部等温层的浅海温跃层波导, 海水折射类简正波先在下部等声速层传播, 而后在负跃层折射, 这种情况下, 简正波水平波数随频率的变化关系和简正波瞬时相位随时间的关系变得复杂, 理论解析解和相应的时频域 warping 算子也很难获得. 上述两种情况的 warping 变换理论需要进一步的研究.

#### 参考文献

[1] Baraniuk R G, Jones D L 1995 *IEEE Trans. Signal Process.* **43** 2269



- [2] Zeng J, Chapman N R, Bonnel J 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **134** EL394
- [3] Bonnel J, Nicolas B, Mars J I, Walker S C 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 719
- [4] Bonnel J, Gervaise C, Nicolas B, Mars J I, Walker S C 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 119
- [5] Bonnel J, Chapman N R 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** EL101
- [6] Bonnel J, Thode A M, Blackwell S B, Katherine K, Macrander A M 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 145
- [7] Lu L C, Ma L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 024305 (in Chinese) [鹿力成, 马力 2015 物理学报 **64** 024305]
- [8] Bonnel J, Touzé G L, Nicolas B, Mars J I 2013 *IEEE Signal Proc. Mag.* **6** 120
- [9] Bonnel J, Gervaise C, Roux P, Nicolas B, Mars J I 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** 61
- [10] Touzé G L, Nicolas B, Mars J I, Lacoume J 2009 *IEEE Trans. Signal Process.* **57** 1783
- [11] Niu H Q, Zhang R H, Li Z L 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 53
- [12] Niu H Q, Zhang R H, Li Z L 2014 *Sci. China: Ser. G* **57** 424
- [13] Zhang R H, Li F H 1999 *Sci. China: Ser. A* **29** 241 (in Chinese) [张仁和, 李风华 1999 中国科学 A 辑 **29** 241]
- [14] Qi Y B, Zhou S H, Zhang R H, Ren Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 74301 (in Chinese) [戚聿波, 周士弘, 张仁和, 任云 2015 物理学报 **64** 74301]
- [15] Zhou S H, Qi Y B, Ren Y 2014 *Sci. China: Ser. G* **57** 225
- [16] Qi Y B, Zhou S H, Zhang R H, Ren Y 2015 *J. Comput. Acoust.* **23** 1550003
- [17] Qi Y B, Zhou S H, Ren Y, Liu J J, Wang D J, Feng X Q 2015 *Acta Acoust.* **40** 144 (in Chinese) [戚聿波, 周士弘, 任云, 刘建军, 王德俊, 冯希强 2015 声学学报 **40** 144]
- [18] Qi Y B, Zhou S H, Zhang R H, Zhang B, Ren Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 044303 (in Chinese) [戚聿波, 周士弘, 张仁和, 张波, 任云 2014 物理学报 **63** 044303]
- [19] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (New York: Springer) p408
- [20] Cockrell K L, Schmidt H 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** 72
- [21] Brekhovskih L M 1980 *Waves in Layered Media* (2nd Ed.) (New York: Academy Press) p6
- [22] Bender C M, Orszag S A 1978 *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers* (New York: McGraw-Hill) p276
- [23] Porter M B 1991 *The KRAKEN Normal Mode Program* (La Spezia: SACLANT Undersea Research Centre) p1

# Warping transform of the refractive normal mode in a shallow water waveguide\*

Qi Yu-Bo Zhou Shi-Hong<sup>†</sup> Zhang Ren-He

(State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

( Received 12 January 2016; revised manuscript received 15 April 2016 )

## Abstract

In a shallow water waveguide, the low-frequency acoustic field can be viewed as a sum of normal modes. Warping transform provides an effective tool to filter the normal modes from the received signal of a single hydrophone, which can be used for source ranging and geoacoustic inversion. However, it should be noted that the conventional warping operator  $h(t) = \sqrt{t^2 + t_r^2}$  is only valid for a signal consisting of reflection dominated modes, where  $r$  represents the source range. In a waveguide with a strong thermocline or a surface channel where refracted modes dominate the received sound field, the dispersive characteristics of the waveguide become different and the performance of the warping operator  $h(t) = \sqrt{t^2 + t_r^2}$  will be significantly degraded. In this paper, the dispersive characteristics and warping transform of the refractive normal modes in a waveguide with a linearly decreased sound speed profile are discussed. The formulae for the horizontal wavenumber, the phase in frequency domain and the instantaneous phase in time domain of the refractive mode are deduced. Based on these formulae, the time warping and frequency warping operators verified by the simulated data are presented. Through time-axis stretching or compression, the time warping operator  $h(t) = t_r - t^{-2}$ , where  $t_r = r/c(h)$  and  $c(h)$  represents the bottom sound speed, can transform the refracted modes into single-tone components of frequencies determined by source range, sound speed gradient of water, bottom sound speed and mode number. The frequency warping operator  $h(f) = Df^3$ , where  $D$  is a constant, can transform the refracted modes into separable impulsive sequences through frequency-axis stretching or compression and the time delay of the impulsive sequences changes linearly with the source range. As the warped modes are separated in time domain or frequency domain, these two operators can be used for filtering the refracted normal modes from the received signal. The theories in this paper are also applicable for refractive modes in the waveguide with a linearly increased sound speed profile or a linear variation of the square of the index of refraction ( $n^2$ -linear sound speed profile).

**Keywords:** warping transform, normal mode filtering, refractive normal mode

**PACS:** 43.30.Bp, 43.60.Jn, 43.30.Wi

**DOI:** 10.7498/aps.65.134301

\* Project supported by “100 Talents Project” of Chinese Academy of Sciences.

† Corresponding author. E-mail: [shih\\_zhou@mail.ioa.ac.cn](mailto:shih_zhou@mail.ioa.ac.cn)