

真空二极管辐射微波的机理分析

季曾超 陈仕修 高深 陈俊 田微

Analysis on mechanism of radiating microwave from vacuum diode

Ji Zeng-Chao Chen Shi-Xiu Gao Shen Chen Jun Tian Wei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 145202 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.145202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.145202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高功率微波作用下 O-离子解吸附产生种子电子过程

Seed electron production from O detachment in high power microwave air breakdown

物理学报.2016, 65(5): 055202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.055202>

电磁波在非均匀磁化的等离子体鞘套中传输特性研究

Study on transmission characteristics of electromagnetic waves in inhomogeneously magnetized plasma sheath

物理学报.2016, 65(3): 035201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.035201>

电磁波在非磁化等离子体中衰减效应的实验研究

Experimental investigation on attenuation effects of electromagnetic waves in an unmagnetized plasma

物理学报.2015, 64(5): 055201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.055201>

使用基于动态程序规划的时间延迟法分析直线磁化等离子体漂移波湍流角向传播速度和带状流结构

Analysis on the azimuthal velocity fluctuation of drift-wave turbulence and zonal flow via dynamic programming based time-delay estimation technique in a linear magnetized plasma device

物理学报.2014, 63(18): 185201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.185201>

微波阶梯阻抗变换器低气压电晕放电粒子模拟

Particle-in-cell simulation of corona discharge in low pressure in stepped impedance transformer

物理学报.2013, 62(2): 025201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.025201>

真空二极管辐射微波的机理分析*

季曾超¹⁾ 陈仕修^{1)†} 高深¹⁾ 陈俊¹⁾²⁾ 田微³⁾

1)(武汉大学电气工程学院, 武汉 430072)

2)(湖北工业大学电气与电子工程学院, 武汉 430068)

3)(中南民族大学, 武汉 430074)

(2015年12月28日收到; 2016年5月9日收到修改稿)

在研究真空开关的过程中, 发现真空二极管能辐射出宽带微波. 这种器件只由带触发装置的阴极和平板阳极组成, 不存在金属波纹慢波结构, 所以真空二极管的辐射机理与等离子体填充微波器件不同, 不能直接套用等离子体填充微波器件的相关理论. 本文描述了真空二极管产生辐射的物理过程, 建立了真空二极管辐射的数学模型, 通过求解波动方程得到产生辐射的色散关系, 并绘制出了色散曲线. 将理论分析得到的色散曲线与已经测得的微波辐射进行比较, 两者能很好地符合. 理论分析和实验结果表明, 电子束和磁化等离子体的相互作用是真空二极管产生微波辐射的原因.

关键词: 电子束-等离子相互作用, 色散关系, 色散曲线, 宽带辐射

PACS: 52.25.Xz, 52.40.Db, 52.40.Mj

DOI: 10.7498/aps.65.145202

1 引言

在研究真空开关的过程中, 我们发现真空二极管能辐射出宽带微波. 初步研究^[1]发现流经等离子体的电流产生的磁场使等离子体成为各向异性、非均匀的媒质, 这一辐射是自激式的辐射, 但还没有得到其辐射的色散关系.

在真空二极管中存在电子束和等离子体, 这与等离子体填充器件^[2,3]有相似之处. 等离子体填充器件大都利用了离子通道(ion-channel)^[4,5]概念, 这一概念要求电子束的宽度 $\tau < 0.5\tau_i$ (τ 为电子束脉冲宽度, τ_i 为等离子体离子振荡周期). 我们已经完成的真空二极管的实验中, 电子束电流小于1 kA, 等离子体密度在 10^{15} — 10^{18} m⁻³范围以内, 所以 $0.5\tau_{i\max} \approx 1750$ ns. 我们测得电子束持续时间大约为200 ns, 所以真空二极管中也存在电子束在等离子体中运动的现象. 但是, 真空二极管和等

离子体填充器件还有一些重要的不同. 在结构上, 真空二极管由带触发装置的阴极和平板阳极组成, 它没有金属波纹慢波结构和波导结构. 这使得讨论真空二极管建立的方程和讨论等离子体填充器件建立的方程是相似的, 但是对于边界问题的讨论需要有不同的处理.

通过初步的分析和与等离子体填充器件的对比, 真空二极管的微波辐射不能直接套用现有的理论解释, 而且等离子体并不是无源介质, 束-等离子体会发生相互作用^[6,7], 并引起多种不稳定性^[8-10], 使辐射产生的机理极为复杂^[11-14]. 本文在文献^[1]的基础上, 进一步分析了真空二极管辐射微波的物理过程, 提出电子束与等离子体相互作用是辐射产生的主要原因. 据此, 本文建立了电子束-等离子体相互作用产生辐射的数学模型, 得到了其色散关系, 并对理论分析结果和实测辐射结果进行了对比和分析.

* 国家自然科学基金(批准号: 11075123)和国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 51207171)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sxiuchen@163.com

2 微波辐射的模型

我们利用高速相机, 拍摄了真空二极管击穿过程的图像, 如图 1 中三张照片所示.

图 1(a) 是二极管触发瞬间的图像. 当二极管触发后, 触发间隙中形成初始等离子体, 初始等离子体表面的电子在电场的作用下向阳极运动. 图 1(b) 是阳极等离子体形成瞬间的图像, 阳极等离子体是由于高能电子轰击阳极产生. 图 1(c) 是阴、阳极等离子体闭合瞬间的图像, 等离子体闭合是因为等离子体双极性扩散所导致. 当阳极等离子体已经产生但阴极等离子体和阳极等离子体未闭合时, 初始等离子体发射出的电子将入射到阳极等离子体中, 这一过程中平面二极管辐射出微波. 等离子体闭合后, 阴、阳极之间导通, 两电极之间的电压降是弧柱压降, 微波辐射终止.

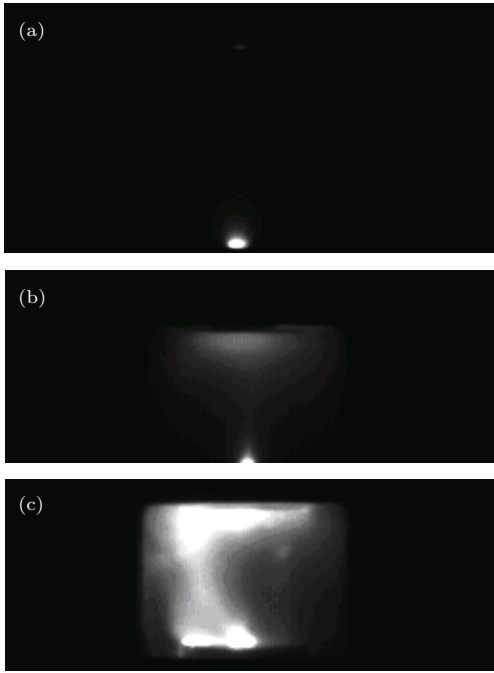


图 1 击穿过程的物理图像 (a) 初始等离子体形成; (b) 阳极等离子体形成; (c) 放电通道闭合

Fig. 1. Physical images of breakdown process: (a) Formation of initial plasma; (b) formation of anode plasma; (c) closure of discharge channel.

为描述这个电子束-等离子体相互作用的物理模型, 以电子束的中心为 z 轴, 电子束的速度 v_b 的方向为正方向, 建立如图 2 所示的柱坐标系 (r, θ, z) . 假设电子束为密度均匀电子速度一致的一致性电子束, 模型在 θ 方向上是对称的. 电子束的束半径为 R , 电子束密度为 n_b , 电子束速度为

$v_b = \beta c$ (c 为真空中的光速, $0 < \beta < 1$), 洛伦兹因子 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. 等离子体电子密度为 n_p . 若电子束的直径远小于等离子体径向的限度, 那么在径向上等离子体可以被视为无限大.

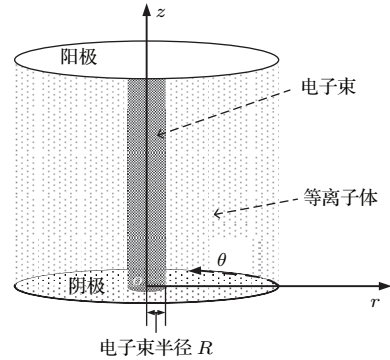


图 2 电子束等离子体模型

Fig. 2. Model of beam and plasma.

在电子束自生的角向磁场影响下, 等离子体被磁化, 等离子体在与磁场垂直的轴向和径向两个方向的等效介电张量将变大, 在这两个方向上传播的电磁波的相速为慢波. 实验结果表明, 辐射的微波主要为垂直极化波, 辐射微波的波矢量与角向磁场垂直, 另外, 辐射场强的最强的方向与 z 轴的夹角 ψ 是在 $40^\circ-48^\circ$ 之间.

3 机理分析

在讨论束-等离子体受微扰的作用时, 可以假设离子固定不动, 同时相关的各物理量都可以表示为平衡态下的量加上扰动量的形式, 即 $A = A_0 + A_1$. 脚标 0 代表平衡态下的量, 脚标 1 代表扰动量, 扰动量 $A_1 \propto \exp(jkx - j\omega t)$, 且满足 $A_0 \gg A_1$, k 和 ω 分别为波数和角频率. 依据麦克斯韦方程组, 电场扰动量应满足波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E}_1 - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}_1) + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_1 = -j\omega\mu_0 \mathbf{J}_1. \quad (1)$$

将波动方程分解到 z 方向和 r 方向, 脚标 z 代表 z 方向的扰动量, 脚标 r 代表 r 方向的扰动量:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\partial E_{1r}}{\partial z} - \frac{\partial E_{1z}}{\partial r} \right) \right] + \frac{\omega^2}{c^2} E_{1z} = -j\omega\mu_0 J_{1z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_{1r}}{\partial z} - \frac{\partial E_{1z}}{\partial r} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} E_{1r} = -j\omega\mu_0 J_{1r}. \quad (3)$$

若要求解方程(2)和方程(3), 需要找出电流扰动量和电场扰动量的关系. 由于电子束-等离子体模型被分为电子束内和电子束外两个部分, 那么需要分别对这两个部分求电流扰动量和电场扰动量的关系, 脚标b代表电子束内, 脚标p代表电子束外.

3.1 电子束内的扰动

电子束的初始运动速度在z方向上, 速度为 v_{b0} , 初始密度为 n_{b0} , 电子束需要满足连续性方程

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + n_b \nabla \cdot \mathbf{v}_b + (v_b \cdot \nabla) n_b = 0, \quad (4)$$

和运动方程

$$n_b \left[\frac{\partial \mathbf{v}_b}{\partial t} + (\mathbf{v}_b \cdot \nabla) \mathbf{v}_b \right] + \frac{e}{m_e} n_b (\mathbf{E} + \mathbf{v}_b \times \mathbf{B}) = 0. \quad (5)$$

考虑角向对称条件, 依据方程(4), 求得电子束内的密度扰动

$$n_{b1} = \frac{n_{b0}}{\omega - k_z v_{b0}} \left[-j \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_{b1r})}{\partial r} + k_z v_{b1z} \right].$$

由安培环路定律求得束内侧的磁场为 $B_{b0} = -\mu_0 e n_{b0} v_{b0} r / 2$ ($r \leq R$), r 对时间的导数为

$$\frac{dr}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{b0} \frac{\partial}{\partial z} \right) r = v_{b1r},$$

束内磁场可写成

$$B_{b0} = \frac{\mu_0 e n_{b0} v_{b0}}{2j(\omega - k_z v_{b0})} v_{b1r},$$

那么 $\mathbf{v}_{b1} \times \mathbf{B}_{b0}$ 是更高阶的小量, 可以忽略. 对于电子束内的扰动, 线性化的运动方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{b1}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{b0} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{b1} \\ &= -\frac{e}{\gamma m_e} (\mathbf{E}_{b1} - \mathbf{v}_{b0} \times \mathbf{B}_{b1}), \end{aligned} \quad (6)$$

又因为 $\nabla \times \mathbf{E}_{b1} = -j\omega \mathbf{B}_{b1}$, 考虑角向对称的情况, 得到扰动速度为

$$\begin{cases} v_{b1z} = -\frac{j e}{\gamma m_e (\omega - k_z v_{b0})} E_{b1z}, \\ v_{b1r} = -\frac{j e}{\gamma m_e \omega} \left(E_{b1r} - \frac{j v_{b0}}{\omega - k_z v_{b0}} \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r} \right). \end{cases} \quad (7)$$

由于 $J_{b1} = -e(n_{b0} v_{b1} + n_{b1} v_{b0})$, 得到电流密

度的扰动, 其中 $\omega_{be}^2 = \frac{e^2 n_{b0}}{\varepsilon_0 m_e}$,

$$\begin{cases} J_{b1r} = \frac{j \varepsilon_0 \omega_{be}^2}{\gamma \omega} \left[E_{b1r} - \frac{j v_{b0}}{\omega - k_z v_{b0}} \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r} \right], \\ J_{b1z} = \frac{j \varepsilon_0 \omega_{be}^2}{\gamma (\omega - k_z v_{b0})^2} \\ \times \left[-j \frac{\omega - k_z v_{b0}}{\omega} v_{b0} \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_{b1r})}{\partial r} \right. \\ \left. - \frac{v_{b0}^2}{\omega} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r} \right) + \omega E_{b1z} \right]. \end{cases} \quad (8)$$

3.2 电子束外的扰动

等离子体初速为0, 初始密度为 n_{p0} . 等离子体也需要满足连续性方程和运动方程:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + n_p \nabla \cdot \mathbf{v}_p + (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) n_p = 0, \quad (9)$$

$$m_e n_p \left[\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t} + (\mathbf{v}_p \cdot \nabla) \mathbf{v}_p \right] + e n_p (\mathbf{E} + \mathbf{v}_p \times \mathbf{B}_p) = 0. \quad (10)$$

用与电子束内相似的方法, 得到电子束外的密度扰动量和速度扰动量, 其中 $\omega_{ce} = e B_{p0} / m_e$,

$$n_{p1} = \frac{n_{p0}}{\omega} \left[-j \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_{p1r})}{\partial r} + k_z v_{p1z} \right], \quad (11)$$

$$\begin{cases} v_{p1r} = -\frac{e}{m_e} \frac{j \omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r} \\ \quad + \frac{e}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}, \\ v_{p1z} = -\frac{e}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r} \\ \quad - \frac{e}{m_e} \frac{j \omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}. \end{cases} \quad (12)$$

针对实验中观测的情况, 存在 $\omega > \omega_{be} \approx \omega_{pe}$,

$\alpha = \frac{\omega_{ce}}{\omega_{be}} = \sqrt{\frac{e^2 \mu_0 c}{4 m_e} \beta R \sqrt{n_b}}$, 若取电子束速度 $v_{b0} = 0.6c$, 电子束半径1 cm, 电子束电流1 kA时, α 大约等于0.1. 假设 $\omega \gg \omega_{ce}$, 比较速度扰动量的实部和虚部

$$\begin{aligned} \frac{\text{Re}[v_{p1z}]}{\text{Im}[v_{p1z}]} &= \frac{\frac{e}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r}}{\frac{e}{m_e} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}} \\ &= \frac{\omega_{ce}}{\omega} \arctan \psi, \\ \frac{\text{Re}[v_{p1r}]}{\text{Im}[v_{p1r}]} &= \frac{\frac{e}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}}{\frac{e}{m_e} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\omega_{ce}}{\omega} \tan \psi.$$

因为 ψ 在 $40^\circ-48^\circ$ 之间, 所以 $\tan \psi \approx \arctan \psi \approx 1$, 虚部远大于实部, 束外侧的扰动速度仅须考虑虚部, 即

$$\begin{cases} v_{p1r} = -\frac{e}{m_e} \frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r}, \\ v_{p1z} = -\frac{e}{m_e} \frac{j\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}. \end{cases} \quad (13)$$

由于 $J_{p1} = -en_{p0}v_{p1}$, 得到束外侧电流密度的扰动, 其中 $\omega_{pe}^2 = \frac{e^2 n_{p0}}{\epsilon_0 m_e}$,

$$\begin{cases} J_{p1r} = j\epsilon_0 \omega_{pe}^2 \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1r}, \\ J_{p1z} = j\epsilon_0 \omega_{pe}^2 \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z}. \end{cases} \quad (14)$$

3.3 波动方程及其解

对于电子束内, 将 (8) 式中 r 方向的电流代入 r 方向的方程 (3), 求出电子束内 z 向和 r 向电场扰动量的关系

$$E_{b1r} = -j \frac{k_z - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma c^2} \frac{v_{b0}}{\omega - k_z v_{b0}}}{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma \omega^2}\right)} \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r}. \quad (15)$$

将 (15) 式代入方程 (2) 中, 得到关于 E_{b1z} 的偏微分方程

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r} \right) - p^2 E_{b1z} = 0,$$

其中

$$p^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma \omega^2}\right),$$

该方程是 0 阶虚宗量贝塞尔方程, 在电子束中心, E_{b1z} 是有限值, 即 $E_{b1z} < +\infty$, 方程的解可写为

$$E_{b1z} = a_1 I_0(pr), \quad 0 < r \leq R. \quad (16)$$

对于电子束外, 做法和电子束内类似, 可求出电子束外 z 向和 r 向电场扰动量的关系

$$E_{p1r} = -j \frac{k_z}{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\right)} \frac{\partial E_{p1z}}{\partial r}, \quad (17)$$

同样得到关于 E_{p1z} 的偏微分方程

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_{p1z}}{\partial r} \right) - q^2 E_{p1z} = 0,$$

其中

$$q^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\right).$$

该方程也是 0 阶虚宗量贝塞尔方程, 方程的解可以写为

$$E_{p1z} = a_2 I_0(qr) + a_3 K_0(qr), \quad r \geq R, \quad (18)$$

I_0 为 0 阶第一类虚宗量贝塞尔函数, K_0 为 0 阶第二类虚宗量贝塞尔函数.

3.4 色散关系

在电子束和等离子体的交界面上, 即 $r = R$ 处, 扰动量需满足三个方向 (r, θ, z) 的边值条件. r 方向上, 利用高斯定理可以得到

$$\int D \cdot ds = \int \delta \rho dV = -e \int n_1 dV,$$

扰动密度 n_1 为束内外两侧扰动量相加, 即 $n_1 = n_{b1} + n_{p1}$; θ 方向上磁场连续, 即 $B_{b1\theta} = B_{p1\theta}$; z 方向有电场连续, 即 $E_{b1z} = E_{p1z}$.

将 n_{b1} 和 n_{p1} 代入到高斯定理, 得到

$$\begin{aligned} E_{b1r} - E_{p1r} &= j \frac{en_{b0}}{\epsilon_0 (\omega - k_z v_{b0})} v_{b1r} + j \frac{en_{p0}}{\epsilon_0 \omega} v_{p1r} \\ &\quad - \frac{en_{b0}}{\epsilon_0 (\omega - k_z v_{b0})} v_{b1z} - \frac{en_{p0}}{\epsilon_0 \omega} v_{p1z}. \end{aligned} \quad (19)$$

由于麦克斯韦方程中 $\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\partial B_1 / \partial t$, 那么磁场扰动量和电场扰动量的关系为

$$\begin{aligned} B_{b1\theta} &= \frac{j}{\omega} \frac{-\frac{\omega_{be}^2}{\gamma c^2} \frac{k_z v_{b0}}{\omega - k_z v_{b0}} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma \omega^2}\right)}{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma \omega^2}\right)} \\ &\quad \times \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$B_{p1\theta} = \frac{j}{\omega} \frac{\frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\right)}{k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\right)} \frac{\partial E_{p1z}}{\partial r}. \quad (21)$$

将 (7) 式和 (13) 式代入 (19) 式中, 可将 r 方向的边值条件写成关于电场扰动量的形式; 依据 (20) 式和 (21) 式, 可将 θ 方向上的边值条件也写成关于电场扰动量的形式. 最终, 三个边值条件可以写为

$$r \text{ 方向: } \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma^3 (\omega - k_z v_{b0})^2}\right) \frac{k_z}{p^2} \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \right) \frac{k_z}{q^2} \frac{\partial E_{p1z}}{\partial r} \\
 & + \frac{\omega_{be}^2}{\gamma(\omega - k_z v_{b0})^2} E_{b1z} \\
 & + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} E_{p1z} = 0, \\
 \theta \text{ 方向: } & \frac{1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma\omega^2\omega - k_z v_{b0}}}{p^2} k_z \frac{\partial E_{b1z}}{\partial r} \\
 & - \frac{1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}}{q^2} k_z \frac{\partial E_{p1z}}{\partial r} = 0, \\
 z \text{ 方向: } & E_{b1z} - E_{p1z} = 0. \quad (22)
 \end{aligned}$$

将3.4节中求出的电场的解代入到方程组(22)中,如果电场存在非零解,那么方程组的系数行列式为零,通过比较复杂的数学运算可以得到 ω 和 k 的关系,即色散关系

$$\begin{aligned}
 & \frac{I_0(pR)}{I_1(pR)} \\
 & = \frac{k_z}{p} \left[\left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma\omega^2\omega - k_z v_{b0}} \right) \left(1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left(1 - \frac{\omega_{be}^2}{\gamma^3(\omega - k_z v_{b0})^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \right) \right] \\
 & \quad \times \left[\left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \right) \right. \\
 & \quad \left. \times \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{be}^2}{\gamma(\omega - k_z v_{b0})^2} \right) \right]^{-1}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

4 色散曲线与实测辐射的分析

R 为电子束的半径,将其表示为波长 λ 的倍数,则有 $R = m\lambda = m(1/k_z)$. 令 $\Omega = \frac{\omega}{\omega_{be}}$, $Z = \frac{k v_{b0}}{\omega_{be}}$, $\alpha^2 = \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{be}} \right)^2$, $\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{be}^2} = \frac{n_p}{n_b} = \chi$, 那么 $\frac{p}{k_z} = \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{Z^2}(\Omega^2 - 1)}$, $pR = m \frac{p}{k_z} = m \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{Z^2}(\Omega^2 - 1)}$, 用 ω_{be} 对色散关系(23)式归一化得到

$$\frac{I_0 \left(m \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{Z^2}(\Omega^2 - 1)} \right)}{I_1 \left(m \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{Z^2}(\Omega^2 - 1)} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 & = \left[\left(1 - \frac{\gamma^{-1}}{\Omega^2 - \Omega Z} \right) \left(1 + \frac{\chi}{\Omega^2 - \alpha^2} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left(1 - \frac{\gamma^{-3}}{(\Omega - Z)^2} \right) \left(1 - \frac{\chi}{\Omega^2 - \alpha^2} \right) \right] \\
 & \quad \times \left[\sqrt{1 - \frac{\beta^2}{Z^2}(\Omega^2 - 1)} \left(1 - \frac{\chi}{\Omega^2 - \alpha^2} \right) \right. \\
 & \quad \left. \times \left(\frac{\chi}{\Omega^2 - \alpha^2} + \frac{\gamma^{-1}}{(\Omega - Z)^2} \right) \right]^{-1}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

在我们的实验中,电子束半径不超过1.5 cm,电子束电流小于1 kA,所以 $\alpha < 0.5$;辐射出的电磁波波长也在1 cm左右,所以可以假定 $m \leq 1$. 依据文献[4]中的相关讨论 $\chi \geq \gamma^{-2}$,因此取 $m = 0.95$, $\alpha = 0.1$ 和 $\chi = \gamma^{-2}$,绘制出不同电子束初速的色散曲线簇,如图3所示. 图3中 $\beta = 1$ 代表光速. 随着 β 值的减小,相应的色散曲线越来越平缓,辐射的最高频率也相应降低.

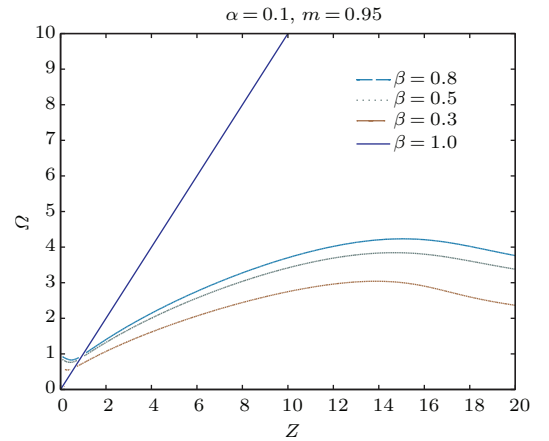


图3 (网刊彩色) 色散曲线簇

Fig. 3. (color online) Dispersion curves.

在电子束电流 $I_b = 700$ A、加速电压 $U = 280$ kV、电子束半径 $R = 1$ cm条件下做了辐射实验.

1) 由电子的加速过程,得到方程

$$\frac{1}{2} \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} c^2 = \frac{e}{m_e} U,$$

代入以上有关数据,得到 $\beta \approx 0.8$.

2) 由于电子密度 $n = \frac{I_b}{\pi R^2 e \beta c}$,且电子束电子

振荡频率 $\omega_{be} = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e}}$,可得到电子束电子振荡频率 $\omega_{be} = 13.6 \times 10^9$ rad/s,对应的电磁波频率 $f_{be} = 2.16$ GHz.

3) 由定义知, $\alpha^2 = \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{be}}\right)^2$, 可得到电子束电子振荡频率和电子回旋频率的比 $\alpha = 0.2$.

以 $m = 0.9$, $\beta = 0.8$, $\alpha = 0.2$ 绘制色散曲线, 如图 4 所示, 图 4(a) 是整体趋势, 图 4(b) 主要是低频细节部分. 从图 4(a) 可得二极管辐射的高频频段为 $0.65f_{be} - 2.1f_{be}$, 对应频率 1.73—4.47 GHz; 从图 4(b) 可得二极管辐射的低频频段为 $0 - 0.18f_{be}$, 对应频率 0—0.39 GHz.

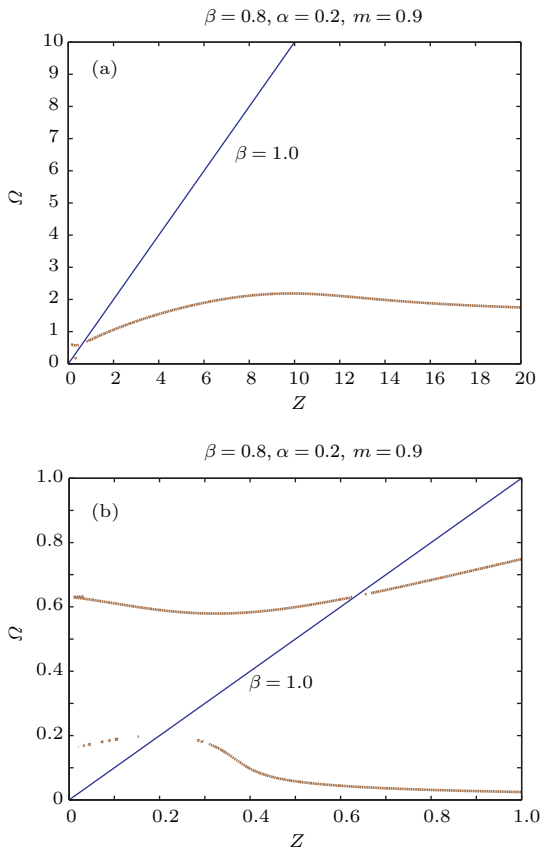


图 4 (网刊彩色) 700 A 束电流的色散曲线 (a) 整体趋势; (b) 低频细节
Fig. 4. (color online) Dispersion curve of 700 A beam current: (a) Whole tendency; (b) low frequency detail.

我们用双脊喇叭天线接收辐射信号, 并由高速示波器记录该辐射信号, 该信号经 Garbor 变换得到时频图, 时频图反映了辐射频率随时间变化的关系. 在图 5 中, 横坐标表示的是时间, 纵坐标表示的是频率. 曲线颜色的深浅表示辐射强度的强弱, 充满整个时频图的背景颜色是环境噪声. 图 5 中曲线从下往上依次有三条. 曲线 1 的频率范围是 $0 - 0.35$ GHz, 该频率范围包含在图 4(b) 对应的频段 $0 - 0.39$ GHz 内; 曲线 2 的频率范围是 $2 - 4$ GHz, 该频率范围包含在图 4(a) 对应的频段 $1.73 - 4.47$ GHz 内; 曲线 3 是曲线 2 的倍频.

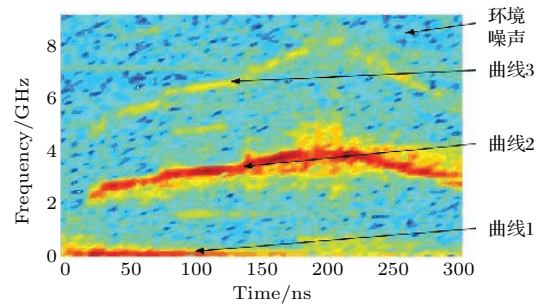


图 5 (网刊彩色) 700 A 电子束电流引起的辐射时频图
Fig. 5. (color online) The time-frequency map of 700 A beam current.

当电子束电流较高时, 此时的色散曲线如图 4 所示. 从图 4(a) 中 $Z < 10$ 部分的色散曲线可知, 相速较高的波对应的频率较低, 而相速较低的波对应的频率较高. 根据电子与波能量交换的同步条件, 电子束中电子的初速较高, 较高速度的电子和较高相速的波交换能量, 从而辐射出频率较低的微波, 此时电子束中电子的速度降低, 继而较低速度的电子和较低相速的波交换能量, 从而辐射出频率较高的微波. 在图 5 所示的 $\text{Time} < 200$ ns 的区域中, 开始时的辐射频率较低, 随后辐射的频率逐渐升高, 实验结果和理论分析结果相符合.

我们还测量了电子束流更低情况下的辐射, 当电子束电流 20 A, 加速场 80 kV, 束半径 0.5 cm, 可求得 $\beta \approx 0.52$, 电子束密度 $n_{be} \approx 1.03 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, 对应的 $f_{be} = 0.91$ GHz, $m = 0.2$, $\alpha = 0.02$. 依据以上参数绘制色散曲线, 如图 6 所示. 从图 6 可以看出: 1) 电子束速度较低时色散曲线的纵坐标约在 $0.98f_{be}$, 对应 0.89 GHz; 2) 从色散曲线上可知, 波的相速变化对其频率的影响很小, 所以电子速度变化对辐射频率的影响很小.

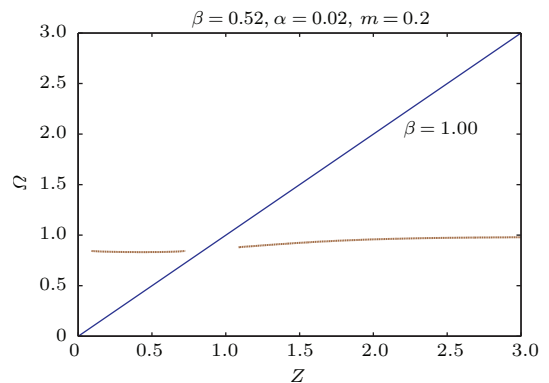


图 6 (网刊彩色) 20 A 束电流的色散曲线
Fig. 6. (color online) Dispersion curve of 20 A beam current.

图7是辐射的时频图,从图7可见:1)曲线1为实测辐射,频率大约为0.9 GHz;曲线2为曲线1的倍频.理论的数值和实验数据十分接近;2)辐射频率几乎不随时间变化.由上可见,理论分析中关于辐射频率和辐射频率随时间的演变关系与实验结果符合得很好.

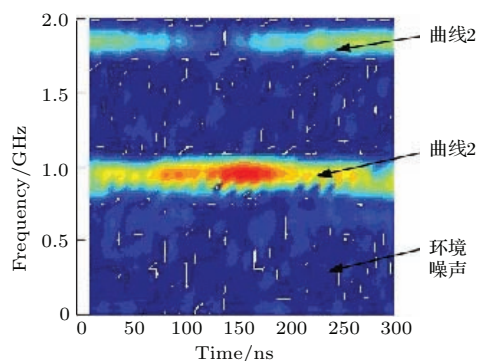


图7 (网刊彩色) 20 A 电子束电流引起的辐射时频图
Fig. 7. (color online) The time-frequency map caused by 20 A beam current.

电子回旋频率和电子束振动频率的比值 α 和 $\beta\sqrt{n_b}$ 成正比.电子束密度低时, α 很小,接近零频率的色散曲线分支退化甚至消失,时频图(图7)上表现不出贴近零点的辐射;电子束密度高时, α 值比电子密度低时略大,低频的色散曲线分支表现得比较明显,时频图(图4)上贴近零频率的辐射很明显.这说明,本文讨论的电子束-等离子体相互作用中,电子束对等离子体的磁化作用是很重要的.

5 结 论

1) 本文分析了真空二极管击穿的物理过程,建立了这一过程中辐射微波的数学模型,推导出了微波辐射的色散关系,并得到了色散曲线.

2) 理论分析和实验结果都表明,真空二极管的微波辐射是由电子束和被电子束磁化的等离子体相互作用引起.

3) 本文推导得到的色散曲线能很好地符合实际测量得到的辐射时频图.随着电子束速度降低,色散曲线越来越平缓,最终色散曲线将近似一条直线.

参考文献

- [1] Chen S X, Sun Y L, Xia C Z, Yan G Z 2008 *High Power Laser & Particle Beams* **20** 477 (in Chinese) [陈仕修, 孙幼林, 夏长征, 严国志 2008 强激光与粒子束 **20** 477]
- [2] Goebel D M, Ponti E S, Feicht J R, Watkins R M 1996 *Intense Microwave Pulses IV* Denver, CO, United States, August 4-9, 1996 p1
- [3] Liu P K, Tang C J, Liu S G, Xiong C D, Tang C J, Qian S J 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 892 (in Chinese) [刘濮鲲, 唐昌建, 刘盛纲, 熊彩东, 唐昌建, 钱尚介 1997 物理学报 **46** 892]
- [4] Whittum D H, Sessler A M, Dawson J M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2511
- [5] Ersfeld B, Bonifacio R, Chen S, Islam M R, Smorenburg P W, Jaroszynski D A 2014 *New J. Phys.* **16** 093025
- [6] Karbushev N I, Rostomyan E V 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4484
- [7] Bret A, Firpo M C, Deutsch C 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046401
- [8] Watson K M, Bludman S A, Rosenbluth M N 1960 *Phys. Fluids* **3** 741
- [9] Bludman S A, Watson K M, Rosenbluth M N 1960 *Phys. Fluids* **3** 747
- [10] Bret A, Dieckmann M E, Gremillet L 2010 *Ann. Geophys.* **28** 2127
- [11] Liu S G, Barker R J, Gao H, Yan Y, Zhu D J 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 1016
- [12] Su D, Tang C J 2009 *Phys. Plasmas* **16** 053101
- [13] Su D, Tang C J 2011 *Phys. Plasmas* **18** 023104
- [14] Zhang Y X, Jia J, Liu S G, Yan Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 105203

Analysis on mechanism of radiating microwave from vacuum diode*

Ji Zeng-Chao¹⁾ Chen Shi-Xiu^{1)†} Gao Shen¹⁾ Chen Jun¹⁾²⁾ Tian Wei³⁾

1) (School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

2) (School of Electrical and Electronic Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

3) (South-Central University for Nationalities, Wuhan 430074, China)

(Received 28 December 2015; revised manuscript received 9 May 2016)

Abstract

In order to study the breakdown process of vacuum switch, we use a vacuum diode, which is composed of a cathode and an anode, to replace the vacuum switch. We find that there is wide band microwave radiation in the breakdown process of the vacuum diode. Because there is no structure of metallic bellow waveguide in the vacuum diode, the radiation mechanism of the vacuum diode is different from that of the plasma filled microwave device. It is hard to completely imitate the theory of the plasma filled microwave device. In order to clarify the mechanism of the microwave radiation from the vacuum diode, we analyze the breakdown process of the vacuum diode. When the anode plasma has been generated and the plasma closure has not occurred, the electrons emitted from the initial plasma will be incident on the anode plasma, and the vacuum diode will radiate microwave in this process. The self-generating magnetic field of the electron beam is a poloidal magnetic field. When the electron beam is incident on the plasma, the plasma will be magnetized by the poloidal magnetic field. The theory of magnetic fluid is used to analyze the problem in this paper, and the mathematical model of the vacuum diode radiation is obtained by using the simultaneous equations of the motion equations and Maxwell's equations. In this model, there is an interface between the electron beam and the magnetized plasma. The model is divided into two parts by the interface, i.e., inside of the electron beam and outside of the electron beam. The dispersion relation of the radiation generated by the vacuum diode is obtained by solving the mathematical model. Based on the dispersion relation and the experimental data, the dispersion curves are plotted for the different electron beam velocities. The dispersion curves show that the undulation of the dispersion curve becomes smaller and smaller with the decrease of the electron beam velocity, and the final dispersion curve will be approximated by a straight line. When the theoretical dispersion curves are compared with the actually measured time-frequency maps of the radiation, we find that they are well consistent with each other. Theoretical deduction and experiments indicate that the radiation generated by the vacuum diode originates from the interaction between the electron beam and the magnetized plasma.

Keywords: beam-plasma interaction, dispersion relation, dispersion curve, wide band microwave radiation

PACS: 52.25.Xz, 52.40.Db, 52.40.Mj

DOI: [10.7498/aps.65.145202](https://doi.org/10.7498/aps.65.145202)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11075123) and the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51207171).

† Corresponding author. E-mail: sxiuchen@163.com