

有限理性视野下网络交通流逐日演化规律研究

李涛 关宏志 梁科科

Day-to-Day dynamical evolution of network traffic flow under bounded rational view

Li Tao Guan Hong-Zhi Liang Ke-Ke

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 150502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.150502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.150502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I15>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

局部不均匀性对时空系统振荡频率的影响

Oscillatory frequencies in spatiotemporal system with local inhomogeneity

物理学报.2016, 65(15): 150503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.150503>

部分时滞诱发 Watts-Strogatz 小世界神经元网络产生随机多共振

Stochastic multi-resonance induced by partial time delay in a Watts-Strogatz small-world neuronal network

物理学报.2016, 65(12): 120502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120502>

多平衡态下簇发振荡产生机理及吸引子结构分析

Mechanism of bursting oscillations with multiple equilibrium states and the analysis of the structures of the attractors

物理学报.2016, 65(9): 090501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.090501>

一种基于非完整二维相空间分量置换的混沌检测方法

A chaotic signal detection method based on the component permutation of the incomplete two-dimensional phase-space

物理学报.2016, 65(7): 070502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070502>

类Liu系统在水声微弱信号检测中的应用研究

Application of similar Liu system in underwater weak signal detection

物理学报.2016, 65(7): 070501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070501>

有限理性视野下网络交通流逐日演化规律研究*

李涛[†] 关宏志 梁科科

(北京工业大学交通工程北京市重点实验室, 北京 100124)

(2016年3月11日收到; 2016年5月31日收到修改稿)

基于有限理性的前提假设, 建立了“有限理性二项logit”模型, 用以描述出行者路径选择行为, 并以一个由2条路径构成的路网为例, 探讨了理性程度不同群体的网络交通流逐日动态演化过程. 通过数值实验, 分析了网络交通流的演化特征, 发现网络交通流演化最终状态除了与出行者群体对费用的敏感程度、对实际费用的依赖程度有关, 还与出行者群体的理性程度有很大关系. 在一定的情况下, 出行者理性程度很高或很低均可以使系统稳定, 而恰恰是理性程度一般的群体不容易达到稳定.

关键词: 有限理性, 网络交通流, 动态演化, 混沌

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg, 05.45.Pq, 01.75.+m

DOI: 10.7498/aps.65.150502

1 引言

网络交通流实质上是巨量的微观离散个体出行者在有限的时间和空间上的宏观聚集现象, 它的形成机理和演变规律与出行者的日常活动规律密切相关. 已有研究表明: 网络交通流呈现出逐日(day to day)演化的规律, 即: 出行者第 n 天的行为受到第 $n-1$ 天的行为和网络状态的影响^[1]. 因此, 以日为单位考察交通流的演化规律, 是研究路网交通流变化规律的重要途径. 根据逐日活动规律的假设, 学者们建立了逐日路径分配模型^[2,3], 并从两个途径进行了较为深入的研究. 第一个途径是从出行者个体角度出发, 假设每个出行者通过历史信息和个人经验选择路径, 利用Agent微观仿真的方法研究网络交通流演化过程, 其中代表性的研究为文献^[4—12]的研究. 另一个途径则是从集计角度出发, 以非线性动力学理论为基础, 研究平衡的存在性及其稳定性, 建立的模型分为连续型^[13—20]和离散型^[21—27]两类.

非线性动力学理论作为物理学的一项基础理

论, 常用于系统演化规律的研究. 非线性动力系统的分岔、混沌及控制问题是学术研究的热点与前沿问题^[28—32]. 近年来, 该领域的研究已逐步向高维度^[33]、带时滞^[34]、带非光滑因素^[35]以及复杂结构^[36]等更为复杂的非线性系统发展.

在交通领域, 刘诗序等^[1]对一个结构简单的网络进行了逐日路径分配研究, 结果显示, 不同参数设置使最终的演化结果呈现三种状态: 稳定、分岔和混沌, 并寻找到三种状态产生的临界条件, 完善了网络交通流演化研究中不稳定部分的规律.

然而, 上述研究均隐含着一个基本假设: 网络中的出行者都拥有完全理性(entirely rational). Simon (Herbert A. Simon)最早提出有限理性(bounded rational)的概念, 他认为人是介于完全理性与非理性之间, 人们的理性程度受自身条件以及外部环境的影响^[36]. 据此, 学者们分别从基于满意决策准则^[37—40]和前景理论^[41—43]两个角度对交通中的有限理性行为进行了探讨, 并应用于静态交通分配中.

当出行者理性程度有限时, 网络交通流动态演化规律就成了一个需要重新审视的问题. 本文

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2012CB725403)、国家自然科学基金重点项目(批准号: 51338008)、国家自然科学基金面上项目(批准号: 51378036)和国家自然科学基金青年基金项目(批准号: 51308018)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: jiaowo87@emails.bjut.edu.cn

利用“有限理性”的假设松弛 logit 模型中的效用最大化假设,建立了基于有限理性的二项 logit 模型 (bounded rational binary logit, BRBL). 该模型对“理性程度”的定义为: 出行者判断路径效用差的能力, 即: 出行者理性程度越高, 其在微小效用差中判断出效用最大的选择肢的能力越高. 并将该模型应用于逐日动态分配模型, 探讨出行者有限理性条件下网络交通流逐日演化规律.

2 BRBL 模型推导

传统二项 logit (binary logit) 模型依据随机效用理论, 假设出行者选择其所认知到的方案中效用最大的方案, 即: 效用最大化假设. 下面将利用“有限理性”的思想松弛效用最大化假设, 建立有限理性二项 BRBL 模型, 用于描述出行者路径选择行为.

设决策场景如图 1 所示, 出行者由起点 A 出发, 前往目的地 B, 起讫点 AB 间存在两条路径 (路径 1 和路径 2), 出行者通过比较两条路径的感知效用进行路径选择.

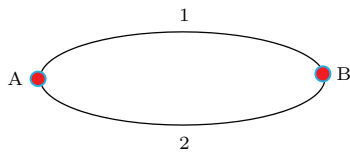


图 1 路网示意图

Fig. 1. Schematic diagram of road network.

据此, 提出该场景下的 BRBL 模型假设:

假设 1 两条路径效用由固定项和随机项组成, 随机项服从参数相同的 Gumbel 分布;

假设 2 两条路径的效用相互独立;

假设 3 当两条路径的效用差大于一定程度时, 出行者方可判断出效用更大的路径, 并选择效用更大的路径; 否则, 则不能根据效用做出判断, 而是通过出行者的偏好做出选择.

其中, 假设 3 即为有限理性假设, 用数学表达式表示为

$$p_1 = \begin{cases} 1, & U_1 - U_2 \in (\Delta, +\infty), \\ \tau, & U_1 - U_2 \in [-\Delta, \Delta], \\ 0, & U_1 - U_2 \in (-\infty, -\Delta), \end{cases} \quad (1)$$

其中, p_1 为出行者选择路径 1 的条件概率; U_i 代表路径 i 的效用, $i = 1, 2$; Δ 为出行者可以做出理性

判断的效用差阈值, $\Delta \in [0, +\infty)$; $\tau \in [0, 1]$ 为出行者选择偏好参数. 因此:

1) 当 $U_1 - U_2 \in (\Delta, +\infty)$ (或者 $U_1 - U_2 \in (-\infty, -\Delta)$) 时, 出行者方可做出理性判断, 选择效用更大的路径 (路径 1 或者路径 2), 即 $p_1 = 1$, 或者 $p_1 = 0$;

2) 当 $U_1 - U_2 \in [-\Delta, \Delta]$ 时, 出行者无法做出理性判断, 而是根据偏好进行路径选择; 参数 $\tau \in [0, 1]$ 表征偏好, 越接近 1(0), 表示出行者越倾向于选择路径 1(路径 2), 当 $\tau = 0.5$ 时表征出行者对两条路径无特殊偏好.

因此, 路径 i 的选择概率 $P_i (i = 1, 2)$ 可以表示为

$$P_1 = \text{Prob}(U_1 - U_2 > \Delta) \cdot 1 + \text{Prob}(U_1 - U_2 < -\Delta) \cdot 0 + \text{Prob}(|U_1 - U_2| \leq \Delta) \cdot \tau, \quad (2a)$$

$$P_2 = 1 - P_1. \quad (2b)$$

根据假设 1 和假设 2, 路径 $i (i = 1, 2)$ 的效用如下:

$$U_i = V_i + \varepsilon_i, \quad (3)$$

$$F(\varepsilon_i) = \exp(-\exp(-\theta\varepsilon_i)), \quad (4)$$

其中: 随机项 ε_i 相互独立且服从参数相同的 Gumbel 分布. 联立 (3) 和 (4) 式可以得出路径 i 的效用 U_i 的分布函数, 如下 ($i = 1, 2$):

$$F_i(U_i) = \exp(-\exp(-\theta(U_i - V_i))). \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (2a) 式, 得到

$$P_1 = 1 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dU_1 \int_{-\infty}^{U_1 - \Delta} F'_1(U_1) \cdot F'_2(U_2) dU_2 + \tau \cdot \text{Prob}(-\Delta < U_1 - U_2 < \Delta), \quad (6)$$

其中, $F'_1(U_1)$ 和 $F'_2(U_2)$ 分别是路径 1 和路径 2 的效用概率分布密度函数. 通过计算 (6) 式并联立 (2b) 式可以得到路径 i 的选择概率 ($i = 1, 2$):

$$P_1 = \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(V_2 - V_1)}} + \tau \left(\frac{e^{\theta\Delta}}{e^{\theta\Delta} + e^{\theta(V_2 - V_1)}} - \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(V_2 - V_1)}} \right), \quad (7a)$$

$$P_2 = \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(V_1 - V_2)}} + (1 - \tau) \left(\frac{e^{\theta\Delta}}{e^{\theta\Delta} + e^{\theta(V_1 - V_2)}} \right)$$

$$- \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(V_1 - V_2)}} \Big), \quad (7b)$$

其中, θ 表征出行者对费用的敏感程度, 其值越大表示敏感程度越高. (7a) 和 (7b) 式即为有限理性二项 logit 模型 (BRBL 模型).

式中, $\Delta \in [0, +\infty)$ 表征出行者可以做理性判断的效用差阈值, 设:

$$\beta = \exp(-\Delta), \quad (8)$$

因此, $\beta \in (0, 1]$, 表示出行者的理性程度, β 越大(小), 其理性程度越高(低), 当 $\beta = 1(0)$ 时, 决策者完全理性(完全非理性).

3 逐日路径选择演化过程模型

3.1 演化模型推导

假设交通网络如图 1 所示, 其中起讫点 A 和 B 之间的出行总需求为 D 且恒定不变. 设 $f_1^{(n)}$ 和 $f_2^{(n)}$ 分别表示路径 1 和路径 2 第 n 天的流量, $\bar{C}_1^{(n)}$ 和 $\bar{C}_2^{(n)}$ 分别表示路径 1 和路径 2 第 n 天的实际出行费用, 假设各路径出行费用仅与路径的流量有关, 即出行费用函数为: $\bar{C}_i^{(n)} = g_i(f_i^{(n)})$, $g_i(x)$ 一般采用美国联邦公路局 (BPR) 函数 ($i = 1, 2$).

根据 BRBL 模型, 给出路径 $i(i = 1, 2)$ 第 n 天的选择概率分别为

$$P_1^{(n)} = \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} + \tau \left(\frac{e^{\theta\Delta}}{e^{\theta\Delta} + e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} - \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} \right), \quad (9a)$$

$$P_2^{(n)} = 1 - P_1^{(n)}, \quad (9b)$$

式中, $C_i^{(n)} (i = 1, 2)$ 表示出行者第 n 天对路径 i 的感知费用; $\theta \in (0, +\infty)$ 是与出行者特性有关的参数, 描述出行者对路径费用的敏感程度, θ 越大, 出行者对路径的费用越敏感, 反之则越不敏感. 根据 SUE 原则, 流量分配为: $f_i^{(n)} = DP_i^{(n)} (i = 1, 2)$. 第 n 天的感知费用根据第 $n - 1$ 天感知费用和实际出行费用更新, 可表示成二者的加权和:

$$C_i^{(n)} = \varphi C_i^{(n-1)} + (1 - \varphi) \bar{C}_i^{(n-1)} \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

式中, φ 是与出行者特性有关的参数, 且 $\varphi \in [0, 1]$, 其大小反映出行者对前一天实际出行费用的依赖

程度, φ 值越大, 依赖程度越小, 反之, 依赖程度越大.

由此, 得到有限理性下逐日动态交通流演化模型为

$$C_i^{(n)} = \varphi C_i^{(n-1)} + (1 - \varphi) g_i(f_i^{(n-1)}) \quad (i = 1, 2), \quad (11)$$

路径流量分配为

$$f_1^{(n)} = \frac{D}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} + D\tau \left(\frac{e^{\theta\Delta}}{e^{\theta\Delta} + e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} - \frac{1}{1 + e^{\theta\Delta} \cdot e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)})}} \right), \quad (12a)$$

$$f_2^{(n)} = D - f_1^{(n)}. \quad (12b)$$

令:

$$M_a(C_1^{(n)}, C_2^{(n)}) = \frac{1}{1 + e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)} + \Delta)}}, \quad (13a)$$

$$M_b(C_1^{(n)}, C_2^{(n)}) = \frac{1}{1 + e^{\theta(C_1^{(n)} - C_2^{(n)} - \Delta)}}, \quad (13b)$$

则动态系统模型可表示为

$$C_1^{(n)} = \varphi C_1^{(n-1)} + (1 - \varphi) g_1 \left((1 - \tau) \times DM_a(C_1^{(n-1)}, C_2^{(n-1)}) + \tau DM_b(C_1^{(n-1)}, C_2^{(n-1)}) \right), \quad (14a)$$

$$C_2^{(n)} = \varphi C_2^{(n-1)} + (1 - \varphi) g_2 \left(D - (1 - \tau) \times DM_a(C_1^{(n-1)}, C_2^{(n-1)}) - \tau DM_b(C_1^{(n-1)}, C_2^{(n-1)}) \right). \quad (14b)$$

3.2 演化状态及临界条件

文献 [1] 给出了两条路径逐日选择的平衡点存在、惟一、稳定的证明的一般方法, 提出 2 条定理和 1 条推论:

定理 1 若路径的出行费用关于路径流量的函数连续可微, 且严格单调增加. 动态系统 (14a), (14b) 存在惟一的不动点;

定理 2 两条路径的简单路网逐日动态分配系统平衡点渐进稳定的条件是

$$\lambda_2 = \varphi - (1 - \varphi) DP_1'(g_1' + g_2') > -1, \quad (15)$$

其中, λ_2 为 Jacobian 矩阵中的一个特征根(另一个特征根 $\lambda_1 \equiv \varphi \in [0, 1]$);

推论 1 若 $DP'_1(g'_1 + g'_2) < 1$, 不论参数 φ 取 $[0, 1)$ 内任何值, 2 条路径的简单路网交通流逐日动态演化系统平衡点渐进稳定.

由定理 2 可知, 若 $\lambda_2 > -1$, 则逐日动态系统的最终演化结果将收敛于平衡点, 若 $\lambda_2 \leq -1$, 则系统演化结果将出现分岔(周期振荡)甚至混沌现象.

判断动态系统是否处于混沌状态需要求出系统的 Lyapunov 指数, 若 Lyapunov 指数大于 0, 系统是混沌的.

令 $\tilde{C}^{(n)} = C_1^{(n)} - C_2^{(n)}$, 由 (14a), (14b) 两式相减得到 $\tilde{C}^{(n)} = G(\tilde{C}^{(n-1)})$. 这样原二维动态系统(14a), (14b) 转化成典型的一维离散动态系统. Lyapunov 指数计算公式为^[44]

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \ln |G'(x_i)|. \quad (16)$$

综上所述, 得到动态系统处于稳定、分岔(周期震荡)、混沌三种状态的判别条件如表 1 所列.

表 1 逐日演化状态判别表

Table 1. State discrimination of day-to-day evolution.

最终状态	判别条件
收敛于平衡点且稳定	$\lambda_2 > -1$
出现分岔(周期振荡)	$\lambda_2 \leq -1$ 且 $L \leq 0$
出现混沌	$L > 0$

需要特别指出的是, 本文建立的 BRBL 演化模型与 BRUE (boundedly rational user equilibria) 模型描述的场景不同^[45]. BRUE 模型为静态分配模型, 其研究表明: 若设置路径存在成本无差异区间(indifference band of cost), 则 BRUE 的解不惟一, 其解为一个集合. 而本文建立的是动态演化模型, 通过验证, 模型存在惟一均衡点, 即模型的解存在且惟一, 但若该平衡点不稳定, 则会产生分岔或混沌现象.

文献[1]讨论了不同的 θ 和 φ 对最终演化结果的影响, 本文将在此基础上着重探讨理性程度 β 与演化结果的关系.

4 数值实验

设在图 1 所示路网中, 路径的行程时间关于流量的函数采用 BPR 函数: $t = t_0[1 + 0.15(f/Q)^4]$, 其中 t_0 为路径的自由流行程时间, f 为路径流量, Q 为路径通行能力. 路径 1 的自由流行程时间 $t_{10} = 22$ min, 通行能力 $Q_1 = 1500$ 辆/h, 路径 2 的自由流行程时间 $t_{20} = 25$ min, 通行能力 $Q_2 = 2000$ 辆/h. A 和 B 直接的出行需求 $d = 1500$ 辆/h, 出行费用只考虑出行时间. 当 A, B 间需求全部加载到路径 1 上时, 两条路径的出行时间分别为 25.3 min 和 25 min, 当 A, B 间需求全部加载到路径 2 上时, 两条路径的出行时间分别为 22 min 和 26.2 min. 将基本设定代入(14a), (14b) 式, 得到网络交通流演化模型, 通过(12a), (12b) 式得到路径 1 和路径 2 每天的分配流量.

4.1 稳定临界点

图 2 为根据本文模型得到的路网逐日路径选择系统的演化达到稳定状态(即平衡点渐进稳定)的临界值 θ' 随理性程度 β 的变化结果. 其中, θ 表示群体对费用的敏感程度, β 表征群体的理性程度.

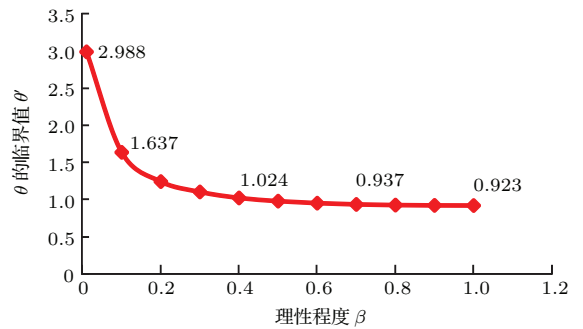


图 2 不同 β 对应的临界值 θ' 取值情况

Fig. 2. Different β corresponding to the value of θ' .

由图 2 可以看出, 当出行者理性程度降低时, 临界值 θ' 会升高, 即 $\theta \in (0, \theta')$ 的区间长度会增大, 出行群体的演化结果更有可能趋向于平衡点且渐进稳定. 其现实意义为: 当对实际费用的依赖程度 φ 不确定时, 理性程度较低的出行群体更有可能实现道路交通流量均衡且稳定.

当出行者完全理性(即: $\beta = 1$)时, 临界值 $\theta' = 0.923$, 与文献[1]结论一致; 当理性程度降低至 0 值时, 临界值 θ' 会趋向于正无穷, 即当出行者

完全非理性(不考虑两条路径效用而完全随机选择)时, 对于任意 $\theta \in (0, +\infty)$, $\varphi \in [0, 1)$ 系统演化结果均会趋于平衡点, 且渐进稳定.

4.2 理性程度对演化状态的影响

下面分别讨论不同情况下理性程度 β 对产生混沌现象的条件演化结果的影响.

情况 1 固定 θ (令 $\theta = 10$), 讨论 φ 不同时, 理性程度 β 对产生分岔的影响.

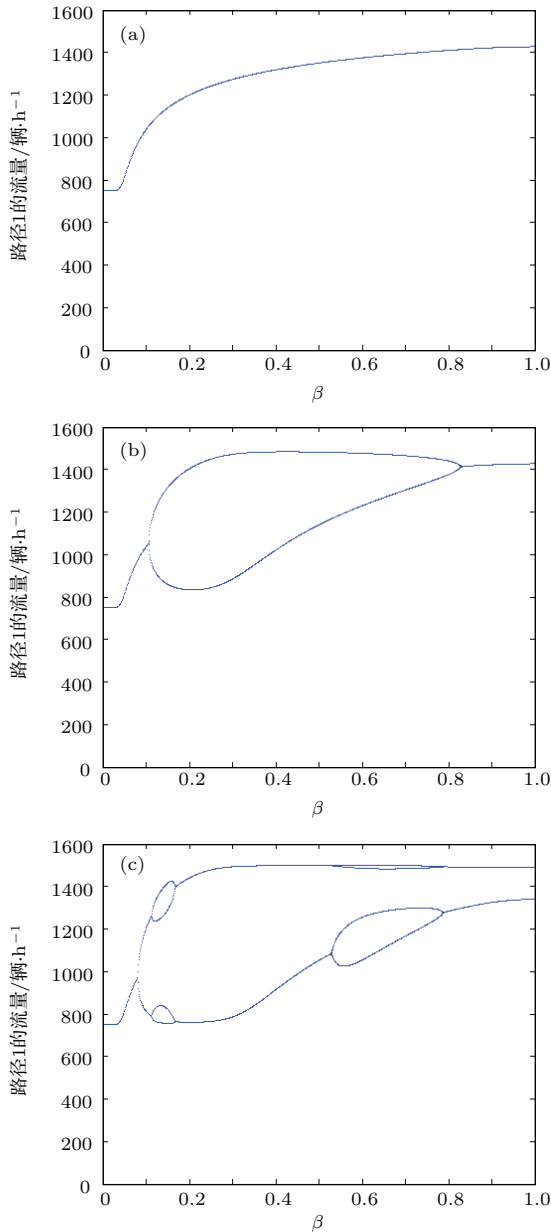


图3 (网刊彩色) φ 不同时路径1流量关于 β 的分岔变化 (a) $\varphi = 0.9$; (b) $\varphi = 0.7$; (c) $\varphi = 0.6$
 Fig. 3. (color online) The bifurcation diagram of the path 1 flow depending on β when φ is different: (a) $\varphi = 0.9$; (b) $\varphi = 0.7$; (c) $\varphi = 0.6$.

图3表示不同理性程度 β 下路径1演化的最终流量, 图4为对应的特征根 λ_2 的取值.

当 φ 较大(对费用依赖程度较低)时(图3(a)), 无论群体理性程度如何, 系统最终演化结果将趋于平衡点且渐进稳定. 随着 φ 降低(图3(b)), 演化结果在群体理性程度很高和理性程度很低时渐进稳定, 在理性程度为 $\beta = \beta_0$ 附近处产生分岔(周期震荡). 当 φ 继续降低(图3(c)), 只有理性程度很低的群体演化结果才可趋于平衡且渐进稳定. 此外,

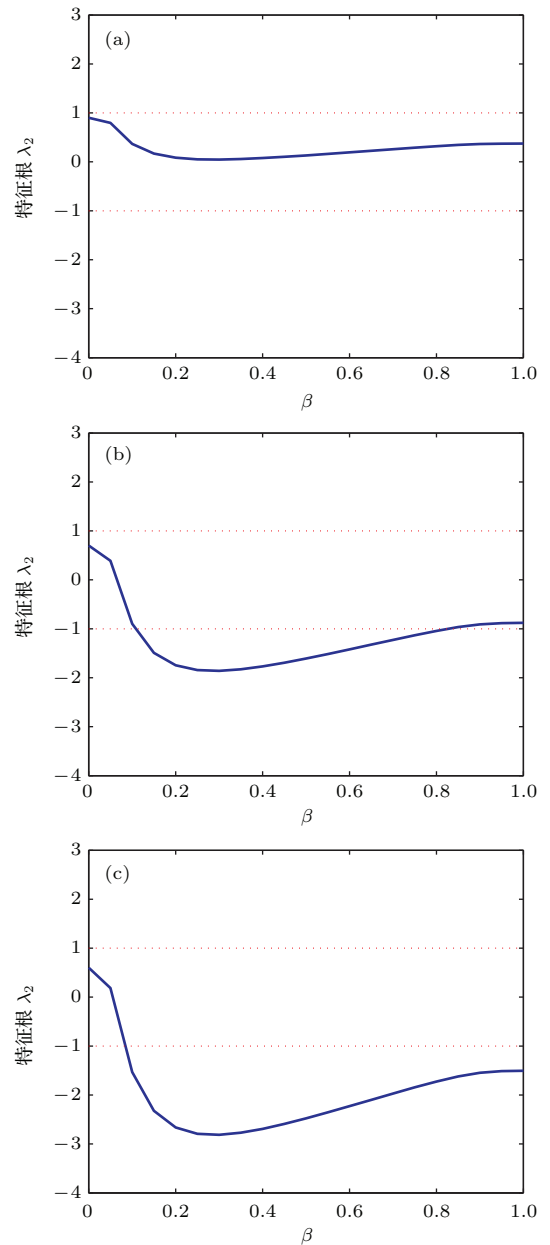


图4 (网刊彩色) φ 不同时特征根 λ_2 关于 β 的变化 (a) $\varphi = 0.9$; (b) $\varphi = 0.7$; (c) $\varphi = 0.6$
 Fig. 4. (color online) The chart of characteristic root λ_2 depending on β when φ is different: (a) $\varphi = 0.9$; (b) $\varphi = 0.7$; (c) $\varphi = 0.6$.

以图3(b)和图4(b)为例, 很明显表征出定理2的内容: $\lambda_2 > -1$ 系统稳定; $\lambda_2 \leq -1$ 系统分岔(周期振荡).

以上结果表明, 在群体对实际费用依赖程度较低时, 无论群体的理性程度如何, 演化结果都将趋于平衡且渐进稳定; 当群体对费用的依赖程度增大时, 理性程度在 $\beta = \beta_0$ 附近的群体将首先出现分岔现象, 分岔区域逐渐向两侧扩大, 最终只有理性程度较低的群体才可达到平衡稳定.

情况2 固定 θ (令 $\theta = 10$), 讨论 φ 不同时, 理

性程度 β 对产生混沌的影响.

图5表示不同理性程度 β 下路径1演化的最终流量, 图6为对应的Lyapunov指数取值. 当情况1中的 φ 继续降低时 ($\varphi = 0.5$), 理性程度在一定范围内 (主要有两部分区域如图5(a)所示) 的群体将出现混沌现象; 当 φ 继续降低 (图5(b)), 理性程度较低处的混沌现象逐渐消失, 理性程度很高的群体还将保持混沌现象但区域逐渐减小; 当 φ 继续降低 (图5(c)), 混沌现象消失.

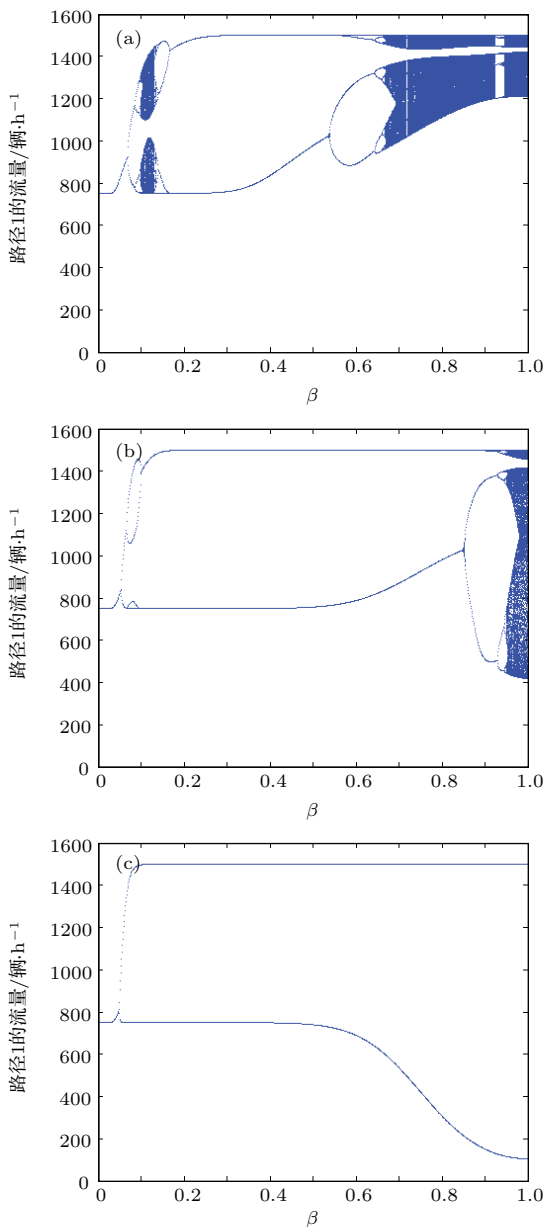


图5 (网刊彩色) φ 不同时路径1流量关于 β 的混沌变化 (a) $\varphi = 0.5$; (b) $\varphi = 0.2$; (c) $\varphi = 0.01$
 Fig. 5. (color online) The chaos diagram of the path 1 flow depending on β when φ is different: (a) $\varphi = 0.5$; (b) $\varphi = 0.2$; (c) $\varphi = 0.01$.

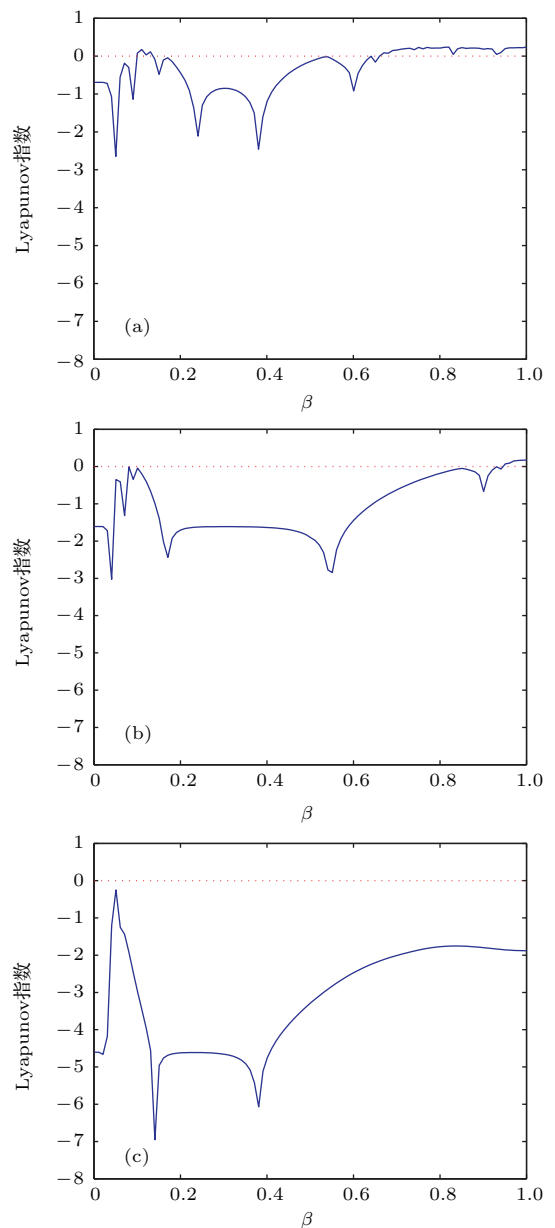


图6 (网刊彩色) φ 不同时 Lyapunov 指数关于 β 的变化 (a) $\varphi = 0.5$; (b) $\varphi = 0.2$; (c) $\varphi = 0.01$
 Fig. 6. (color online) The Lyapunov exponent depending on β when φ is different: (a) $\varphi = 0.5$; (b) $\varphi = 0.2$; (c) $\varphi = 0.01$.

上述结果表明, 随着群体对实际费用的依赖程度逐渐增大, 混沌现象呈现先产生再消失的现象; 产生混沌的区域主要集中在两个部分, 而理性程度很高的群体更容易产生混沌现象.

情况3 固定 φ (令 $\varphi = 0.5$), 讨论 θ 不同时, 理性程度 β 对产生分岔的影响.

图7表示不同理性程度 β 下路径1演化的最终流量, 图8为对应的特征根 λ_2 的取值.

当 θ 较小 (对费用的敏感程度较低) 时

(图7(a)), $\lambda_{2\min} > -1$, 即无论群体理性程度如何, 系统最终演化结果将趋于平衡点且渐进稳定. 随着 θ 增大 (图7(b)), 在理性程度为 $\beta = \beta_0$ 附近处产生分岔 (周期震荡), 而在理性程度很低和理性程度很高的区域仍平衡且渐进稳定.

当 θ 继续增大 (图7(c)), $\lambda_2(\beta = 1) < -1$, 只有理性程度很低的群体演化结果才可趋于平衡且渐进稳定.

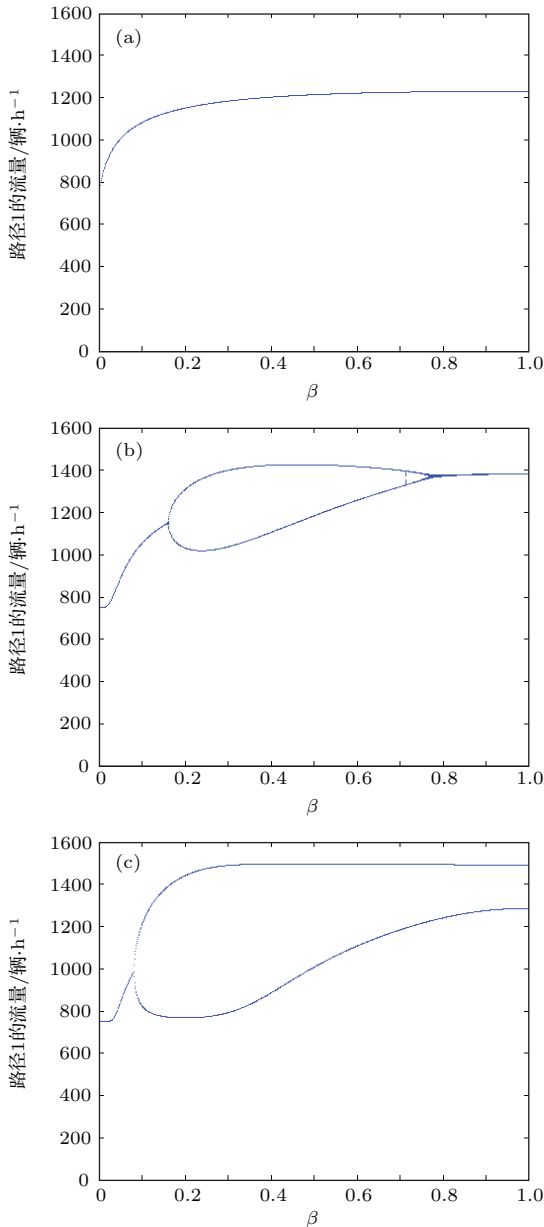


图7 (网刊彩色) θ 不同时路径1流量关于 β 的分岔变化 (a) $\theta = 1$; (b) $\theta = 4$; (c) $\theta = 7$
 Fig. 7. (color online) The bifurcation diagram of the path 1 flow depending on β when θ is different: (a) $\theta = 1$; (b) $\theta = 4$; (c) $\theta = 7$

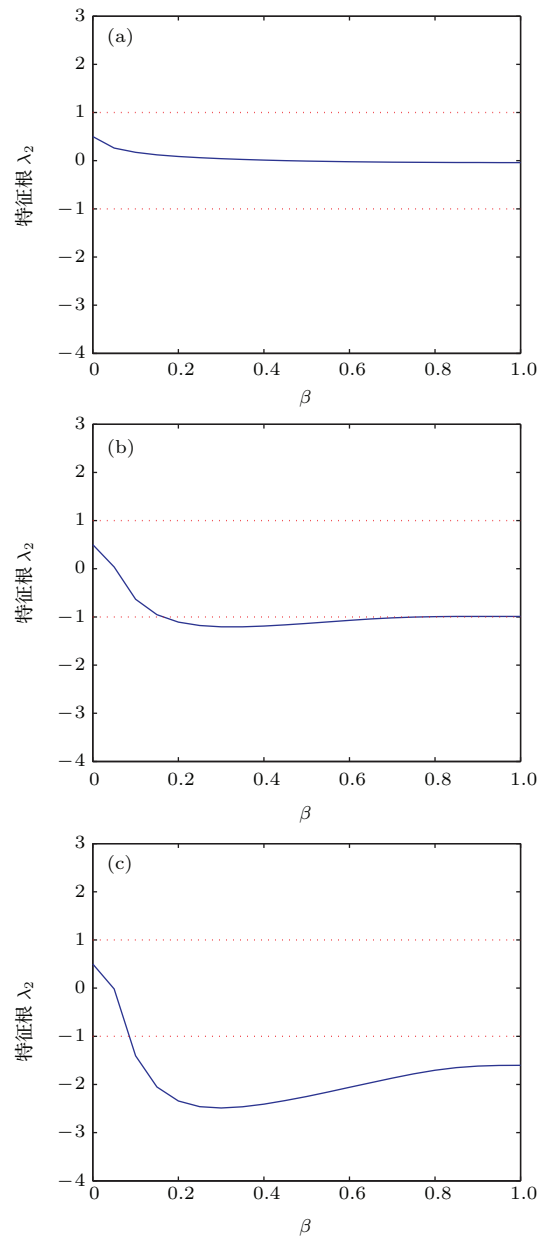


图8 (网刊彩色) θ 不同时特征根 λ_2 关于 β 的变化 (a) $\theta = 1$; (b) $\theta = 4$; (c) $\theta = 7$
 Fig. 8. (color online) The chart of characteristic root λ_2 depending on β when θ is different: (a) $\theta = 1$; (b) $\theta = 4$; (c) $\theta = 7$.

上述结果表明, 在群体对费用敏感程度较低时, 无论群体的理性程度如何, 演化结果都将趋于平衡且渐进稳定; 当群体对费用的敏感程度增大时, 理性程度在 $\beta = \beta_0$ 附近的群体将首先出现分岔现象, 分岔区域逐渐向两侧扩大, 最终只有理性程度较低的群体才可达到平衡稳定.

情况 4 固定 φ (令 $\varphi = 0.5$), 讨论 θ 不同时, 理性程度 β 对产生混沌的影响.

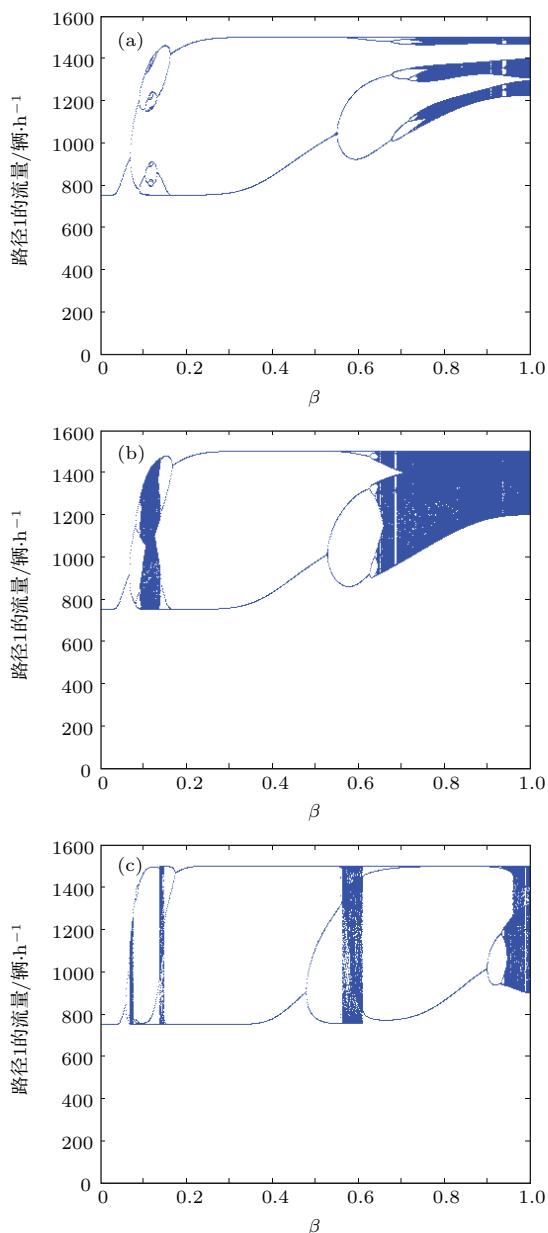


图9 (网刊彩色) θ 不同时路径1流量关于 β 的混沌变化 (a) $\theta = 9.4$; (b) $\theta = 10.5$; (c) $\theta = 19$

Fig. 9. (color online) The chaos diagram of the path 1 flow depending on β when θ is different: (a) $\theta = 9.4$; (b) $\theta = 10.5$; (c) $\theta = 19$.

图9表示不同理性程度 β 下路径1演化的最终流量, 图10为对应的 Lyapunov 指数取值.

当情况3中的 θ 继续增大时 ($\theta = 9.4$), 理性程度很高的群体将出现混沌现象; 当 θ 继续增大 (图9(b)), 理性程度较低的群体 ($\beta = 0.1$ 左右) 也出现混沌现象; 当 θ 继续增大 (图9(c)), 出现混沌现象的区域数量增多, 而区域范围降低.

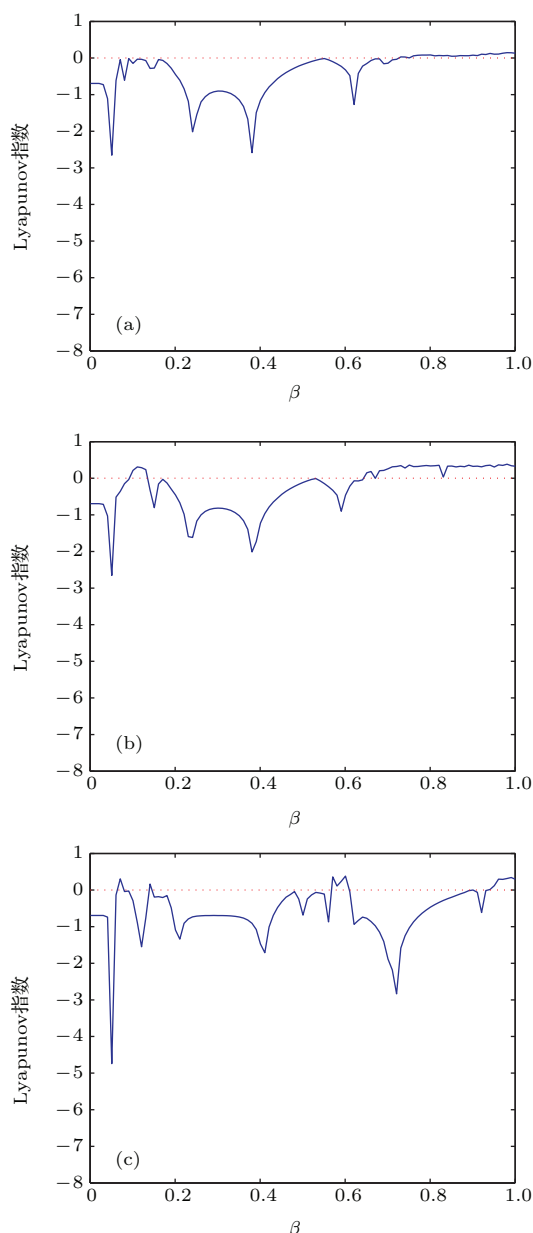


图10 (网刊彩色) θ 不同时 Lyapunov 指数关于 β 的变化 (a) $\theta = 9.4$; (b) $\theta = 10.5$; (c) $\theta = 19$

Fig. 10. (color online) The Lyapunov exponent depending on β when θ is different: (a) $\theta = 9.4$; (b) $\theta = 10.5$; (c) $\theta = 19$.

以上结果表明,随着群体对费用的敏感程度逐渐增大,在理性程度很高的区域首先出现混沌现象,随后在理性程度较低区域也出现混沌现象.当群体对费用敏感程度很大时,混沌的区域呈现数量多、范围小的特点.

4.3 演化规律

通过以上分析可以看出,使路网流量产生分岔或混沌的影响因素主要有三点: θ (对费用的敏感程度), φ (对实际费用的依赖程度), β (理性程度). θ 越小、 φ 越大,逐日路径选择的演化结果会越容易趋向平衡且渐进稳定;而 β 的取值和演化的最终结果的影响受 θ 和 φ 取值的制约,大体上可分为3种情况:

- 1) 对于任意的 β , 演化结果均趋于稳定;
- 2) 当 β 很大或很小时, 演化结果趋于稳定, 其他情况出现分岔(周期震荡)现象;
- 3) 当 β 很小时, 演化结果趋于稳定, 其他情况出现分岔或混沌现象.

5 结 论

本文在假设出行群体有限理性的基本前提下,以2条路径的简单路网为例,拓展了逐日动态交通流演化模型,在数值实验中通过改变出行者特性有关参数 θ , φ 和 β 的取值,分析系统演化规律.研究发现:

- 1) 动态系统的平衡点渐进稳定需要满足一定条件,若使任意 φ (实际费用依赖程度)的系统稳定,则临界点 θ' 随 β (理性程度)的降低而增大;
- 2) 当对费用的敏感程度增大或对实际费用的依赖程度增大时,系统将出现分岔或混沌现象;
- 3) 当对费用的敏感程度较小、对实际费用的依赖程度较小时,理性程度很高或很低的群体的演化更容易达到稳定的结果;
- 4) 理性程度很小的群体,无论 θ 和 φ 为何值,演化结果均渐进稳定.

应当指出的是,本文定义的“理性程度”特指出行者判断路径效用差的能力.诚然,造成出行者决策有限理性的原因还有很多.因此,即便“理性程度”很高的出行者,在进行路径选择决策时依然是有限理性的.

此外,本文的研究主要使用的是2条路径的简单路网,实际路网应更为复杂,但仍可以根据BRBL模型建立高维的非线性系统,研究分岔和混沌的产生,其现象可能会复杂得多,这将在以后的研究工作中展开.

参考文献

- [1] Liu S X, Guan H Z, Yan H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 090506 (in Chinese) [刘诗序, 关宏志, 严海 2012 物理学报 **61** 090506]
- [2] Cascetta E, Cantarella G E 1991 *Transp. Res. B* **18** 13
- [3] Cantarella G E, Cascetta E 1995 *Transp. Sci.* **29** 305
- [4] Nakayama S, Kitamura R, Fujii S 1999 *Trans. Res. Rec.* **1676** 30
- [5] Nakayama S, Kitamura R 2000 *Transp. Res. Rec.* **1725** 63
- [6] Nakayama S, Kitamura R, Fujii S 2001 *Transp. Res. Rec.* **1752** 62
- [7] Klügl F, Bazzan A L C 2002 *Proc. of the First Int. Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-agent Systems* Bologna, Italy, July 15–19, 2002 p217
- [8] Klügl F, Bazzan A L C 2004 *J. Artif. Soc. Soc. Simulat.* **7** 1
- [9] Klügl F, Bazzan A L C 2004 *J. Intellig. Transp. Syst.* **8** 223
- [10] Liu T L, Huang H J 2005 *Intellig. Transp. Syst.* **4** 17 (in Chinese) [刘天亮, 黄海军 2005 通讯 **4** 17]
- [11] Liu T L, Huang H J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6321 (in Chinese) [刘天亮, 黄海军 2007 物理学报 **56** 6321]
- [12] Kim H, Oh J S, Jayakrishnan R 2009 *KSCE J. Civil Engineer.* **13** 117
- [13] Smith M J 1984 *Transp. Sci.* **18** 245
- [14] Friesz T L, Bemstein D, Mehta N J, Tobin R L, Ganjalizadeh S 1994 *Oper. Res.* **42** 1120
- [15] Zhang D, Nagumey A 1996 *Transp. Res. B* **30** 245
- [16] Nagumey A, Zhang D 1997 *Transp. Sci.* **31** 147
- [17] Watling D 1999 *Transp. Res. B* **33** 281
- [18] Cho H J, Hwang M C 2005 *Math. Comput. Model.* **41** 501
- [19] Mounce R 2006 *Transp. Res. B* **40** 779
- [20] Guo R Y, Huang H J 2008 *J. Managem. Sci. China* **11** 12 (in Chinese) [郭仁拥, 黄海军 2008 管理科学学报 **11** 12]
- [21] Horowitz J L 1984 *Transp. Res. B* **18** 13
- [22] Cascetta E, Cantarella G E 1991 *Transp. Res. A* **25** 277
- [23] Cantarella G E, Cascetta E 1995 *Transp. Sci.* **29** 305
- [24] Watling D, Hazelton M L 2003 *Netw. Spat. Econ.* **3** 349
- [25] Bie J, Lo H K 2010 *Transp. Res. B* **44** 90
- [26] Nakayama S 2004 *The 83rd Annual Meeting of the Transportation Research Board* Washington, D C., January 11–15, 2004
- [27] Simon H A 1995 *Quart. J. Economics* **69** 343
- [28] Huang Z W, Zhou J Z, He H, Zhang X Y, Wang C Q 2011 *J. Mech. Engineer.* **47** 59 (in Chinese) [黄志伟, 周建中, 贺徽, 张孝远, 王常青 2011 机械工程学报 **47** 59]
- [29] Wang X Y, Wang M J 2008 *Physica A* **387** 3751

- [30] Zhang L S, Cai L, Feng C W 2010 *Acta Electron. Sin.* **38** 1 (in Chinese) [张立森, 蔡理, 冯朝文 2010 电子学报 **38** 1]
- [31] Tang Y, Fang B, Zhang Y W, Li Q F 2011 *J. Vib. Shock* **30** 269 (in Chinese) [唐冶, 方勃, 张业伟, 李庆芬 2011 振动与冲击 **30** 269]
- [32] Ma C, Wang X Y 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **17** 721
- [33] Zhang W, Song C Z 2007 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **17** 1637
- [34] Hu J, Chung K W, Chan C L 2007 *Appl. Dyn. Syst.* **6** 29
- [35] Jiang J, Ulbrich H 2005 *ASME J. Vib. Acoust.* **127** 594
- [36] Chen L Q 2005 *ASME, Appl. Mech. Reviews* **58** 91
- [37] Mahmassani H S, Chang G L 1986 *Transp. Res. Part B* **20** 297
- [38] Mahmassani H S, Chang G L 1987 *Transp. Sci.* **21** 89
- [39] Mahmassani H S, Jou R C 2000 *Transp. Res. Part A* **34** 243
- [40] Lou Y, Yin Y, Lawphongpanich S 2010 *Transp. Res. Part B* **44** 15
- [41] Avineri E, Prashker J N 2003 *Transp. Res. Record* **1854** 90
- [42] Avineri E 2004 *J. Intellig. Transp. Syst.* **8** 195
- [43] Avineri E, Prashker J N 2005 *Transp. Res. Part C* 13157
- [44] Liu Z H 2006 *Fundamentals and Applications of Chaotic Dynamic* (Beijing: Higher Education Press) pp9–14, 60 (in Chinese) [刘宗华 2006 混沌动力学基础及其应用 (北京: 高等教育出版社) 第9—14, 60页]
- [45] Di X, Liu H X, Pang J S, Ban X G 2013 *Transp. Res. Part B* **57** 300

Day-to-Day dynamical evolution of network traffic flow under bounded rational view^{*}

Li Tao[†] Guan Hong-Zhi Liang Ke-Ke

(Beijing Key Laboratory of Transportation Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

(Received 11 March 2016; revised manuscript received 31 May 2016)

Abstract

The formation mechanism of network traffic flow and its evolution law are closely related to daily activities of travelers. The current studies indicate that the law of network traffic flow evolution is day-to-day; therefore, using days as the scale unit is an important way to illustrate the evolution of network traffic flow. In previous studies, travelers in the network were tacitly assumed to be entirely rational. When the rationality of travelers is limited, the dynamics of the evolution law needs to be re-examined. This paper presents the utility maximization hypothesis in a logit model by using the “bounded rationality” hypothesis and develops a bounded rational binary logit (BRBL) model. We apply the BRBL model to a day-to-day network traffic flow distribution and discuss the evolution law of day-to-day network traffic flow under the assumption of the limited rationality of travelers. Through a numerical experiment, this paper analyzes the evolution characteristics of network traffic flow. The results are as follows. Firstly, the final state of the network traffic flow process is not only correlated to the cost-sensitivity of travelers and dependence on actual cost, but also strongly related to the degree of the nationality of travelers. Secondly, the system will be either bifurcated or chaotic when either cost-sensitivity increases or dependence on actual cost increases. Moreover, within the group of travelers whose rationality level is low, no matter what the cost-sensitivity of travelers and the dependence on actual cost are, the evolution results are asymptotically stable. Finally, in particular, in certain circumstances, it is easy to achieve stability when the rationality degree of travelers is very high or very low, while it is not easy to achieve stability when the rationality degree of travelers is medium.

Keywords: bounded rationality, network traffic flow, dynamical evolution, chaos

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg, 05.45.Pq, 01.75.+m

DOI: [10.7498/aps.65.150502](https://doi.org/10.7498/aps.65.150502)

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB725403), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51338008), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51378036) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51308018).

† Corresponding author. E-mail: jiaowo87@emails.bjut.edu.cn