

LCR 分流电路下压电声子晶体智能材料的带隙

唐一璠 林书玉

Band gaps of the phononic piezoelectric smart materials with LCR shunting circuits

Tang Yi-Fan Lin Shu-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 164202 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.164202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

近零折射率材料的古斯汉欣位移的特性研究

Goos-Hänchen shift based on near-zero refractive-index materials

物理学报.2016, 65(15): 154208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.154208>

二维函数光子晶体

Two-dimensional function photonic crystal

物理学报.2016, 65(13): 134207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.134207>

偶极子位置及偏振对激发光子晶体 H1 微腔的影响

Effects of location and polarization of a dipole source on the excitation of a photonic crystal H1 cavity

物理学报.2016, 65(13): 134206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.134206>

一种基于共享孔径 Fabry-Perot 谐振腔结构的宽带高增益磁电偶极子微带天线

Design of a broadband and high-gain shared-aperture fabry-perot resonator magneto-electric microstrip antenna

物理学报.2016, 65(13): 134205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.134205>

光子晶体理论研究的新方法 -----混合变分法

A powerful method to analyze of photonic crystals: mixed variational method

物理学报.2016, 65(12): 124206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.124206>

LCR分流电路下压电声子晶体智能材料的带隙*

唐一璠 林书玉†

(陕西师范大学, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710119)

(2016年2月29日收到; 2016年6月2日收到修改稿)

将带有LCR分流电路的压电陶瓷片对贴在铝和环氧树脂组成的声子晶体结构中. 使智能材料的机械振动与压电陶瓷的压电效应耦合起来, 推导出机械振动在压电陶瓷片上的等效附加应力; 使LCR分流电路中的电磁振荡效应和声子晶体的能带特性有机结合, 计算了在分流电路作用下智能材料扭转和弯曲振动的带隙特性, 研究了电阻、电感、电容元件的改变对压电声子晶体智能材料带隙的影响. 研究表明: 在合理尺寸下, 随着分流电路中电阻值的增大, 带隙的频率范围变宽, 但衰减幅值有所降低; 电感和电容值的增大都可以使带隙向低频移动, 带隙的衰减幅值随着电感值的增大而升高, 但随着电容值的增大而降低. 从而给压电声子晶体智能材料减震降噪的控制提供了一种新思路.

关键词: LCR分流电路, 声子晶体, 电磁振荡, 能带特性

PACS: 42.70.Qs, 43.20.+g, 43.35.+d, 46.40.-f

DOI: 10.7498/aps.65.164202

1 引言

声子晶体是内部组元的弹性常数、密度以及声速等周期性变化的一种具有弹性波带隙的功能材料. 当弹性波穿过声子晶体时, 由于受到周期性排列材料的相互作用, 会形成一种分离的特殊色散曲线, 色散曲线之间的频率范围称为带隙, 而色散关系曲线上的频率范围则称为通带^[1-4]. 带隙的形成是由周期性结构和单体散射的Mie散射共同作用的结果: 原胞之间的相互作用或者结构的周期性主导着Bragg带隙; 单体散射的共振特性主导着局域共振带隙. 因此使声子晶体在声滤波器、减振降噪、新型换能器等方面有着非常广泛的应用前景^[5-8].

由于被动结构减震降噪效果有限, 将带有分流电路的压电智能材料与声子晶体杆相结合, 通过对电学元件进行调节, 可以使声子晶体的带隙发生改变^[9-13]. 压电分流技术和声子晶体都可以应用于振动结构的减震降噪中, 声子晶体理论是周期性结

构中材料的阻抗失配引起的弹性波散射, 从而抑制波的传播; 压电分流阻尼技术是通过电学元件将机械振动利用压电效应转化的电能进行耗散, 压电分流电路首先是由Forward^[14]提出, 并在实验中利用压电分流电路对机械振动进行了抑制, 杨立峰等^[15]将压电片嵌入声子晶体结构中, 基于矩阵传递法研究了Fibonacci类准周期声子晶体的带隙特性. Tang和Wang^[16,17]用压电贴片网络研究周期结构的混合振动, 采取主动补偿对混合振动进行控制. Airolidi和Ruzzene^[18]将带有多只分流电路的压电片引入声子晶体结构, 使带隙的个数增加, 从而增加了带隙的频率范围.

为了进一步探究在不同振动模式和电学元件下对带隙的衰减幅值和频率范围进行振动控制. 利用矩阵传递法研究了压电声子晶体智能材料扭转和弯曲振动的能带结构, 分析了分流电路中电阻、电感、电容元件的改变对带隙的影响, 以达到对基体中弹性波传播的调控; 采用积分法计算得出分流电路的作用是将机械振动等效为在压电片各个位

* 国家自然科学基金(批准号: 11374200, 11474192)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sylin@snnu.edu.cn

置都保持大小不变的附加应力, 而不是给压电片附加一个变化的弹性模量; 研究了在电阻、电容、电感值变化下附加应力随频率的变化规律, 通过对曲线奇异点的改变来改变压电效应的强弱, 或者说机电耦合系数的大小, 从而可以对局域共振带隙进行调控.

2 压电声子晶体智能材料的物理模型与压电方程

图 1 为环氧树脂、金属铝和压电陶瓷片组成的压电声子晶体智能材料, 在金属铝的上下表面周期性地对贴具有分流电路的压电陶瓷片, 使之成为周

期性的压电声子晶体智能材料, 其中 a 为金属铝和压电陶瓷片的长度, b 为环氧树脂的长度, w 为环氧树脂、金属铝和压电陶瓷片的宽度, h 为金属铝和环氧树脂的高度, Z 为分流电路的复阻抗.

压电方程可以表示为:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 T_1 , S_1 , D_3 , E_3 分别为压电陶瓷的应力、应变、电位移和电场强度, s_{11}^E , ε_{33}^T 和 d_{31} 分别为弹性柔顺系数、介电常数和压电常数.

图 2 为压电分流电路, 压电片 z 轴方向极化, h_p 为压电陶瓷片的厚度, 假设压电片除厚度端面外其余表面均自由, 且仅受到 z 轴方向的电场作用.

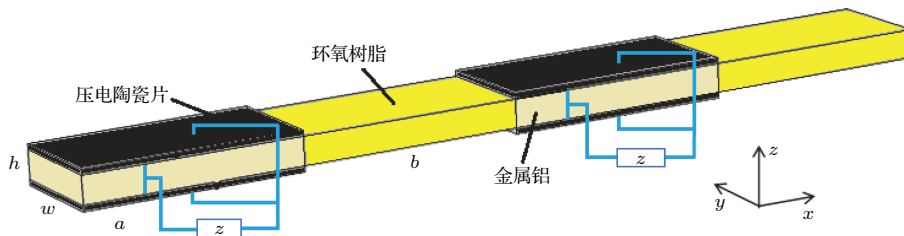


图 1 压电声子晶体智能材料的物理模型

Fig. 1. The physical model of phononic piezoelectric smart material.

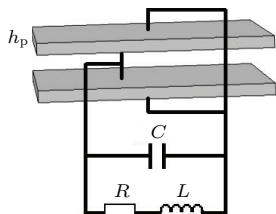


图 2 压电声子晶体智能材料的分流电路

Fig. 2. The shunting circuit of the phononic piezoelectric smart material.

分流电路的复阻抗可表示为

$$Z = \frac{R + i\omega L}{1 + i\omega RC - \omega^2 LC}. \quad (2)$$

3 压电声子晶体智能材料的扭转振动

3.1 扭转振动的波动方程与传递矩阵法

压电声子晶体智能材料绕 x 轴扭转振动的波动方程为^[19]

$$\rho J_P \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu J_t \frac{\partial \theta}{\partial x} \right], \quad (3)$$

其中 ρ , μ , θ 分别为密度、剪切模量和扭转位移, $J_P = w \times h(w^2 + h^2)/12$ 为极惯量矩, $J_t = 3/(w \times h^3)$ 为扭转常数.

由方程 (3) 可以得出波动方程的解为

$$\theta_{ni} = A_{ni} \cos(\lambda_i x_{n,i}) + B_{ni} \sin(\lambda_i x_{n,i}). \quad (4)$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2)$ 为波数.

当 $i = 1$ 时, a 段的波数可以表示为

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\rho_1 J_{P1} A_b + 2\rho_P J_{P2} A_P}{\mu_1 J_{t1} A_b + 2\mu_P J_{t2} A_P}} \omega, \quad (5)$$

其中 ρ_1 , μ_1 , A_b , J_{t1} , J_{P1} 分别为铝的密度、剪切模量、横截面积、扭转常数和极惯量矩, ρ_P , μ_P , A_P , J_{t2} , J_{P2} 分别为压电陶瓷的密度、剪切模量、横截面积、扭转常数和极惯量矩.

当 $i = 2$ 时, b 段的波数可以表示为

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\rho_2 J_{P3}}{\mu_2 J_{t3}}} \omega, \quad (6)$$

其中 ρ_2 , μ_2 , J_{t3} , J_{P3} 分别为环氧树脂的密度、剪切模量、扭转常数和极惯量矩.

假设压电片内的应变和电极片上的电位移相等^[20], 将电荷和电势的表达式代入(1)式可得

$$E_3 = \frac{\omega Z d_{31} A_s S_1}{j s_{11}^E h_p - \omega Z C_P^S s_{11}^E h_p}, \quad (7)$$

其中 $C_P^S = (\varepsilon_{33}^T A_s - A_s d_{31}^2 / s_{11}^E) / h_p$ 为压电片的恒应变电容, A_s 为电极面积.

将(7)式代入(1)式, 则连接分流电路压电片的等效弹性模量可表示为

$$E_p = \frac{s_{11}^E h_p + j \omega Z C_P^S s_{11}^E h_p + j \omega Z d_{31}^2 A_s}{(s_{11}^E)^2 h_p + j \omega Z C_P^S h_p (s_{11}^E)^2}. \quad (8)$$

则压电片的剪切模量为

$$\mu_p = \frac{E_p}{2(1 + \nu)}, \quad (9)$$

其中 ν 为压电材料的泊松比.

在 a 段的左边界处, 由扭转位移和扭矩连续的条件可得:

$$\theta_{n,1}(a) = \theta_{n,2}(0), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (\mu_1 J_{t1} A_b + 2\mu_p J_{t2} A_P) \theta'_{n,1}(a) \\ & = \mu_2 J_{t3} A_b \theta'_{n,2}(0). \end{aligned} \quad (11)$$

将(10)式和(11)式写为矩阵形式:

$$\mathbf{H}_1 \boldsymbol{\Psi}_n = \mathbf{K}_1 \boldsymbol{\gamma}_n, \quad (12)$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}_n = [A_{n1} B_{n1}]$.

在 a 段的右边界处, 由扭转位移和扭矩连续的条件可得

$$\theta_{n+1,1}(0) = \theta_{n,2}(b), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & (\mu_1 J_{t1} A_b + 2\mu_p J_{t2} A_P) \theta'_{n+1,1}(0) \\ & = \mu_2 J_{t3} A_b \theta'_{n,2}(b). \end{aligned} \quad (14)$$

将(13)式和(14)式写为矩阵形式:

$$\mathbf{H}_2 \boldsymbol{\Psi}_{n+1} = \mathbf{K}_2 \boldsymbol{\gamma}_n. \quad (15)$$

将(15)式代入(12)式可得

$$\boldsymbol{\Psi}_{n+1} = \mathbf{D} \boldsymbol{\Psi}_n, \quad (16)$$

其中 $\mathbf{D}$ 为传递矩阵.

根据 Floquet 定理可以得到特征值方程为

$$\det(\mathbf{D} - e^k \mathbf{I}_E) = 0. \quad (17)$$

其中 $\mathbf{I}_E$ 为单位矩阵, 且 $k = \alpha + j\beta$ 为传播常数, 当 α 为 0 时, 说明弹性波可以在这个频率范围内无衰减地传播, 当 α 不为 0 时, 弹性波在这个频率范围内传播的过程中有衰减, 从而形成带隙.

3.2 分流电路对扭转振动的带隙影响

基体材料铝和环氧树脂的长度、宽度及厚度分别取 40, 20 和 4.4 mm, 压电陶瓷片长度、宽度和厚度分别为 40, 20 及 0.34 mm. 压电声子晶体智能材料的参数如表 1 所列.

如图 3 所示, 我们首先研究了压电声子晶体智能材料在扭转振动下电路不闭合时的带隙, 即分流电路开路的情况. 由于压电陶瓷片与基体杆间的 Bragg 散射, 可以看出在 2200—5900 Hz 频率区间内存在一个 Bragg 带隙, 且在整个频率范围内没有电磁振荡带隙的存在.

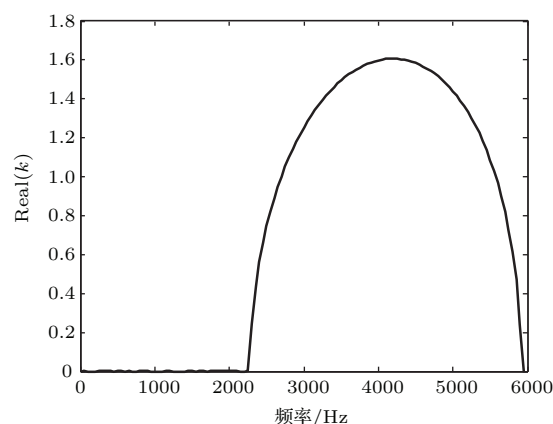


图 3 扭转振动分流电路开路时的带隙

Fig. 3. The band gap of the torsional vibration in the open circuit.

表 1 压电声子晶体智能材料的结构参数

Table 1. The structure parameters of phononic piezoelectric smart material.

材料	密度 $\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	杨氏模量 E/Pa	剪切模量 μ/Pa	柔顺系数 $s_{11}^E/\text{m}^3\cdot\text{N}^{-1}$	压电系数 $d_{31}/\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$	介电常数 $\varepsilon_{33}^T/\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$
铝	2730	7.76×10^{-10}	2.87×10^{-10}			
环氧树脂	1180	4.35×10^{-9}	1.59×10^{-9}			
PZT-4	7500			16.5×10^{-12}	-2.74×10^{-10}	3.01×10^{-8}

当分流电路的电感 $L = 0.05$ H, 电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F 时, 不同电阻值下压电声子晶体杆所对应的带隙如图 4 所示. 当 $R = 5 \Omega$ 时对应的局域共振带隙频率约为 1800—2100 Hz, 说明这些频率区间的波在周期结构中并没有对应的振动模式. 从图中可以看出随着电阻值增大, 带隙的衰减幅值减小, 之所以会出现这种情况, 是因为当电阻增大时会使分流电路中的电流变小, 当电流变小时分流电路中的电磁振荡就会减弱, 所以带隙的衰减幅值就会降低, 但带隙的频率范围增大. 在 R 值变化的过程中, Bragg 带隙的频率范围基本上没有发生变化.

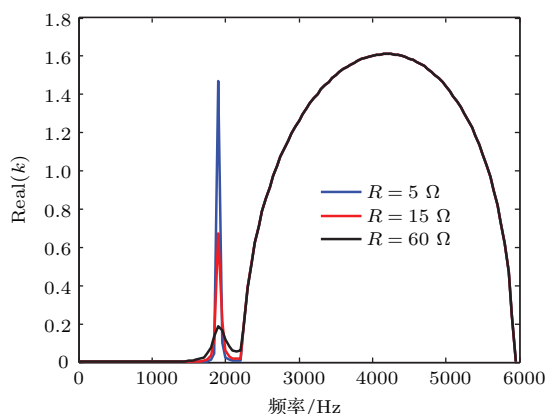


图 4 (网刊彩色) 不同电阻下传播常数实部与频率的关系
Fig. 4. (color online) The relationship between the real part of the propagation constant and the frequency with different resistance values.

分流电路中由于电感和电容的存在会产生电磁振荡, 由于电磁振荡在压电声子晶体智能材料中会产生带隙. 图 5(a) 为不同电感值下所对应智能材料的带隙, 其中电阻 $R = 5 \Omega$, 电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F. 当 $L = 0.06$ H 时对应的带隙频率为 1600—1800 Hz, 且衰减幅值约为 0.5. 分流电路中的电磁振荡的固有频率 $f = 1/[2\pi\sqrt{L(C+C_P)}]$, 从公式可以看出随着电感值的增大带隙向低频移动. 当电路中的电感值减少时, 由于分流电路是并联在压电片上, 会使智能材料中的总电容值升高, 从而使压电片的机电耦合系数降低, 则电路中电阻的耗能就会减少.

图 5(b) 为电阻 $R = 5 \Omega$, 电感 $L = 0.05$ H, 不同电容值下所对应智能材料的带隙. 当 $C = 9 \times 10^{-8}$ F 时对应的局域共振带隙频率大约为 1400—1600 Hz, 说明波在这个频率范围内衰减很大, 不容易传播. 从图中可以看出随着电容值的增

大带隙的衰减幅值变化较大, 同时带隙也向低频移动, 因为分流电路中电磁共振的固有频率会随着电容值的增大而减少. 当电路中的电容值减少时, 会使智能材料中的总电容值降低, 从而使压电片的机电耦合系数升高, 则衰减幅值就会上升. 且 Bragg 带隙的频率范围基本上没有发生变化.

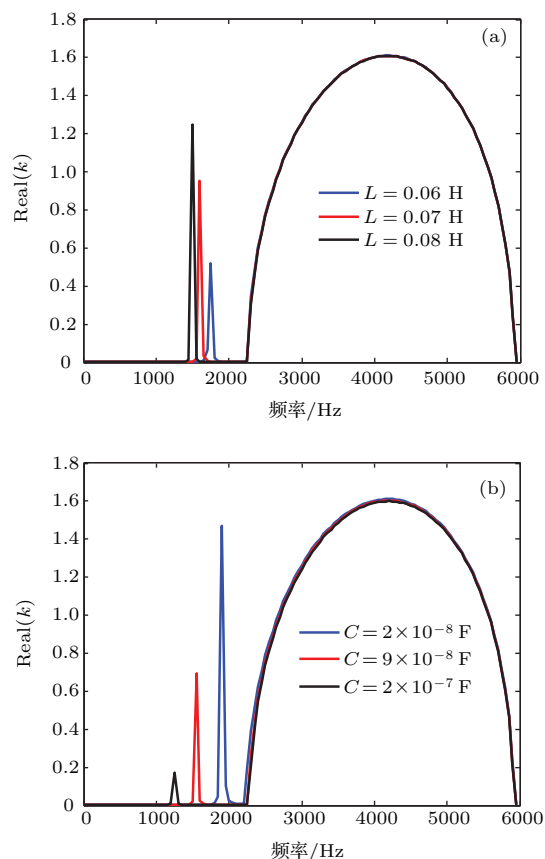


图 5 (网刊彩色) 传播常数实部与频率的关系 (a) 不同电感值; (b) 不同电容值

Fig. 5. (color online) The relationship between the real part of the propagation constant and the frequency: (a) Different inductance values; (b) different capacitance values.

4 压电声子晶体智能材料的弯曲振动

4.1 弯曲振动的波动方程与传递矩阵法

由欧拉-伯努利梁模型可得梁的长度远远大于梁的宽度和厚度, 梁的轴线没有 y 方向上的位移, 同时绕轴的转动惯量和剪切形变在弯曲振动中可以忽略不计, 其振动方程为^[21]

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right] + \rho A \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0, \quad (18)$$

其中 ξ , E , I , A 为梁的横向位移、弹性模量、截面二次矩和横截面积.

由方程 (18) 可以得出波动方程的解为

$$\xi_{n,i} = a_{ni} \cos(k_i x_{n,i}) + b_{ni} \sin(k_i x_{n,i}) + c_{ni} \cosh(k_i x_{n,i}) + d_{ni} \sinh(k_i x_{n,i}), \quad (19)$$

其中 k_i ($i = 1, 2$) 为波数.

当 $i = 1$ 时 a 段的波数为

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{\rho_1 A_b + 2\rho_P A_P}{E_a I_a + 2E_P I_P}} \omega^2, \quad (20)$$

其中 E_a , I_a 分别为铝的弹性模量和截面二次矩, E_P , I_P 分别为压电陶瓷片的弹性模量和截面二次矩.

当 $i = 2$ 时 b 段的波数为

$$k_2 = \sqrt[4]{\frac{\rho_2 A_b}{E_b I_b}} \omega^2, \quad (21)$$

其中 E_b , I_b 分别为环氧树脂的弹性模量和截面二次矩.

采用积分法计算压电片上的电荷, 则压电片上的电荷可表示为

$$Q = \iint_{A_s} D_3 ds. \quad (22)$$

将 (1) 式化简后代入 (22) 式可得

$$Q = \int_0^w \int_0^a \frac{d_{31} S_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 s_{11}^E - E_3 d_{31}^2}{s_{11}^E} dx dy. \quad (23)$$

对于智能功能材料中的弯曲波, 压电片的应变可以表示为

$$S_1 = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \cdot \frac{h + h_P}{2}. \quad (24)$$

将 (24) 式代入 (23) 式可得

$$Q = \varepsilon_{33}^s E_3 A_s + \frac{d_{31} w}{2} (h + h_P) \times \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=a} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=0} \right]. \quad (25)$$

根据电荷与电场强度关系的表达式代入 (25) 式可得

$$E_3 = \frac{\omega Z d_{31} w (h + h_P)}{2j s_{11}^E h_P (1 + j\omega Z C_P^s)} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=a} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=0} \right]. \quad (26)$$

将 (26) 式代入 (1) 式可得

$$T_1 = \frac{S_1}{s_{11}^E} + F, \quad (27)$$

其中

$$F = \frac{\omega Z d_{31}^2 w (h + h_P)}{(2j(s_{11}^E)^2 h_P (1 + j\omega Z C_P^s))} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=a} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=0} \right].$$

周期单元 n 中, 在 a 和 b 的连接处, 由位移、转角、弯矩和剪力连续的条件可得:

$$\xi_{n,1}(a) = \xi_{n,2}(0), \quad (28)$$

$$\xi'_{n,1}(a) = \xi'_{n,2}(0), \quad (29)$$

$$(E_a I_a + 2E_P I_P) \xi''_{n,1}(a) + F A_s (h + h_P) = E_b I_b \xi''_{n,2}(0), \quad (30)$$

$$(E_a I_a + 2E_P I_P) \xi'''_{n,1}(a) = E_b I_b \xi'''_{n,2}(0). \quad (31)$$

其矩阵形式为

$$\mathbf{H}_a \boldsymbol{\varphi}_n = \mathbf{K}_a \boldsymbol{\delta}_n, \quad (32)$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}_n = [a_{n1} b_{n1} c_{n1} d_{n1}]$.

周期单元 n 和 $n+1$ 的连接处, 由位移、转角、弯矩和剪力连续的条件可得:

$$\xi_{n+1,1}(0) = \xi_{n,2}(b), \quad (33)$$

$$\xi'_{n+1,1}(0) = \xi'_{n,2}(b), \quad (34)$$

$$(E_a I_a + 2E_P I_P) \xi''_{n+1,1}(0) + F A_s (h + h_P) = E_b I_b \xi''_{n,2}(b), \quad (35)$$

$$(E_a I_a + 2E_P I_P) \xi'''_{n+1,1}(0) = E_b I_b \xi'''_{n,2}(b). \quad (36)$$

其矩阵形式为

$$\mathbf{H}_b \boldsymbol{\varphi}_{n+1} = \mathbf{K}_b \boldsymbol{\delta}_n. \quad (37)$$

将 (37) 式代入 (32) 式可得

$$\boldsymbol{\varphi}_{n+1} = \mathbf{T} \boldsymbol{\varphi}_n, \quad (38)$$

其中 $\mathbf{T}$ 为传递矩阵.

由于在 x 轴方向具有周期性, 根据 Floquet 定理可得

$$\boldsymbol{\varphi}_{n+1} = e^{\lambda} \boldsymbol{\varphi}_n, \quad (39)$$

将 (38) 式和 (39) 式联立可得

$$(\mathbf{T} - e^{\lambda}) \boldsymbol{\varphi}_n = 0, \quad (40)$$

其中 λ 为传播常数.

4.2 分流电路对弯曲振动的带隙影响

压电陶瓷片、铝和环氧树脂的长度为 40 mm、宽度为 20 mm, 铝和环氧树脂的厚度为 5 mm, 压电陶瓷片的厚度为 0.5 mm. 压电声子晶体智能材料的参数已在表 1 中说明. 我们首先研究了智能材料在弯曲振动下分流电路开路时的带隙, 如图 6 所示. 可以看出在 650—900 Hz 频率区间内有一个明

显的衰减,即压电陶瓷片与基体杆间的Bragg散射而形成的Bragg带隙,由于分流电路中无电磁振荡,则在整个频率范围内没有电磁振荡带隙的存在。

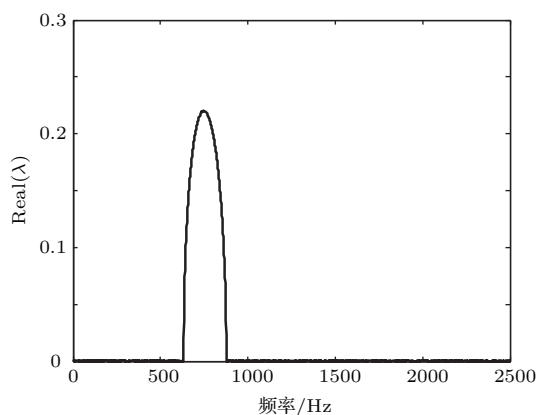


图6 弯曲振动分流电路开路时的带隙

Fig. 6. The band gap of the bending vibration in the open circuit.

图7(a)研究了在不同电阻下应力随着频率的变化,其中电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F,电感 $L = 0.05$ H,这三条曲线在频率为2250 Hz处都有一个奇异点,电阻值越大对应的附加应力与频率的曲线在奇异点处越平坦。当电阻一定时,在此频率处附加应力的值发生突变,说明在此处有局域共振带隙,通过改变电阻值可以调节局域共振带隙的衰减幅值。

图7(b)为电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F,电阻 $R = 5 \Omega$ 时,不同电感值下附加应力随着频率的变化。在奇异点的左侧,附加应力随着频率的增大而减小,在奇异点处,附加应力发生突变,在右侧附加应力随着频率的增大而减小。因为电感值的变大,则分流电路中的电磁振荡频率在降低,可以看出奇异点在向低频移动,且奇异点处的正负附加应力的数值变大。图7(c)为电感 $L = 0.05$ H,电阻 $R = 5 \Omega$ 时,不同电容值下附加应力随着频率的变化。随着电容值的增大,带隙向低频移动,且奇异点处的正负附加应力的数值变小。说明电容和电感值改变可以使电磁振荡带隙的衰减幅值和频率范围发生改变。

图8为在弯曲振动下分流电路中的电阻变化对传播常数实部的影响,其中电感 $L = 0.05$ H,电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F。由于电阻改变时会影响分流电路中的电流,当电流变换时会对分流电路中电磁振荡的强弱产生影响,从而起到控制振动的作用。可以看出随着电阻值增大,局域共振带隙的衰减幅值变大,且频率范围也随之扩大。在650—900 Hz处

有一个布拉格带隙,这是由于材料阻抗不匹配所引起的。

图9(a)表示在不同电感值下传播常数实部与频率的关系,其中电容 $C = 2 \times 10^{-8}$ F、电阻 $R = 5 \Omega$ 。因为电感值与分流电路中的电磁振荡的固有频率成反比,所以随着电感值的变小,局域共振带隙向高频移动。从图7(b)中可以看出随着电感值的增大,奇异点处的正负附加应力的数值变大,说

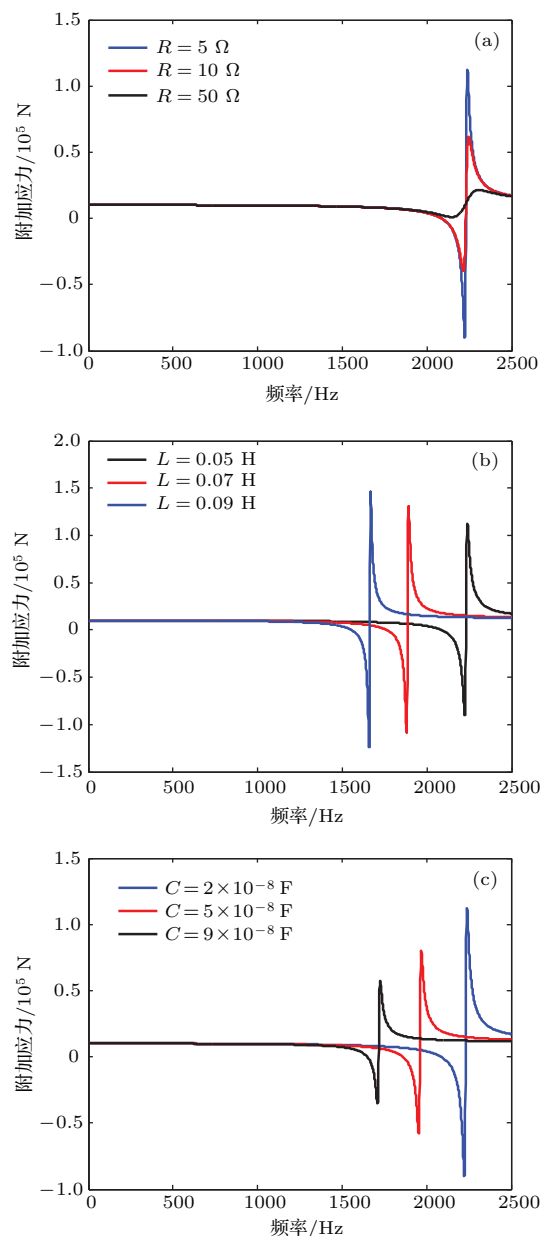


图7 (网刊彩色) 附加应力与频率的关系 (a) 不同电阻值; (b) 不同电感值; (c) 不同电容值

Fig. 7. (color online) The relationships between additional stress and frequency: (a) Different resistance values; (b) different inductance values; (c) different capacitance values.

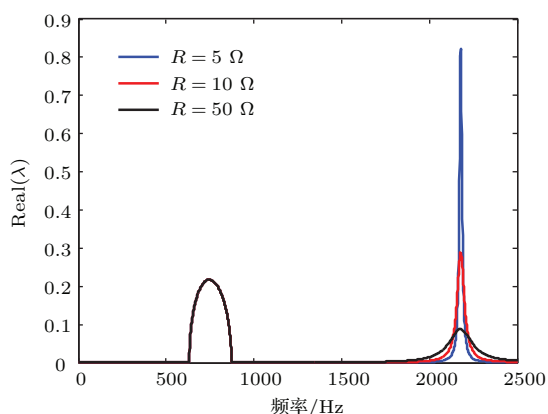


图8 (网刊彩色) 不同电阻下传播常数实部与频率的关系
Fig. 8. (color online) The relationship between the real part of the propagation constant and the frequency with different resistance values.

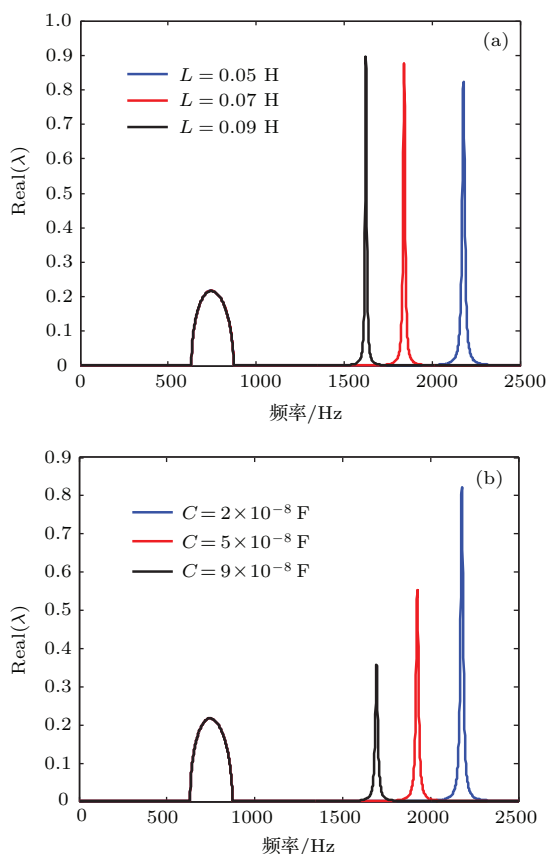


图9 (网刊彩色) 传播常数实部与频率的关系 (a) 不同电感值; (b) 不同电容值

Fig. 9. (color online) The relationships between the real part of the propagation constant and the frequency: (a) Different inductance values; (b) different capacitance values.

明压电效应越明显, 即有更多的机械能转化为电能, 从而被电阻消耗, 则局域共振带隙的衰减幅值也随之增大. 图9(b)为电感 $L = 0.05 \text{ H}$ 、电阻 $R = 5 \Omega$ 时, 变换电容值对频率与传播常数实部曲

线的影响. 可以得出随着电容值的变小, 局域共振带隙向高频移动, 对比图7(c)可以看出随着电容值的增大, 奇异点处的正负附加应力的数值变小, 说明压电效应越微弱, 从而被电阻耗散的能量减少, 则局域共振带隙的衰减幅值也随之降低.

5 结 论

本文研究了压电声子晶体智能材料扭转、弯曲振动的带隙特性, 推导出了机械振动在压电陶瓷片上等效的附加应力, 分析了分流电路中电学元件的改变对带隙的影响, 得出了以下结论.

1) 压电声子晶体智能材料的带隙由布拉格带隙和局域共振带隙组成. 其中布拉格带隙的产生是由于环氧树脂、压电陶瓷片和铝之间的阻抗不匹配所引起的; 局域共振带隙是由于分流电路中电感、电容元件产生的电磁振荡, 且电磁振荡的作用基本上不会对布拉格带隙产生影响.

2) 将智能材料所产生的机械振动耦合到压电陶瓷片的压电方程中, 相当于给压电陶瓷片各个位置增加了一个大小不变的附加应力. 在附加应力与频率的关系中, 通过改变电阻、电容和电感值可以使附加应力曲线中奇异点位置和左右侧的应力大小发生改变, 从而改变压电效应的强弱, 则局域共振带隙的衰减幅值也会随之变化.

3) 通过变换分流电路中的电阻值, 可以使电路中的电流发生变化, 从而带隙的衰减幅值也随之改变. 由分流电路中电磁共振的固有频率 $f = 1/[2\pi\sqrt{L(C+C_P)}]$, 则可以看出分流电路中的电容和电感与电磁共振的固有频率成反比, 改变电容和电感可以使带隙的频率发生变化, 同时也会影响带隙的衰减幅值.

总之, 将压电陶瓷与声子晶体相结合可以组成压电声子晶体智能材料, 通过对分流电路中的电学元件加以改变就可以对带隙的位置和幅值进行调控, 为压电声子晶体智能材料带隙的振动控制提供一种新的技术途径.

参考文献

- [1] Zhang S W, Wu J H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134302 (in Chinese) [张思文, 吴九汇 2013 物理学报 **62** 134302]
- [2] Wang G, Chen S B, Wen J H 2011 *Smart Mater. Struct.* **20** 015026

- [3] Spadoni A, Ruzzene M, Cunefare K 2009 *J. Intel. Mat. Syst. Struct.* **20** 979
- [4] Gripp J A B, L Góes C S, Heuss O, Scinocca F 2015 *Smart Mater. Struct.* **24** 125017
- [5] Behrens S, Moheimani S O R, Fleming A J 2003 *J. Sound Vib.* **266** 929
- [6] Yang M Y, Wu L C, Tseng J Y 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4730
- [7] Wang Y Z, Li F M, Huang W H, Jiang X A, Wang Y S, Kishimoto K 2008 *Int. J. Solids Struct.* **45** 4203
- [8] Park J S, Lim S C, Choi S B, Kim J H, Park Y P 2004 *J. Sound Vib.* **269** 1111
- [9] Degraeve S, Granger C, Dubus B, Vasseur J O, Pham T M, Hladky-Hennion A C 2014 *J. Appl. Phys.* **115** 194508
- [10] Wang Y Z, Li F M, Huang W H, Wang Y S 2008 *J. Mech. Phys. Solids* **56** 1578
- [11] Joo Hwan Oh, I I Kyu Lee, Pyung Sik Ma, Yoon Young Kim 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 083505
- [12] Chen S B, Wen J H, Yu D L, Wang G, Wen X S 2011 *Chin. Phys. B* **20** 014301
- [13] Li J Q, Li F M, Wang Y S, Kishimoto K 2008 *Acta Mech. Solida. Sin.* **21** 507
- [14] Forward R L 1979 *Appl. Opt.* **18** 690
- [15] Yang L F, Wang Y F, Zhou Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 107702 (in Chinese) [杨立峰, 王亚非, 周鹰 2012 物理学报 **61** 107702]
- [16] Tang J, Wang K W 1999 *J. Vib. Acoust.* **121** 379
- [17] Tang J, Wang K W 2003 *J. Vib. Acoust.* **125** 95
- [18] Airolidi L, Ruzzene M 2011 *J. Intel. Mat. Syst. Struct.* **22** 1567
- [19] Yu D L, Liu Y Z, Wang G, Wen J H, Qiu J 2006 *Journal of Vibration and Shock* **25** 104 (in Chinese) [郁殿龙, 刘耀宗, 王刚, 温激鸿, 邱静 2006 振动与冲击 **25** 104]
- [20] Chen S B, Han X Y, Yu D L, Wen J H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0387 (in Chinese) [陈圣兵, 韩小云, 郁殿龙, 温激鸿 2010 物理学报 **59** 0387]
- [21] Chen S B, Wen J H, Wang G, Yu D L, Wen X S 2012 *J. Intel. Mat. Syst. Struct.* **23** 1613

Band gaps of the phononic piezoelectric smart materials with LCR shunting circuits*

Tang Yi-Fan Lin Shu-Yu[†]

(Shaanxi Key Laboratory of Ultrasonics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

(Received 29 February 2016; revised manuscript received 2 June 2016)

Abstract

Environmental forces can produce undesired vibrations in mechanical structures that can limit the precision of mechanical equipment and cause mechanical failure. Piezoelectric-shunt damping is an attractive technique for controlling the vibrating structures, which is reliable, economical and light-weight. Phononic crystal is an internal component whose elastic constant, density and sound velocity change periodically. When the elastic wave passes through a phononic crystal, special dispersion curve is formed due to the interaction of periodic arrangement materials. In order to study the electromagnetic oscillation band gap of the piezoelectric phononic crystal with LCR shunt network at torsional and flexural vibration, we propose a new phononic piezoelectric beam, which is composed of aluminum and epoxy resin. When the piezoelectric patch is strained, the electrical energy is dissipated as current flows through an external LCR shunting circuit. By combining the piezoelectric effect with the mechanical vibration of the smart material, the equivalent additional stress of piezoelectric patches is deduced. Moreover, coupling the energy band theory of phononic crystal with the effect of electromagnetic oscillation, we calculate the band gap characteristics of torsional and flexural vibration of intelligent material. Using the transfer matrix method and Bloch theorem for periodic boundary conditions, the band gap of the phononic beam can be calculated. With the increase of resistance, the amplitude attenuation of the band gap decreases. However, it can expand the frequency range. The inherent frequency of the electromagnetic oscillation is $1/[2\pi\sqrt{L(C+C_P)}]$. The sum of capacitance and inherent capacitance is the total capacitance of the shunting circuit. Therefore, the frequency of the electromagnetic oscillation decreases with the increases of the capacitance and inductance. The amplitude attenuation of the band gap increases with the increase of the inductance and decreases greatly with the rise of the capacitance. Three main differences between the LCR shunt networks and traditional circuits are found. First, the band gaps of the phononic piezoelectric smart material are composed of Bragg band gaps and local resonant band gaps. The former one is due to the mismatch between aluminum and epoxy resin, which makes the elastic waves have no corresponding vibration modes at certain frequencies. The latter one is from the effect of electromagnetic oscillation in LCR shunt networks, which consume the energy by resistor. Second, by tuning the resistance, capacitance and inductance, we can change the singularity position and stress magnitude of equivalent additional force curve. The amplitude attenuations of locally resonant band gaps and electromechanical coupling coefficient will be changed. Third, both locations and widths of the band gaps can be tuned by simply varying the value of negative capacitance of the shunting networks without needing to modify the configuration of the structure. Therefore, it provides a new idea for controlling the vibration and reducing the noise of the phononic piezoelectric smart material.

Keywords: LCR shunting circuit, phononic crystal, electromagnetic oscillation, band characteristics

PACS: 42.70.Qs, 43.20.+g, 43.35.+d, 46.40.-f

DOI: 10.7498/aps.65.164202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11374200, 11474192).

[†] Corresponding author. E-mail: sylin@snnu.edu.cn