

在不同初态下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用及内禀退相干对海森伯系统的量子纠缠的影响

丛美艳 杨晶 黄燕霞

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and decoherence on entanglement dynamics in Heisenberg spin chain system with different initial states

Cong Mei-Yan Yang Jing Huang Yan-Xia

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 170301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.170301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.170301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I17>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

{Cu₃} 单分子磁体在热平衡和磁场作用下的三体纠缠

Tripartite entanglement of {Cu₃} single molecular magnet with magnetic field in thermal equilibrium

物理学报.2016, 65(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120301>

等距离耦合腔系统中的非局域性

Dynamics of nonlocality in an equidistance cavity coupled by fibers

物理学报.2016, 65(10): 100301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.100301>

基于轨道角动量的多自由度 W 态纠缠系统

Entangled W state of multi degree of freedom system based on orbital angular momentum

物理学报.2015, 64(14): 140301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140301>

Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和内禀消相干对基于两量子比特 Heisenberg 自旋系统的量子密集编码的影响

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system

物理学报.2015, 64(8): 080302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080302>

非均匀磁场和杂质磁场对自旋 1 系统量子关联的影响

Effects of inhomogeneous magnetic field and magnetic impurity on the quantum correlation of spin-1 system

物理学报.2015, 64(3): 030301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030301>

在不同初态下 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用及内禀退相干对海森伯系统的量子纠缠的影响*

丛美艳¹⁾²⁾ 杨晶¹⁾²⁾ 黄燕霞^{1)2)†}

1) (湖北师范大学物理与电子科学学院, 黄石 435000)

2) (中国科学院量子信息重点实验室, 合肥 230026)

(2016年4月26日收到; 2016年6月7日收到修改稿)

研究了存在内禀退相干时, 对于不同的系统初态, 具有 DM 相互作用和各向异性的三粒子 XXZ 海森伯模型的对纠缠动力学特性. 得出了一些结论: 系统的对纠缠度与各向异性参数 Δ 无关, 但内禀退相干对系统的纠缠有明显的抑制作用; 在内禀退相干存在时, 若系统初态为纠缠态, 选择合适的 DM 相互作用的参数, 系统的对纠缠有一个非零的稳定值; 系统初态为分离态时, 系统的对纠缠会随时间震荡衰减, 并且每次震荡会出现纠缠突然死亡现象, 系统的对纠缠最终达到解纠缠状态. 因此, 选择合适的系统初态和 DM 相互作用参数可以有效地控制系统的对纠缠.

关键词: 量子纠缠, 内禀退相干, 初态, Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Pp

DOI: 10.7498/aps.65.170301

1 引言

量子纠缠是量子通信和量子计算的基本资源, 因此研究量子纠缠以及在量子信息领域的应用是非常有意义的^[1-4]. 固体系统由于具有潜在的应用价值以及其在量子通信与信息处理过程中的易集成性和可扩展性而备受关注, 尤其是其中的海森伯自旋链^[5-13]. 利用纠缠可以实现量子隐形传态、密集编码、密钥共享、量子密码术等, 我们先前已经研究了一些海森伯自旋链的纠缠特性及量子隐形传态^[14-17]. 但量子信息处理过程不可避免地受到量子退相干的影响, 从而使得量子相干性遭到破坏, 甚至消失. 因此这是非常有趣的研究课题.

早期的研究主要集中于寻找量子退相干子空间和可纠错码方面^[18,19]. 目前很多研究人员已研究了内禀退相干对海森伯自旋链系统量子编码的影响^[20], 人们也研究了海森伯自旋链模型中存

在内禀退相干时对纠缠的特性. 例如 N 个格点的 XY Ising 模型在有限温度情况下的平均纠缠和退相干^[21]; Xu 等^[22] 研究了内禀退相干存在时, 不均匀磁场对具有各向异性的两粒子 XYZ 海森伯模型的纠缠度的影响; 郭战营等^[23] 讨论了内禀退相干存在下, DM 相互作用和磁场对不同初态的两粒子 XYZ 海森伯模型的纠缠度的影响. 本文研究了存在内禀退相干时, 对于不同的系统初态, 具有 DM 相互作用和各向异性的三粒子 XXZ 海森伯模型的对纠缠性质.

2 理论模型

具有 DM 相互作用的三量子比特海森伯模型系统的哈密顿量为

$$H = \frac{J}{2} \sum_{i=1}^3 \left[(\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \Delta \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) \right]$$

* 国家自然科学基金重大研究计划 (批准号: 2012CB922100) 和湖北省自然科学基金 (批准号: 2011CDC010) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: huangyx617@163.com

$$+ D (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^y - \sigma_i^y \sigma_{i+1}^x) \Big], \quad (1)$$

式中 J 为任意两相邻量子比特的自旋耦合参数, $J < 0$ 时, 对应反铁磁质海森伯自旋链模型, 当 $J > 0$ 时, 对应铁磁质海森伯自旋链模型, $\sigma_i = (\sigma_i^x, \sigma_i^y, \sigma_i^z)$ 为自旋泡利算符, D 代表 DM 相互作用的强度, Δ 为 Z 方向各向异性参数, 表征各向异性的强度.

在标准基 $\{|000\rangle, |001\rangle, |010\rangle, |011\rangle, |100\rangle, |101\rangle, |110\rangle, |111\rangle\}$ 下, 哈密顿量 (1) 的本征矢和本征值为:

$$\begin{aligned} |\psi_0\rangle &= |000\rangle, \\ E_0 &= \frac{3J\Delta}{2}; \\ |\psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q|001\rangle + q^2|010\rangle + |100\rangle), \\ E_1 &= \frac{J}{2}(-2 - \Delta + 2\sqrt{3}D); \\ |\psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q^2|001\rangle + q|010\rangle + |100\rangle), \\ E_2 &= \frac{J}{2}(-2 - \Delta - 2\sqrt{3}D); \\ |\psi_3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle), \\ E_3 &= 2J - \frac{J\Delta}{2}; \\ |\psi_4\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q|110\rangle + q^2|101\rangle + |011\rangle), \\ E_4 &= \frac{J}{2}(-2 - \Delta - 2\sqrt{3}D); \\ |\psi_5\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(q^2|110\rangle + q|101\rangle + |011\rangle), \\ E_5 &= \frac{J}{2}(-2 - \Delta + 2\sqrt{3}D); \\ |\psi_6\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|110\rangle + |101\rangle + |011\rangle), \\ E_6 &= 2J - \frac{J\Delta}{2}; \\ |\psi_7\rangle &= |111\rangle, \\ E_7 &= \frac{3J\Delta}{2}; \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $q = \exp i \frac{2}{3}\pi$.

现在我们研究存在内禀退相干的海森伯 XXZ 模型的量子纠缠, 根据 Milburn^[24] 理论, 系统状态变化时, 系统的密度矩阵 $\rho(t)$ 遵从的方程为

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{1}{\gamma} [\exp(-i\gamma\mathbf{H})\rho(t)\exp(i\gamma\mathbf{H}) - \rho(t)], \quad (3)$$

式中 γ 为相位退相干因子. 在 Markovian 近似条件下, (3) 式可以展开为

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -i[\mathbf{H}, \rho(t)] - \frac{\gamma}{2}[\mathbf{H}, [\mathbf{H}, \rho(t)]], \quad (4)$$

这个方程的解^[25,26] 为

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma t)^k}{k!} \mathbf{H}^k \exp(-i\mathbf{H}t) \exp\left(-\frac{rt}{2}\mathbf{H}^2\right) \\ &\times \rho(0) \exp\left(-\frac{rt}{2}\mathbf{H}^2\right) \exp(i\mathbf{H}t) \mathbf{H}^k, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\rho(0)$ 是初始系统的密度算符, 可以得到的密度矩阵为

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \sum_{m,n} \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(E_m - E_n)^2 - i(E_m - E_n)t\right] \\ &\times \langle \psi_m | \rho(0) | \psi_n \rangle | \psi_m \rangle \langle \psi_n |, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $E_{m,n}$ 和 $|\psi_{m,n}\rangle$ ($m, n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) 分别为哈密顿量的本征值和本征态.

假设系统的初态为 $|\phi_{in}\rangle = c|011\rangle + d|110\rangle$ ($|c|^2 + |d|^2 = 1$) 其中 $|1\rangle$ 和 $|0\rangle$ 分别表示粒子向上自旋态 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 和向下自旋态 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, 由 (2) 式和 (6) 式得到系统的含时密度矩阵

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P & 0 & Q & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R & 0 & K & N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y & 0 & L & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2cd + q^*d^2 + qc^2) \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t\right] \\ &+ \frac{1}{9}(2cd + qd^2 + q^*c^2) \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t\right] \\ &+ \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 L = & \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2q^*cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2qcd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 T = & \frac{1}{3} + \frac{1}{9}(2qcd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 K = & \frac{1}{3} + \frac{1}{9}(2cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 N = & \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2q^*cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2qcd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 P = & \frac{1}{3} + \frac{1}{9}(2q^*cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{9}(2qcd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 Q = & \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2qcd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2q^*cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 M = & \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right], \\
 R = & \frac{1}{3}cd + \frac{1}{9}(2qcd + d^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-2\sqrt{3}DJ)^2 - i(-2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(2q^*cd + d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(2\sqrt{3}DJ)^2 - i(2\sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(qcd + cd + qd^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J + \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(q^*cd + cd + q^*d^2 + c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + qd^2 + q^*c^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J - \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J - \sqrt{3}DJ)t \right] \\
 & + \frac{1}{9}(-cd + q^*d^2 + qc^2) \exp \left[-\frac{\gamma t}{2}(-3J + \sqrt{3}DJ)^2 - i(-3J + \sqrt{3}DJ)t \right].
 \end{aligned}$$

由系统的密度矩阵可以求出两粒子的约化密度矩阵 ρ_{12} , ρ_{13} , ρ_{23} 的表达式:

$$\rho_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & Q & 0 \\ 0 & R & K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix}, \quad \rho_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & M & 0 \\ 0 & Y & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K \end{bmatrix}, \quad \rho_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K & N & 0 \\ 0 & L & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{bmatrix}. \quad (8)$$

根据 Wootters^[27] 给出的关于对纠缠度的定义, 可以计算出两量子比特的对纠缠表达式为:

$$\begin{aligned} C_{12} &= 2 \max\{0, |R|\}, \\ C_{13} &= 2 \max\{0, |Y|\}, \\ C_{23} &= 2 \max\{0, |L|\}. \end{aligned} \quad (9)$$

由系统的密度矩阵的矩阵元公式可以看出, 系统的纠缠度与各向异性参数 Δ 无关, 但 DM 相互作用和内禀退相干都对系统的对纠缠有明显的影响.

图 1 为内禀退相干 γ 取一定的值、DM 作用不同时对纠缠度 C_{12} 随时间的变化关系. 图 1(a) 初态为任意的纠缠态, 可以看出, 当 $1.2 < D < 2.2$ 时, 对纠缠度 C_{12} 随着时间震荡; 但当 $D < 1.2$ 或 $D > 2.2$ 时, 对纠缠度 C_{12} 随时间短时间震荡, 然后随着时间的增加而趋于一个非零的稳定值. 因此, 通过控制 DM 相互作用, 可以获得稳定的纠缠态.

图 1(b) 初态为分离态, 可以看出, 对纠缠度 C_{12} 随时间震荡衰减, 每次震荡后会出现纠缠死亡, 最终对纠缠趋于零, 这是与图 1(a) 最大的不同之处, 且随着 DM 相互作用大小的不同, 对纠缠趋于零的时间也不同.

图 2 给出了 DM 作用取一定的值、内禀退相干 γ 不同时对纠缠度 C_{12} 随时间的变化. 对纠缠度 C_{12} 随时间做震荡衰减, γ 越大对纠缠度 C_{12} 振幅衰减得越快; 无论内禀退相干 γ 取何值, 震荡衰减的时间间隔都相同; 图 2(a) 初态为纠缠态, 对纠缠度 C_{12} 最终随着时间的延长趋于稳定值. 图 2(b) 初态为分离态, 每次震荡后会出现纠缠突然死亡现象, 只要时间足够长, 对纠缠将全部消失. 由此分析可知, 若系统的初态为纠缠态时, 尽管系统的对纠缠会受到内禀退相干的影响, 但通过 DM 相互作用的调节, 系统的对纠缠可保持一个稳定值.

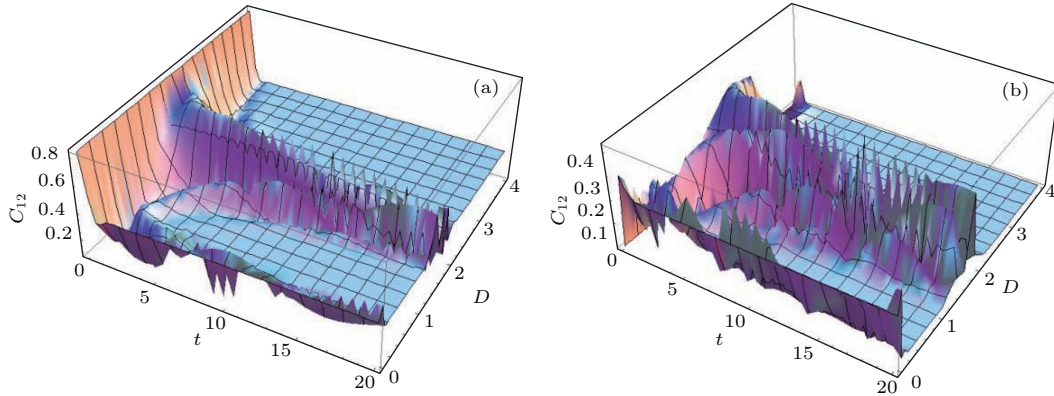


图 1 (网刊彩色) 对纠缠度 C_{12} 随 DM 作用的含时演化 ($J = 1, \gamma = 0.5$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2} |011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 1. (color online) Concurrence C_{12} as the functions of time t and DM interaction D ($J = 1, \gamma = 0.5$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2} |011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

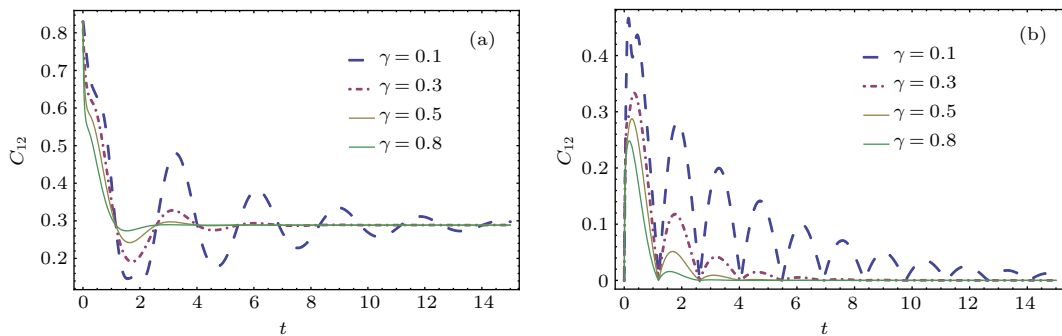


图 2 (网刊彩色) 对纠缠度 C_{12} 随内禀退相干 γ 的含时演化 ($J = 1, D = 3$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2} |011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 2. (color online) Concurrence C_{12} as the functions of time t and decoherence rate γ ($J = 1, D = 3$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2} |011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2} |110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

图3给出了对纠缠度 C_{13} 随DM作用的含时演化. 从图3中可以看出, 内禀退相干 γ 取一定的值, $D = 0$ 时, 对纠缠度 C_{13} 随时间先增大后减小到一个非零的稳定值; 通过计算及图3(a)可以看出, 当 $1.2 < D < 2.2$ 时, 对纠缠度 C_{13} 随着时间震荡; 但当 $D < 1.2$ 或 $D > 2.2$ 时, 对纠缠度 C_{13} 随时间短时间震荡, 然后随着时间的增加而趋于一个非零的稳定值. 图3(b)初态为分离态, 可以看出, DM相互作用使得对纠缠度 C_{13} 随着时间震荡衰减, 每次震荡后会出现纠缠突然死亡现象, 最终随着时间的延长趋于零, 在 D 取某些值时, 震荡时间变短且短时间内趋于零; 这是与图3(a)最大的不同之处. 图3进一步说明了选择不同的初态并通过控制DM相互作用, 可以获得稳定的纠缠.

图4给出了DM作用取一定的值时, 内禀退相

干 γ 不同时对纠缠度 C_{13} 随时间的变化. γ 越大对纠缠度 C_{13} 衰减得越快, 图4(a)中, 对纠缠度 C_{13} 随时间最终趋于一个非零的稳定值. 图4(b)中, 对纠缠度 C_{13} 随着时间的增加震荡衰减, 每次震荡后会出现纠缠突然死亡现象, 系统的对纠缠最终趋于零; 图4说明了内禀退相干因子 γ 越大, 系统的对纠缠衰减越快.

图5给出了内禀退相干 γ 取一定的值, DM作用不同时, 对纠缠 C_{23} 随时间的变化. 图5(a)可以看出, $D = 0$ 时, 对纠缠度 C_{23} 随时间减小到一个非零的稳定值且为系统对纠缠的最小值; 图5(b)可以看出, $D = 0$ 时, 对纠缠度 C_{23} 随时间减小到一个非零的稳定值且为系统对纠缠的最大值; 在有DM相互作用存在的情况下, 对纠缠度 C_{23} 随时间的演化与 C_{12} 和 C_{13} 类似.

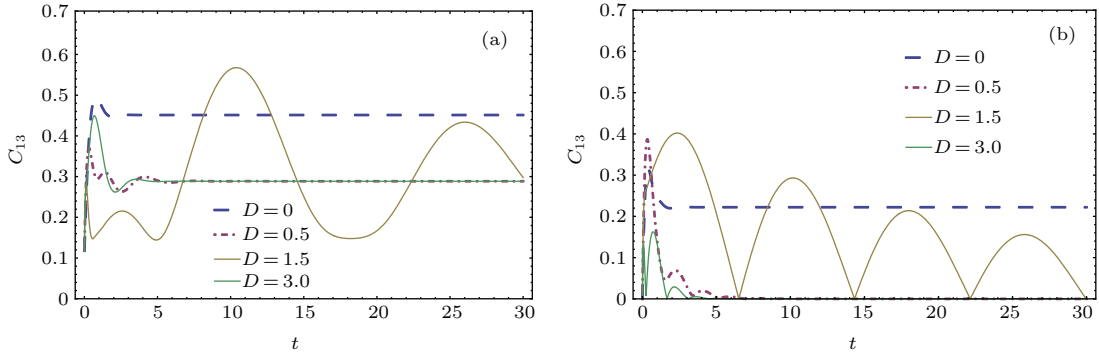


图3 (网刊彩色) 对纠缠度 C_{13} 随DM作用的含时演化 ($J = 1, \gamma = 0.5$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 3. (color online) Concurrence C_{13} as the functions of time t and DM interaction D ($J = 1, \gamma = 0.5$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

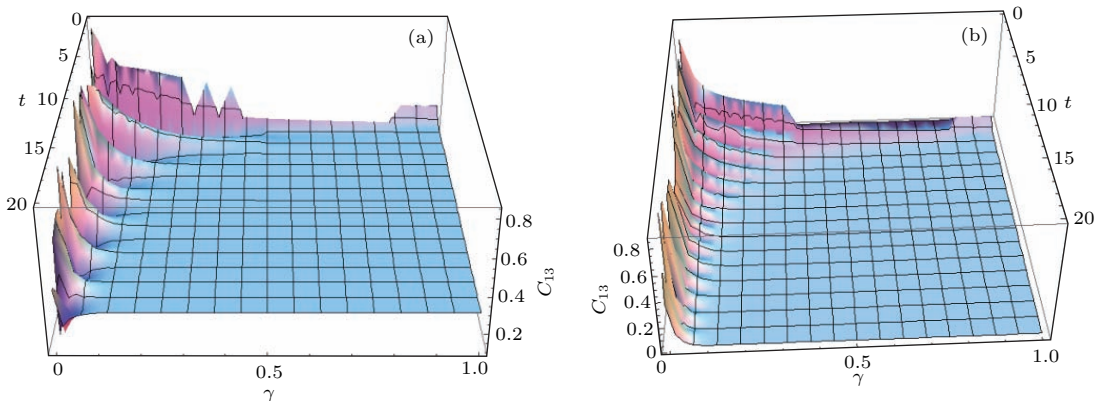


图4 (网刊彩色) 纠缠度 C_{13} 随内禀退相干 γ 的含时演化 ($J = 1, D = 3$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 4. (color online) Concurrence C_{13} as the functions of time t and decoherence rate γ ($J = 1, D = 3$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

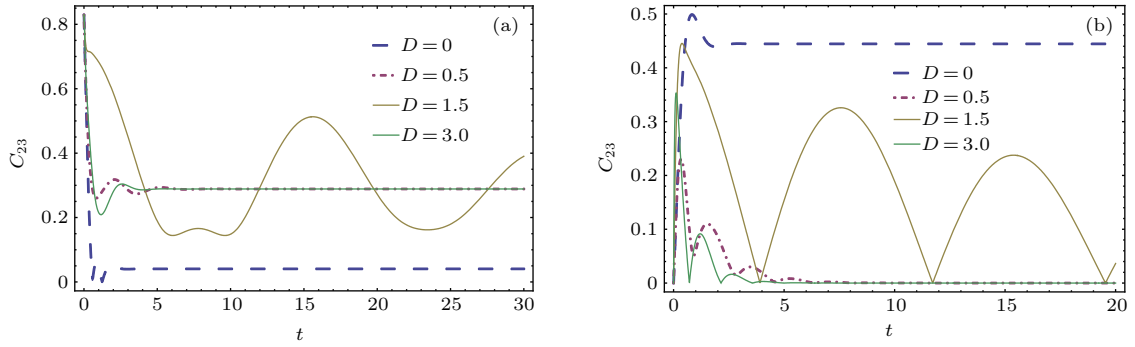


图5 (网刊彩色) 对纠缠度 C_{23} 随 DM 作用的含时演化 ($J = 1, \gamma = 0.5$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 5. (color online) Concurrence C_{23} as the functions of time t and DM interaction D ($J = 1, \gamma = 0.5$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

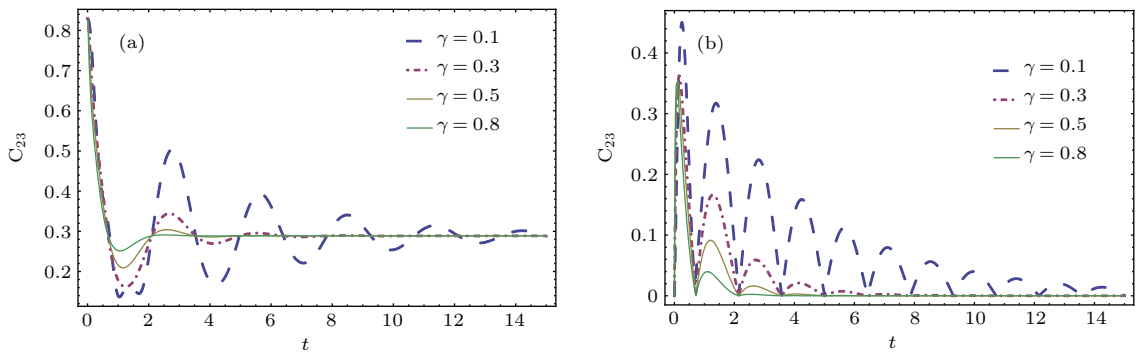


图6 (网刊彩色) 纠缠度 C_{23} 随内禀退相干 γ 的含时演化 ($J = 1, D = 3$) (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$

Fig. 6. (color online) Concurrence C_{23} as the functions of time t and decoherence rate γ ($J = 1, D = 3$): (a) $|\psi_0\rangle = \left(\frac{1}{2}|011\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|110\rangle\right)$; (b) $|\psi_0\rangle = |011\rangle$.

图6显示了对纠缠度 C_{23} 在 DM 相互作用一定、内禀退相干 γ 取不同的值时, 随时间的演化规律. 图6(a)给出了对纠缠度 C_{23} 随时间从最大值开始减小, 之后随时间做衰减震荡, 随着时间的延长趋于一个稳定的值; 并且随着内禀退相干 γ 的增大, 对纠缠度 C_{23} 衰减变快, 更快地趋于稳定值; 图6(b)对纠缠度 C_{23} 随着时间的增加震荡衰减, 每次震荡后会出现对纠缠突然死亡现象, 系统的对纠缠最终趋于零. 图6进一步说明, 内禀退相干因子 γ 越大, 系统对纠缠衰减越快, 且只有初态为纠缠态时, 通过调节 DM 相互作用, 系统的纠缠可保持一个非零稳定值.

3 结 论

本文研究了存在内禀退相干时, 对于不同的系统初态, 具有 DM 相互作用和各向异性的三粒子海森伯模型的对纠缠性质, 得出了以下结论: 1) 系统

的对纠缠度与各向异性参数 Δ 无关, 但 DM 相互作用和内禀退相干都对系统的对纠缠都有明显的影响; 2) 系统初态为任意纠缠态时, 当内禀退相干 γ 一定, DM 相互作用取特定的值域时, 三个对纠缠度随时间最终都趋于某个非零的稳定值, 因此, 取合适的 DM 相互作用参数, 可以得到稳定的纠缠系统; 系统初态为分离态时, DM 相互作用使系统的对纠缠会随着时间的延长而消失, 并且还会出现纠缠死亡现象; 3) 当 DM 相互作用一定时, 在系统初态为纠缠态时, 无论内禀退相干 γ 取何值, 三个对纠缠度随时间震荡最终都趋于某个非零的稳定值; 随着内禀退相干 γ 的增大, 系统对纠缠衰减变快; 系统初态为分离态时, 对纠缠度随着时间的增加震荡衰减, 每次震荡后会出现纠缠突然死亡现象, 系统的对纠缠最终趋于零. 因此, 选择合适的系统初态, DM 相互作用和内禀退相干 γ 可以有效地控制对纠缠.

参考文献

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, *et al.* 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] Liao J Q, Kuang L M 2006 *Chin. Phys.* **15** 2246
- [3] Divincenzo D P, Bacon D, Kempe J K, *et al.* 2000 *Nature* **408** 339
- [4] Shan C J, Xia Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1585 (in Chinese) [单传家, 夏云杰 2006 物理学报 **55** 1585]
- [5] Hutton A, Andose S 2004 *Phys. Rev. A* **69** 04231
- [6] Lee C F, Johnson N F 2004 *Phys. Rev. A* **70** 052322
- [7] Peng X, Du J, Suter D 2005 *Phys. Rev. A* **71** 012307
- [8] Bortz M, Karbach M, Schneider I 2009 *Phys. Rev. B* **79** 245414
- [9] Pratt F L, Blundell S J, Lancaster T, *et al.* 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 247203
- [10] Pereira R G, Sirker J, Caux. J S, *et al.* 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 257202
- [11] Kohno M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 037203
- [12] Gong S S, Su G 2009 *Phys. Rev. A* **80** 012323
- [13] Chen Z X, Zhou Z W, Zhou X, *et al.* 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022303
- [14] Shan C J, Cheng W W, Liu T K, Huang Y X, Li H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2687 (in Chinese) [单传家, 程维文, 刘堂昆, 黄燕霞, 李宏 2008 物理学报 **57** 2687]
- [15] Xi Y X, Shan C J, Huang Y X 2014 *Journal of Atomic and Molecular Physics* **31** 769 (in Chinese) [郗玉兴, 单传家, 黄燕霞 2014 原子与分子物理学报 **31** 769]
- [16] Xi Y X, Cheng W W, Huang Y X 2015 *Quantum Inf. Process.* **015** 0998
- [17] Xi Y X, Huang Y X 2015 *Mod. Phys. Lett. B* **29** 1550107
- [18] Zanardi P, Rasetti I 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 3306
- [19] Lidar D A, Chuang I L, Whaley K B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2594
- [20] Zou Q, Hu X M, Liu J M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 080302 (in Chinese) [邹琴, 胡小勉, 刘金明 2015 物理学报 **64** 080302]
- [21] Hamieh S D, Katsnelson M I 2000 *Phys. Rev. A* **72** 032316
- [22] Xu X B, Liu J M, Yu P F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 456
- [23] Guo Z Y, Zhang X H, Xiao R H, *et al.* 2014 *Acta Optica Sin.* **34** 0727001 (in Chinese) [郭战营, 张新海, 肖瑞华 等 2014 光学学报 **34** 0727001]
- [24] Milburn G J 1991 *Phys. Rev. A* **44** 5401
- [25] Moya-Cessa H, Buzck V, Kim M S 1993 *Phys. Rev. A* **48** 3900
- [26] Jing B X, Xu B Z 1999 *Phys. Rev. A* **60** 4743
- [27] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and decoherence on entanglement dynamics in Heisenberg spin chain system with different initial states*

Cong Mei-Yan¹⁾²⁾ Yang Jing¹⁾²⁾ Huang Yan-Xia^{1)2)†}

1) (College of Physics and Electronic Science, Hubei Normal University, Huangshi 435000, China)

2) (Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China, Chinese Academy of Science, Hefei 230026, China)

(Received 26 April 2016; revised manuscript received 7 June 2016)

Abstract

With considering the intrinsic decoherence, the dynamic behaviors of quantum entanglement in a three-qubit XXZ Heisenberg system with Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction and anisotropy for different initial states are investigated. The research result shows that the anisotropy parameter does not affect the system entanglement, however, the intrinsic decoherence has obvious inhibitory effect on entanglement. When the initial state of system is an entangled state, we can obtain the stable value of entanglement by adjusting DM interaction parameters appropriately. As the system initial state is a separation state, entanglement oscillates, and the amplitude of oscillation decays with time periodically, and there will appear the death phenomenon after each oscillation, and with time going on, its concurrence will be zero. When the initial state is entangled, by choosing the proper DM parameter, the three pairs of entanglements oscillate with time and eventually approach to a steady value. The increase of γ accelerates the decay of concurrence. When the initial state is separated, entanglement oscillates, and the amplitude of oscillation decays with time periodically, and there will appear the death phenomenon after each oscillation, with time going on, its concurrence will be zero. Therefore, the proper initial state and DM interaction parameters can control the concurrence effectively under the intrinsic decoherence, thereby obtaining the preferable entanglement resource.

Keywords: quantum entanglement, intrinsic decoherence, initial state, Dzyaloshinskii-Moriya interaction

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Pp

DOI: [10.7498/aps.65.170301](https://doi.org/10.7498/aps.65.170301)

* Project supported by the Major Research Plan of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 2012CB922100), and the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2011CDC010).

† Corresponding author. E-mail: huangyx617@163.com