

基于五模材料的圆柱声隐身斗篷坐标变换设计

陆智淼 蔡力 温激鸿 温熙森

Research on coordinate transformation design of a cylindrical acoustic cloak with pentamode materials

Lu Zhi-Miao Cai Li Wen Ji-Hong Wen Xi-Sen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 174301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.174301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.174301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I17>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

陆架斜坡海域声场特性对常规波束形成阵增益的影响

Array gain of conventional beamformer affected by structure of acoustic field in continental slope area

物理学报.2016, 65(14): 144303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144303>

海洋环境噪声场对称性分析及噪声消除方法

Analysis of the symmetry of the ambient noise and study of the noise reduction

物理学报.2016, 65(14): 144302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144302>

基于矢量水听器的深海直达波区域声传播特性及其应用

Analysis of sound propagation in the direct-arrival zone in deep water with a vector sensor and its application

物理学报.2016, 65(9): 094302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.094302>

基于单矢量差分能量检测器的扩频水声通信

Direct-sequence spread-spectrum underwater acoustic communication based on single vector differential energy detector

物理学报.2016, 65(4): 044302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044302>

基于时反镜能量检测法的循环移位扩频水声通信

Cyclic shift keying spread spectrum underwater acoustic communication using time reversal energy detector

物理学报.2016, 65(1): 014302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.014302>

# 基于五模材料的圆柱声隐身斗篷坐标变换设计\*

陆智淼 蔡力 温激鸿† 温熙森

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 装备综合保障技术重点实验室, 长沙 410073)

(2016年4月12日收到; 2016年6月30日收到修改稿)

五模超材料具有与流体相似的物理性质, 为各向异性流体的物理实现提供了途径, 因此 Norris 提出了将其用于声隐身斗篷设计的思路. 本文对 Norris 五模超材料声隐身斗篷设计中提出的坐标变换方程进行研究, 利用有限元方法对不同坐标变换下声隐身斗篷的平均可视度进行数值计算, 分析了五模超材料斗篷的隐身性能影响因素及规律. 结果表明, 通过选取不同的坐标变换方程改变其物性参数分布, 能够调节斗篷中的声波传播路径, 对声隐身斗篷的声散射特性产生明显影响. 因此, 选择合适的坐标变换方程能够有效改善隐身性能.

**关键词:** 五模材料, 声隐身斗篷, 声学超材料, 变换声学

**PACS:** 43.30.+m, 43.35.+d, 62.60.+v

**DOI:** 10.7498/aps.65.174301

## 1 引言

声隐身斗篷是在电磁斗篷研究基础上提出的新概念. 2006年, Pendry 等<sup>[1]</sup>在文章中提出变换光学理论时指出, 基于变换光学理论和电磁超材料技术能够设计出电磁隐身斗篷, 引导电磁波绕过障碍物实现“完美的隐身”. 基于电磁波、声波的相似性, 能否应用坐标变换理论操控声波实现弯曲绕射的问题得到了关注. Milton 等<sup>[2]</sup>就在文章中提出了声波变换方法的可能性. Chen 和 Chan<sup>[3]</sup>以标量声波方程为基础, 推导出声波变换的数学表达式, 提出变换声学的控制方法. Cummer 和 Schurig<sup>[4]</sup>也利用了变换声学理论, 通过设计材料参数在空间中的分布来实现对声波的控制, 并在仿真中验证了声隐身斗篷的隐身效果. 声隐身斗篷以其丰富的物理内涵和潜在的广阔应用前景, 受到各国科研机构的高度关注<sup>[5-7]</sup>.

基于多层介质的声隐身斗篷设计方法是研究初期的主要关注点<sup>[8-15]</sup>. 高东宝和曾新吾<sup>[8]</sup>提出了具有共焦层状结构的椭圆柱形声隐身斗篷. Hu 等<sup>[9]</sup>则更进一步提出了任意形状的二维声隐身斗

篷的设计方法. 沈惠杰等<sup>[10]</sup>也是由此设计了主动声学超材料下的无限长圆柱声隐身斗篷. Torrent 和 Sánchez-Dehesa<sup>[11]</sup>提出了一种物理实现声隐身斗篷的方法, 即利用等效介质理论设计声隐身斗篷, 设计了密度各向异性的斗篷材料, 并在仿真中验证了这种声隐身斗篷的隐身效果, 然而这种采用等效介质理论会增加声隐身斗篷的厚度, 加大斗篷物理实现的难度. 而 Zhang 等<sup>[12]</sup>利用声学集总参数模型以及二维声传输线理论分析了各向异性共振结构的实现问题, 设计了由共振腔构成的声隐身斗篷, 并首次在实验中验证了声隐身斗篷的隐身效果. 但总体来看, 惯性声隐身斗篷还存在频带较窄, 高密度各向异性难以物理实现等问题.

针对惯性声隐身斗篷材料目前出现的问题, Norris 和 Nagy<sup>[16]</sup>通过分析变换声学理论的动力学方程推导过程, 从理论上证明了模量各向异性的流体介质也可以控制声波实现隐身斗篷的效果. 同时指出 Milton 和 Cherkhev<sup>[17]</sup>1995年提出的五模材料能够用于各向异性模量斗篷的设计, 从而为声隐身斗篷的物理实现提供了一条新途径. 自从 Norris 提出了五模材料可以设计声隐身斗篷之后, 五模材料也成为了斗篷研究的关注热点<sup>[18-27]</sup>. Scandrett

\* 国家自然科学基金(批准号: 51275519)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wenjihong@vip.sina.com

等<sup>[28]</sup>分析了惯性斗篷和五模斗篷在理论和设计上的优缺点,提出了五模惯性斗篷(pentamode inertial cloak)的分层设计方法,这种五模惯性斗篷具有密度和模量同时各向异性的材料特征. Tian等<sup>[29]</sup>提出了构建声学超表面的五模材料结构,具有宽带和高透等性能. Chen等<sup>[30,31]</sup>提出了构建五模斗篷的具体结构,并研究了剪切引起的共振对隐身效果的影响,结果表明可以引入材料阻尼改善斗篷的隐身效果. 张向东等<sup>[32]</sup>研究了分层设计对五模声隐身斗篷性能的影响,研究结果表明了选取恰当的层数和层厚分布可以改善隐身效果. Norris等<sup>[33]</sup>则提出了一种利用材料参数分布反推五模斗篷的设计方法,设计了五种变换方程的五模斗篷以及斗篷材料参数分布. 在电磁斗篷和惯性声斗篷的研究中,不同的坐标变换方式会明显影响斗篷的散射特性及隐身性能,然而对五模超材料斗篷,虽然Norris在论文中提出了多种坐标变换方程来实现斗篷的设计,但并未说明这些五模斗篷的隐身效果,因此需要对不同变换方程对隐身效果的影响进行分析.

本文基于Norris提出的五模超材料斗篷设计

的5种坐标变换方程,对不同特性参数分布五模斗篷的隐身效果进行了系统分析. 首先构建五模声隐身斗篷有限元模型,然后利用COMSOL计算了声隐身斗篷在平面波入射下的声压场图,从理论上验证了声隐身斗篷的隐身效果. 最后,计算声隐身斗篷的平均可视度曲线,研究其隐身性能与变换方程的变化特性,给出了初步的机理分析.

## 2 五模声隐身斗篷设计

### 2.1 理论模型

根据Norris<sup>[5]</sup>的理论研究,基于坐标变换理论实现声波控制的介质参数既可以是密度各向异性、模量各向同性,也可以是模量各向异性、密度各向同性的. 用于构造模量各向异性的五模隐身斗篷的材料参数可由下式得到:

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 f'(f/r)^{d-1}, \\ K_r = \frac{K_0}{f'r} (f/r)^{d-1}, \\ K_t = K_0 f'(f/r)^{d-3}, \end{cases} \quad (1)$$

表1 材料参数分布

Table 1. the distribution of material parameters.

材料参数类型	参数分布方程
密度为常数	$\begin{cases} \rho = \alpha\rho_0 \\ K_r = K_0 \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\alpha r^2 + (1-\alpha)b^2}{r^2} \right] \\ K_t = K_0^2/K_r \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为常数})$
模量为常数	$\begin{cases} \rho = \rho_0 \frac{K_0}{K_r} \left( \frac{r}{b} \right)^{2(\frac{K_0}{K_r}-1)} \\ K_r = K_0 \frac{\ln(a/b)}{\ln(\delta/b)} \\ K_t = K_0^2/K_r \end{cases}$
密度为幂次方程	$\begin{cases} \rho(r) = \rho_a (r/a)^{-2} \\ K_r = K_0 \frac{\rho_0}{\rho_a} \frac{f^2}{a^2} \\ K_t = K_0^2/K_r \end{cases} \quad (\alpha = -2), \quad \begin{cases} \rho(r) = \rho_a (r/a)^\alpha \\ K_r = \frac{\rho_0}{\rho_a} \frac{a^\alpha f^2}{r^{\alpha+2}} K_0 \\ K_t = K_0^2/K_r \end{cases} \quad (\alpha \neq -2)$
模量为幂次方程	$\begin{cases} \rho = \rho_0 \frac{f^2}{r} \frac{K_0}{K_a} \frac{a^\alpha}{r^{\alpha+1}} \\ K_r = K_a (r/a)^\alpha \\ K_t = K_0^2/K_r \\ K_a = \frac{K_0}{\alpha \ln(b/\delta)} (1 - (a/b)^\alpha) \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为常数})$

式中,  $\rho$  为五模斗篷的密度,  $K_r$  为径向模量,  $K_t$  为切向模量,  $\rho_0$  为围绕五模斗篷的背景流体的密度,  $K_0$  为背景流体的模量,  $d$  表示斗篷的维度,  $r$  表示斗篷的半径,  $d = 2$  表示二维斗篷,  $d = 3$  表示三维斗篷,  $f$  为坐标变换方程, 如图 1 所示,  $f$  表示由物理空间(右图)到虚拟空间(左图)的映射, 其中斗篷内径为  $a$ , 外径为  $b$ ,  $\delta$  为一无穷小量.

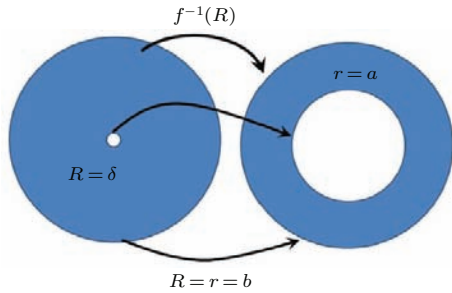


图1 坐标变换方程  $f$  示意图 [28]

Fig. 1. The coordinate transformation equation  $f$  [28].

Norris 等 [33] 在提出五模材料设计方案时, 先确定斗篷的一种材料参数(密度、径向模量或者切向模量中的一种)的分布, 再通过 (1) 式反推到其他的材料参数分布. 文中一共提出了四种五模斗篷的设计方案, 分别为: 密度为常数、模量为常数、密度为半径的幂次方程以及模量为半径的幂次方程.

它们的材料参数分布如表 1 所列, 其中  $\alpha$  表示的是斗篷材料系数, 是决定斗篷材料的参数之一. 由表 1 可知, 只要确定了  $\delta, \alpha, a, b$  四个参数, 就可求得具体的五模斗篷的材料参数.

## 2.2 计算模型

图 2 为这 5 种设计方案中五模斗篷的材料参数从圆柱壳外表面到内表面的变化. 其中:  $\delta = 0.0001$  m,  $a = 0.6$  m 和  $b = 2$  m.  $\alpha$  的取值如表 2 所示. 可以看到, 这五种斗篷的模量都需要具有比较强烈的各向异性. 而与惯性斗篷相比, 其密度在斗篷内部并不存在奇异值, 从物理实现的角度来看, 五模斗篷更容易实现.

表 2 五模斗篷的  $\alpha$  取值

Table 2. The value of  $\alpha$  in the pentamode cloak.

斗篷类型	$\alpha$
密度为常数	1.1
模量为常数	0.16
密度为半径的幂次方程 ( $\alpha \neq -2$ )	-5
密度为半径的幂次方程 ( $\alpha = -2$ )	-2
模量为半径的幂次方程	4

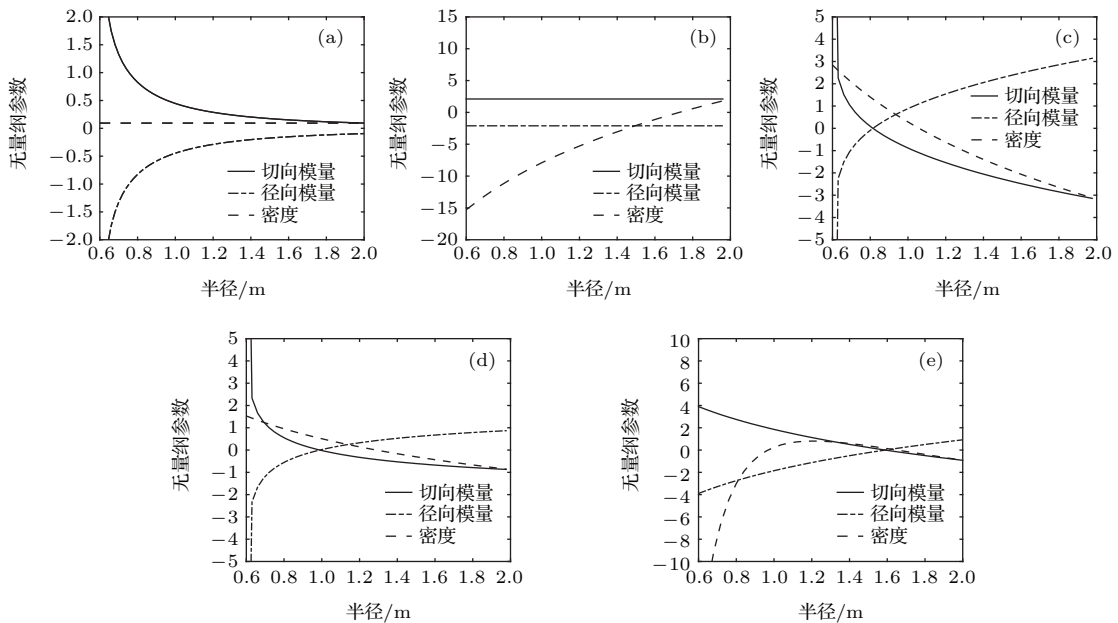


图 2 五模斗篷的材料分布 (a) 密度为常数; (b) 模量为常数; (c) 密度为幂次方程 ( $\alpha \neq -2$ ); (d) 密度为幂次方程 ( $\alpha = -2$ ); (e) 模量为幂次方程

Fig. 2. The distribution of pentamode cloak material parameters: (a) The density equation is constant; (b) the modulus equation is constant; (c) the density equation is power equation ( $\alpha \neq -2$ ); (d) the density equation is power equation ( $\alpha = -2$ ); (e) the modulus equation is power equation.

### 3 仿真结果分析与讨论

本文利用COMSOL对以上设计的五模斗篷进行仿真验证. 通过比较平面波入射半径为0.6 m的铝圆柱与覆盖了五模斗篷的声场分布, 验证五模斗篷的隐身性能. 本文采用了均匀分层设计<sup>[34-37]</sup>, 设定离散层数为40, 背景流体为水 ( $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $K_0 = 2.25 \text{ GPa}$ ), 四条外边界设定为辐射边界来模拟无限大流体介质中的波传播.

五模斗篷的声场分布如图3所示. 图3(a)为铝柱引起的声场分布, 在铝柱的前方的散射效果较为明显, 而在其他方向上波阵面存在断裂和错移的现象. 但是当铝柱覆盖上五模斗篷之后, 则出现了不同的结果. 如图3(b)—图3(f)所示, 入射的平面波在通过斗篷之后, 仍保持其波阵特性向前传播, 这说明声波在斗篷内部发生了绕射, 达到了隐身的效果, 但这五种斗篷的隐身性能存在区别. 通过声压分布图可知, 当  $ka = 13$  即入射波频率为 1600 Hz 时密度为常数的五模斗篷的隐身性能较好, 如图3(b)所示; 模量为常数以及模量为幂次方程的五模斗篷的隐身性能次之, 如图3(c)和图3(f)所示; 密度为幂次方程 ( $\alpha \neq -2$ ) 以及 ( $\alpha = -2$ ) 的五模斗篷的隐身性能较差, 如图3(d)和图3(e)所示.

为了进一步对五模斗篷的隐身性能进行定量

的评估, 我们采用了 Zhang 等<sup>[12]</sup> 提出的平均可视度 (averaged visibility) 来定量描述隐身的效果. 在仿真区域垂直于波传播方向的任一平面内, 取波场分布的最大值  $P_{\max,j}$  及最小值  $P_{\min,j}$ , 定义可视度  $\gamma_j$  为

$$\gamma_j = \frac{\left| \frac{P_{\max,j} - P_{\min,j}}{P_{\max,j} + P_{\min,j}} \right|}{\left| \frac{P_{\max,j} - P_{\min,j}}{P_{\max,j} + P_{\min,j}} \right|}. \quad (2)$$

沿波传播方向取多个平面, 分别计算其可视度, 以平均值作为整个波场的平均可视度, 如(3)式所示. 由平均可视度  $\bar{\gamma}$  的定义可知, 数值越小代表隐身性能越好.

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \gamma_j, \quad (3)$$

其中  $n$  代表的是计算平均可视度时取的平面个数. 通过以上平均可视度的定义以及计算公式, 我们获得了障碍物以及五种五模斗篷的平均可视度曲线, 如图4所示, 其中纵坐标为平均可视度, 横坐标为  $ka$ . 如图4所示, 在  $ka$  在 9—12 之间时, 模量为常数的五模斗篷的隐身性能最佳, 而密度为常数与模量为常数的五模斗篷的隐身性能相对差一些, 密度为幂次方程的两种五模斗篷的隐身性能较差. 当  $ka = 13$  时, 密度为常数的五模斗篷的隐身性能最佳, 而模量为幂次方程与模量为常数的五模斗篷的隐身性能相对差一些, 密度为幂次方程的两种五模斗篷的隐身性能较差, 这与从声压分布图分析得到的结果一致.

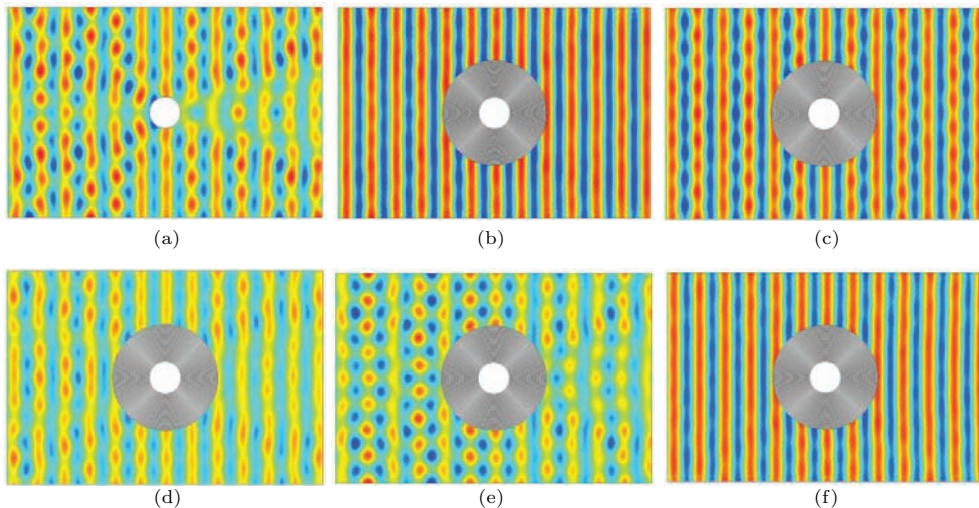


图3 不同材料参数分布的五模斗篷的声场分布情况 ( $ka = 13$ ,  $f = 1600 \text{ Hz}$ ) (a) 铝柱; (b) 密度为常数; (c) 模量为常数; (d) 密度为幂次方程 ( $\alpha \neq -2$ ); (e) 密度为幂次方程 ( $\alpha = -2$ ); (f) 模量为幂次方程

Fig. 3. The acoustic field of the different pentamode cloak material parameters distribution ( $ka = 13$ ,  $f = 1600 \text{ Hz}$ ): (a) Cylindrical aluminum; (b) the density equation is constant; (c) the modulus equation is constant; (d) the density equation is power equation ( $\alpha \neq -2$ ); (e) the density equation is power equation ( $\alpha = -2$ ); (f) the modulus equation is power equation.

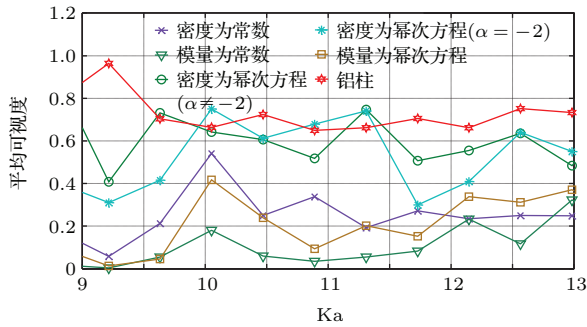


图4 不同材料参数分布的五模斗篷的平均可视度曲线  
Fig. 4. The averaged visibility of the different pentamode cloak material parameters distribution.

由于声学隐身的本质是声波入射到声隐身斗篷后传播方向按特定规律发生弯曲, 因此我们分析了五模斗篷的隐身性能与变换方程的变化特性. 图5对应斗篷中波的传播途径的分布, 可以看到, 有的集中在外表面, 有的集中在内表面. 这表明在不同的坐标变换下, 声波在斗篷中的传播路径是不一样的. 从图中可发现声波在密度为常数时, 传播途径在斗篷中均匀分布, 如图5(a)所示; 声波在模量为常数的五模斗篷中, 传播途径主要集中于外表面, 如图5(b)所示; 声波在密度为幂次方程( $\alpha \neq -2$ )以及( $\alpha = -2$ )的五模斗篷中, 传播途径主要集中于内表面, 如图5(c)和图5(d)所示; 声波在模量为幂次方程的五模斗篷中, 传播途径主要集中于斗篷的中部, 如图5(e)所示. 通过比较五模斗篷的波场分布情况与声波传播途径发现, 当声波集中于斗篷外径附近时, 隐身性能较好, 但当声波慢

慢往内径附近集中时, 斗篷的隐身性能也变差. 进一步分析, 影响五模斗篷隐身效果的原因可能是: 当声波集中于内表面时, 声波可能与铝柱发生作用, 导致斗篷的散射增强, 使隐身性能变差. 这是因为斗篷的材料参数是离散的不是连续的, 当声波的传播途径靠近斗篷内表面的时候会穿透斗篷内表面而使铝柱发生散射, 加大了斗篷的散射. 这就意味着如果将铝柱置换成其他介质(比如水), 就会减少斗篷的散射, 从而改善声学斗篷的隐身性能. 为了验证这一结论, 设计了一组仿真对比实验. 在实验中, 我们采用了密度为幂次方程( $\alpha = -2$ )的声学斗篷作为实验对象, 比较当障碍物分别为铝柱和水时声学斗篷的隐身效果, 声压分布如图6所示. 由图6可知, 当声波集中于内表面时, 声波会与铝柱发生作用, 导致斗篷的散射增强, 使隐身性能变差. 因此在设计斗篷的时候, 不仅要考虑材料分布的物理可实现性, 还应该考虑声波在斗篷中的传播分布情况, 而声波的传播途径又是由变换方程决定的, 因此选择合适的变换方程对提高五模斗篷的隐身性能具有重要的意义.

我们设计了三组变换方程的声隐身斗篷验证上文得出的结论. 这三组不同变换方程的声隐身斗篷是基于密度为幂次方程的五模斗篷设计的, 并分别取 $\alpha$ 值为 $-5, 0, 5$ , 其他的斗篷材料参数与上文设计的斗篷材料一致, 因此不再一一赘述. 这三种声隐身斗篷的平均可视度如图7所示, 声波传播途径如图8所示, 波阵面如图9所示.

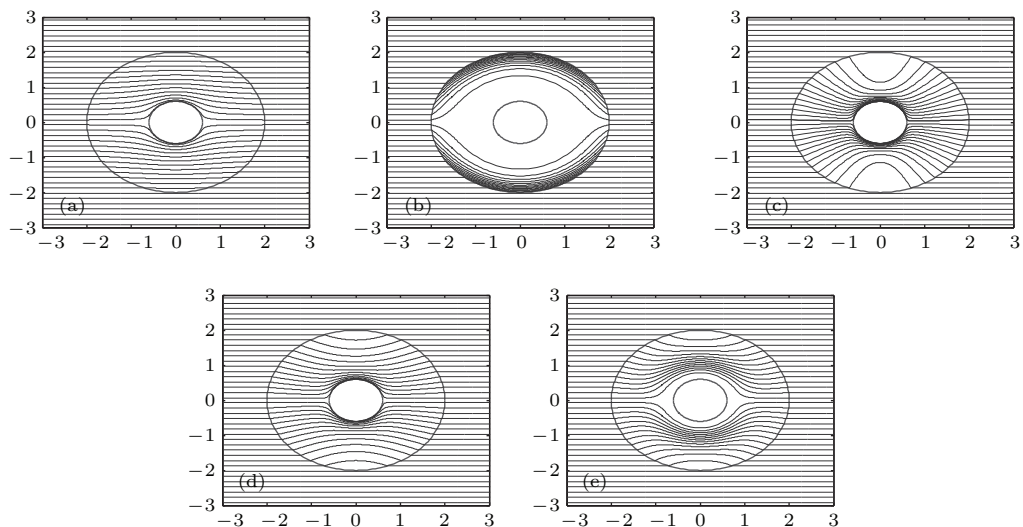


图5 声波在五模斗篷中的传播途径 (a) 密度为常数; (b) 模量为常数; (c) 密度为幂次方程( $\alpha \neq -2$ ); (d) 密度为幂次方程( $\alpha = -2$ ); (e) 模量为幂次方程

Fig. 5. The route of acoustic wave transmission in pentamode cloak: (a) The density equation is constant; (b) the modulus equation is constant; (c) the density equation is power equation ( $\alpha \neq -2$ ); (d) the density equation is power equation ( $\alpha = -2$ ); (e) the modulus equation is power equation.

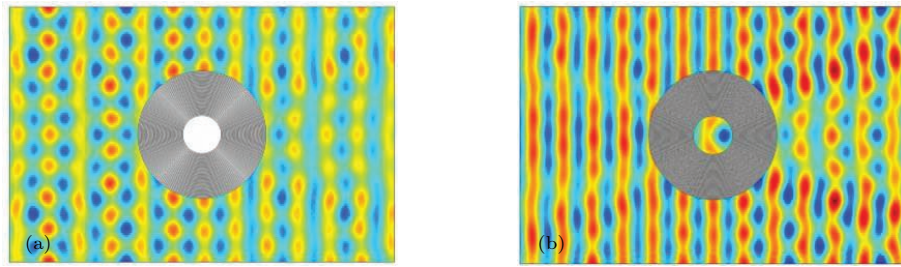


图6 不同障碍物时斗篷的声压分布 (a)障碍物为铝柱; (b)障碍物为水

Fig. 6. The acoustic field of different obstacle: (a) The obstacle is aluminum; (b) the obstacle is water.

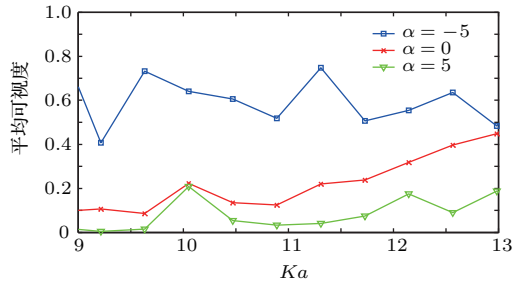


图7 不同 $\alpha$ 值的五模斗篷的平均可视度曲线

Fig. 7. The averaged visibility of the different  $\alpha$  in the pentamode cloak.

从图7, 图8和图9可知, 当 $\alpha$ 值由-5到5变化时, 声波的传播途径也由集中于内径附近转移到了外径附近, 隐身性能也越好. 尤其是 $\alpha = 5$ 时, 声隐身斗篷的平均可视度曲线趋近于, 隐身效果最佳. 这就说明在斗篷分层比较密集时, 在声波趋于向外时隐身性能更好. 因此, 在设计声隐身斗篷的时候, 应当采用合适的变换方程, 使其隐身性能达到最佳.

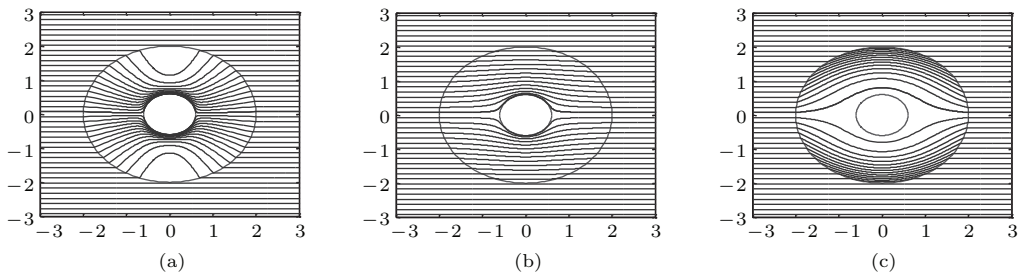


图8 不同 $\alpha$ 值的五模斗篷的传播途径 (a)  $\alpha = -5$ ; (b)  $\alpha = 0$ ; (c)  $\alpha = 5$

Fig. 8. The route of acoustic wave transmission of the different  $\alpha$  in pentamode cloak: (a)  $\alpha = -5$ ; (b)  $\alpha = 0$ ; (c)  $\alpha = 5$ .

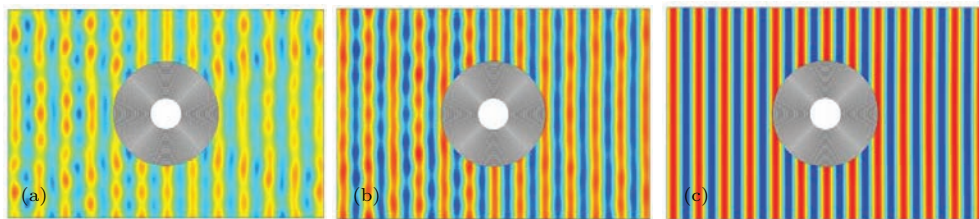


图9 不同 $\alpha$ 值的五模斗篷声场分布图 ( $ka = 13, f = 1600 \text{ Hz}$ ) (a)  $\alpha = -5$ ; (b)  $\alpha = 0$ ; (c)  $\alpha = 5$

Fig. 9. the acoustic field of the different  $\alpha$  in pentamode cloak: (a)  $\alpha = -5$ ; (b)  $\alpha = 0$ ; (c)  $\alpha = 5$ .

### 4 结 论

五模超材料具有与流体相似的物理性质, 为各向异性流体的物理实现提供了途径, 因此Norris提出了将其用于声隐身斗篷设计的思路. 本论文对Norris五模超材料斗篷设计中提出的不同坐标变

换方程进行研究, 利用有限元方法对不同坐标变换下声隐身斗篷的平均可视度进行数值计算, 分析了五模超材料声隐身斗篷的隐身性能影响因素及规律. 结果表明, 选取不同的坐标变换方程改变声隐身斗篷的物性参数分布能够调节隐身衣中的声波传播路径, 对斗篷的声散射特性产生明显影响, 声

波在斗篷中的传播途径集中在内表面时, 隐身性能相对较差, 而如果声波在斗篷中的传播途径远离内径时, 隐身性能较好.

## 参考文献

- [1] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [2] Milton G W, Briane M, Willis J R 2006 *New J. Phys.* **8** 248
- [3] Chen H Y, Chan C T 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 113001
- [4] Cummer S A, Schurig D 2007 *New J. Phys.* **9** 45
- [5] Norris A N 2008 *Proc. R. Soc.* **464** 2411
- [6] Tian H W 2013 *M. S. Thesis* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [田华文 2007 硕士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [7] Maldovan M 2013 *Nature* **503** 209
- [8] Gao D B, Zeng X W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184301 (in Chinese) [高东宝, 曾新吾 2012 物理学报 **61** 184301]
- [9] Hu J, Zhou X M, Hu G K 2009 *ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineerings, USA*
- [10] Shen H J, Wen J H, Yu D L, Cai L, Wen X S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134303 (in Chinese) [沈惠杰, 温激鸿, 郁殿龙, 蔡力, 温熙森 2012 物理学报 **61** 134303]
- [11] Torrent D, Sánchez-Dehesa J 2008 *New J. Phys.* **10** 063015
- [12] Zhang S, Xia C G, Fang N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 024301
- [13] Sanchis L, Garcia-chocano V M, Liopis-Pontivero S R 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 124301
- [14] Cheng Y, Liu X J 2009 *Appl. Phys. A* **94** 25
- [15] Norris A N, Nagy J A 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **120** 1606
- [16] Norris A N, Nagy J A 2011 *Phononics 2011: First International Conference on Phononic Crystals, Metamaterials and Optomechanics* Santa Fe, New Mexico, USA, May 29–June 2, 2011 p112
- [17] Milton G W, Cherkaev A V 1995 *J. Eng. Mater. Technol.* **117** 483
- [18] Hladky-Hennion C A, Vasseur O J, Haw G, Croenne C, Haumesser L, Norris N A 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 14413
- [19] Layman N C, Naify J C, Martin P T, Calvo C D, Orris J G 2012 *Phys. Rev. Lett.* **111** 024302
- [20] Martin A, Kadic M, Schittny R, Buckmann T, Wegener M 2012 *Phys. Rev. B* **86** 155116
- [21] Nagy A J 2015 *Ph. D. Dissertation* (New Jersey: Rutgers University)
- [22] Yi H, Wang X M, Mei Y L 2015 *Chin. J. Sol. Mech.* **36** 4 (in Chinese) [易辉, 王晓明, 梅玉林 2015 固体力学学报 **36** 4]
- [23] Cai C X, Wang Z H, Li Q W, Xu Z, Tian X G 2015 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **48** 175103
- [24] Kadic M, Bu kmann T, Schittny R, Gumbsch P, Wegener M 2014 *Phys. Rev. A* **2** 054007
- [25] Zhang Y L 2014 *M. S. Thesis* (Dalian: Dalian University of Technology) (in Chinese) [张迎龙 2014 硕士学位论文 (大连: 大连理工大学)]
- [26] Bückmann T, Kadic M, Schittny R, Wegener M 2015 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **16** 112
- [27] Huang Y, Lu X G, Liang G Y, Xu Z 2016 *Phys. Lett. A* **380** 1334
- [28] Scandrett L C, Boisvert E J, Howarth R T 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 2856
- [29] Tian Y, Wei Q, Cheng Y, Xu Z, Liu X J 2015 *Appl. Phys. Lett.* **107** 221906
- [30] Chen Y, Liu X N, Hu G K 2015 *Sci. Rep.* **5** 15745
- [31] Chen Y, Liu X N, Xiang P, Hu G K 2016 *Advances in Mechanics* **46** 201609 (in Chinese) [陈毅, 刘晓宁, 向平, 胡更开 2016 力学进展 **46** 201609]
- [32] Zhang X D, Chen H, Wang L, Zhao Z G, Zhao A G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 134303 (in Chinese) [张向东, 陈虹, 王磊, 赵志高, 赵爱国 2015 物理学报 **64** 134303]
- [33] Gokhale H N, Cipolla L J, Norris N A 2012 *Special Issue of J. Acoustic. Soc. Am.* **127** 2856
- [34] Cheng Y, Yang F, Xu J Y, Liu X J 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 151913
- [35] Cheng Y, Liu X J 2008 *J. Appl. Phys.* **104** 104911
- [36] Torrent D, Sánchez-Dehesa J 2011 *Wave Motion* **6** 48
- [37] Cai L W, Sánchez-Dehesa J 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **4** 132



# Research on coordinate transformation design of a cylindrical acoustic cloak with pentamode materials\*

Lu Zhi-Miao Cai Li Wen Ji-Hong<sup>†</sup> Wen Xi-Sen

(Science and Technology on Integrated Logistics Support Laboratory, College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

( Received 12 April 2016; revised manuscript received 30 June 2016 )

## Abstract

The pentamode material, similar to fluid in physical properties, serves as a useful way for the physical implementation of the anisotropic fluid. Based on the similarity, a method to design cloak with the pentamode materials has been put forward by Norris. To analyze the effect factors and rules of the stealth performance of the cloak, the present article is focused on the studying of the coordinate transformation equation of the pentamode cloak design of Norris. Cloaks with different materials parameters distribution can be achieved by adjusting coordinate transformation equations. There are four kinds of the distribution of pentamode cloak material parameters: the density equation being constant, the modulus equation being constant, the density equation being power equation and the modulus equation being power equation. The average visibility is considered as the standard of stealth effect and is calculated with different coordinate transformation equations by using the software COMSOL. The average visibility is used to analyze the relationship between stealth effect and coordinate transformation equations. The relationship between the coordinate transformation equation and the route of acoustic wave transmission, the relationship between the materials of obstacle and the stealth effect, and the relationship between the route of acoustic wave transmission and the stealth effect are studied. Two results are achieved by comparing these relationships mentioned above. The first is that the stealth effect of a cloak with aluminum obstacle is worse than one with water obstacle. The reason lies in the impedance mismatch between the aluminum and the cloak material. The second result shows that the coordinate transformation equation is related to the distribution of material parameters and the route of acoustic wave transmission and it can affect the scattering property of the cloak. When the route of acoustic wave transmission is close to inner surface of cloak, the stealth effect is relatively poor, while when the route of acoustic wave transmission is close to outer surface of cloak, the stealth effect is relatively well. The reason is that when the route of acoustic wave transmission is close to inner surface of cloak, the acoustic wave affects the obstacle which leads to the enhancement of the scattering of obstacle. So when designing the cloak, not only the physical realization of the cloak material but also the distributed situation of the route of acoustic wave transmission should be considered. And the route of acoustic wave transmission is decided by the coordinate transformation equation. Therefore the stealth performance can be improved by applying proper coordinate transformation equation.

**Keywords:** pentamode materials, acoustic coating, acoustic metamaterials, transformation acoustic

**PACS:** 43.30.+m, 43.35.+d, 62.60.+v

**DOI:** 10.7498/aps.65.174301

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275519).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wenjihong@vip.sina.com](mailto:wenjihong@vip.sina.com)