

动态光子晶体环境下二能级原子自发辐射场及频谱的特性

邢容 谢双媛 许静平 羊亚平

Characteristics of the spontaneous emission field and spectrum of a two-level atom in a dynamic photonic crystal

Xing Rong Xie Shuang-Yuan Xu Jing-Ping Yang Ya-Ping

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 194204 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.194204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I19>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

双光子过程耗散耦合腔阵列中的量子相变

[Quantum phase transition in arrays of dissipative cavities with two-photon process](#)

物理学报.2016, 65(4): 044205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044205>

腔多原子直接俘获的强耦合腔量子力学系统的构建

[Construction of a strongly coupled cavity quantum electrodynamics system with easy accessibility of single or multiple intra-cavity atoms](#)

物理学报.2014, 63(24): 244203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244203>

双模 Dicke 模型的一级量子相变

[First-order quantum phase transition in the two-mode Dicke model](#)

物理学报.2014, 63(13): 134204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134204>

Y 模型四能级原子辅助光力学系统的多稳现象

[Multistable phenomenon of the Y-type four-level atom-assisted optomechanical system](#)

物理学报.2014, 63(9): 094206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094206>

动态各向同性光子晶体中二能级原子的自发辐射

[Spontaneous emission from a two-level atom in a dynamic photonic crystal with an isotropic dispersion relation](#)

物理学报.2014, 63(9): 094205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094205>

动态光子晶体环境下二能级原子自发辐射场及 频谱的特性*

邢容[†] 谢双媛 许静平 羊亚平

(同济大学物理科学与工程学院, 先进微结构材料教育部重点实验室, 上海 200092)

(2016年4月23日收到; 2016年7月7日收到修改稿)

研究了光子晶体能带带边频率受到阶跃调制和三角函数周期调制两种情况下原子自发辐射场强度随时间的演化特性以及频谱的特性. 阶跃调制时, 调制发生后原子辐射的局域场的频率以及非局域场的构成情况都只取决于原子的跃迁频率和此时的带边频率, 且都与具有相同参数条件的静态情形下的相同. 调制发生时对自发辐射场的稳态强度有影响. 三角函数周期调制时, 辐射场强度在足够长时间后随时间做有衰减的准周期振荡. 调制频率决定了准周期振荡的频率, 并对衰减率有影响. 辐射场能量在一组相邻间隔近似等于调制频率的离散频率附近形成尖锐峰值, 它们的中心频率值取决于带边频率的取值范围和原子的跃迁频率, 调制初相位会影响初始一段时间的辐射场强度以及辐射谱上连续谱成分的强弱.

关键词: 光子晶体, 二能级原子, 动态结构库, 辐射场

PACS: 42.50.Pq, 42.70.Qs, 32.30.-r, 32.80.Qk

DOI: 10.7498/aps.65.194204

1 引言

自发辐射是原子与光场相互作用的重要结果. 原子自发辐射性质直接与所处环境的结构库有关, 受限电磁结构库的存在会影响原子的自发辐射过程, 即受限电磁结构库能在一定程度上增强或抑制甚至禁止自发辐射^[1]. 光子晶体是一种具有光子能带和能隙的人造周期性介质材料, 处于能隙中的电磁波被禁止传播^[2-4]. 已有研究发现, 光子晶体中光子能隙的存在会产生特殊的态密度, 从而导致处于其中的原子自发辐射行为发生改变, 出现了新的现象, 如光的局域化^[5]、光子原子束缚态^[6-8]、部分稳态原子居于激发态^[9]、自发辐射的相干控制^[10]、量子干涉加强^[11]、占据数准周期性振荡^[12]、巨Lamb位移^[13]等.

以往关于光子晶体中原子自发辐射的研究一般认为光子晶体的能隙结构是固定不变的, 但实际

环境因素的波动以及人为控制都可使光子晶体能隙结构随时间动态变化, 从而影响光子晶体中原子的自发辐射性质. 一方面, 已有研究发现通过采用特殊材料来制作光子晶体, 或者将特殊材料注入到光子晶体内部, 可得到能隙位置和宽度可调的一类特殊光子晶体——可调谐光子晶体^[14]. 依赖于所用材料的物理特性, 调控能隙的手段可以是电场^[15-18]、磁场^[19,20]或温度^[21,22]. 另一方面, 已有一些关于动态库环境方面的研究工作, 如针对动态一维腔的研究. 动态一维腔是两个反射镜之一的位置受到外部调控的腔^[23], 近年来已有多篇文献讨论了动态一维腔中原子的自发辐射性质, 如考虑单模场的研究^[24-28]、考虑多模场并采用了Markov近似的研究^[29-31]等. 本文研究在各向同性光子晶体中, 光子晶体能带带边随时间发生动态变化对二能级原子自发辐射场性质的影响, 主要讨论两种典型情况: 光子晶体能带带边频率受到阶跃形式和三

* 国家自然科学基金(批准号: 11074188, 11274242)、国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(批准号: U1330203)和国家重点基础研究计划特别基金(批准号: 2011CB922203, 2013CB632701)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: 1110477@tongji.edu.cn

角函数形式的调制.

2 模型及理论推导

考虑处于各向同性光子晶体中的二能级原子, 上能级 $|e\rangle$ 通过真空模与下能级 $|g\rangle$ 耦合, 跃迁频率为 ω_1 . 假定 ω_1 在光子晶体的能带带边 ω_c 附近, $|g\rangle$ 对应的能量本征值为零 (如图 1 所示), 在旋波近似下, 系统的哈密顿量为

$$H = \hbar\omega_1 |e\rangle \langle e| + \sum_k \hbar\omega_k b_k^\dagger b_k + i\hbar \sum_k g_k (b_k^\dagger |g\rangle \langle e| - b_k |e\rangle \langle g|), \quad (1)$$

式中 k 表示电磁模的波数和极化, ω_k 为第 k 个辐射场模式的频率; b_k^\dagger (b_k) 表示第 k 个辐射场模式的产生 (湮没) 算符; $g_k = (\omega_1 d_1 / \hbar) (\hbar / 2\varepsilon_0 \omega_k V_0)^{1/2} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{u}_d$ 为辐射场与原子的耦合系数; d_1 和 \mathbf{u}_d 分别为原子跃迁偶极矩的大小与方向; V_0 为量子化体积; 单位矢量 \mathbf{e}_k 表示第 k 个辐射场模式的偏振方向; ε_0 是真空介电常数.

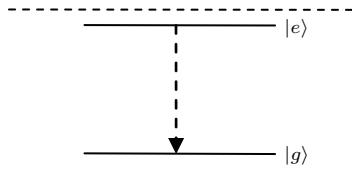


图 1 上能级处于光子晶体能带带边附近的二能级原子
Fig. 1. The two-level atom with the upper level near the band edge of the photonic crystal.

在各向同性光子晶体的能带带边附近色散关系可近似表示为^[6]

$$\omega_k = \omega_c + A(k - k_0)^2, \quad (2)$$

其中, k_0 是与光子晶体晶格常数有关的常量; A 可以近似表示为 $A \approx \omega_c / k_0^2$. 若光子晶体能带带边频率受到某种调制 $\omega_c(t) = \omega_{c0} + f(t)$, 其中 ω_{c0} 为常数, 调制函数 $f(t)$ 随时间缓慢变化, 且相对于 ω_{c0} 是一个小量, 则色散关系 (2) 式可表示为

$$\omega_k(t) = \omega_c(t) + \frac{\omega_c(t)}{k_0^2} (k - k_0)^2. \quad (3)$$

若设初始时刻原子处于激发态、场处于真空态, 则系统在任意时刻 t 的态矢量可写为

$$|\Psi(t)\rangle = A(t) e^{-i\omega_1 t} |e, \{0\}\rangle + \sum_k B_k(t) e^{-i\omega_k t} |g, \{1_k\}\rangle, \quad (4)$$

式中态矢量 $|e, \{0\}\rangle$ 表示原子处于激发态 $|e\rangle$, 并处于真空场中; $|g, \{1_k\}\rangle$ 表示原子处于基态 $|g\rangle$ 且有一个 k 模式光子. 将 (1) 和 (4) 式代入薛定谔方程, 可得关于 $A(t)$ 和 $B_k(t)$ 的演化方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} A(t) = - \sum_k g_k(t) B_k(t) e^{-i[\omega_k(t) - \omega_1]t}, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} B_k(t) = i \frac{\partial \omega_k(t)}{\partial t} t B_k(t) + g_k(t) A(t) e^{i[\omega_k(t) - \omega_1]t}. \quad (5b)$$

由 (5) 式可推得下面的积分方程^[32]:

$$A(t) = 1 + \int_0^t K(t, t') A(t') dt', \quad (6)$$

式中

$$K(t, t') = - \frac{2\beta^{3/2} \omega_{c0}^{3/2}}{\pi \sqrt{\omega_c(t')}} e^{-i[\omega_1 t' - \int_0^{t'} \omega_c(t'') dt'']} \times \int_{t'}^t \frac{1}{\sqrt{\omega_c(\tau)}} e^{i[\omega_1 \tau - \int_0^\tau \omega_c(t'') dt'']} d\tau \times \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+k^2} e^{-ik^2 \int_{t'}^\tau \omega_c(t'') dt''} dk.$$

其中 $\beta^{3/2} = \frac{k_0^3 \omega_1^2 d_1^2}{12\pi \varepsilon_0 \hbar \omega_{c0}^{3/2}}$. (6) 式为第二类线性 Volterra 积分方程, 可以用 Simpson 法来数值求解^[33].

空间某点 \mathbf{r} 处的自发辐射场可以表示为^[34]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_k \sqrt{\frac{\hbar \omega_k(t)}{2\varepsilon_0 V_0}} B_k(t) \mathbf{e}_k e^{-i[\omega_k(t)t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]}. \quad (7)$$

利用概率幅 $A(t)$, 辐射场可表达为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= - \frac{\omega_1 \sqrt{\omega_c(t)} k_0^3 d_1}{8\pi^2 \varepsilon_0} e^{ik_0 r} \\ &\times \left\{ \sin \eta \left(\frac{1}{k_0 r} + \frac{i}{k_0^2 r^2} - \frac{1}{k_0^3 r^3} \right), 0, \right. \\ &\quad \left. 2 \cos \eta \left(\frac{1}{k_0^3 r^3} - \frac{i}{k_0^2 r^2} \right) \right\} \\ &\times \left\{ A(t) [\omega_c(t)]^{-3/2} e^{-i\omega_1 t} J_1(k_0 r) \right. \\ &\quad - A(0) [\omega_c(0)]^{-3/2} e^{-i \int_0^t \omega_c(t') dt'} \\ &\quad \times J_2 \left(k_0 r, \int_0^t \omega_c(t') dt' \right) \\ &\quad \left. - \int_0^t dt' [\omega_c(t')]^{-5/2} e^{-i \int_{t'}^t \omega_c(t'') dt''} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times J_2 \left(k_0 r, \int_{t'}^t \omega_c(t'') dt'' \right) \\ & \times \left(\omega_c(t') \frac{\partial}{\partial t'} [A(t') e^{-i\omega_1 t'}] \right. \\ & \left. - \frac{3}{2} A(t') \frac{\partial}{\partial t'} \omega_c(t') \right) \Big\}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned} J_1(x) &= \int_0^{+\infty} \frac{e^{ixk}}{1+k^2} dk, \\ J_2(x, y) &= \int_0^{+\infty} \frac{e^{i(xk-yk^2)}}{1+k^2} dk; \end{aligned}$$

η 是 \mathbf{r} 与 \mathbf{u}_d 的夹角, 取值范围为 $[0, \pi]$; r 是矢径 \mathbf{r} 的大小. 在我们所选择的坐标系中, 矢径 \mathbf{r} 沿 z 轴正向, 偶极矩的方向 \mathbf{u}_d 位于 xz 面内. 辐射场的谱线可由辐射场的傅里叶变换得到^[35]:

$$S(\mathbf{r}, \omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \right|^2. \quad (9)$$

通过求解 (6) 式得到 $A(t)$ 后进而求解 (8) 和 (9) 式可得到原子自发辐射的辐射场强度和谱线的特性. 在以下的讨论中, 假设 $\delta(t) = \omega_1 - \omega_c(t)$, 表示原子跃迁频率相对于带边频率的失谐量 (静态情形时 $\delta(t)$ 和 $\omega_c(t)$ 分别改写为 δ 和 ω_c), 原子的跃迁频率 $\omega_1 = 99\beta$, 频率 ω_{c0} 满足关系 $\omega_{c0} = 99\beta$.

3 原子自发辐射场的特性

3.1 静态无调制情形

当光子晶体能带带边频率 ω_c 不随时间变化, 即 $f(t)$ 取为常数时, (3) 式表示静态无调制光子晶体带边附近的色散关系, 即与 (2) 式一致. 将 (8) 式中的 η 角取为零值 (即矢径 \mathbf{r} 沿着原子跃迁偶极矩的方向)、观察距离 r 取为 $10/k_0$ 或 $100/k_0$, 我们计算了多种 ω_c 取值下自发辐射场强度的演化情况及相应的辐射谱, 结果如图 2 和图 3 所示.

在各向同性光子晶体中, 原子的自发辐射场含有局域场成分^[36], 因此确定距离处原子的自发辐射场强度会随着时间趋向于某个稳态值, 此值就是局域场成分的强度, 它随距离的增加而迅速衰减 (如图 2 所示). 局域场成分的能量主要分布于局域长度之内^[6]. 若原子跃迁频率相对于带边频率的失谐量 δ 变大, 则局域长度增加, 同时原子紧邻处局域场成分的强度减少^[36]. 再考虑到确定距离处局域场成分的强度会随着局域长度及原子紧邻处局域场强度两者的增加而增加, 因此可知确定距离

处局域场成分的强度与 δ 值之间存在较为复杂的关系. 图 2 中 $r = 10/k_0$ 距离处自发辐射场强度的稳态值随 δ 取值的变化情况就是此关系决定的.

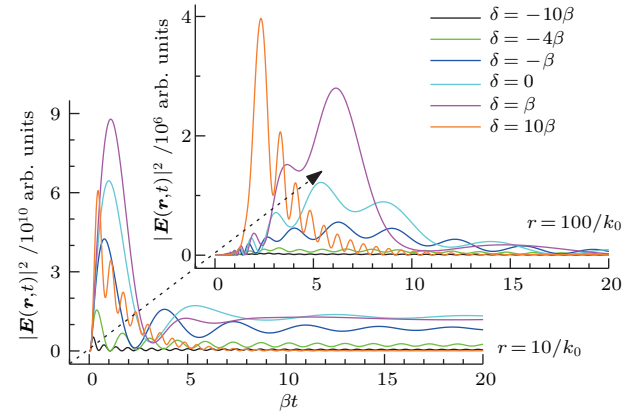


图 2 (网刊彩色) 静态情形下观察距离 r 为 $10/k_0$ 和 $100/k_0$ 处原子自发辐射场强度随时间的演化情况

Fig. 2. (color online) The time evolution of the spontaneous radiation field intensity at the observation distance $r = 10/k_0$ or $100/k_0$ for different frequencies of the band edge.

光子晶体中辐射场频率与波数满足二次函数关系 (见 (2) 式), 因此可以预见, 随着距离的增加, 辐射场脉冲会在时间轴上逐渐展宽. 比较图 2 中不同距离处的自发辐射场强度的演化即可看到这种情况.

原子自发辐射场的脉冲峰值强度与原子自发辐射过程的强弱有关, 自发辐射过程越强, 则辐射脉冲峰值强度就越大. 因此, 图 2 中 $r = 10/k_0$ 距离处各辐射脉冲峰值强度的大小随失谐量 δ 值的变化情况实际上反映了原子自发辐射过程的强弱与 δ 的关系, 即随着 δ 的取值从 β 变到 0 再依次变为 $-\beta$, -4β 和 -10β , 原子自发辐射过程逐渐减弱; δ 取为 10β 时的自发辐射过程强度小于 $\delta = 0$ 时的、大于 $\delta = -\beta$ 时的. 原子自发辐射过程的强弱与 δ 的这种关系符合 Lambropoulos 等^[37] 的结论. 当距离较远时, 如图 2 中 $r = 100/k_0$ 的情形, δ 取为 10β 时的辐射脉冲峰值强度超过了所有其他 δ 取值时的, 偏离了前述原子自发辐射过程的强弱与 δ 的关系. 这是因为 δ 取为 10β 时, 原子上能级处于能带深处, 因此辐射场中所含有的局域场成分远弱于其他 δ 值下的. 而局域场成分会随着距离迅速衰减, 当其他 δ 值下的辐射场强度因局域场成分的衰减而减弱很多时, δ 取为 10β 时因相同原因造成的辐射场强度减弱却较少, 从而致使较远距离处 δ 取为 10β 时的脉冲峰值强度要更大.

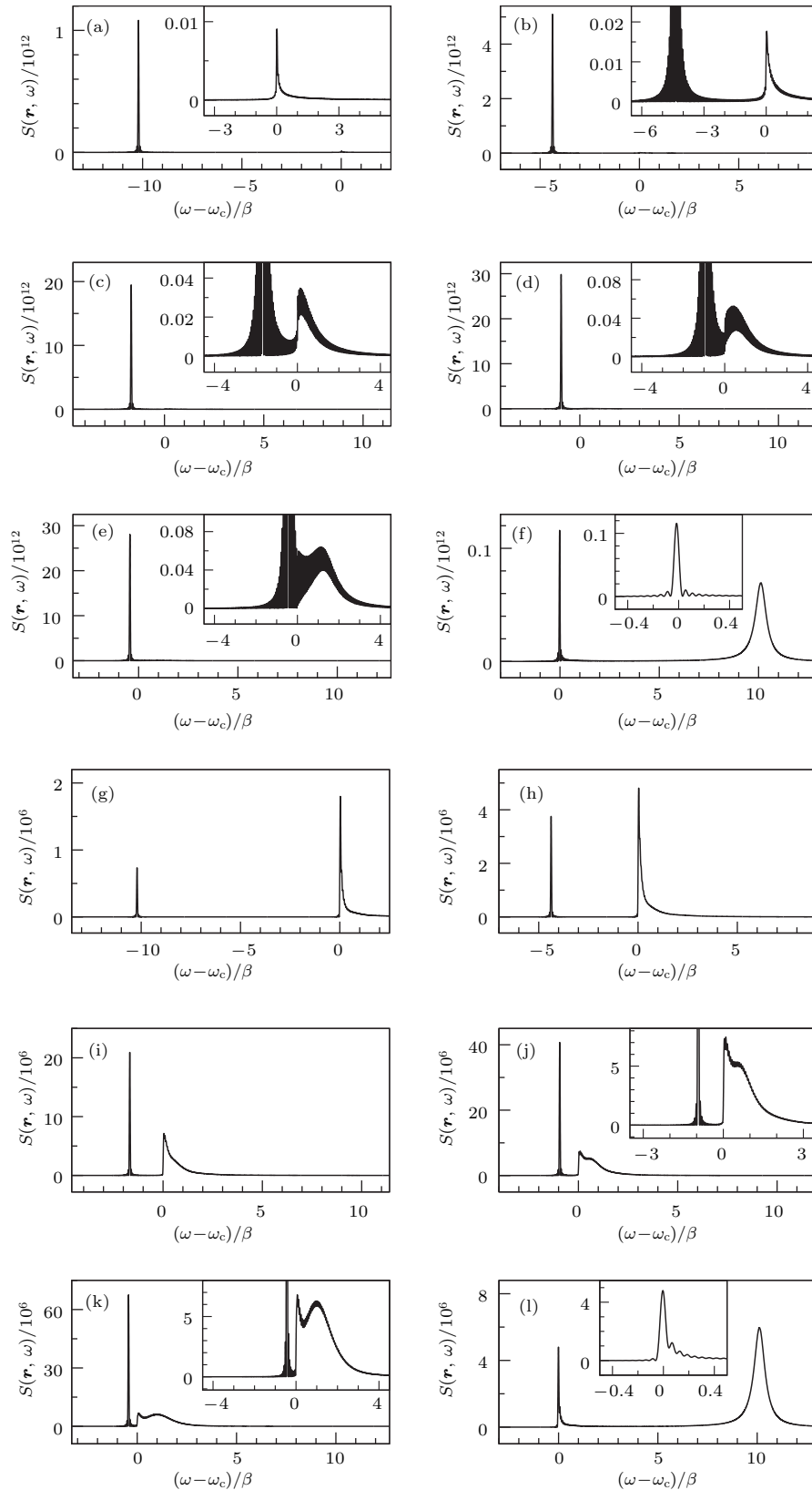


图3 静态情形下观察距离 r 为 $10/k_0$ [(a)—(f)] 和 $100/k_0$ [(g)—(l)] 处原子的自发辐射谱 δ 取值为: (a), (g) -10β ; (b), (h) -4β ; (c), (i) $-\beta$; (d), (j) 0 ; (e), (k) β ; (f), (l) 10β . 内插图为原图局部放大后的结果

Fig. 3. The spontaneous radiation spectrum at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)—(f)] or $100/k_0$ [(g)—(l)] for different frequencies of the band edge. The detuning δ of the atomic transition frequency from the band edge is -10β [(a), (g)], -4β [(b), (h)], $-\beta$ [(c), (i)], 0 [(d), (j)], β [(e), (k)] and 10β [(f), (l)]. The insets are partial enlargements of the main figures.

图 3(a)—(f) 和图 3(g)—(l) 分别展示了 $r = 10/k_0$ 和 $r = 100/k_0$ 距离处 δ 依次取为 -10β , -4β , $-\beta$, 0 , β 和 10β 时的自发辐射谱. 在图 3 中, 横坐标原点对应带边, 负半轴对应能隙, 正半轴对应能带. 处于能隙中的尖锐谱线是局域场成分的频谱. 理论上, 局域场成分的频谱应是狄拉克函数. 但是因为数值计算中的截断误差, 局域场成分的频谱峰值变为有限值, 且其两侧出现旁瓣 (见图 3(b)—(e) 内插图). 旁瓣的存在会影响附近的非局域场成分的频谱, 使之难以观察 (见图 3(c)—(e) 内插图). 当距离较远时, 局域场成分有较大的衰减, 其谱线带有的旁瓣也随之减弱 (见图 3(g)—(k)). 尤其是对于 δ 取较大值的情形, 由于原子上能级处于能带深处, 因此局域场成分较弱, 当距离较远时, 自发辐射谱上甚至观察不到局域场成分 (见图 3(l) 内插图).

各向同性光子晶体的态密度函数在能隙中取零值, 到带边处则趋于无穷大. 反映到自发辐射谱上表现为, 频谱能量在带边处迅速增强 (见图 3(a)—(c) 和图 3(l) 的内插图以及图 3(g)—(k)). 其增强的速度与辐射场的传播距离有关, 距离越远, 带边附近的谱线也越陡峭 (比较图 3(b) 内插图与图 3(h)). 这反映了光子晶体环境对辐射场传播的影响.

在各向同性光子晶体中, 二能级原子的自发辐射场是由局域场和非局域场迭加而成的. 非局域场的构成与原子上能级相对于带边的位置有关: 当上能级位于能隙深处时, 非局域场只含有弥散场这一种成分 [36], 其频率在带边处 [9], 因此自发辐射谱在带边频率处会相应的出现一个峰值 (见图 3(a), (b) 及 (g)—(i)); 当上能级位于能隙较浅处或是位于能带中时, 非局域场含有弥散场和传输场两种成分 [36], 传输场成分的频率位于能带中, 因此自发辐射谱在带边处和能带中各出现一个峰值分别与此两个成分相对应 (见图 3(j)—(l)). 需要注意的是, 当上能级处于能带深处时, 由于局域场成分的频率非常接近带边, 因此自发辐射谱上与弥散场相对应的峰值有可能会因为局域场成分的影响而不能观察到 (见图 3(f) 内插图).

3.2 阶跃调制情形

在本小节中, 参数 η 和 r 的取值与 3.1 节完全相同, 即 $\eta = 0$, $r = 10/k_0$ 或 $100/k_0$. 调制函数 $f(t)$

设为下面的阶跃函数:

$$f(t) = \begin{cases} \beta & (t \in [0, t_0]), \\ -\beta & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (10)$$

或

$$f(t) = \begin{cases} -\beta & (t \in [0, t_0]), \\ \beta & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (11)$$

于是, 带边频率表示为

$$\omega_c(t) = \begin{cases} 100\beta & (t \in [0, t_0]), \\ 98\beta & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (12)$$

或

$$\omega_c(t) = \begin{cases} 98\beta & (t \in [0, t_0]), \\ 100\beta & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (13)$$

式中的 t_0 是阶跃调制发生的时刻. 选取不同的 t_0 , 我们计算了多种阶跃调制情形下自发辐射场强度随时间的演化情况以及相应的自发辐射谱, 结果如图 4—图 6 中所示.

对于由 (12) 式描述的阶跃调制情形, 调制发生后原子上能级从能隙跃入能带. 由于上能级处于能带内时原子的自发辐射更强, 所以调制发生之后开始的一段时间内辐射场强度随时间增强 (如图 4(a) 所示). 当带边频率满足 (13) 式时, 原子上能级在 t_0 时刻从能带跃入能隙. 若 t_0 恰位于 $\omega_c = 98\beta$ 时的静态情形辐射脉冲的上升沿, 则阶跃调制发生后, 虽然原子自发辐射因此时上能级处于能隙内而有所减弱, 但辐射场强度仍会继续增强, 只是能达到的峰值强度要低于静态情形 ($\omega_c = 98\beta$) 下的值 (比较图 4(b) 中的黑色实线和灰色点划线). 当 t_0 不在辐射脉冲的上升沿上时, 调制发生后开始的一段时间内辐射场强度将随时间减小 (见图 4(c) 和 (d)). 上述阶跃调制发生后辐射场强度的演化情况是原子的自发辐射特性造成的. 除原子本身的辐射特性外, 辐射场的强度演化还与其在所处环境中的传输特性有关. 随观察距离的增加, 辐射场传输特性对其强度演化情况的影响就越大. 当观察距离足够远时, 辐射场传输特性将导致辐射场强度演化情况出现很大变化, 难以从中分析原子的自发辐射特性 (见图 4(e)—(h)).

阶跃调制发生之后, 自发辐射场强度随时间趋向于某个稳态值 (见图 4), 表明原子辐射出去的场中含有一种局域场成分, 其强度就等于该稳态值.

除了阶跃调制的具体方式, 该局域场成分的强度还与调制发生时刻有关 (见图 4(a)—(d)).

阶跃调制情形下的辐射场强度演化情况表明, 调制发生之后原子的自发辐射不同于静态情形下的, 它不仅与调制方式有关, 也与调制发生时刻有关, 即它受到阶跃调制发生之前的自发辐射过程的影响.

阶跃调制发生于 t_0 时刻, 其影响也只体现在 t_0

之后的自发辐射过程中. 因此, 我们采用窗口傅里叶变换来计算阶跃调制情形下的辐射谱:

$$S(\mathbf{r}, \omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\tau}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \right|^2, \quad (14)$$

式中的积分下限 τ 取值为 t_0 . 注意, (14) 式中的 $S(\mathbf{r}, \omega)$ 实际上是阶跃调制发生之后的自发辐射过程的频谱.

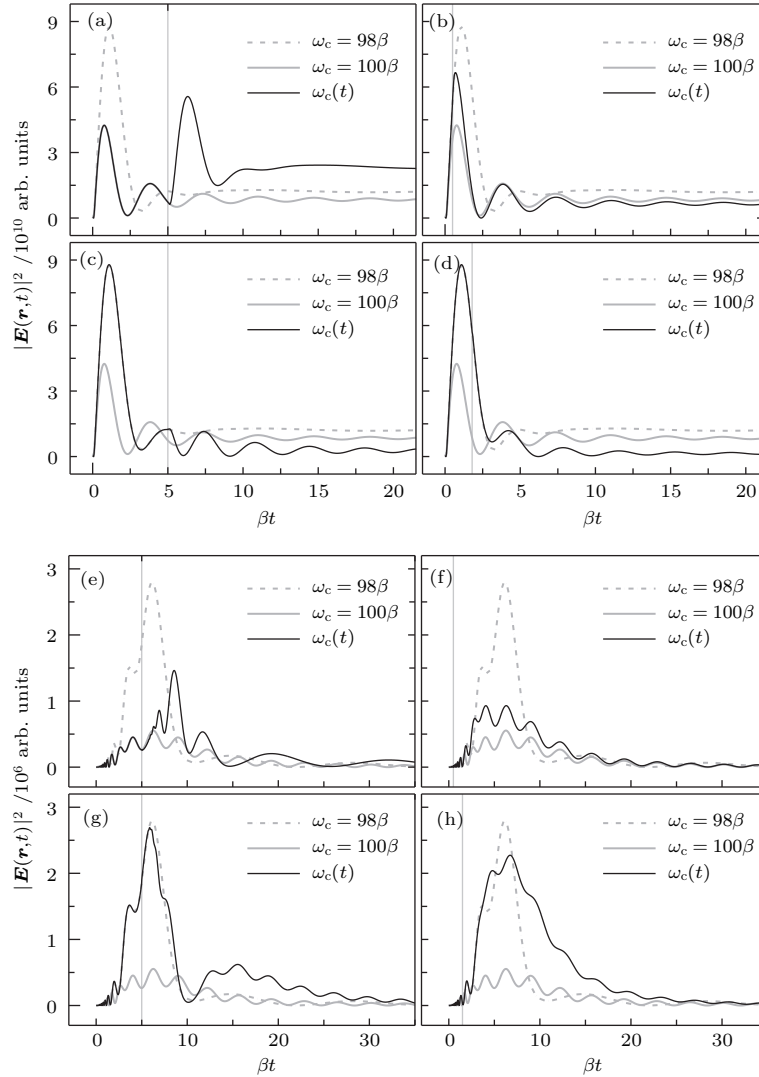


图 4 阶跃调制情形下观察距离 r 为 $10/k_0$ [(a)—(d)] 和 $100/k_0$ [(e)—(h)] 处原子自发辐射场强度随时间的演化情况 (黑色实线) (a) 和 (e) 中 $\omega_c(t)$ 满足 (12) 式, $t_0 = 5/\beta$; 其余各图 $\omega_c(t)$ 皆满足 (13) 式, t_0 取值为: (b), (f) $0.5/\beta$; (c), (g) $5/\beta$; (d), (h) $1.8/\beta$. 灰色竖线标出了调制发生时刻. 静态情形下 ω_c 等于 98β (灰色点划线) 和 100β (灰色实线) 时原子自发辐射场强度随时间的演化情况

Fig. 4. The time evolution of the spontaneous radiation field intensity at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)–(d)] or $100/k_0$ [(e)–(h)] under step-modulated situation (dark solid curves). The band edge $\omega_c(t)$ meets Eq. (12) with $t_0 = 5/\beta$ in (a) and (e). In the other figures, $\omega_c(t)$ meets Eq. (13) with $t_0 = 0.5/\beta$ [(b), (f)], $5/\beta$ [(c), (g)] and $1.8/\beta$ [(d), (h)]. The gray vertical lines mark the times when the step modulation happens. The gray dot dash curves (gray solid curves) describe the time evolution of the spontaneous radiation field intensity when $\omega_c = 98\beta$ (100β).

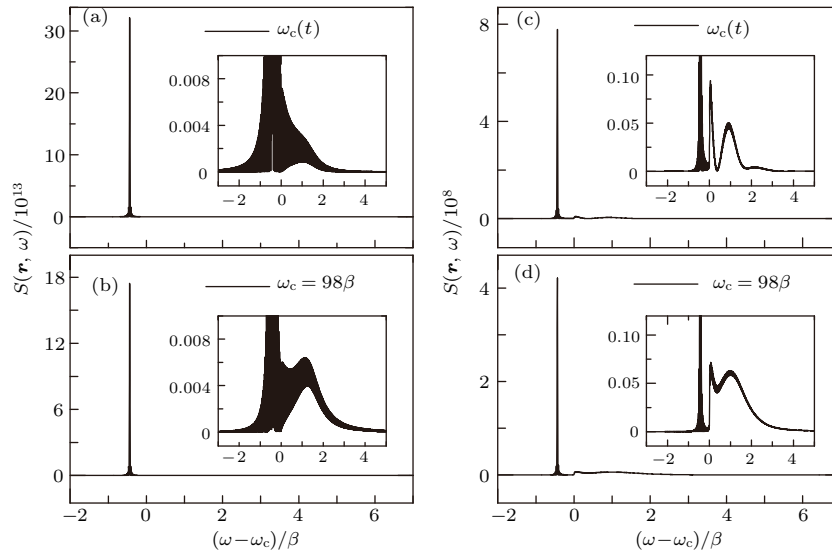


图5 观察距离 r 为 $10/k_0$ [(a), (b)] 和 $100/k_0$ [(c), (d)] 处的自发辐射谱 (a) 和 (c) 为阶跃调制情形下的, $\omega_c(t)$ 满足 (12) 式, $t_0 = 5/\beta$; (b) 和 (d) 为静态情形下的, $\omega_c = 98\beta$. 内插图为局部放大后的结果

Fig. 5. The spontaneous radiation spectrum at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a), (b)] or $100/k_0$ [(c), (d)]: (a) and (c) are under the step-modulated situation where $\omega_c(t)$ meets Eq. (12) with $t_0 = 5/\beta$; (b) and (d) are under the unmodulated situation where $\omega_c = 98\beta$. The insets are partial enlargements of the main figures.

当带边频率满足 (12) 式时, 在 t_0 时刻其值由 100β 变为 98β , 此后原子的自发辐射过程与 $\omega_c = 98\beta$ 的静态情形下的相比仅系统初态不同, 前者的初态就是 t_0 处的系统态, 后者的初态为 $|e, \{0\}\rangle$. 比较此两种情形下的辐射谱可以发现, 两个自发辐射过程中原子辐射的局域场的频率是完全相同的 (分别见图 5 (a) 和 (b) 中的尖锐谱线). 类似地, 当带边频率满足 (13) 式时, 阶跃调制发生之后原子辐射的局域场的频率也与原子在 $\omega_c = 100\beta$ 的静态情形下辐射的完全相同 (分别将图 6 (a)—(c) 中的尖锐谱线与图 6 (d) 中的比较可知). 以上结果表明, 带边频率发生阶跃之后, 原子辐射的局域场的频率只取决于原子的跃迁频率和此时的带边频率, 且其值与具有相同参数条件的静态情形下的值相等.

与静态情形类似, 阶跃调制情形下局域场谱线的旁瓣结构也会影响到非局域场成分的频谱 (见图 5 (a)). 此时, 可选择较远距离处的辐射谱来观察非局域场成分的谱线. 比较图 5 (c) 和 (d) 可以看到, 它们在带边处和能带内都各有一个峰值. 这表明与 $\omega_c = 98\beta$ 的静态情形相似, 图 5 (c) 所描述的阶跃调制情形下的自发辐射过程中, 原子辐射出去的非局域场含有弥散场和传输场两种成分. 对于 (13) 式所描述的阶跃调制情形, 由于局域场成分相对较弱, 且局域场频率距离带边更远, 因此即使在较近

的观察距离处旁瓣的存在也不会影响到观察非局域场成分的频谱 (见图 6 (a)—(c)). 在图 6 (a)—(d) 中, 仅带边处有峰值能带内没有峰值出现. 说明与 $\omega_c = 100\beta$ 的静态情形相似, 图 6 (a)—(c) 所描述的三种阶跃调制情形下的自发辐射过程中, 原子辐射出去的非局域场仅含有弥散场这一种成分. 由以上分析可知, 带边频率发生阶跃之后, 原子辐射的非局域场成分的构成情况只取决于原子的跃迁频率和此时的带边频率, 且与具有相同参数条件的静态情形下的情况相同. 此结论是原子在光子晶体环境下的自发辐射特性决定的, 并不会随着观察距离的增加而改变 (比较图 6 (e) 和 (a) 或图 6 (g) 和 (c) 都可看到). 但是, 在其他因素的干扰之下也有可能观察到与此结论不相符合的情况. 比如与图 6 (b) 不同, 图 6 (f) 中除了带边处的峰值外, 能带内也出现了一个峰值. 出现这种情况与下面两个因素有关: 一是当 $r = 100/k_0$ 时, 图 6 (f) 所对应的阶跃调制情形下在调制发生时刻处有较大的辐射场强度 (见图 4 (g)); 二是 $r = 100/k_0$ 时观察点到原子之间的距离较远, 导致阶跃调制发生后原子与观察点之间还分布着较多的调制发生前原子辐射出去的场, 且因第一个因素这部分场被进一步增强, 它们随后会被当作原子在调制发生之后辐射的场而被接收, 从而影响到阶跃调制发生之后的自发辐射过程的频谱.

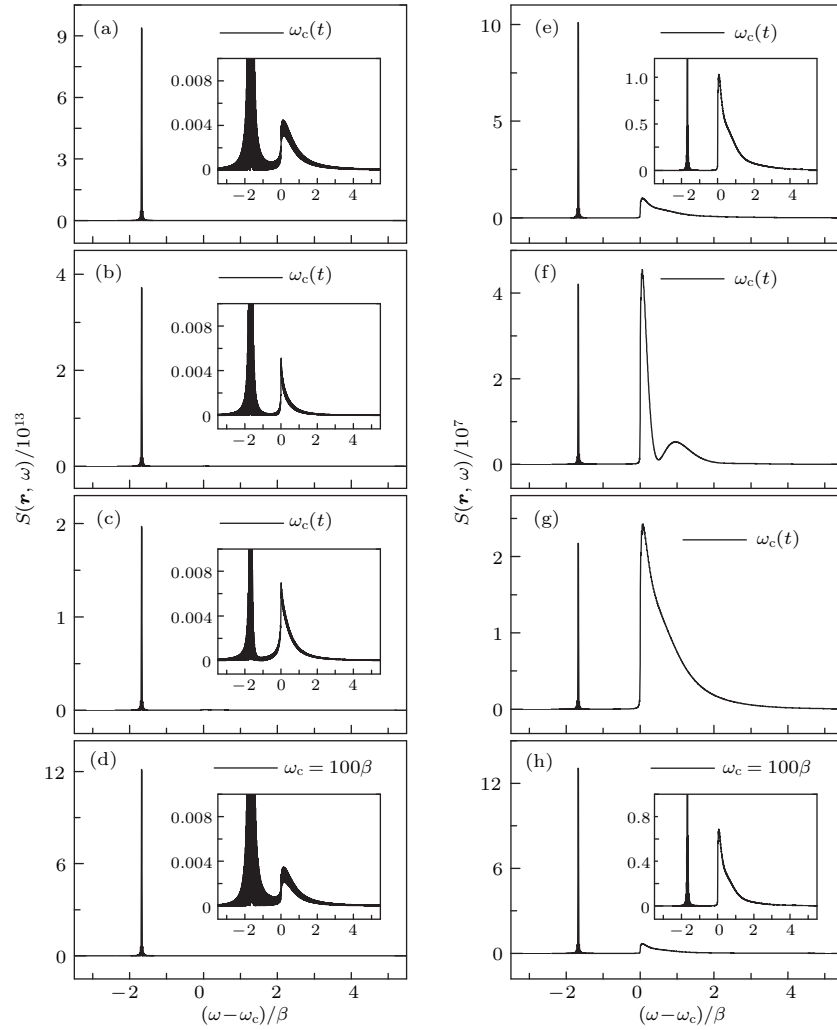


图6 观察距离 r 为 $10/k_0$ [(a)–(d)] 和 $100/k_0$ [(e)–(h)] 处的自发辐射谱 (a)–(c) 及 (e)–(g) 皆为阶跃调制情形下的, $\omega_c(t)$ 满足 (13) 式, t_0 取值为 (a), (e) $0.5/\beta$; (b), (f) $5/\beta$; (c), (g) $1.8/\beta$. (d) 和 (h) 为静态情形下的 ($\omega_c = 100\beta$). 内插图为局部放大后的结果

Fig. 6. The spontaneous radiation spectrum at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)–(d)] or $100/k_0$ [(e)–(h)]: (a)–(c) and (e)–(g) are under the step-modulated situation where $\omega_c(t)$ meets Eq. (13) with $t_0 = 0.5/\beta$ [(a), (e)], $5/\beta$ [(b), (f)] and $1.8/\beta$ [(c), (g)]; (d) and (h) are under the unmodulated situation where $\omega_c = 100\beta$. The insets are partial enlargements of the main figures.

3.3 三角函数周期调制情形

与前两小节相同, 本小节中参数 η 和 r 仍分别取值为 $\eta = 0$ 、 $r = 10/k_0$ 或 $100/k_0$. 调制函数 $f(t)$ 取为三角函数:

$$f(t) = A_m \cos(f_0 t + \phi_0). \quad (15)$$

式中, A_m 为调制幅值; f_0 和 ϕ_0 分别为调制频率和初相位. 带边频率以及原子跃迁频率相对于带边的失谐量 δ 可分别表示为:

$$\omega_c(t) = 99\beta + A_m \cos(f_0 t + \phi_0), \quad (16)$$

$$\delta(t) = -A_m \cos(f_0 t + \phi_0), \quad (17)$$

式中的 A_m 取为 β , 因此带边频率在 98β 和 100β 之间随时间周期变化, 失谐量 $\delta(t)$ 的变化范围则为 $-\beta$ – β .

由于原子与动态库环境的相互作用, 除了开始的一段时间外, 三角函数周期调制情形下自发辐射场强度随时间作频率近似等于调制频率的准周期振荡 (见图 7). 又由于自发辐射过程中原子不断辐射出非局域场成分, 导致原子的能量不断减弱, 因此辐射场强度随时间存在衰减 (见图 7). 其衰减率与调制频率有关, 通过选择合适的调制频率, 可以使之加快或者减缓.

原子的自发辐射谱上, 辐射能量在相邻间隔近似等于调制频率的若干频率值处形成尖锐峰值. 此

若干频率值构成的离散谱结构存在中心频率, 其值几乎不受调制频率影响 (例如在图 8 (a)—(c) 中, 中心频率都约等于 98β), 而主要取决于光子晶体带边频率的取值范围以及原子的跃迁频率值. 需要注意的是, 无关观察距离的远近, 中心频率处的频谱能量并不一定强于其他离散频率处的, 图 8 (a)—(c) 中所示的情形只是一个特例. 自发辐射谱中的离散谱结构是由原子与动态库环境的相互作用造成的, 是自发辐射场强度的准周期振荡在频谱上的一种表现. 另外, 自发辐射谱上含有频率超过 98β 的谱线 (见图 8 (d)—(f)), 它们所对应的辐射场成分

是非局域的, 其传播会导致原子能量的损失, 进而造成图 7 中所示的辐射场强度的衰减.

以上讨论中, 调制初相位 ϕ_0 都取为零值. 与 ϕ_0 取为 0 时相比, 当 ϕ_0 取为 π 时, 带边频率从 98β 开始增加, 因此初始一段时间内原子上能级位于能带内, 自发辐射更强, 从而辐射脉冲峰值强度也就更大 (见图 9). 更多的计算表明, 调制初相位主要会影响到初始一段时间内原子辐射出的脉冲强度, 随着 ϕ_0 从 0 开始增加到 π 或是减小到 $-\pi$, 脉冲强度都会逐渐变大, 并因此导致之后辐射场强度做准周期振荡时的波峰和波谷值相应的减小 (见图 9 (a)).

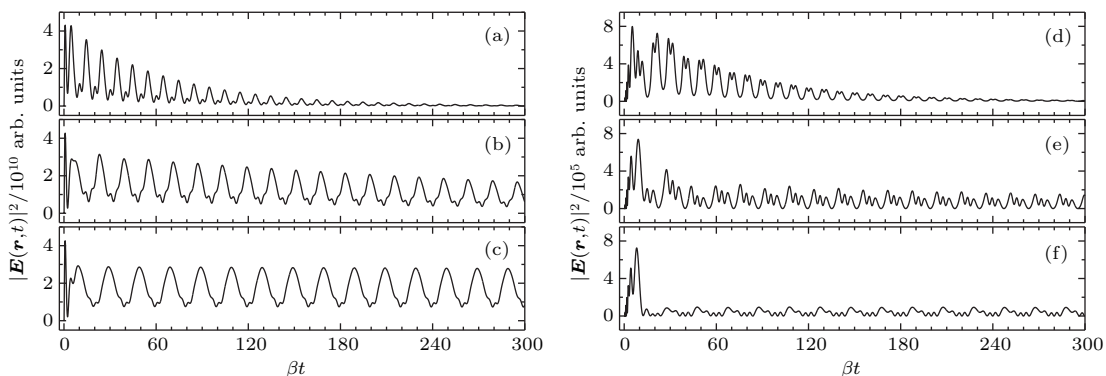


图 7 三角函数周期调制情形下距离 r 为 $10/k_0$ [(a)—(c)] 和 $100/k_0$ [(d)—(f)] 处的辐射场强度随时间的演化情况. 调制初相位 $\phi_0 = 0$, 调制频率 f_0 取值为: (a), (d) $\pi\beta/5$; (b), (e) $\pi\beta/8$; (c), (f) $\pi\beta/10$

Fig. 7. The time evolution of the spontaneous radiation field intensity at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)—(c)] or $100/k_0$ [(d)—(f)] when $\omega_c(t)$ meets Eq. (16) where the initial phase $\phi_0 = 0$, and the modulation frequency $f_0 = \pi\beta/5$ [(a), (d)], $\pi\beta/8$ [(b), (e)] and $\pi\beta/10$ [(c), (f)].

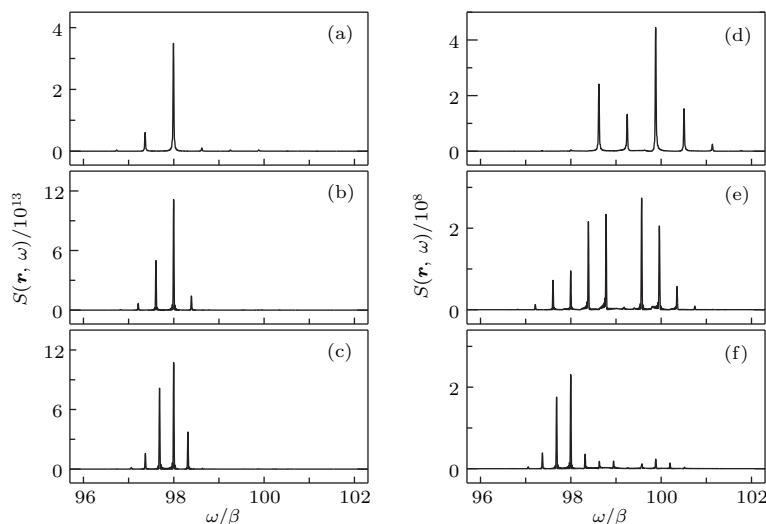


图 8 三角函数周期调制情形下距离 r 为 $10/k_0$ [(a)—(c)] 和 $100/k_0$ [(d)—(f)] 处的自发辐射谱. 调制初相位 $\phi_0 = 0$, 调制频率 f_0 取值为: (a), (d) $\pi\beta/5$; (b), (e) $\pi\beta/8$; (c), (f) $\pi\beta/10$

Fig. 8. The spontaneous radiation spectrum at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)—(c)] or $100/k_0$ [(d)—(f)] when $\omega_c(t)$ meets Eq. (16) where the initial phase $\phi_0 = 0$, and the modulation frequency $f_0 = \pi\beta/5$ [(a), (d)], $\pi\beta/8$ [(b), (e)] and $\pi\beta/10$ [(c), (f)].

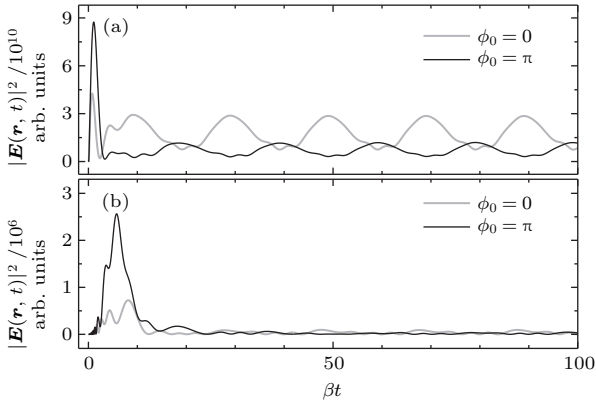


图9 三角函数周期调制情形下距离 r 为 $10/k_0$ [(a)] 和 $100/k_0$ [(b)] 处不同调制初相位时自发辐射场强度的演化情况 调制频率 $f_0 = \pi\beta/10$, 调制初相位 $\phi_0 = \pi$ (黑色曲线) 或 0 (灰色曲线)

Fig. 9. The time evolution of the spontaneous radiation field intensity at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a)] or $100/k_0$ [(b)] when $\omega_c(t)$ meets Eq. (16) where the modulation frequency $f_0 = \pi\beta/10$, and the initial phase $\phi_0 = \pi$ (dark curves) or 0 (gray curves).

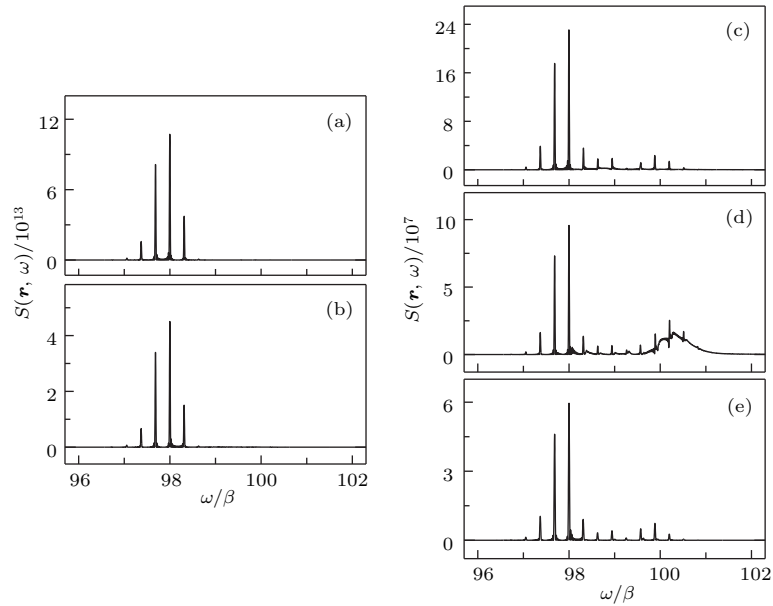


图10 三角函数周期调制情形下观察距离 $r = 10/k_0$ [(a), (b)] 和 $100/k_0$ [(c)—(e)] 处的自发辐射谱 调制频率 $f_0 = \pi\beta/10$, 调制初相位 $\phi_0 = 0$ [(a), (c)] 和 π [(b), (d), (e)]; 其中, (a)—(d) 中的辐射谱是用 (9) 式算得的; (e) 中的频谱是用窗口傅里叶变换 (14) 式算得的, 积分下限 τ 取为 $60/\beta$

Fig. 10. The spontaneous radiation spectrum at the observation distance $r = 10/k_0$ [(a), (b)] or $100/k_0$ [(c)—(e)] when $\omega_c(t)$ meets Eq. (16) where the modulation frequency $f_0 = \pi\beta/10$, and the initial phase $\phi_0 = 0$ [(a), (c)] or π [(b), (d), (e)]. The spectra in (a)—(d) are calculated with Eq. (9). And the spectrum in (e) is calculated with Eq. (14) where the lower limit τ of the integral is set as $60/\beta$.

4 结 论

我们研究了动态各向同性光子晶体环境中二能级原子的自发辐射场与辐射谱特性. 结果表明,

原子自发辐射谱上的离散谱结构所含有的各谱线的相对强度以及频率位置都不会受到调制初相位的影响, 这是图 10 (a) 和 (b) 中频谱相似的原因. 但是, 当距离较远时, 与调制初相位的取值有关, 辐射谱上可能会出现较强的连续谱成分 (见图 10 (d)). 此连续谱成分出现于频率大于 98β 的频段中, 因此它是非局域的. 若改用窗口傅里叶变换 (14) 式来计算辐射谱, 并将式中的积分下限 τ 取的足够大, 以便将自发辐射场强度还未完全进入准周期振荡时的那部分辐射场排除于计算之外, 则最后得到的结果中连续谱成分几乎完全消失 (见图 10 (e)). 这表明此成分主要是原子在最初一段时间内辐射出来的, 当自发辐射场强度进入准周期振荡后就甚少辐射了. 此外, 连续谱成分在频谱中所占据的能量份额还与观察距离的远近有关, 距离越远其所占的份额就越大, 这是由辐射场在光子晶体环境中的传输特性造成的.

当光子晶体的带边频率受到阶跃调制时, 原子在调制发生之后辐射的局域场的频率以及非局域场的构成皆与调制发生时刻无关, 只取决于原子的跃迁频率和此时的带边频率, 且与具有相同参数的静态情形下的相同. 调制发生时刻主要会影响原子在调

制发生之后辐射的局域场的强度. 当光子晶体的带边频率受到三角函数周期调制时, 除了初始一段时间外, 原子自发辐射场的强度随时间做频率近似等于调制频率的有衰减的准周期振荡, 衰减率与调制频率有关. 在辐射谱上, 频谱能量在一组等间隔分布的离散频率处形成尖锐峰值. 这组离散频率的相邻间隔近似等于调制频率, 它们的中心频率取决于带边频率的取值范围和原子的跃迁频率. 调制初相位会影响初始一段时间内原子辐射出的脉冲强度, 以及辐射谱所含有连续谱成分的强弱.

参考文献

- [1] Purcell E M 1946 *Phys. Rev.* **69** 681
- [2] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [3] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [4] Tarhan I I, Watson G H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 315
- [5] John S 1984 *Phys. Rev. Lett.* **53** 2169
- [6] John S, Wang J 1991 *Phys. Rev. B* **43** 12772
- [7] John S, Wang J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2418
- [8] Zhu S Y, Chen H, Huang H 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 205
- [9] John S, Quang T 1994 *Phys. Rev. A* **50** 1764
- [10] Quang T, Woldeyohannes M, John S 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 5238
- [11] Yang Y P, Zhu S Y 2000 *Phys. Rev. A* **61** 043809
- [12] Xie S Y, Yang Y P, Wu X 2001 *Eur. Phys. J. D* **13** 129
- [13] Wang X H, Gu B Y 2005 *Physics* **34** 18 (in Chinese) [王雪华, 顾本源 2005 物理 **34** 18]
- [14] Figotin A, Godin Y A, Vitebsky I 1998 *Phys. Rev. B* **57** 2841
- [15] Su J, Chen H M 2010 *Acta Opt. Sin.* **30** 2710 (in Chinese) [苏坚, 陈鹤鸣 2010 光学学报 **30** 2710]
- [16] Zhang L F, Huang J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 024213
- [17] Han M G, Shin C G, Jeon S J, Shim H, Heo C J, Jin H, Kim J W, Lee S 2012 *Adv. Mater.* **24** 6438
- [18] Oh J M, Hoshina T, Takeda H, Tsurumi T 2013 *Appl. Phys. Express* **6** 062001
- [19] Ge J P, He L, Goebel J, Yin Y D 2009 *J. Am. Chem. Soc.* **131** 3484
- [20] Yu G J, Pu S L, Wang X, Ji H Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 194703 (in Chinese) [于国君, 卜胜利, 王响, 纪红柱 2012 物理学报 **61** 194703]
- [21] Sugiyama H, Sawada T, Yano H, Kanai T 2013 *J. Mater. Chem. C* **1** 6103
- [22] Liu Z D, Gao J J, Li B, Zhou J 2013 *Opt. Mater.* **35** 1134
- [23] Law C K, Zhu S Y, Zubariry M S 1995 *Phys. Rev. A* **52** 4095
- [24] Priyesh K V, Thayyullathil R B 2012 *Commun. Theor. Phys.* **57** 468
- [25] Pisipati U, Almakrami I M, Joshi A, Serna J D 2012 *Am. J. Phys.* **80** 612
- [26] Wang L, Xu J P, Gao Y F 2010 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** 095102
- [27] Liao X, Cong H L, Jiang D L, Ren X Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5508 (in Chinese) [廖旭, 丛红璐, 姜道来, 任学藻 2010 物理学报 **59** 5508]
- [28] Jia F, Xie S Y, Yang Y P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3193
- [29] Kofman A G, Kurizki G 2000 *Phys. Rev. Lett.* **87** 270405
- [30] Linington I E, Garraway B M 2006 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **39** 3383
- [31] Linington I E, Garraway B M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033831
- [32] Xing R, Xie S Y, Xu J P, Yang Y P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 094205 (in Chinese) [邢容, 谢双媛, 许静平, 羊亚平 2014 物理学报 **63** 094205]
- [33] Linz P 1985 *Analytical and Numerical Methods for Volterra Equations* (Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics) Chapter 7
- [34] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) Chapter 6
- [35] Yang Y P, Huang X S 2007 *J. Mod. Opt.* **54** 1407
- [36] Yang Y P, Zhu S Y 2000 *Phys. Rev. A* **62** 013805
- [37] Lambropoulos P, Nikolopoulos G M, Nielsen T R, Bay S 2000 *Rep. Prog. Phys.* **63** 455

Characteristics of the spontaneous emission field and spectrum of a two-level atom in a dynamic photonic crystal*

Xing Rong[†] Xie Shuang-Yuan Xu Jing-Ping Yang Ya-Ping

(Ministry of Education Key Laboratory of Advanced Microstructure Materials, School of Physics Science and Engineering, Tongji University Shanghai 200092, China)

(Received 23 April 2016; revised manuscript received 7 July 2016)

Abstract

The spontaneous emission field and spectrum of a two-level atom, located in an isotropic photonic crystal with dynamic band edges, are investigated by means of numeric calculation. The investigation is expected to help comprehend the characteristics of the atomic spontaneous emission in the dynamic photonic crystal, and provide a possible way to control dynamically the spontaneous emission in photonic crystal. The expression of the spontaneous radiation field is obtained without using the far-zone approximation and the Weisskopf-Wigner approximation, and expected to be applicable in other relevant researches. In the investigation, the spontaneous radiation field and spectrum are calculated when the band edge frequency is unmodulated, or modulated by a step function or triangle function. In the unmodulated situation, the radiation field intensity tends to a constant which is equal to the intensity of the localized field component. The radiation field pulse presents a wave packet behavior as propagation distance increases. The components of the radiation field correspond one-to-one to the peaks in the spontaneous radiation spectrum. When the band edge frequency is modulated by step function, the radiation field intensity tends to a steady-state value after the modulation has happened. And the steady-state intensity is affected by the time when the modulation happens. The components of the non-localized field and the frequency of the localized field after modulation depend on the atomic transition frequency and the band edge frequency, and are identical to those in the unmodulated situation with the same parameters. When the band edge frequency is modulated by a triangle function, the field intensity presents a decaying quasi-periodic oscillation after a long enough time. The modulation frequency determines the frequency of the oscillation, and influences the decay rate. The radiation energy becomes sharp peaks around a set of the discrete frequencies which are evenly spaced with the modulation frequency. The central frequency of these frequencies depends on the atomic transition frequency and the value range of the band edge frequency. The modulation initial phase affects the intensity of the radiation field emitted in an initial period of time.

Keywords: photonic crystal, two-level atom, dynamic structured reservoirs, radiation field

PACS: 42.50.Pq, 42.70.Qs, 32.30.-r, 32.80.Qk

DOI: [10.7498/aps.65.194204](https://doi.org/10.7498/aps.65.194204)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11074188, 11274242), the Joint Fund of the National Natural Science Foundation of China and the China Academy of Engineering Physics (Grant No. U1330203) and the National Basic Research Program of Special Foundation of China (NKBRFC) (Grant Nos. 2011CB922203, 2013CB632701).

[†] Corresponding author. E-mail: 1110477@tongji.edu.cn