

基于双回音壁模式腔光力学系统的光学传播特性和超高分辨率光学质量传感

陈华俊 方贤文 陈昌兆 李洋

Coherent optical propagation properties and ultrahigh resolution mass sensing based on double whispering gallery modes cavity optomechanics

Chen Hua-Jun Fang Xian-Wen Chen Chang-Zhao Li Yang

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 194205 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.194205

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194205>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I19>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三机械薄膜腔光力系统相互作用的研究

[Optomechanical interaction with triple membranes](#)

物理学报.2016, 65(12): 124202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.124202>

基于自发辐射相干实现光学前驱场

[Optical precursors via spontaneously generated coherence](#)

物理学报.2016, 65(10): 104201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104201>

金属目标原子晶格结构对其量子雷达散射截面的影响

[Impact of metal target's atom lattice structure on its quantum radar cross-section](#)

物理学报.2015, 64(15): 154203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154203>

参量放大器腔中光力诱导透明与本征模劈裂性质

[Optomechanically induced transparency and normal mode splitting in an optical parametric amplifier cavity](#)

物理学报.2014, 63(20): 204201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.204201>

抗反射疏水红外窗口的制备研究

[Research on the fabrication and property of hydrophobic antireflective infrared window](#)

物理学报.2014, 63(5): 054201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.054201>

# 基于双回音壁模式腔光力学系统的光学传播特性和超高分辨率光学质量传感\*

陈华俊<sup>†</sup> 方贤文 陈昌兆 李洋

(安徽理工大学理学院, 淮南 232001)

(2016年4月11日收到; 2016年7月8日收到修改稿)

研究基于双回音壁模式腔光力学系统中的相干光学传播特性, 通过控制该系统中两腔之间的耦合, 证明了基于光力诱导透明的慢光效应. 该系统中的腔-腔耦合起着关键作用, 提供了一个量子通道并影响透明窗口的宽度. 基于该系统理论上提出一种光学质量传感方案. 通过检测探测吸收谱中由于额外质量引起的机械共振频移可直接测出沉积在回音壁腔表面上的额外纳米颗粒的质量. 与单腔光力学质量传感相比, 多模式光力学系统中腔-腔耦合显著提高了质量传感的分辨率. 双回音壁模式光力学系统将在光学存储和超高分辨率质量传感器件上有着潜在应用.

**关键词:** 腔光力学, 光力学诱导透明, 慢光, 质量传感

**PACS:** 42.50.Wk, 42.50.Gy, 42.50.Pq

**DOI:** 10.7498/aps.65.194205

## 1 引言

典型的腔光力学系统是由一个高品质光学腔通过辐射压力与一个机械振子耦合, 由于腔光力学系统能揭示和探索基本量子物理性质、在基础科学与应用科学领域方面的精确测量以及光力学器件等方面的潜在应用近年来受到了研究者的广泛关注<sup>[1-4]</sup>. 光力学系统中大量显著的现象目前在实验上相继被证实, 其中包括光学腔与机械振子的强耦合<sup>[5]</sup>、冷却机械模到量子基态<sup>[6-8]</sup>、光力学诱导透明<sup>[9-12]</sup>、光学模式与机械模式的相干转换<sup>[13,14]</sup>以及压缩光的实现<sup>[15-17]</sup>. 许多基于上述现象的重要应用, 例如力传感<sup>[18]</sup>、力矩<sup>[19]</sup>与加速度<sup>[20]</sup>传感, 尤其是基于光力学诱导透明的光学存储<sup>[9-12]</sup>和超灵敏质量传感器件<sup>[21]</sup>取得了显著的进展.

光力学诱导透明<sup>[9-12]</sup>的物理本质在形式上类似于三能级 $\Lambda$ 类型原子系统中的电磁诱导透明现象<sup>[22]</sup>. 光力学系统中, 实验上基于光力学诱导透明

的机械调制的慢光和快光现象在光学区域和微波区域相继被证实<sup>[14,23,24]</sup>, 对于在芯片尺度上构建固体器件用于光学存储、过滤及同步光学传播指出了新的应用前景. 理论研究表明, 光力学诱导透明在声子数<sup>[25]</sup>、耦合率<sup>[26]</sup>、电荷等<sup>[27]</sup>的精确测量方面也有着潜在的应用. 而上述现象的研究依然依赖于单个光学腔模与单个机械振子耦合. 由于多模式光力学系统能进一步深入研究光力学系统和其在量子信息处理方面的潜在应用, 目前越来越多地引起了研究者的兴趣. 三模式耦合光力学系统是典型的多模式系统, 它包括两个光学腔或两个微波腔与一个机械振子耦合<sup>[28,29]</sup>(反之亦然<sup>[30]</sup>), 或者一个机械振子和一个超导微波腔与一个光学腔耦合形成复合的光力学系统<sup>[31-33]</sup>. 基于多模式光力学系统, 包括量子态转移<sup>[32]</sup>、类似光力学诱导透明的基态冷却<sup>[29,34,35]</sup>、相干光学波长转换<sup>[28]</sup>、光机械暗态<sup>[36]</sup>以及声子调制的电磁诱导吸收等<sup>[37]</sup>现象也相继被发现.

\* 国家自然科学基金(批准号: 11404005, 51502005, 61272153, 61572035)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: chenphysics@126.com

另一方面, 由于光力学振子的超低质量、高共振频率和高品质因子使得超灵敏质量传感成为可能<sup>[21,38,39]</sup>. 纳米机械振子可以用作质量传感是因为沉积在机械振子上的额外质量将会引起机械振子共振频率的改变<sup>[40]</sup>, 质量传感的基本原理是测量共振频率的频移. 质量传感的实施目前有两种途径: 电学测量<sup>[41,42]</sup>和光学监测<sup>[21]</sup>. 基于电学测量的质量传感方案中电流回路的热效应和能量损耗将加宽电响应谱, 最终影响频率的灵敏探测. 为了消除电学测量的弱点, 无任何电学参量参与的全光学质量传感被提出来<sup>[21]</sup>. 此外基于微型环腔的单个纳米颗粒或病毒的光学探测方案也在实验上被证实<sup>[39]</sup>, 该方案是通过监测回音壁微腔模的展宽, 并且该方案对探测噪声和环境的干扰免疫. 为了得到高灵敏的质量传感, 有研究组考虑把复合的量子点-金属纳米颗粒系统植入到纳米机械振子中<sup>[43]</sup>. 由于回音壁腔系统的简单制造工艺、高品质因子以及可集成等特性逐渐成为研究光力学现象的重要系统. 最近, 基于双回音壁腔的PT-对称回音壁微腔系统<sup>[44]</sup>、可切换的光学隔离<sup>[45]</sup>以及声子激光等<sup>[46]</sup>现象相继被证实, 为在芯片尺度上操纵和控制光学传播、光电隔离器与光学通讯以及机械冷却与声子激光放大器等方面的应用指出了一条新的方向. 本文基于多模式回音壁腔光力学系统, 研究了该系统的相干光学传播特性; 同时提出一种超高分辨率的光学质量传感方案, 双回音壁腔在实验上的证实也为该质量传感方案的实施提供了基础.

双回音壁腔光力学系统由两个相互耦合的回音壁腔构成, 其中一个腔由一束抽运场和一束探测场驱动, 进而产生辐射压力诱导出机械径向呼吸模式<sup>[47]</sup>, 而另一个回音壁腔仅由一束抽运场驱动, 如图1所示. 回音壁腔光力学系统中同时存在抽运场和探测场诱导出反斯托克斯场和斯托克斯场. 反斯托克斯场和斯托克斯场分别与内腔探测场干涉导致了光力学诱导透明和信号放大. 本文证明了该系统中基于光力诱导透明的慢光效应. 当用探测场扫描光腔共振频率, 机械模式的共振频率可直接在探测吸收谱中读出. 这样通过共振频移可以很容易地得到沉积在光腔表面上的额外质量. 腔-腔耦合所引起的极窄的线宽使得质量传感具有超高的分辨率. 目前现存的实验条件<sup>[10]</sup>表明双回音壁腔光力学系统将在芯片尺度上的质量传感方面有着重要

的应用.

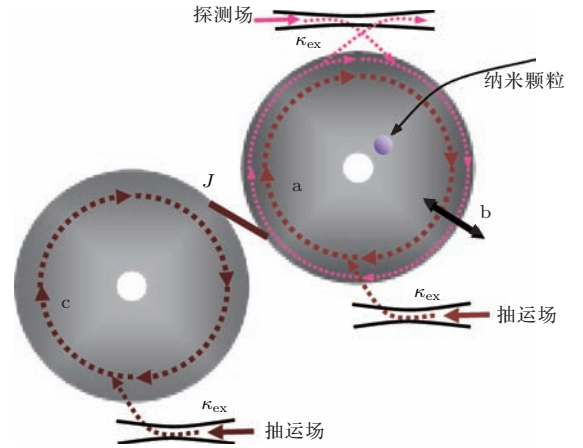


图1 双回音壁腔光力学系统示意图. 腔a由一束抽运场和一束探测场驱动, 腔模a与机械模b通过辐射压力耦合; 腔c只由一束抽运场所驱动; 纳米颗粒沉积在腔a的表面. Fig. 1. Schematic diagram of the double whispering gallery modes (WGM) cavity optomechanical system. The WGM cavity mode a is coupled to the mechanical mode b via radiation pressure force with a strong pump field and a weak probe field. The WGM cavity mode c is only driven by a pump field. The two cavities coupled with each other via exchanging energy and the coupling strength  $J$  depends on the distance between the two cavities. The nanoparticles are deposited onto the surface of the cavity a.

## 2 模型与理论

图1所示为双回音壁腔光力学模型图, 其中回音壁腔a(频率为 $\omega_a$ )与机械振子b(频率为 $\omega_m$ )相耦合, 回音壁腔c的频率为 $\omega_c$ . 腔a与腔c之间通过能量交换耦合, 耦合强度 $J$ 取决于两腔之间的距离. 腔a由一束较强的抽运激光(频率 $\omega_p$ , 振幅 $E_a$ )和一束较弱的探测激光(频率 $\omega_s$ , 振幅 $E_s$ )所驱动, 腔c仅由一束频率为 $\omega_p$ 和振幅 $E_c$ 的抽运光所驱动, 有关系式 $E_a = \sqrt{P_a/\hbar\omega_p}$  ( $E_c = \sqrt{P_c/\hbar\omega_p}$ ,  $E_s = \sqrt{P_s/\hbar\omega_s}$ ), 其中 $P$ 是激光功率. 光纤中传播的激光与腔之间有由额外耦合所引起的光子逃逸率 $\kappa_{ex}$ , 通过平衡的零差探测方案来探测透射场. 在绝热限制下, 只有腔模 $\omega_c$ 被驱动, 腔自由光谱区 $c/2\pi R$  ( $c$ 是真空中光速,  $R$ 是回音壁腔的曲率半径)远大于腔的振动频率, 散射到其他的腔模光子可以忽略. 以抽运光频率 $\omega_p$ 为旋转坐标, 得到整个系统的哈密顿量为

$$H = \hbar\Delta_a a^\dagger a + \hbar\Delta_c c^\dagger c + \hbar\omega_m b^\dagger b - \hbar g a^\dagger a (b^\dagger + b) + \hbar J (a^\dagger c + a c^\dagger)$$

$$\begin{aligned}
 & + i\hbar\sqrt{\kappa_{ae}}E_a(a^+ - a) \\
 & + i\hbar\sqrt{\kappa_{ae}}E_s(a^+ e^{-i\delta t} - a e^{i\delta t}) \\
 & + i\hbar\sqrt{\kappa_{ce}}E_c(c^+ - c), \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中  $g = g_0 x_0$  ( $g_0 = \omega_c/R$ ) 是回音壁腔光力学系统中的单光子耦合强度, 机械振子位置的零点涨落为  $x_0 = \sqrt{\hbar/2M\omega_m}$ ,  $M$  是回音壁腔质量,  $\omega_m$  是机械共振频率;  $\Delta_a = \omega_a - \omega_p$  和  $\Delta_c = \omega_c - \omega_p$  分别是两腔相应于抽运场的失谐,  $\delta = \omega_s - \omega_p$  是探测场与抽运场之间的失谐; 腔模的衰减率  $\kappa = \kappa_c = \kappa_a = \kappa_{ex} - \kappa_0$ ,  $\kappa_0$  为本征光子损耗率<sup>[10]</sup>. 为计算简便起见, 只考虑  $\kappa_0 = \kappa_{ex} = \kappa_{ae} = \kappa_{ce}$ . 由海森堡运动方程, 加上腔模与机械模相应的阻尼项和耗散项, 得到郎之万方程

$$\begin{aligned}
 \dot{a} = & -(i\Delta_a + \kappa_a)a + i g a X - i J c \\
 & + \sqrt{\kappa_{ae}}(E_a + E_s e^{-i\delta t}) + \sqrt{2\kappa_a} a_{in}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{c} = & -(i\Delta_c + \kappa_c)c - i J a + \sqrt{\kappa_{ce}} E_c \\
 & + \sqrt{2\kappa_c} c_{in}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\ddot{X} + \Gamma_m \dot{X} + \omega_m^2 X = 2g\omega_m a^+ a + \xi, \quad (4)$$

其中  $X = b^+ + b$  是位置算符,  $\Gamma_m$  是振子的衰减率,  $a_{in}$  和  $c_{in}$  是  $\delta$  关联的郎之万噪声算符, 其平均值为零, 且有关联函数

$$\langle a_{in}(t) a_{in}^+(t') \rangle = \langle c_{in}(t) c_{in}^+(t') \rangle \sim \delta(t - t').$$

机械振子受一个随机力的影响并且布朗随机力的平均值为零, 它的关联函数为

$$\begin{aligned}
 & \langle \hat{\xi}^+(t) \hat{\xi}(t') \rangle \\
 & = \frac{\Gamma_m}{\omega_m} \int \frac{d\omega}{2\pi} \omega e^{-i\omega(t-t')} \left[ 1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right],
 \end{aligned}$$

其中  $k_B$  和  $T$  分别是玻尔兹曼常数和该耦合系统的库温度.

由于探测场强度远弱于抽运场, 采用标准的量子光学方法, 海森堡算符可以重新写成稳态平均值和一个小的涨落之和:  $a = \bar{a} + \delta a$ ,  $c = \bar{c} + \delta c$ ,  $X = \bar{X} + \delta X$ . 抽运场决定了稳态平均值, 探测场决定了小的涨落. 腔内光子数 ( $n_a = |\bar{a}|^2$ ,  $n_c = |\bar{c}|^2$ ) 与稳态值相关

$$\begin{aligned}
 n_a = & \frac{\kappa_{ae} E_a^2 (\Delta_c^2 + \kappa_c^2) + \kappa_{ce} E_c^2 J^2 - 2J \Delta_c \sqrt{\kappa_{ae} \kappa_{ce}} E_a E_c}{(\bar{\Delta}_a^2 + \kappa_a^2)(\Delta_c^2 + \kappa_c^2) + 2J^2(\kappa_a \kappa_c - \bar{\Delta}_a \Delta_c) + J^4}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n_c = & \frac{\kappa_{ce} E_c^2 (\Delta_a^2 + \kappa_a^2) + \kappa_{ae} E_a^2 J^2 - 2J \Delta_a \sqrt{\kappa_{ae} \kappa_{ce}} E_a E_c}{(\bar{\Delta}_a^2 + \kappa_a^2)(\Delta_c^2 + \kappa_c^2) + 2J^2(\kappa_a \kappa_c - \bar{\Delta}_a \Delta_c) + J^4}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

稳态值为

$$\bar{a} = \frac{\sqrt{\kappa_{ae}} E_a (i\Delta_c + \kappa_c) - iJ \sqrt{\kappa_{ce}} E_c}{(i\bar{\Delta}_a + \kappa_a)(i\Delta_c + \kappa_c) + J^2}, \quad (7)$$

$$\bar{c} = \frac{\sqrt{\kappa_{ce}} E_c (i\Delta_a + \kappa_a) - iJ \sqrt{\kappa_{ae}} E_a}{(i\bar{\Delta}_a + \kappa_a)(i\Delta_c + \kappa_c) + J^2}, \quad (8)$$

$$\bar{X} = \frac{2g|\bar{a}|^2}{\omega_m}, \quad (9)$$

其中  $\bar{\Delta}_a = \Delta_a - 2g^2 n_a / \omega_m$ . 对于小的涨落的方程组, 只保留涨落算符的线性项, 做变换<sup>[48]</sup>  $\langle \delta a \rangle = A_- e^{-i\delta t} + A_+ e^{i\delta t}$ ,  $\langle \delta c \rangle = C_- e^{-i\delta t} + C_+ e^{i\delta t}$ ,  $\langle \delta X \rangle = X_- e^{-i\delta t} + X_+ e^{i\delta t}$ . 解方程得到

$$A_- = \frac{(i\Delta_2 - \kappa_a) \sqrt{\kappa_{ae}} E_s}{(i\Delta_1 + \kappa_a)(i\Delta_2 - \kappa_a) + g^2 n_a^2 \chi^2}, \quad (10)$$

其中

$$\chi = \frac{2g\omega_m}{\omega_m^2 - i\Gamma_m \delta - \delta^2},$$

$$\Delta_1 = \bar{\Delta}_a - \delta - g n_a \chi - \frac{iJ^2}{i(\Delta_c - \delta) + \kappa_c},$$

$$\Delta_2 = \bar{\Delta}_a + \delta - g n_a \chi - \frac{iJ^2}{i(\Delta_c + \delta) - \kappa_c}.$$

由标准的输入-输出关系<sup>[49]</sup>  $a_{out}(t) = a_{in}(t) - \sqrt{\kappa_{ex}} a(t)$ , 得到

$$\begin{aligned}
 \langle a_{out}(t) \rangle = & (E_p - \sqrt{\kappa_{ex}} \bar{a}) e^{-i\omega_p t} \\
 & + (E_s - \sqrt{\kappa_{ex}} A_-) e^{-i(\Omega + \omega_p)t} \\
 & - \sqrt{\kappa_{ex}} A_+ e^{-i(\Omega - \omega_p)t} \\
 = & (E_p - \sqrt{\kappa_{ex}} \bar{a}) e^{-i\omega_p t} \\
 & + (E_s - \sqrt{\kappa_{ex}} A_-) e^{-i\omega_s t} \\
 & - \sqrt{\kappa_{ex}} A_+ e^{-i(2\omega_p - \omega_s)t} \quad (11)
 \end{aligned}$$

其中  $a_{out}(t)$  是输出场算符. 探测场的透射可以由输出与输入场的振幅的比值得到

$$\begin{aligned}
 t(\omega_s) = & \frac{E_s - \sqrt{\kappa_{ex}} A_-}{E_s} \\
 = & 1 - \frac{(i\Delta_2 - \kappa_a) \kappa_{ex}}{(i\Delta_1 + \kappa_a)(i\Delta_2 - \kappa_a) - g^2 \chi^2 n_a^2}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

透射群速的延迟<sup>[10]</sup>

$$\tau_g = \left. \frac{d\phi}{d\omega_s} \right|_{\omega_s = \omega_p} = \left. \frac{d\{\arg[t(\omega_s)]\}}{d\omega_s} \right|_{\omega_s = \omega_p}, \quad (13)$$

其中  $\phi(t) = \arg[t(\omega_s)]$  是探测脉冲的相位差.



基于该双回音壁腔光力学系统, 进一步提出一种超高分辨率的光学质量传感方案. 实验证明当把纳米颗粒沉积到回音壁微腔的边缘, 纳米颗粒将类似于一个散射体诱导出一个反向传播的光学模<sup>[50]</sup>. 一部分损失到外界环境中的散射光产生了额外阻尼, 剩余部分的散射光耦合回到腔中与腔模耦合产生了模式分裂<sup>[51]</sup>. 通过模式分裂来探测纳米颗粒的方案提供了一种有效的对生物分子分类方法. 然而本方案中的质量传感物理机制与模式分裂的方法完全不同, 本方案中的质量传感方案是监测额外纳米颗粒沉积到回音壁腔模表面时所引起的频移. 此外本方案中将颗粒放在腔模隐失场较弱的位置, 纳米颗粒所引起的散射光可以被忽略<sup>[38,39,50]</sup>.

回音壁腔光力学系统可以作为质量传感是由于吸附在振子上的质量会引起灵敏的共振频移. 光力学系统中机械振子可以由一个简谐振子模型所描述, 其质量为  $M$ , 弹性系数为  $k$ , 基本共振频率为

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (14)$$

质量传感的基本原理主要是探测额外粒子沉积到纳米机械振子上时所引起的振子的频移  $\delta f$ . 质量为  $\delta m$  的待测粒子沉积到质量为  $M$  回音壁腔表

面上 ( $M \gg \delta m$ ), 振子的振动频率  $\omega_m$  就会移动到  $\omega_m + \delta f$ , 通过探测频移  $\delta f$ , 可以测得沉积到回音壁腔表面上的粒子的质量. 质量传感包括两个过程: 第一步, 首先确定振子的振动频率  $\omega_m$ ; 第二步, 把要测的粒子沉积到纳米机械振子上, 然后重复第一步, 得到一个新的频率  $\omega$ . 与机械振子的初始频率相比便可以得到一个频移  $\delta f = \omega - \omega_m$ . 频移与沉积在回音壁腔表面上的质量遵循如下关系式:

$$\delta m = \Re^{-1} \delta f, \quad (15)$$

其中  $\Re^{-1} = (-2M/\omega_m)^{-1}$  是质量响应率<sup>[52]</sup>.

### 3 数值结果与讨论

考虑实验上的双回音壁腔光力学系统, 腔 a 的参数<sup>[10]</sup>为:  $M = 20$  ng,  $\lambda = 750$  nm,  $Q = 1500$ ,  $P_a = 10$   $\mu$ W, 其中  $\lambda$  为激光波长,  $Q$  为腔品质因子.  $(g_0, \Gamma_m)/2\pi = (12$  GHz/nm, 41 kHz),  $(\omega_m, \kappa_a)/2\pi = (51.8$  MHz, 15 MHz). 对于腔 c, 考虑  $\omega_c = \omega_{pu} + \Delta_c$  ( $\Delta_c = -\omega_m$ ),  $P_c = 2$   $\mu$ W,  $\kappa_c = \kappa_a$ .  $J$  是两腔之间的耦合强度, 取决于两腔之间的距离, 耦合强度  $J/2\pi \sim$  MHz<sup>[41,42]</sup>.

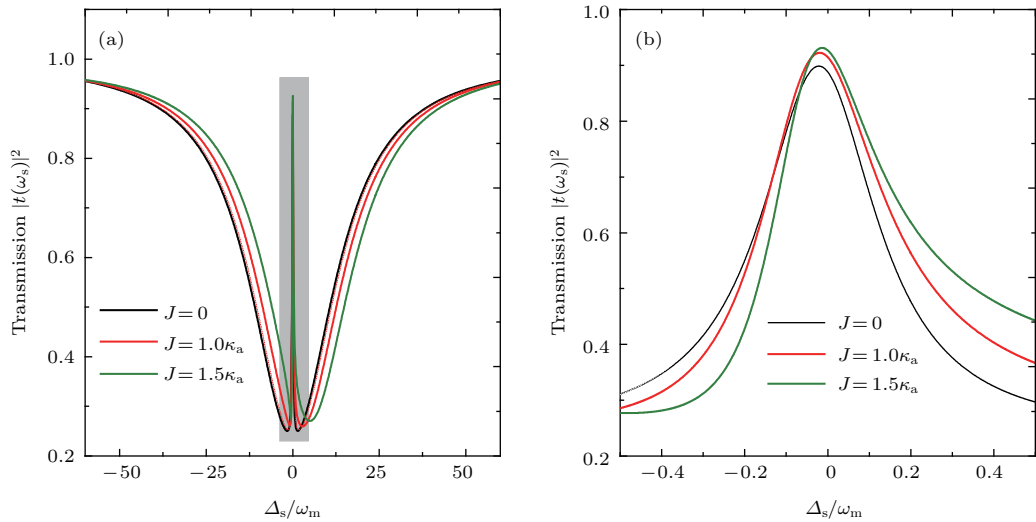


图2 (网刊彩色) (a) 在三个不同的腔-腔耦合强度  $J$  时探测透射作为探测-腔失谐  $\Delta_s = \omega_s - \omega_a$  的函数, 其中腔 a 的抽运功率为  $P_a = 10$   $\mu$ W, 腔 c 的抽运功率为  $P_c = 2$   $\mu$ W; (b) 透射窗口在  $\Delta_s = 0$  附近的详细情况

Fig. 2. (color online) (a) The normalized magnitude of the probe transmission spectrum as a function of probe-cavity detuning  $\Delta_s = \omega_s - \omega_a$  under three coupling strengths  $J$  with the pump power of cavity a is  $P_a = 10$   $\mu$ W and the pump power of cavity c is  $P_c = 2$   $\mu$ W; (b) the detail of the transmission window around  $\Delta_s = 0$ .

光力学诱导透明现象已经在各种腔光力学系统中被证实<sup>[9-12]</sup>, 该现象与电磁诱导透明现象类似. 其物理本质解释如下: 抽运场和探测场的同

时存在诱导出辐射压力在拍频  $\delta = \omega_s - \omega_p$  共振, 驱动机械振子在其共振频率处振动. 当拍频  $\delta$  在振子频率附近共振时, 产生机械模式共振相干, 诱

导出斯托克斯( $\omega_S = \omega_p - \omega_m$ )和反斯托克斯散射光( $\omega_{AS} = \omega_p + \omega_m$ ). 由于腔是在红边带下被驱动( $\Delta_a = \omega_m$ ), 处于频率为 $\omega_p - \omega_m$ 的斯托克斯散射光被抑制, 而频率为 $\omega_p + \omega_m$ 的反斯托克斯散射光与探测场的相消干涉诱导出一个很窄的透明窗口, 如图2(a)中黑色曲线所示. 进一步考虑系统中两腔之间的耦合对透明窗口的影响. 图2显示在不同的腔-腔耦合强度下透明窗口作为探测-腔失谐 $\Delta_s = \omega_s - \omega_a$ 的函数, 其中腔a由功率 $P_a = 10 \mu\text{W}$ 的抽运场驱动, 腔c由功率 $P_c = 2 \mu\text{W}$ 的抽运场驱动. 此外, 考虑腔a处于红边带条件下( $\Delta_a = \omega_m$ ),

而腔c处于蓝边带条件下( $\Delta_c = -\omega_m$ ), 即为所说的最佳条件, 在该条件下加热过程被抑制而实现基态冷却[33-35]. 在图2(a)中发现, 随着腔-腔耦合强度的增强, 透明窗口变宽并且有一个频移. 该系统中的腔-腔耦合起着关键作用, 提供了一个量子通道并影响透明窗口的宽度. 图2(b)给出了透明窗口在 $\Delta_s \approx 0$ 附近的放大. 这样在双回音壁腔光力学系统证实了光力学诱导透明现象, 并且透明窗口可以通过调节腔-腔耦合来实现对透明窗口的调控, 这也预示着慢光现象也会出现在该系统中.

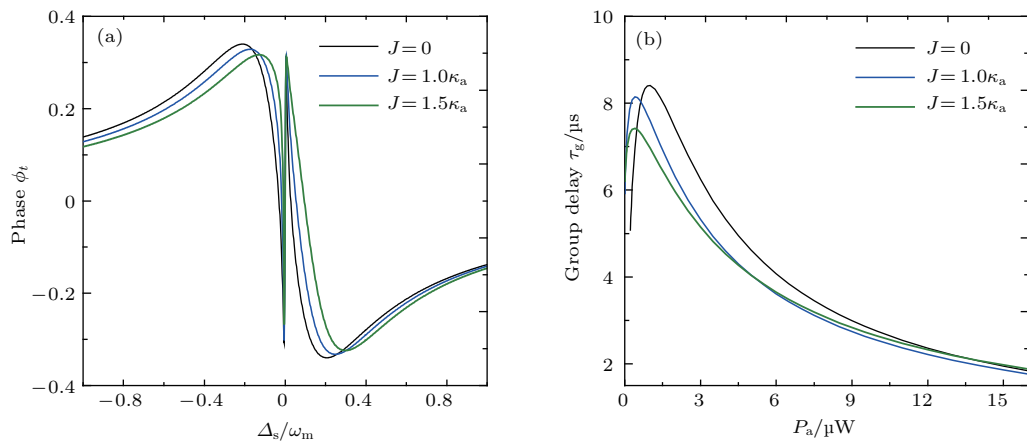


图3 (网刊彩色) (a) 在三个不同的腔-腔耦合强度  $J$  下探测透射的相位作为失谐  $\Delta_s$  的函数; (b) 群速延迟与抽运功率的关系

Fig. 3. (color online) (a) The phase of the probe transmission as a function of  $\Delta_s$  for three coupling strengths  $J$ ; (b) the group delay as a function of the pump power  $P_a$ .

当辐射压力作用到机械振子上时, 振子的位移将从其平衡位置处发生改变, 进而导致腔共振频率的改变. 在红边带下传播的探测场的折射率将发生改变, 诱导出一个相移. 图3(a)给出了在红边带条件下, 当透明窗口出现在该系统中时, 将会在 $\Delta_s = 0$ 附近出现很陡峭的正相位色散, 最终导致可调谐的群速延迟(即慢光效应). 图3(b)给出了在三个不同的腔-腔耦合条件下透射群速延迟 $\tau_g$ 作为抽运功率 $P_a$ 的函数, 表明该系统可以实现光速的延迟, 为光的存储提供了理论基础. 对于一个固定的腔-腔耦合强度, 有一个最佳的群速延迟. 在低抽运功率下探测脉冲的群速延迟减慢的效果更快.

基于双模(即单个光学模与单个机械模相耦合的光力学系统)[9-12,53]光力学系统和多模光力学系统的光力诱导透明和慢光效应[54]之前也有研究. 文献[53]中研究了玻色-爱因斯坦凝聚腔光力学系统中的慢光效应. 在该系统中玻色-爱因斯坦

凝聚的集体运动行为表现出机械振子的行为, 由于所有的原子处于相同的量子态, 因此即使只有少量的光子注入到腔中也能产生很强的腔模与机械振子之间的耦合. 基于该系统, 其慢光效应可以达到毫秒量级[53]. 而文献[54]中考虑两个光学腔模共同与一个机械振子耦合, 在该多模光力学系统, 作者证实了基于光力诱导透明的慢光效应, 通过控制其中一个光学腔的抽运功率实现对慢光效应的操控. 本文所研究的系统与文献[53, 54]中主要的区别和最大不同之处是研究了双回音壁腔光力学系统中的光力学诱导透明和光学传输特性, 并且考虑了两腔之间的耦合. 该系统中的腔与腔之间的耦合提供了一个量子通道, 通过调控腔-腔耦合可以实现对光力学诱导透明现象和慢光效应的有效控制, 为基于多模回音壁腔光力学在光学存储上的应用提供理论基础.

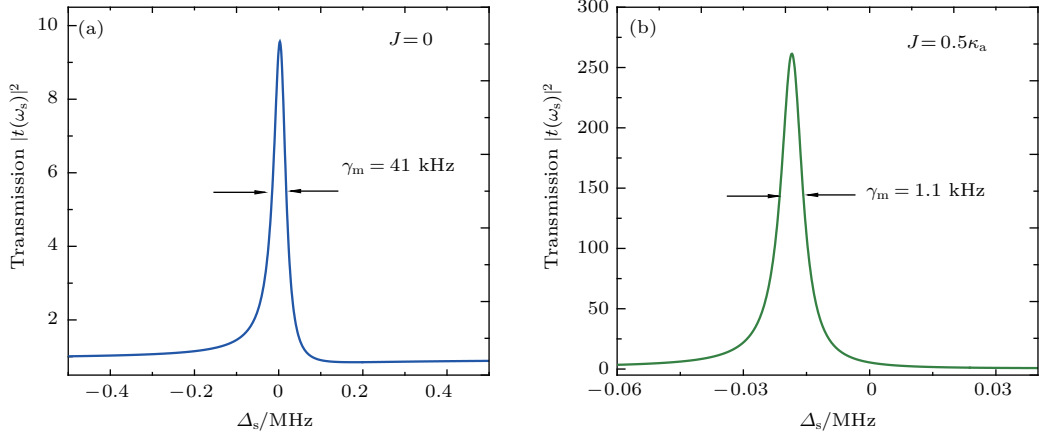


图4 (a) 在  $J = 0$  时探测透射作为失谐的函数; (b) 在  $J = 0.5\kappa_a$  时探测透射作为失谐的函数; 腔 a 驱动在共振条件下, 腔 c 驱动在蓝边带条件下, 腔 a 的抽运功率为  $P_a = 5 \mu\text{W}$ , 腔 c 的抽运功率为  $P_c = 1 \mu\text{W}$

Fig. 4. (a) The probe transmission spectrum as a function of  $\Delta_s$  with  $J = 0$ ; (b) the probe transmission spectrum as a function of  $\Delta_s$  with  $J = 0.5\kappa_a$ , the WGM cavity a is driven at resonance, the WGM cavity c is driven at the blue sideband, the pump power of cavity a is  $P_a = 5 \mu\text{W}$ , and the pump power of cavity c is  $P_c = 1 \mu\text{W}$ .

另一方面, 双回音壁腔光力系统的另一个潜在应用是实现超高分辨率的质量传感. 实现质量传感的第一步是确定振子的初始频率. 本文基于双回音壁腔光力学系统, 通过探测透射谱提出一种直接确定振子频率的光学方法, 其中驱动腔 a 在共振条件下 ( $\Delta_a = 0$ ), 驱动腔 c 在蓝边带条件下 ( $\Delta_c = -\omega_m$ ), 腔 a 的抽运功率为  $P_a = 5 \mu\text{W}$ , 腔 c 的抽运功率为  $P_c = 1 \mu\text{W}$ . 图 4(a) 和图 4(b) 分别显示探测透射谱在  $J = 0$  和  $J = 0.5\kappa_a$  时的情况. 当腔-腔耦合  $J = 0$  时, 系统约化为单回音壁腔光力学系统, 其中探测透射谱的带宽  $\gamma_m = 41 \text{ kHz}$ , 谱线强度为 10, 并且尖峰的位置精确地位于振子的频率处 ( $\Delta_s = -\omega_m = -51.8 \text{ MHz}$ ), 如图 4(a) 所示. 然而在图 4(b) 中, 当考虑了腔-腔耦合后 ( $J = 0.5\kappa_a$ ), 有效线宽变窄  $\gamma_{\text{eff}} = 1.1 \text{ kHz}$ , 谱线强度增强, 并且尖峰出现在由腔-腔相互作用所引起的频移处. 该方案提供了一种直接测量振子频率的方法, 为质量传感的实施提供基础.

需要指出的是如果驱动腔 c 在红边带条件下 ( $\Delta_c = \omega_m$ ), 透射谱线的强度不仅会降低, 同时谱线的线宽也将变宽, 这种情况下是不利于实施光学质量传感的. 因此本文的研究中考虑驱动腔 c 在蓝边带条件下, 而且有研究表明, 在该条件下可以实现对微波信号的放大 [23]. 此外, 为了确保该系统处于稳定区, 系统需要满足的参数条件为:  $J \ll \omega_m$

和  $J < \kappa_a$ , 而且腔 c 的驱动光功率要小于腔 a 的驱动光功率, 驱动功率数值在  $\mu\text{W}$  数量级.

质量响应率  $\mathfrak{R} = \partial\omega_m/\partial M = -\omega_m/2M$  是评估机械振子质量传感性能的重要参数. 显然振子的低质量密度、高振动频率、高品质因子将有效地提高传感的灵敏度. 本文中  $|\mathfrak{R}| = 1.036 \times 10^{16} \text{ Hz/g}$ . 方程 (15) 表明吸附在振子上的额外质量与频移的线性关系. 以纳米颗粒 (如生物分子、金属纳米颗粒) 的称量为例, 纳米颗粒的数量级为飞克 ( $1 \text{ fg} = 10^{-15} \text{ g}$ ). 把纳米颗粒沉积到回音壁腔的表面, 通过探测吸收谱观测频移, 假定纳米颗粒均匀地分布在回音壁腔的表面, 并且额外质量不影响振子的弹性系数. 图 5(a) 表明在腔-腔耦合为  $J = 0.5\kappa_a$  时回音壁腔上沉积不同的纳米颗粒数所对应的频移. 显然当考虑了两腔之间的耦合  $J$  后, 即使是  $2 \text{ fg}$  的纳米颗粒所引起的频移也能被观测到. 图 5(a) 中的插图考虑  $J = 0$  时的情况, 即单腔模式光力学系统. 只有当沉积到回音壁腔上的纳米颗粒的质量大于  $10 \text{ fg}$  时, 额外质量所引起的频移才能在探测吸收谱中观测到. 与单回音壁腔光力学系统相比, 双回音壁腔光力学系统中的腔-腔耦合有效地增强了质量传感的分辨率. 图 5(b) 表示频移与沉积到振子上纳米颗粒质量之间的线性关系, 负斜率表示振子的质量灵敏度. 一旦振子的频率确定了, 也可以通过斜率来估测振子的质量.

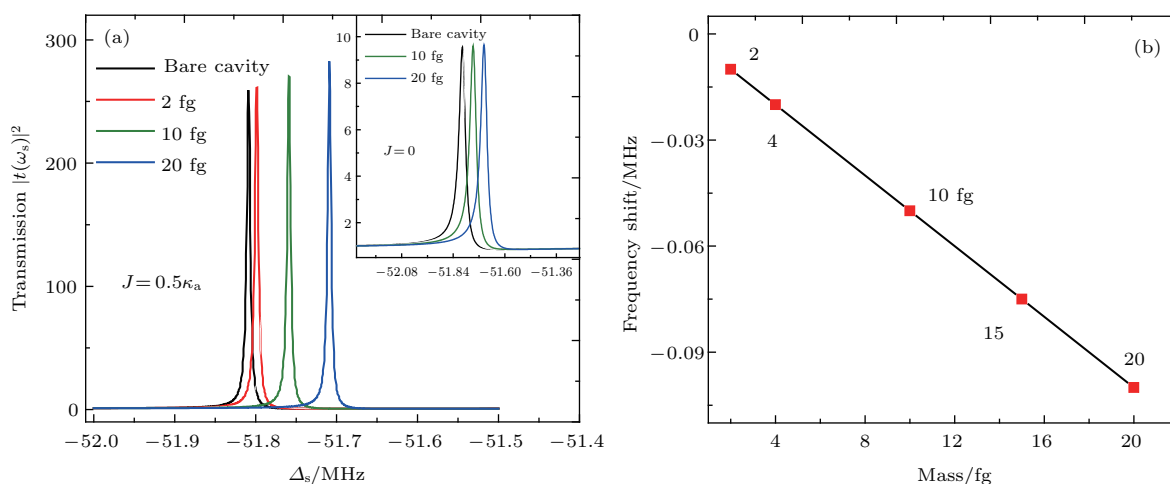


图5 (网刊彩色) (a) 当把纳米颗粒沉积到腔 a 表面上时, 透射谱在  $J = 0.5\kappa_a$  时的频移, 插图是在  $J = 0$  时的情况; (b) 纳米颗粒的质量与频移之间的线性关系, 数据旁边的自然数代表纳米颗粒的质量

Fig. 5. (color online) (a) The probe transmission spectrum after landing the nanoparticles on the surface of WGM cavity a and the color curves shows the mechanical frequency-shifts at  $J = 0.5\kappa_a$ , the inset in Fig.5.(a) shows the mechanical frequency-shifts at  $J = 0$ ; (b) the linear relationship between the frequency-shifts and the mass of the nanoparticles, and the natural number near every data point denotes the mass of nanoparticles.

光学质量传感的原理在于频率的监测, 而谱线的线宽是影响质量传感性能的重要参数, 谱线越窄越能实现超高分辨率的质量传感器件. 虽然基于复合光力学系统的质量传感方案之前也有研究, 如文献 [55] 中提出采用复合的光-电机械系统来获得超灵敏的质量传感, 然其方案中谱线的线宽并没有相应地变窄. 如果所测量的纳米颗粒的质量更小一些时, 纳米颗粒所引起的频移通过该系统可能无法分辨出来. 本文考虑通过双回音壁腔光力学系统实现质量传感, 两腔之间的耦合使得谱线的有效线宽显著地变窄, 使得小质量引起的频移也可在频谱中观测到, 最终可实现超高分辨率的光学质量传感器件. 此外, 回音壁腔光力学系统有着简单的制造工艺和可集成特性, 通过微纳加工技术可获得超高品质因子的回音壁光学微腔 [39,44,45], 同时回音壁腔光力学系统在实验上的证实也为基于回音壁腔光力学系统的光学质量传感的实施提供了实验基础.

基于光学抽运-探测技术的回音壁光力学系统中探测吸收谱在实验上的观测为质量传感的实施提供了实验基础 [10]. 需要指出的是, 各种噪声源包括本质噪声和外在噪声 [52,56] 将会影响回音壁光力学系统质量传感的性能和灵敏度. 通常来说机械运动的本质热噪声是主要的噪声源将会最终影响传感灵敏度, 而当传感器件工作在较低的温度可以有效减少这种噪声. 与传统的质谱仪相比, 基于双

回音壁腔的全光学质量传感方案不需要待测粒子被电离, 同时也能有效地克服基于电学方案质量传感过程中所产生的热效应这个缺点. 由于光学抽运-探测技术产生了一个拍频来驱动机械振子, 对于高频和低频的纳米机械振子都适用. 机械振子较长的寿命也有利于提高传感的精确度.

## 4 结 论

本文证明了基于双回音壁腔光力学系统中的相干光学传播特性, 探测场与反斯托克斯场的相消干涉诱导出一个透明窗口, 陡峭正相位色散导致了慢光现象的产生. 该系统中的两腔之前的耦合对于相干光学传播是一个很显著的因子. 基于该系统进一步提出一种超高分辨率的质量传感方案. 机械振子的共振频移可通过探测透射谱测得, 两腔之间的耦合增强了谱线的线宽与强度, 提高了质量传感的分辨率. 回音壁腔光力学系统在实验上的证实为质量传感的施行提供了基础.

## 参考文献

- [1] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F 2014 *Rev. Mod. Phys.* **86** 1391
- [2] Chen H J, Mi X W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124206 (in Chinese) [陈华俊, 米贤武 2011 物理学报 **60** 124206]



- [3] Yan X B, Yang L, Tian X D, Liu Y M, Zhang Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 204201 (in Chinese) [严晓波, 杨柳, 田雪冬, 刘一谋, 张岩 2014 物理学报 **63** 204201]
- [4] Chen X, Liu X W, Zhang K Y, Yuan C H, Zhang W P 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 164211 (in Chinese) [陈雪, 刘晓威, 张可焯, 袁春华, 张卫平 2015 物理学报 **64** 164211]
- [5] Balram K C, Davanco M, Song J D, Srinivasan K 2016 *Nat. Photon.* **10** 346
- [6] O'Connell A D, Hofheinz M, Ansmann M, Bialczak R C, Lenander M, Lucero E, Neeley M, Sank D, Wang H, Weides M, Wenner J, Martinis J M, Cleland A N 2010 *Nature* **464** 697
- [7] Chan J, Alegre T P M, Safavi-Naeini A H, Hill J T, Krause A, Gröblacher S, Aspelmeyer M, Painter O 2011 *Nature* **478** 89
- [8] Teufel J D, Donner T, Li D, Harlow J W, Allman M S, Cicak K, Sirois A J, Whittaker J D, Lehnert K W, Simmonds R W 2011 *Nature* **475** 359
- [9] Agarwal G S, Huang S M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 041803
- [10] Weis S, Riviere R, Deleglise S, Gavartin E, Arcizet O, Schliesser A, Kippenberg T J 2010 *Science* **330** 1520
- [11] Teufel J D, Li D, Allman M S, Cicak K, Sirois A J, Whittaker J D, Simmonds R W 2011 *Nature* **471** 204
- [12] Safavi-Naeini A H, Mayer Alegre T P, Chan J, Eichenfield M, Winger M, Lin Q, Hill J T, Chang D E, Painter O 2011 *Nature* **472** 69
- [13] Fiore V, Yang Y, Kuzyk M C, Barbour R, Tian L, Wang H 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 133601
- [14] Zhou X, Hocke F, Schliesser A, Marx A, Huebl H, Gross R, Kippenberg T J 2013 *Nat. Phys.* **9** 179
- [15] Clark J B, Lecocq F, Simmonds R W, Aumentado J, Teufel J D 2016 *Nat. Phys.* doi:10.1038/nphys3701
- [16] Safavi-Naeini A H, Gröblacher S, Hill J T, Chan J, Aspelmeyer M, Painter O 2013 *Nature* **500** 185
- [17] Wollman E E, Lei C U, Weinstein A J, Suh J, Kronwald A, Marquardt F, Clerk A A, Schwab K C 2015 *Science* **349** 952
- [18] Gavartin E, Verlot P, Kippenberg T J 2012 *Nat. Nanotech.* **7** 509
- [19] Wu M, Hryciw A C, Healey C, Lake D P, Jayakumar H, Freeman M R, Davis J P, Barclay P E 2014 *Phys. Rev. X* **4** 021052
- [20] Krause A G, Winger M, Blasius T D, Lin Q, Painter O 2012 *Nat. Photon.* **6** 768
- [21] Li J J, Zhu K D 2013 *Phys. Rep.* **525** 223
- [22] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [23] Massel F, Heikkilä T T, Pirkkalainen J M, Cho S U, Saloniemi H, Hakonen P J, Sillanpää M A 2011 *Nature* **480** 351
- [24] Jiang C, Chen B, Zhu K D 2011 *Europhys. Lett.* **94** 38002
- [25] Basiri-Esfahani S, Akram U, Milburn G J 2012 *New J. Phys.* **14** 085017
- [26] He W, Li J J, Zhu K D 2010 *Opt. Lett.* **35** 339
- [27] Zhang J Q, Li Y, Feng M, Xu Y 2012 *Phys. Rev. A* **86** 053806
- [28] Hill J T, Safavi-Naeini A H, Chan J, Painter O 2012 *Nat. Commun.* **3** 1196
- [29] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X, Gong Q, Wong C W 2015 *Phys. Rev. A* **91** 033818
- [30] Barzanjeh S, Abdi M, Milburn G J, Tombesi P, Vitali D 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 130503
- [31] Massel F, Cho S U, Pirkkalainen J M, Hakonen P J, Heikkilä T T, Sillanpää M A 2012 *Nat. Commun.* **3** 987
- [32] Wang Y D, Clerk A A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 153603
- [33] Guo Y, Li K, Nie W, Li Y 2014 *Phys. Rev. A* **90** 053841
- [34] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X S, Chee W W 2015 *Sci. China: Physics, Mechanics & Astronomy* **58** 050305
- [35] Liu Y C, Hu Y W, Wong C W, Xiao Y F 2013 *Chin. Phys. B* **22** 114213
- [36] Dong C, Fiore V, Kuzyk M C, Wang H 2012 *Science* **338** 1609
- [37] Qu K, Agarwal G S 2013 *Phys. Rev. A* **87** 031802
- [38] Liu F, Alaie S, Leseman Z S, Hossein-Zadeh M 2013 *Opt. Express* **21** 19555
- [39] Shao L, Jiang X F, Yu X C, Li B B, Clements W R, Vollmer F, Wang W, Xiao Y F, Gong Q 2013 *Adv. Mater.* **25** 5616
- [40] Ekinci K L, Yang Y T, Roukes M L 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2682
- [41] Chaste J, Eichler A, Moser J, Ceballos G, Rurali R, Bachtold A 2012 *Nat. Nanotechnol.* **301** 861
- [42] Kolkowitz S, Jayich A C, Unterreithmeier Q P, Bennett S D, Rabl P, Harris J G, Lukin M D 2012 *Science* **335** 1603
- [43] Li J J, Zhu K D 2011 *Phys. Rev. B* **83** 245421
- [44] Peng B, Ozdemir S K, Lei F, Monifi F, Gianfreda M, Long G L, Fan S, Nori F, Bender C M, Yang L 2014 *Nat. Phys.* **10** 394
- [45] Chang L, Jiang X, Hua S, Yang C, Wen J, Jiang L, Li G, Wang G, Xiao M 2014 *Nat. Photon.* **8** 524
- [46] Jing H, Ozdemir S K, Lu X Y, Zhang J, Yang L, Nori F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 053604
- [47] Schliesser A, Arcizet O, Riviere R, Anetsberger G, Kippenberg T J 2009 *Nat. Phys.* **5** 509
- [48] Boyd R W 2010 *Nonlinear Optics* (3rd Ed.) (San Diego, California: Academic) p315
- [49] Gardiner C W, Zoller P 2000 *Quantum Noise* (2nd Ed.) (Berlin: Springer) p 425
- [50] Zhu J, Ozdemir S K, Xiao Y F, Li L, He L, Chen D, Yang L 2010 *Nat. Photon.* **4** 46
- [51] Yi X, Xiao Y F, Liu Y C, Li B B, Chen Y L, Li Y, Gong Q 2011 *Phys. Rev. A* **83** 023803
- [52] Ekinci K L, Yang Y T, Roukes M L 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2682
- [53] Chen B, Jiang C, Zhu K D 2011 *Phys. Rev. A* **83** 055803
- [54] Jiang C, Liu H, Cui Y, Li X, Chen G, Chen B 2013 *Opt. Express* **21** 12165
- [55] Jiang C, Cui Y, Zhu K D 2014 *Opt. Express* **22** 13773
- [56] Yie Z, Zielke M A, Burgner C B, Turner K L 2011 *J. Micromech. Microeng.* **21** 025027

# Coherent optical propagation properties and ultrahigh resolution mass sensing based on double whispering gallery modes cavity optomechanics\*

Chen Hua-Jun<sup>†</sup> Fang Xian-Wen Chen Chang-Zhao Li Yang

(School of Science, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

(Received 11 April 2016; revised manuscript received 8 July 2016)

## Abstract

Whispering gallery mode (WGM) cavities due to their high quality factors, small mode volumes, and simple fabrications, have potential applications in photonic devices and ultrasensitive mass sensing. Cavity optomechanic systems based on WGM cavities have progressed enormously in recent years due to the fact that they reveal and explore fundamental quantum physics and pave the way for potential applications of optomechanical devices. However, WGM based cavity optomechanics still lies in a single optical mode coupled to a single mechanical mode. Here in this paper, in order to reveal more quantum phenomena and realize remarkable applications, we present a typical multimode cavity optomechanical system composed of two WGM cavities, of which one WGM cavity is an optomechanical cavity driven by a pump laser and a probe laser and the other cavity is an ordinary WGM cavity only driven with a pump laser. The two WGM cavities are coupled with each other via exchanging energy, and the coupling strength depends on the distance between the two cavities. With the standard method of quantum optics and the quantum Langevin equations, the coherent optical spectra are derived. The coherent optical propagation properties and the phenomenon of optomechanically induced transparency based slow-light effect are demonstrated theoretically via manipulating the coupling strength of the two cavities. The results based on the two-WGM cavity optomechanical system are also compared with those based on the single cavity optomechanical system, and the results indicate that the cavity-cavity coupling plays a key role in the system, which indicates a quantum channel, and influences the width of the transparency window. We further theoretically propose a mass sensor based on the double WGM cavity optomechanical system. To implement mass sensing, the first step is to determine the original frequency of the resonator. With adjusting the detuning parameters and the cavity-cavity coupling strength, a straightforward method to measure the resonance frequency of the WGM optomechanical resonator is proposed. The resonance frequency of the mechanical resonator can be determined from the probe transmission spectrum, and the coupling strength between the two cavities will enhance both the line width and the intensity, which will be beneficial to implementing mass sensing. The mass of external nanoparticles deposited onto the WGM optomechanical cavity can be measured conveniently by tracking the mechanical resonance frequency shifts due to the fact that mass changes in the probe transmission spectrum. Compared with those of single-cavity optomechanical mass sensors, the mass sensitivity and resolution are improved significantly due to the cavity-cavity coupling. This double WGM cavity optomechanical system provides a new platform for exploring the on-chip applications in optical storage and ultrahigh resolution sensing devices.

**Keywords:** cavity optomechanics, optomechanically induced transparency, slow light, mass sensor

**PACS:** 42.50.Wk, 42.50.Gy, 42.50.Pq

**DOI:** 10.7498/aps.65.194205

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11404005, 51502005, 61272153, 61572035).

† Corresponding author. E-mail: [chenphysics@126.com](mailto:chenphysics@126.com)