

复合圆管界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应的影响分析

李明亮 邓明晰 高广健

Influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave propagation in composite tube

Li Ming-Liang Deng Ming-Xi Gao Guang-Jian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 194301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.194301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I19>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

低频超声空化场中柱状泡群内气泡的声响应

Acoustic response of bubbles inside a cylindrical cavitation bubble cluster generated by low-frequency ultrasound

物理学报.2016, 65(14): 144301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144301>

球状泡群内气泡的耦合振动

Coupled oscillation of bubbles in a spherical bubble cluster

物理学报.2015, 64(23): 234301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234301>

两种气泡混合的声空化

Cavitation of two kinds of bubble mixtures

物理学报.2015, 64(20): 204301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.204301>

圆管结构中周向导波非线性效应的模式展开分析

Modal expansion analysis of nonlinear circumferential guided wave propagation in a circular tube

物理学报.2015, 64(18): 184303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184303>

超声造影剂微气泡的包膜黏弹特性的定量表征研究

Quantitative characterization of viscoelasticity of microbubbles in ultrasound contrast agent

物理学报.2015, 64(11): 114301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114301>

复合圆管界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应的影响分析*

李明亮 邓明晰† 高广健

(后勤工程学院, 重庆 401331)

(2016年4月18日收到; 2016年7月12日收到修改稿)

研究了复合圆管的管间界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应所产生的影响. 在二阶微扰近似条件下, 将周向超声导波传播过程中的非线性效应视为其线性波动响应的一个二阶微扰. 采用界面弹簧模型对复合圆管的管间界面特性进行描述. 根据导波的模式展开分析方法, 伴随基频周向超声导波传播所发生的二次谐波可视为由一系列二倍频周向导波模式叠加而成. 管间界面特性的变化可从多个方面对二倍频周向导波模式的展开系数及声场产生影响, 尤其是界面特性的变化所引起的周向超声导波相速度的改变, 将显著地影响到二次谐波随传播周向角的积累增长程度. 理论及数值分析结果表明, 周向超声导波的二次谐波发生效应随管间界面特性的改变而发生非常敏感的变化, 可将其用于准确定征复合圆管的管间界面性质.

关键词: 管间界面特性, 周向超声导波, 二次谐波发生, 模式展开分析

PACS: 43.25.+y, 43.20.Mv, 43.35.+d

DOI: 10.7498/aps.65.194301

1 引言

复合圆管作为一种常用的工程结构件, 已广泛应用于地下管道、石油、核工业及医药等领域^[1]. 在使用过程中, 疲劳、老化或其他原因, 复合圆管的管间界面薄层的力学性能将发生退化, 从而形成所谓的弱界面. 弱界面的存在将严重影响复合圆管结构的力学性能及使用安全性. 复合圆管的管间界面性质主要取决于不同固体管层之间的界面薄层性质, 该薄层的力学参数与两侧固体管层的力学参数不同, 采用界面弹簧模型可有效定征弱界面的力学特性^[2-5]. 周向超声导波沿圆管周向传播, 传播路径闭合, 并在管径方向形成驻波, 其作为一种有效的无损检测手段, 可用于检测复合圆管结构的弱界面性质^[6-11]. 理论及实验研究结果表明, 管间界面性质的变化将导致周向超声导波的频散特性发生改变并由此可对界面性质进行定征^[6-11]. 若管间

界面薄层的力学性能仅发生微小变化, 或描述弱界面性质的界面劲度系数^[2-5]的改变甚小, 以至于不足以引起周向超声导波的频散特性发生较显著的变化, 采用周向超声导波定征复合圆管的弱界面性质就存在一定的局限性. 借鉴复合固体板弱界面性质的非线性超声导波评价方法及分析思路^[12,13], 可以预见, 即使管间界面特性(以界面劲度系数予以表征)发生较小的改变, 其所引起的周向超声导波的频散及声场变化, 仍可敏感地影响到周向超声导波的二次谐波发生效应.

当基频周向导波与二倍频周向导波的相速度相等, 且基频与二倍频周向导波之间存在相互耦合作用时, 周向导波具有强烈的非线性效应, 表现为伴随基频周向导波传播所发生的二次谐波的振幅随传播周向角积累增长^[14,15]. 在二阶微扰近似条件下, 可将周向超声导波传播过程中的非线性效应处理成线性波动响应的一个二阶微扰^[16-18], 借鉴导波的模式展开分析方法^[19-21], 本文着重研究复

* 国家自然科学基金(批准号: 11474361, 11274388)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dengmx65@yahoo.com

合圆管的管间界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应所产生的影响. 理论与数值分析结果表明, 复合圆管结构的管间界面性质会显著影响周向超声导波的二次谐波发生效应. 这一结果可为准确定征复合圆管结构的管间界面特性提供一种有效方法.

2 理论分析

复合圆管结构及在其中沿顺时针方向传播的周向超声导波的计算坐标系如图 1 所示, 坐标 z 轴垂直于圆管结构的横截面, 为简化分析过程, 假设管材各向同性且不计其频散和声衰减. 根据描述界面的简化弹簧模型 [2-5], 可采用径向和切向界面劲度系数 (分别以 K_N 和 K_T 表示) 描述复合圆管的管间界面特性. 对于理想界面, K_N 和 K_T 之值均为无穷大; 对于弱界面, K_N 和 K_T 之值取有限值; 对于滑移界面, K_N 和 K_T 之值分别为无穷大和零. 在图 1 所示的管间界面 $r = R_2$ 处, 存在以下力学边界条件 [2-5]:

$$\begin{aligned} P_{rr,1} &= P_{rr,2}, \\ P_{\theta r,1} &= P_{\theta r,2}, \\ P_{rr,1} &= K_N(U_{r,2} - U_{r,1}), \\ P_{\theta r,1} &= K_T(U_{\theta,2} - U_{\theta,1}), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $P_{rr,i}$ 和 $P_{\theta r,i}$ 分别表示沿径向和周向的应力分量, $U_{r,i}$ 和 $U_{\theta,i}$ 分别表示沿径向和周向的位移分量, 下标 $i = 1, 2$ 分别表示复合圆管的内层和外层.

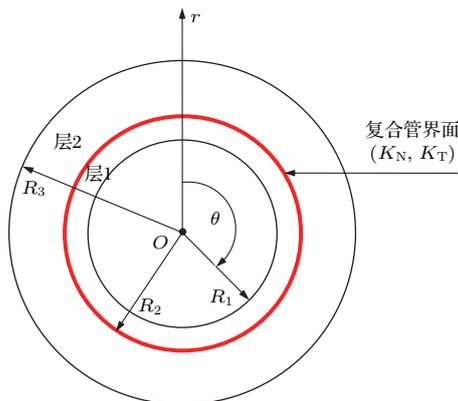


图 1 复合圆管模型

Fig. 1. Model of a composite tube.

对于图 1 结构中传播的频率为 f (角频率 $\omega = 2\pi f$)、模式阶次为 l 的基频周向超声导波模式, 其

位移场在形式上可表示为: $U_{q,i}^{(\omega,l)}(r) \exp[jn^{(\omega,l)}\theta - j\omega t]$, 其中 $i = 1, 2$ 对应于复合圆管的内外层; $q = r$ 或 θ ; $n^{(\omega,l)} = \omega R_3 / c_p^{(\omega,l)}$ 为无量纲角波数, $c_p^{(\omega,l)}$ 表示 $r = R_3$ 处 l 阶周向超声导波的相速度 [14,15]. 复合圆管内外表面满足应力为零的边界条件,

$$\begin{aligned} P_{rr,1}|_{r=R_1} &= 0, \quad P_{\theta r,1}|_{r=R_1} = 0, \\ P_{rr,2}|_{r=R_3} &= 0, \quad P_{\theta r,2}|_{r=R_3} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

根据力学边界条件方程 (1) 和 (2), 周向超声导波的频散关系在形式上可表示为 [10-13]

$$\begin{aligned} |D[\omega, \lambda_i, \mu_i, \rho_i, K_N, K_T, n^{(\omega,l)}]| &= 0 \\ (i = 1, 2), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 ρ_i, λ_i 和 μ_i 分别是圆管各层的密度和二阶弹性常数, $D[\dots]$ 是边界条件方程所对应的系数矩阵, 据此可计算出周向超声导波的频散关系曲线. 为简单起见, 认为 K_N 和 K_T 与频率无关. (3) 式表明, 周向超声导波的频散关系与描述管间界面特性的劲度系数密切相关, 当管间界面特性发生改变时, 势必改变周向超声导波的频散关系和声场分布.

因存在几何非线性及管材的体弹性非线性 [18], 在二阶微扰近似条件下, 当 l 阶基频周向导波在图 1 所示的复合圆管中传播时, 认为其位移场 $U_i^{(\omega,l)}(r)$ ($i = 1, 2$) 的幅值保持不变, 在圆管各层内部将存在二倍频的彻体驱动力 $F_b = F[U_i^{(\omega,l)}]$ [12,14]. 此外, 在复合圆管各层的内外两个表面, 还存在二倍频的面驱动应力张量 $P^{NL} = P[U_i^{(\omega,l)}]$ (即第一 Piola-Kirchhoff 应力张量的平方项 [18,19]). $F[U_i^{(\omega,l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega,l)}]$ 的具体表达形式参见文献 [14].

根据导波的模式展开分析方法, $F[U_i^{(\omega,l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega,l)}]$ ($i = 1, 2$) 的作用就是在复合圆管中激发出一系列角波数 (以 $n^{(2\omega,m)}$ 表示) 取分离值的二倍频周向导波模式, 这些二倍频周向导波模式相叠加, 即构成了伴随第 l 阶基频周向导波传播所发生的二次谐波声场 $U^{(2\omega)} = U^{(2\omega)}(r, \theta)$, 可将其表示为 [12-14,18]

$$U^{(2\omega)}(r, \theta) = \sum_m a_m(\theta) U^{(2\omega,m)}(r), \quad (4)$$

其中, $U^{(2\omega,m)}(r)$ 表示由 $F[U_i^{(\omega,l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega,l)}]$ 所激发的第 m 阶二倍频周向导波模式的位移场函数, 其对应的应力张量为 $P^{(2\omega,m)}(r)$; $a_m(\theta)$ 是第 m 阶二倍频周向导波的模式展开系数. 第 i 层内 m

阶二倍频周向导波模式的位移场 $U_i^{(2\omega, m)}(r)$ 沿径向和周向的分量形式上分别表示为: $U_{r,i}^{(2\omega, m)}(r) = U_i^{(2\omega, m)}(r) \cdot \hat{r}$ 和 $U_{\theta,i}^{(2\omega, m)}(r) = U_i^{(2\omega, m)}(r) \cdot \hat{\theta}$ ($i = 1, 2$), 其中 \hat{r} 和 $\hat{\theta}$ 分别是沿径向和周向的单位矢量. 与第 l 阶基频周向超声导波频散关系的求解过程类似, 第 m 阶二倍频周向导波的频散关系在形式上可表示为 [10-13]

$$|D[2\omega, \lambda_i, \mu_i, \rho_i, K_N, K_T, n^{(2\omega, m)}]| = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (5)$$

实际上, 只需将 (3) 式中的 ω 替换为 2ω 即可得到 (5) 式; $n^{(2\omega, m)} = 2\omega R_3/c_p^{(2\omega, m)}$ 表示第 m 阶二倍频周向导波的无量纲角波数, $c_p^{(2\omega, m)}$ 是 $r = R_3$ 处第 m 阶二倍频周向导波模式的相速度 [14,15].

根据导波激发的模式展开分析方法, 确定第 m 阶二倍频周向导波的模式展开系数 $a_m(\theta)$ 的控制方程为 [12-15,19-21]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \theta} - jn^{(2\omega, m)}\right)a_m(\theta) = \frac{f_m^S + f_m^V}{4P_{mm}}, \quad (6)$$

其中,

$$P_{mm} = \text{Re} \sum_{i=1}^2 \int_{R_i}^{R_{i+1}} \left\{ -\frac{j\omega}{r} [\tilde{U}_i^{(2\omega, m)}(r) \times P_i^{(2\omega, m)}(r)] \right\} \cdot \hat{\theta} dr, \quad (7)$$

P_{mm} 是 m 阶二倍频周向导波模式的平均功率流 (沿 z 轴方向取单位长度); f_m^V 和 f_m^S 分别是由二倍频彻体驱动力 $F[U_i^{(\omega, l)}]$ 和二倍频面驱动应力张量 $P[U_i^{(\omega, l)}]$ 所提供的彻体驱动力和面驱动力, 具体表达形式如下 [12-15,19-21]:

$$f_m^V = 2j\omega \sum_{i=1}^2 \int_{R_i}^{R_{i+1}} \tilde{U}_i^{(2\omega, m)}(r) \times F[U_i^{(\omega, l)}(r)] dr, \quad (8)$$

$$f_m^S = 2j\omega \sum_{i=1}^2 \left\{ \tilde{U}^{(2\omega, m)}(r) \cdot P[U_i^{(\omega, l)}] + U \cdot \tilde{P}^{(2\omega, m)}(r) \right\} \cdot \hat{r} \Big|_{r=R_i}^{r=R_{i+1}}. \quad (9)$$

在图 1 所示复合圆管的内外表面处 ($r = R_1, R_3$), 存在关系 $\tilde{P}^{(2\omega, m)}(r) \cdot \hat{r} = 0$. 结合 (1) 式, (9) 式进一步可表示为 [12,13]

$$f_m^S = 2j\omega \sum_{i=1}^2 \left\{ \tilde{U}^{(2\omega, m)}(r) \cdot P[U_i^{(\omega, l)}] \right\} \cdot \hat{r} \Big|_{r=R_i}^{r=R_{i+1}} + \frac{j\omega}{K_N} \left\{ \hat{r} \cdot P[U_1^{(\omega, l)}] \cdot \hat{r} \right\}_{r=R_2}$$

$$+ \hat{r} \cdot P[U_2^{(\omega, l)}] \cdot \hat{r} \Big|_{r=R_2} \times \left\{ \hat{r} \cdot \tilde{P}^{(2\omega, m)}(r) \cdot \hat{r} \right\}_{r=R_2} + \frac{j\omega}{K_T} \left\{ \hat{\theta} \cdot P[U_1^{(\omega, l)}] \cdot \hat{r} \right\}_{r=R_2} + \hat{\theta} \cdot P[U_2^{(\omega, l)}] \cdot \hat{r} \Big|_{r=R_2} \times \left\{ \hat{\theta} \cdot \tilde{P}^{(2\omega, m)}(r) \cdot \hat{r} \right\}_{r=R_2}. \quad (10)$$

在 (7)-(10) 式中, $i = 1, 2$ 分别对应复合圆管的内层和外层区域, 物理量顶端有符号 “ \sim ” 者, 表示对相应的物理量进行复共轭运算. 假定周向超声导波沿图 1 所示圆管的顺时针方向传播, 且第 l 阶基频周向导波的激励源位于 $\theta = 0$ 处, 则二次谐波发生应满足初始激发条件 $a_m(\theta)=0$ ($\theta = 0$) [14]. 据此可推得 (6) 式中 $a_m(\theta)$ 的如下形式解 [12-16,19-21]:

$$a_m(\theta) = \frac{(f_m^S + f_m^V)}{4P_{mm}} \left\{ \int_0^\theta \exp[j2n^{(\omega, l)}\xi - jn^{(2\omega, m)}\xi] d\xi \right\} \times \exp[2jn^{(\omega, l)}\theta], \quad (11)$$

(11) 式进一步可表示为

$$\begin{cases} a_m(\theta) = A_m \left[\frac{\sin(\Delta n \theta)}{\Delta n} \exp(j\Delta n \theta) \right] \times \exp[jn^{(2\omega, m)}\theta], \\ A_m = \frac{(f_m^S + f_m^V)}{4P_{mm}}, \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\Delta n = (n^{(\omega, l)} - n^{(2\omega, m)})/2$ 用于描述第 l 阶基频周向导波与第 m 阶二倍频周向导波之间的频散程度 [14,15]. 从 (12) 式可以看出, 当 $A_m \neq 0$, 且 $\Delta n = 0$ 或 $\Delta n \approx 0$ 时, 即基频和二倍频周向导波模式的相速度相匹配时, 对 (12) 式做极限运算得到 [14,15]

$$a_m(\theta) = A_m \cdot \theta \cdot \exp[jn^{(2\omega, m)}\theta], \quad (13)$$

(13) 式表明, 当第 l 阶基频周向超声导波与第 m 阶二倍频周向导波的相速度相匹配时, 第 m 阶二倍频周向导波模式的展开系数 $a_m(\theta)$ 与传播周向角 θ 成线性关系, 即在弱界面条件下, 第 m 阶二倍频周向导波的振幅仍具有随传播周向角积累增长的性质. 在此对这一结论做一简要说明. 第 l 阶基频周向导波在复合圆管中传播时, 其传播所到之处 (可以是 $0-\theta$ 之间的任意位置) 将存在二倍频彻体驱动力 $F[U_i^{(\omega, l)}]$ 和二倍频面驱动应力张量 $P[U_i^{(\omega, l)}]$ [16-18], $F[U_i^{(\omega, l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega, l)}]$ ($i = 1, 2$) 的作用就是在复合圆管中激发出一系列二倍频周

向超声导波模式. 当 $\Delta n = 0$ (即 $c_p^{(\omega,l)} = c_p^{(2\omega,m)}$) 时, $F[U_i^{(\omega,l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega,l)}]$ 在 $0-\theta$ 之间任意位置激发出的第 m 阶二倍频周向导波模式, 传播至 θ 处的相位均相同, 同相位叠加的结果使得 θ 处二倍频周向导波模式的位移幅值正比于传播周向角 θ [14,15].

为凸显复合圆管的界面特性对周向超声导波传播过程中的二次谐波发生效应所产生的影响, 假定图 1 所示复合圆管的管材参数保持不变, 仅考虑界面劲度系数 K_N 和 K_T 发生变化的情形. 在 $A_m \neq 0$, 且 $\Delta n = 0$ 或 $\Delta n \approx 0$ 的条件下, 二倍频周向导波模式的位移随传播周向角积累增长, 实际应用中可对此条件下的二次谐波信号进行有效的测量. 本文聚焦于分析 K_N 和 K_T 的变化 (相对于理想界面情形 $K_N = K_T = \infty$) 对周向导波的积累二次谐波发生效应所产生的影响.

由 (3) 和 (5) 式可知, K_N 和 K_T 的变化将改变周向超声导波的相速度值 (即频散关系), 从而导致基频周向导波与二倍频周向导波的相速度不再匹配, 原本满足的 $\Delta n = 0$ 或 $\Delta n \approx 0$ 条件不再满足, 这将显著地影响第 m 阶二倍频周向导波随传播周向角的积累增长程度 (通过 (12) 式中的因子 $[\sin(\Delta n\theta)/\Delta n]$ 予以体现 [14-17]). 当 K_N 和 K_T 的变化使得基频周向导波的相速度 $c_p^{(\omega,l)}$ 与二倍频周向导波的相速度 $c_p^{(2\omega,m)}$ 相差较大时, $a_m(\theta)$ 随传播周向角 θ 不再呈线性增长关系, 而是表现出“拍”效应, 二次谐波的发生效应变得极其微弱以至于无法进行有效的实际测量 [15]. 其次, (10) 式表明, 二倍频面驱动源 f_m^S 与界面劲度系数 K_N 和 K_T 直接相关, 因此 (12) 和 (13) 式中的模式展开系数 $a_m(\theta)$ 是与 K_N 和 K_T 直接相关的. 此外, K_N 和 K_T 的变化在一定程度上还将影响到第 l 阶基频周向导波模式的位移场 $U_i^{(\omega,l)} \exp[jn^{(\omega,l)}\theta - j\omega t]$, 而 $F[U_i^{(\omega,l)}]$ 和 $P[U_i^{(\omega,l)}]$ ($i = 1, 2$) 是与基频周向导波位移场振幅的平方成正比的, 由此 K_N 和 K_T 也会对 $a_m(\theta)$ 有影响. 综上所述, K_N 和 K_T 的变化将从上述三个方面影响周向导波的模式展开系数及声场, 即复合圆管的界面劲度系数将显著影响周向超声导波的二次谐波发生效应.

3 数值分析

前一部分从理论上研究了复合圆管的界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应所可能产生

的影响, 接下来将从数值分析的角度对其进行进一步分析. 设图 1 中复合圆管结构从内到外依次为: 铜管-界面 (K_N 和 K_T)-钢管, 管径为 $R_1 = 130$ mm, $R_2 = 132$ mm, $R_3 = 140$ mm, 其相关材料参数如表 1 所列. 根据 (3) 和 (5) 式计算出的理想界面 ($K_N = K_T = \infty$) 条件下基频和二倍频周向超声导波的频散曲线如图 2 所示. 当复合圆管内外两层的管材参数一致 (均为相同性质的铜或钢)、且管间界面为理想界面 ($K_N = K_T = \infty$) 时, 可将复合圆管等效为内径为 130 mm, 外径为 140 mm 的单层圆管. 经计算此条件下复合圆管的周向导波频散曲线与单层圆管相一致, 由此验证了复合圆管中周向导波频散曲线计算程序的正确性.

表 1 复合圆管的材料参数

Table 1. Material parameters of composite circular tube.

材料	密度 ρ / $10^4 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$	纵波声速 c_L / $\text{MHz}\cdot\text{mm}$	横波声速 c_T / $\text{MHz}\cdot\text{mm}$
铜	0.89	4.66	2.26
钢	0.78	5.85	3.32

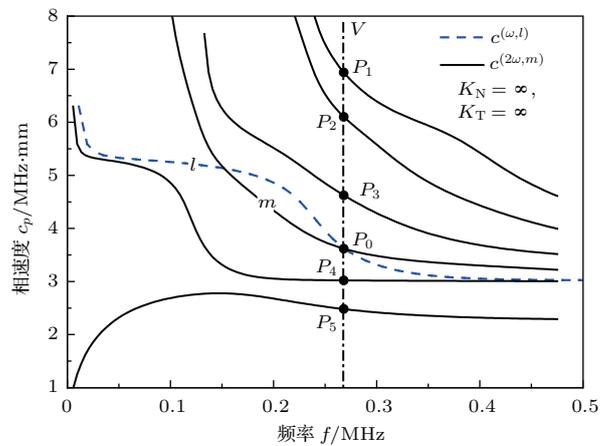


图 2 复合圆管中周向超声导波的频散曲线

Fig. 2. Dispersion curves of circumferential ultrasonic guided waves in the composite tube.

图 2 中虚点线 V (对应频率 $f = 0.269$ MHz) 与二倍频周向导波存在一系列交点, 这些交点对应于伴随 l 阶基频周向导波模式 (虚线) 传播所发生的一系列角波数取分离值的二倍频周向导波模式. 在交点 P_0 处存在关系: $c_p^{(\omega,l)} = c_p^{(2\omega,m)}$, 表明伴随 l 阶基频周向导波的传播所发生的第 m 阶二倍频周向导波模式可随传播周向角积累增长. 虚点线 V 与二倍频周向导波频散曲线的其他交点 (点 P_1-P_5) 所对

应的二倍频周向导波模式, 因不满足相速度匹配条件, 这些二倍频周向导波模式随传播周向角表现出“拍”效应, 在实际测量中这些模式的信号难以被有效测量, 它们对 $U^{(2\omega)} = U^{(2\omega)}(r, \theta)$ 的贡献远小于点 P_0 所对应的第 m 阶二倍频周向导波模式 [12–15].

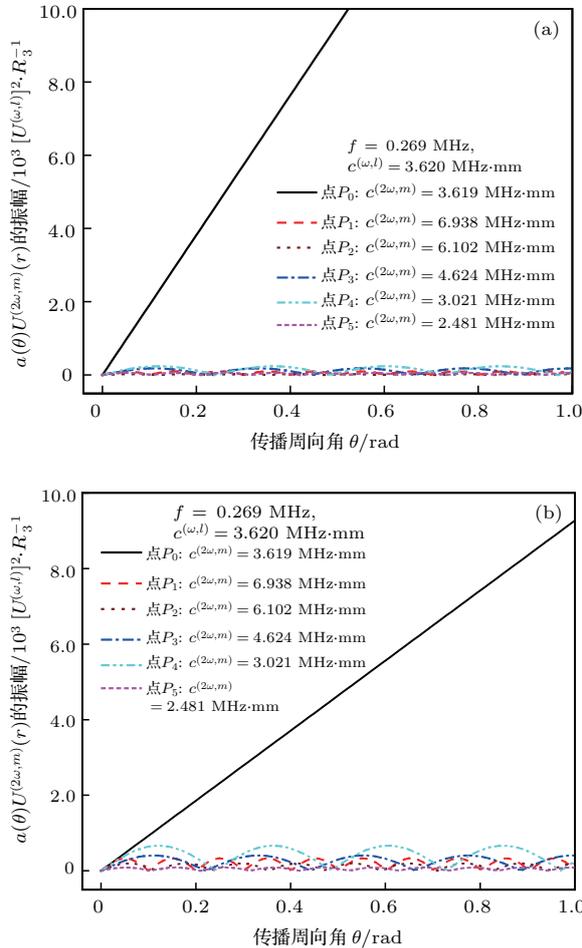


图3 (网刊彩色) 在复合圆管外径 ($r = R_3$) 处, 二倍频周向导波模式的振幅随传播周向角的关系曲线, $K_N = K_T = \infty$ (a) 径向分量; (b) 周向分量
Fig. 3. (color online) Amplitude of some double-frequency circumferential guided wave modes on the outer surface of the composite tube, $K_N = K_T = \infty$: (a) radial component; (b) circumferential component.

对于理想管间界面情形 ($K_N = K_T = \infty$), 图3给出了伴随 l 阶基频周向导波模式的传播所发生的二倍频周向导波模式 ($f = 0.269$ MHz, 对应于点 P_0 — P_5) 在复合圆管外表面 ($r = R_3$) 的振幅随传播周向角的关系曲线, 其纵坐标中的 $U^{(\omega,l)}$ 为 l 阶基频周向导波在复合圆管外表面处的合振幅. 从图3可看出, 在虚点线 V 所对应的频率处, 点 P_0 所对应的二倍频周向导波模式对 $U^{(2\omega)}$ 的贡献起主导作用, 其他模式对 $U^{(2\omega)}$ 的贡献可予以忽略 [12–15].

接下来主要分析管间界面性质 (以 K_N 和 K_T 表征) 发生变化时对点 P_0 所对应的二倍频周向导波模式所产生的影响.

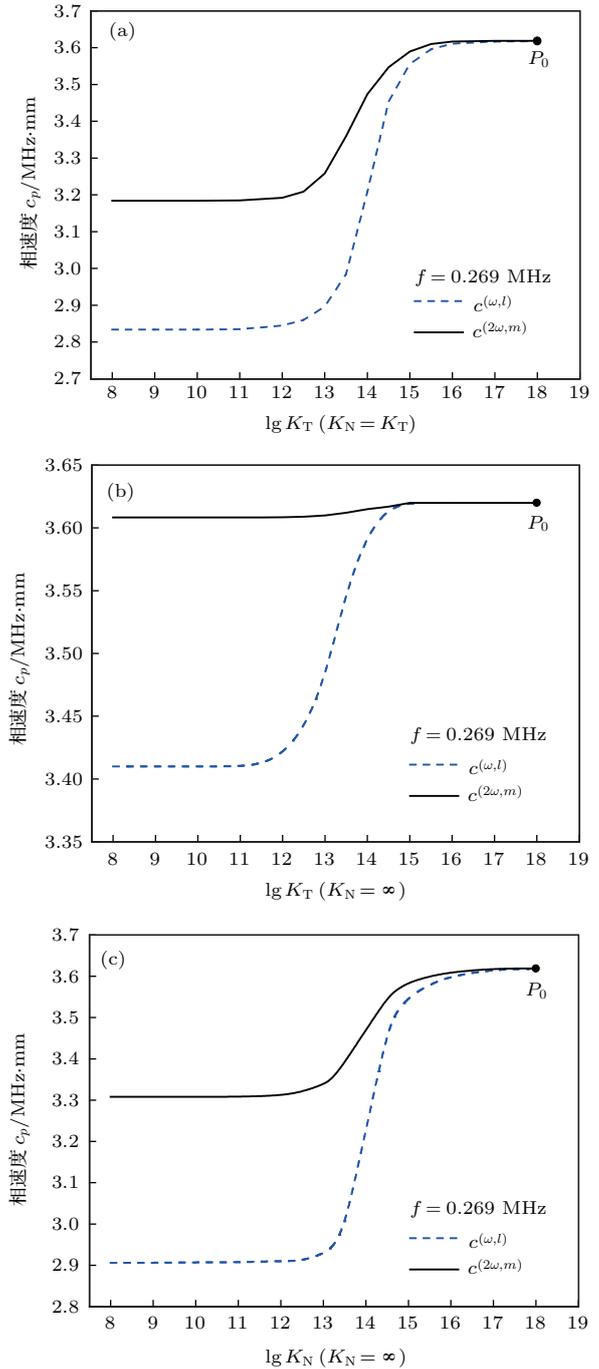


图4 K_N 和 K_T 变化对周向导波频散特性的影响 (a) $\lg K_N$ ($K_N = K_T$); (b) $\lg K_T$ ($K_N = \infty$); (c) $\lg K_N$ ($K_T = \infty$)
Fig. 4. Effect of stiffness constants (K_N and K_T) on the dispersion characteristic of circumferential guided waves: (a) $\lg K_N$ ($K_N = K_T$); (b) $\lg K_T$ ($K_N = \infty$); (c) $\lg K_N$ ($K_T = \infty$).

对于不同的弱界面情形, K_N 和 K_T 的取值是不同的 [3], 本文针对以下三种情形进行分析讨论:

1) K_N 和 K_T 的取值相等且同时发生变化; 2) $K_N = \infty$, K_T 发生变化; 3) $K_T = \infty$, K_N 发生变化. 在数值计算过程中仅考虑 K_N 和 K_T 变化的影响, 不考虑复合圆管管材参数(内外径、各层厚度、密度、二阶及三阶弹性常数等)的变化. (3) 和 (5) 式表明, $c_p^{(\omega,l)}$ 和 $c_p^{(2\omega,m)}$ 均与 K_N 和 K_T 密切相关, 在虚点线 V 所确定的频率处, 原本在点 P_0 处满足的条件 $c_p^{(\omega,l)} \approx c_p^{(2\omega,m)}$ 在 K_N 和 K_T 发生变化之后不再满足, 即 (12) 式中的 Δn 不再为零或趋于零, 这将显著地影响点 P_0 所对应的二倍频周向导波模式随传播周向角的积累增长程度. 图 4 给出了点 P_0 所对应的基频和二倍频周向导波模式的相速度 ($c_p^{(\omega,l)}$ 和 $c_p^{(2\omega,m)}$) 随 K_N 和 K_T 发生变化的关系曲线. 需要说明的是, K_N 和 K_T 取 10^{18} N/m³ 时的周向导波相速度值与它们取 ∞ 时所对应的周向导波相速度值相等.

此外, K_N 和 K_T 的变化还将对 l 阶基频周向导波的位移场 $U_i^{(\omega,l)} \exp[jn^{(\omega,l)}\theta - j\omega t]$ 产生影响, 进而影响到二倍频面驱动源 f_m^S 和彻体驱动源 f_m^V , 即 K_N 和 K_T 的变化将影响到 (12) 式中的 $A_m = (f_m^S + f_m^V)/4P_{mm}$. 对于不同的 K_N 和 K_T 值, 表 2 给出了点 P_0 (见图 2) 所对应的二倍频周向导波模式的相关参数. 根据表 2 中的结果, 图 5 给出了 K_N 和 K_T 发生变化时, 在复合圆管外表面 ($r = R_3$) 处, 点 P_0 所对应的二倍频周向导波模式 $a_m(\theta) U^{(2\omega,m)}(r)$ 的振幅随传播周向角 θ 的关系曲线. 需要说明的是, 复合圆管内表面 ($r = R_1$) 处的二次谐波声场特性与外表面 ($r = R_3$) 处的相类似, 且在实际应用中, 通过测量外表面处的二次谐波声场信号可更方便地了解管间界面特性, 故本文仅给出了复合圆管外表面处的声场特性曲线.

表 2 图 2 中点 P_0 ($f = 0.269$ MHz) 所对应的二倍频周向导波模式的相关参数

Table 2. Some parameters of the double-frequency circumferential guided waves determined by the point P_0 ($f = 0.269$ MHz) in Fig.2.

(a) $K_N = K_T$			
$\lg K_N(K_T)/N \cdot m^{-3}$	$c^{(\omega,l)}/MHz \cdot mm$	$c^{(2\omega,m)}/MHz \cdot mm$	$A_m \cdot R_3/U^{(\omega,l)}$
13.5	2.987	3.358	(23.64, 1.66×10^4)
14.0	3.209	3.474	(24.91, 1.60×10^4)
14.5	3.454	3.547	(14.54, 1.53×10^4)
15.0	3.571	3.600	(-3.41, 1.79×10^4)
15.5	3.579	3.609	(-4.46×10^3 , 4.63×10^4)
16.0	3.611	3.617	(-5.99×10^5 , -3.11×10^5)
(b) $K_N = \infty$			
$\lg K_T/N \cdot m^{-3}$	$c^{(\omega,l)}/MHz \cdot mm$	$c^{(2\omega,m)}/MHz \cdot mm$	$A_m \cdot R_3/U^{(\omega,l)}$
13.5	3.550	3.612	(-56.71, 1.63×10^4)
14.0	3.590	3.615	(12.07, 1.65×10^4)
14.5	3.616	3.617	(10.00, 1.69×10^4)
15.0	3.620	3.620	(19.35, 1.68×10^4)
15.5	3.620	3.620	(22.76, 1.69×10^4)
16.0	3.620	3.620	(23.86, 1.69×10^4)
(c) $K_T = \infty$			
$\lg K_N/N \cdot m^{-3}$	$c^{(\omega,l)}/MHz \cdot mm$	$c^{(2\omega,m)}/MHz \cdot mm$	$A_m \cdot R_3/U^{(\omega,l)}$
13.5	2.988	3.391	(-6.28×10^5 , -3.43×10^5)
14.0	3.229	3.47	(-7.92×10^2 , 1.74×10^4)
14.5	3.465	3.547	(17.18, 1.70×10^4)
15.0	3.552	3.585	(25.28, 1.64×10^4)
15.5	3.581	3.602	(27.73, 1.68×10^4)
16.0	3.604	3.610	(26.61, 1.67×10^4)

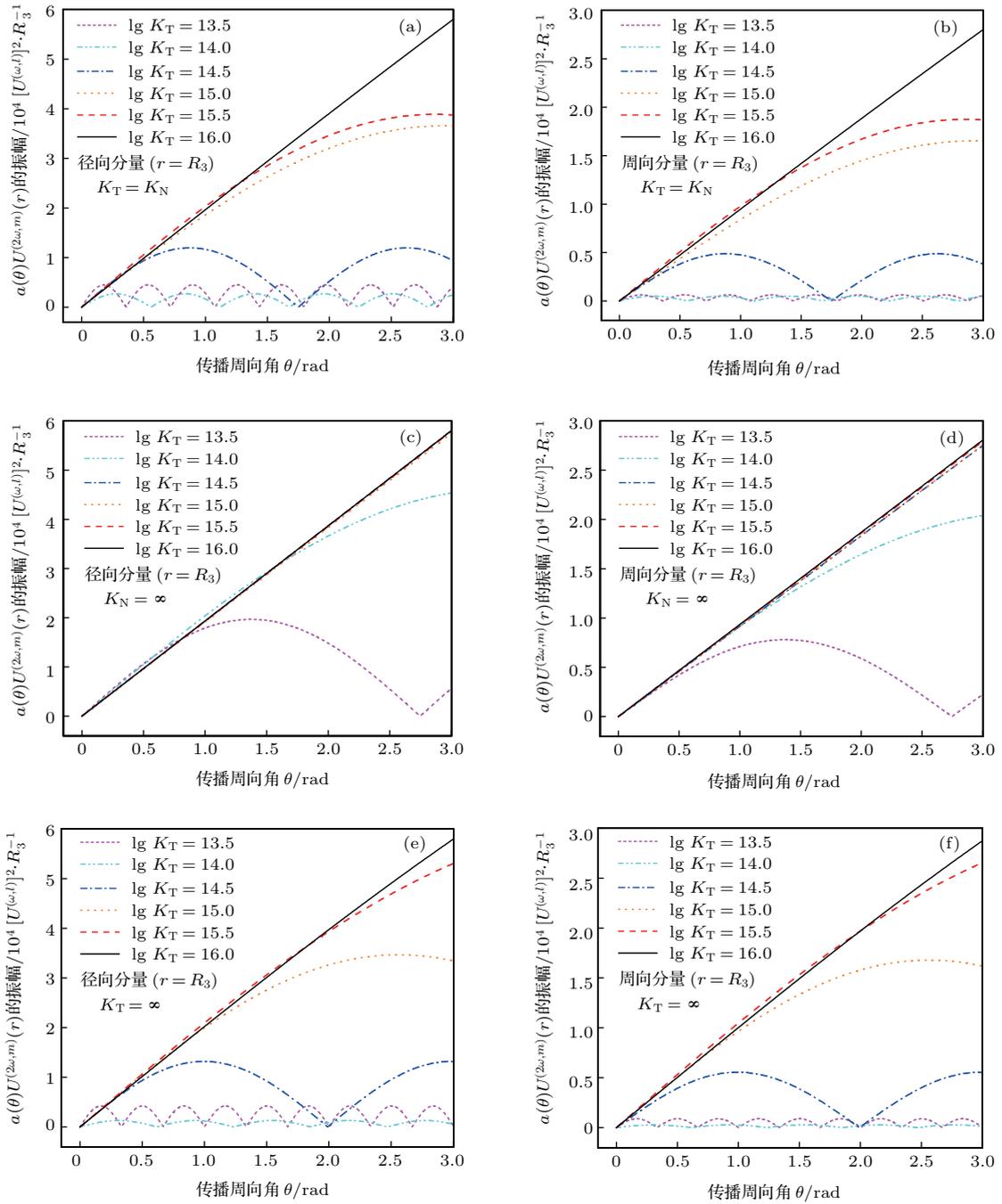


图5 (网刊彩色) 当 K_N 和 K_T 变化时二倍频周向导波模式的振幅随传播周向角 θ 的关系曲线 (a) 径向分量 ($K_N = K_T$); (b) 周向分量 ($K_N = K_T$); (c) 径向分量 ($K_N = \infty$); (d) 周向分量 ($K_N = \infty$); (e) 径向分量 ($K_T = \infty$); (f) 周向分量 ($K_T = \infty$)

Fig. 5. (color online) Curves of displacement components of the double-frequency circumferential guided waves versus θ under different K_N and K_T : (a) Radial component ($K_N = K_T$); (b) circumferential component ($K_N = K_T$); (c) radial component ($K_N = \infty$); (d) circumferential component ($K_N = \infty$); (e) radial component ($K_T = \infty$); (f) circumferential component ($K_T = \infty$).

从图5给出的二次谐波声场随传播周向角的变化关系曲线可以看出, 当描述管间界面特性的劲度系数 (K_N 和 K_T) 发生变化时, 将显著影响周向超声导波的二倍谐波发生效应. 与理想界面条件下 ($K_N = K_T = \infty$) 周向超声导波的二倍谐波发生

效应相比, 随着 K_N 和 K_T 数值的逐渐减小 (即界面特性的退化程度逐渐增大), 在复合圆管的外表面, 图2中点 P_0 所对应二倍频周向导波模式的振幅随传播周向角表现出“拍”效应, 二次谐波的发生效应将变得越来越微弱, 从实际测量角度考虑, 随着 K_N

和 K_T 数值的逐渐减小, 复合圆管外层表面的二次谐波信号迅速减弱, 此效应可为准确评价复合圆管的管间界面特性提供理论依据. 从图 5(c)—(f) 还可得出, K_N 变化对二次谐波 (取决于点 P_0 所对应的二倍频周向导波模式) 声场的影响, 比相同数值 K_T 变化所导致的对二次谐波声场的影响更为明显.

4 结 论

在二阶微扰近似下, 采用导波的模式展开分析方法, 建立了复合圆管结构中周向超声导波二次谐波发生效应的理论分析模型, 研究了复合圆管的管间界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应所产生的影响. 伴随基频周向导波传播所发生的二次谐波, 可视为由一系列二倍频周向导波模式叠加而成. 复合圆管的管间界面特性采用界面弹簧模型进行描述, 具体来说就是采用有限大小的界面劲度系数数值描述管间界面状态. 理论和数值分析结果表明, 复合圆管管间界面特性的变化可从以下几个方面对伴随基频周向导波传播所发生的二倍频周向导波模式产生影响. 首先, 径向和切向界面劲度系数的变化将影响基频周向导波的声场, 而二倍频彻体驱动力和面驱动力均与基频周向导波声场振幅的平方成正比, 即二倍频周向导波模式的展开系数与管间界面特性密切相关. 另外, 径向和切向界面劲度系数与二倍频周向导波的面驱动源存在直接联系, 这也将导致二倍频周向导波模式的展开系数与界面劲度系数直接相关. 针对理想界面情形, 可选择适当的激发频率和周向导波模式, 使得基频和二倍频周向导波的相速度相等且该模式的展开系数不为零, 在此情形之下周向导波二次谐波随传播周向角积累增长. 当界面劲度系数发生改变时, 将对基频和二倍频周向导波的相速度产生影响, 使得原本满足的基频和二倍频周向导波相速度相匹配的条件不再满足, 这将显著地影响到周向超声导波的二次谐波随传播周向角的积累增长程度. 数值分析结果表明, 随着界面劲度系数的逐渐减小, 在复合圆管的外表面, 原本具有积累增长效应的二倍频周向导波模式的振幅随传播周向角表现出“拍”

效应, 二次谐波的发生效应变得越来越微弱, 复合圆管外表面的二次谐波信号将迅速减小, 此效应可作为准确评价复合圆管管间界面特性的理论依据. 本文的有关分析方法和结果, 可为准确确定复合圆管的管间界面特性提供一种有效的途径.

参考文献

- [1] Gu J Z 2000 *Shanghai Metals* **22** 16 (in Chinese) [顾建忠 2000 上海金属 **22** 16]
- [2] Rokhlin S I, Wang Y J 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **89** 2758
- [3] Zhang R, Wang M X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 7
- [4] Lu P, Wang Y J 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 697 (in Chinese) [陆鹏, 王耀俊 2001 物理学报 **50** 697]
- [5] Wang Y J 2004 *Acta Acust.* **29** 97 (in Chinese) [王耀俊 2004 声学学报 **29** 97]
- [6] Heller K, Jacobs L J, Qu J M 2000 *NDT&E Int.* **33** 8
- [7] Rose J L 2002 *J. Press Vessel Tech.* **124** 273
- [8] Zhang H L, Yin X C 2007 *Chin. J. Solid Mech.* **28** 109 (in Chinese) [张慧玲, 尹晓春 2007 固体力学学报 **28** 109]
- [9] Zhang H L, Yin X C 2007 *Acta Mech. Solida Sinica* **20** 110
- [10] Zhang H L, Yin X C 2008 *J. Vib. Eng.* **21** 471 (in Chinese) [张慧玲, 尹晓春 2008 振动工程学报 **21** 471]
- [11] Gao G J, Deng M X, Li M L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 224301 (in Chinese) [高广健, 邓明晰, 李明亮 2015 物理学报 **64** 224301]
- [12] Deng M X 2007 *Acta Acust.* **32** 205 (in Chinese) [邓明晰 2007 声学学报 **32** 205]
- [13] Deng M X, Wang P, Lü X F 2006 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** 3018
- [14] Gao G J, Deng M X, Li M L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 184303 (in Chinese) [高广健, 邓明晰, 李明亮 2015 物理学报 **64** 184303]
- [15] Deng M X, Gao G J, Li M L 2015 *Chin. Phys. Lett.* **32** 124305
- [16] Deng M X 1996 *Acta Acust.* **21** 429 (in Chinese) [邓明晰 1996 声学学报 **21** 429]
- [17] Xiang Y X, Deng M X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4232
- [18] Hamilton M F, Blackstock D T 1998 *Nonlinear Acoustics* (New York: Academic Press) Chapter 9 and 10
- [19] Deng M X 2006 *Nonlinear Lamb Waves in Solid Plates* (Beijing: Science Press) pp12–40 (in Chinese) [邓明晰 2006 固体板中的非线性兰姆波 (北京: 科学出版社) 第 12—40 页]
- [20] Auld B A 1973 *Acoustic Fields and Waves in Solids* Vol. II (New York: John Wiley) pp151–162
- [21] Jia X 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 834

Influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave propagation in composite tube*

Li Ming-Liang Deng Ming-Xi[†] Gao Guang-Jian

(Logistics Engineering University, Chongqing 401331, China)

(Received 18 April 2016; revised manuscript received 12 July 2016)

Abstract

The influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave (CUGW) propagation in a composite tube are investigated in this paper. Within a second-order perturbation approximation, the nonlinear effect of primary CUGW propagation may be treated as a second-order perturbation to its linear response. Due to the interfacial spring model, the properties of interface between the inner and outer circular tubes constituting the composite tube are characterized by the normal and tangential interfacial stiffness values. According to the technique of modal expansion analysis for waveguide excitation, the second-harmonic field of primary CUGW propagation can be decomposed into a series of double frequency CUGW modes. It is found that changes of the interfacial properties of composite tube will obviously influence the efficiency of second-harmonic generation by primary CUGW propagation. Specifically, for a given composite tube with a perfect interface, an appropriate fundamental and double frequency CUGW mode pair that satisfies the phase velocity matching condition can be chosen to enable the double frequency CUGW mode generated by the primary CUGW propagation to accumulate along the circumferential direction, and an obvious second-harmonic signal of primary CUGW propagation to be observed. When the changes of the interfacial properties of composite tube (versus the perfect interface with infinite interfacial stiffnesses) take place, the effect of second-harmonic generation by primary CUGW propagation will be influenced in the following aspects. Firstly, the changes of the interfacial properties in the case of perfect interface may provide different acoustic fields for the primary CUGW. This will influence the magnitude of the modal expansion coefficient of double frequency CUGW mode generated, because both the second-order bulk forcing source (due to the double frequency bulk driving force) and the second-order surface/interface forcing source (due to the quadratic term of expression of the first Piola-Kirchhoff stress tensor) in the governing equation of the double frequency CUGW are both proportional to the squared amplitude of the primary CUGW. Secondly, the second-order surface/interface forcing source in the said governing equation is directly associated with the interfacial stiffnesses. This will also lead to the change of the magnitude of the modal expansion coefficient of double frequency CUGW mode when the change of interfacial stiffnesses takes place. Thirdly, the change of the interfacial stiffnesses will influence the dispersion relation of CUGW propagation. The phase velocity matching conditions for the fundamental and double frequency CUGW mode pair, which are satisfied originally in the case of perfect interface, may not now be satisfied. This will remarkably influence the efficiency of second-harmonic generation by the primary CUGW propagation. It is found that when there is a clear difference between the phase velocities of the fundamental and double frequency CUGW mode pair (caused by the changes in the interfacial stiffnesses), the double frequency CUGW mode generated may not have a cumulative effect along the circumferential direction. In

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11474361, 11274388).

† Corresponding author. E-mail: dengmx65@yahoo.com

this case, the efficiency of second-harmonic generation by primary CUGW propagation will become more and more weak. Theoretical analyses and numerical simulations performed both demonstrate that the effect of second-harmonic generation by primary CUGW propagation is very sensitive to changes in the interfacial properties of composite tube, and that it can be used to accurately characterize the interfacial properties in composite tube structures.

Keywords: interfacial properties between two tubes, circumferential ultrasonic guided wave, second-harmonic generation, modal expansion analysis

PACS: 43.25.+y, 43.20.Mv, 43.35.+d

DOI: [10.7498/aps.65.194301](https://doi.org/10.7498/aps.65.194301)