

无限薄平板边界层前缘感受性过程的数值研究

陆昌根 沈露予

Numerical study of leading-edge receptivity on the infinite-thin flat-plate boundary layer

Lu Chang-Gen Shen Lu-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 194701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.194701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I19>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

壁面局部吹吸边界层感受性的数值研究

Numerical study on boundary-layer receptivity with localized wall blowing/suction

物理学报.2015, 64(22): 224702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224702>

界面张力对 Rayleigh-Taylor 不稳定性的影响

Effects of surface tension on Rayleigh-Taylor instability

物理学报.2013, 62(21): 214702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.214702>

平面撞击流偏斜振荡的实验研究与大涡模拟

Large-eddy simulation and experimental study of deflecting oscillation of planar opposed jets

物理学报.2013, 62(8): 084704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084704>

无限薄平板边界层前缘感受性过程的数值研究*

陆昌根† 沈露予‡

(南京信息工程大学海洋科学学院, 南京 210044)

(2016年3月4日收到; 2016年7月13日收到修改稿)

在边界层流中层流向湍流转捩机理的研究一直是人们所关注的重要理论课题之一. 感受性阶段是边界层内整个转捩过程中的初始阶段, 它在层流向湍流转捩过程中起着关键性的作用. 但是, 在过去的边界层前缘感受性研究中大多数都是针对外部声波小扰动, 很少见到考虑在自由流中普遍存在的自由来流湍流作用下边界层内诱导前缘感受性问题的相关报道. 本文采用直接数值模拟的方法, 研究自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下边界层流中前缘感受性过程的内在机理. 数值结果发现, 在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下边界层流中能被感受出一组小扰动波, 且它们的色散关系、增长率、中性曲线等结果都与流动稳定性中的线性理论获得的理论解相一致, 由此可知在边界层内被激发产生的一组小扰动波就是 Tollmien-Schlichting 波, 这也证明自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动相互作用是激发边界层流中前缘感受性过程的另一种物理机理; 另外, 还探讨了自由来流湍流度以及自由来流湍流的运动方向对无限薄平板边界层前缘感受性过程有何影响等. 总之, 开展边界层前缘感受性过程的深入研究, 有益于完善流动稳定性理论, 将为层流向湍流转捩过程的预测提供合理的理论依据.

关键词: 前缘感受性, 自由来流湍流, 边界层

PACS: 47.20.Pc, 47.20.-k, 47.27.ek

DOI: 10.7498/aps.65.194701

1 引言

层流向湍流转捩过程内在机理的研究一直是流体力学中最重要的前沿热点课题之一. 它不仅为理论研究所热衷, 而且还有着广阔的工程应用背景. 例如, 航空航天和航空运输中飞行器、燃气轮机、鱼雷以及飞行器热防护系统设计等实际工程中的一个关键问题, 就是准确预测转捩起始位置及其发展规律. 虽然层流向湍流转捩过程极为复杂, 但大体上可简化为三个阶段: 感受性阶段、线性增长和非线性 Breakdown^[1] 阶段. 感受性阶段是整个转捩过程中的初始阶段, 它对层流向湍流转捩过程的预测起着极其重要的作用^[2]. 而影响感受性过程的因素主要有: 边界层流中前缘驻点扰动或非平行

性的影响、压力梯度的迅速改变以及壁面局部凸起物、壁面局部吹吸等都会对边界层感受性过程产生不同程度的作用和影响. 我们已在文献^[3—5]中分别研究了自由来流湍流与壁面局部凹凸或与壁面局部吹吸相互作用下边界层内诱导产生的当地感受性问题, 并获得了一些有意义的结果. 本文直接数值模拟在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下边界层前缘感受性过程的理论机理, 这是一项很有意义的理论课题.

Goldstein^[6,7]采用高雷诺数方法来揭示边界层内诱导感受性问题的两种基本机理, 即在声波扰动作用下边界层内前缘感受性问题以及声波扰动与壁面局部粗糙作用下边界层内当地感受性机理, 并成功地计算获得了在平行于流动方向的声波扰动作用下平板边界层内被诱导产生 Tollmien-

* 国家自然科学基金(批准号: 11472139, 11172143)、南京信息工程大学人才启动基金、江苏高校优势学科建设工程和江苏省海洋环境探测工程技术研究中心资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cglu@nuist.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: shenluyu@nuist.edu.cn

Schlichting (T-S)波的前缘感受性系数. Heinrich和Kerschen^[8]改进了非定常的线性边界层方程以及感受性系数的计算方法,结果发现在具有一定入射角的声波扰动作用下所激发产生的边界层前缘感受性系数要比平行于流动方向的声波扰动作用下所激发的边界层前缘感受性系数大几倍. Lin等^[9]研究了无限长平板边界层前缘感受性过程的物理问题,计算发现当平板前缘为椭圆形的纵横比逐渐增大时,在声波扰动作用下平板边界层内所感受到T-S波的幅值将逐渐减小. 随后, Wanderley和Corke^[10]也做了类似的研究,也发现中性曲线下支附近T-S波的幅值也随平板前缘为椭圆形的纵横比增加而逐渐减少. 同样, Fuciarelli^[11]计算了中性曲线下支附近的声波感受性系数的问题,计算结果表明在入射角为15°的声波扰动作用下,激发产生边界层内的前缘感受性系数大约是平行于流动方向的声波扰动作用下激发产生边界层内的前缘感受性系数的4倍.

综上所述,以往的边界层前缘感受性研究大多数是声波扰动作用下激发边界层内前缘感受性过程的问题. 另外,在自由来流涡扰动作用下,边界层内感受到T-S波的研究工作主要有: Heinrich和Kerschen^[8]以及Kerschen等^[12]通过渐近法研究了在自由来流二维涡扰动与无限薄平板前缘相互作用下边界层内激发形成T-S波的物理过程; Buter和Reed^[1]采用与Lin等^[9]相同的方法,数值模拟了涡扰动作用下边界层前缘感受性过程,发现边界层内被激发产生T-S波的幅值与外部涡扰动的强度呈线性关系; Schrader等^[13]直接数值模拟了在涡扰动作用下激发具有椭圆形前缘平板边界层前缘感受性的问题,也获得了一些有意义的结果. 尽管在自由来流中考虑声波扰动还是涡扰动作用下边界层前缘感受性过程的研究都已取得了一些可喜的成果,但是,这些研究仅只能在边界层流中被激发出某一种T-S波的物理过程,不具有普适性;另外,也很少见到考虑自然界中普遍存在的湍流运动现象,即在自由来流湍流作用下边界层前缘感受性问题未见到相关的研究报告. 因此,本文采用直接数值模拟(DNS)方法,研究自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下是否是激发边界层前缘感受性过程的另一种物理机理,从而揭示边界层转捩过程中不稳定波产生的内在机理,以达到深入了解湍流成因的目的.

2 研究方法

2.1 基本方程与数值方法

基本方程为无量纲不可压的Navier-Stokes方程:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V}, \end{cases} \quad (1)$$

其中,速度 $\mathbf{V} = \mathbf{U} + \mathbf{V}'$, $\mathbf{V}' = \{u, v\}^T$ 为扰动速度,基本流 U 为数值求解Navier-Stokes方程获得的数值解; p 为压力;雷诺数为 $Re = (U'_\infty \delta^*)/\nu$; δ^* 为层流边界层位移损失厚度; U'_∞ 为无穷远来流速度; ν 为流体的运动黏性系数. 方程(1)的数值离散方法为:时间偏导数采用四阶修正后的Runge-Kutta格式^[14];空间偏导数采用变间距的紧致有限差分^[15],即对流项采用五阶精度迎风紧致有限差分格式,压力梯度项采用六阶精度紧致有限差分,黏性项采用六阶精度紧致有限差分格式;压力方程则采用三阶精度的变间距有限差分格式进行数值求解.

2.2 自由来流湍流模型

依据文献^[16]中描述的随机湍流模型来构建无量纲的自由来流湍流模型:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_\infty(x, y, t) \\ v_\infty(x, y, t) \end{pmatrix} \\ &= A_0 \sum_{m=-M}^M \sum_{j=-J}^J \begin{pmatrix} \hat{u}_\infty(m, j) \\ \hat{v}_\infty(m, j) \end{pmatrix} \\ & \times \exp [I \cdot (m\kappa_1 \cdot x + j\kappa_2 \cdot y - m\kappa_1 \cdot t)], \quad (2) \\ & \begin{cases} \hat{u}_\infty(m, j) = I \frac{m\kappa_1 j \kappa_2}{\kappa \sqrt{m^2 \kappa_1^2}} \cdot \sqrt{\frac{2E(\kappa) \kappa_1 \kappa_2}{4\pi \kappa^2}} \cdot e^{I\varphi}, \\ \hat{v}_\infty(m, j) = -I \frac{\sqrt{m^2 \kappa_1^2}}{\kappa} \cdot \sqrt{\frac{2E(\kappa) \kappa_1 \kappa_2}{4\pi \kappa^2}} \cdot e^{I\varphi}, \end{cases} \end{aligned}$$

其中, $I = \sqrt{-1}$; $\mathbf{V}'_\infty = \{u_\infty, v_\infty\}$ 分别表示无穷远来流中的自由来流湍流在流向和法向上的扰动速度; $\hat{u}_\infty, \hat{v}_\infty$ 分别表示 u_∞, v_∞ 的速度谱; A_0 为自由来流湍流幅值; M, J 为选定的最大模数;在这里, x 方向和 y 方向上的基本波数 κ_1 和 κ_2 是可以任意选取的,即使得基本波数 κ_1 和 κ_2 具有随机性的特征;从而,使合成波数 $\kappa = (m^2 \kappa_1^2 + j^2 \kappa_2^2)^{1/2}$ 、频率

$\omega = m\kappa_1$ 、流向波数 $\alpha = m\kappa_1$ 、法向波数 $\gamma = j\kappa_2$ 、速度谱 \hat{u}_∞ 和 \hat{v}_∞ 以及一维能量谱 $E(\kappa)$ 等物理参数也具有随机性; 另外, 相位角 φ 是随机选定的. 这样, 我们建立的自由来流湍流模型符合真实的自由来流湍流的随机特征.

2.3 计算区域和网格

图 1 中的矩形部分是数值计算区域: 流向长度为 $X = 1700$, 变量 x 的区域为 $-200 \leq x \leq 1500$, 且无限薄平板前缘流向位置位于 $x = 0$; 法向长度为五倍边界层厚度 $Y = 14.39$ (在这里的流向长度 X 和法向长度 Y 均已被边界层位移损失厚度 δ^* 无量纲化). 计算网格选取为: 流向和法向均采用变间距网格, 即在无限薄平板前缘驻点以及壁面附近流场变化剧烈的区域适当加密网格, 以确保数值计算更适合实际流体运动的变化规律, 以提高数值计算结果的精度. 网格数选为 1300×200 . 入射角 θ 为自由来流湍流的运动方向与流向之间的夹角 (逆时针方向为正以及顺时针方向为负); 当 $\theta = 0$ 时, 自由来流湍流的运动方向与 x 轴方向一致, 详见图 1 所示, 且 $\mathbf{U}_\infty = \mathbf{U}'_\infty + \mathbf{V}'_\infty$.

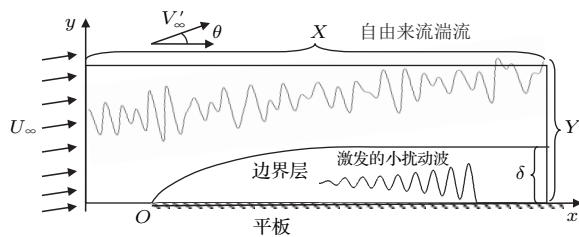


图 1 计算区域

Fig. 1. Computational domain.

2.4 边界条件

上边界条件: $p = 0$; 由自由来流湍流模型可知, 流向和法向的扰动速度为

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} u_\infty(x, y, t) \\ v_\infty(x, y, t) \end{pmatrix} \\ &= A_0 \sum_{m=-M}^M \sum_{j=-J}^J \begin{pmatrix} \hat{u}_\infty(m, j) \\ \hat{v}_\infty(m, j) \end{pmatrix} \\ & \times \exp [I \cdot (m\kappa_1 \cdot x + j\kappa_2 \cdot y - m\kappa_1 \cdot t)]. \quad (3) \end{aligned}$$

下边界条件: 在壁面上采用无滑移条件, 则 $u(x, 0) = 0, v(x, 0) = 0$ 和 $\partial p / \partial y = 0$. 注意在无限薄平板前缘驻点上游, 数值计算的所有变量在

法向上满足对称性, 且当 $x < 0, y = 0$ 时, 采用 $\partial u / \partial y = 0, \partial v / \partial y = 0$ 和 $\partial p / \partial y = 0$ 条件.

入流条件: 扰动速度由自由来流湍流模型来确定; $\partial p / \partial x = 0$.

出流条件: $\partial p / \partial x = 0$; 扰动速度采用无反射条件.

2.5 基本流

首先, 通过数值求解 Navier-Stokes 方程获得基本流速度 U . 数值计算的条件: 上边界和入流条件均为 $U'_\infty = \{1.0, 0\}$; 下边界采用无滑移条件, 无限薄平板前缘驻点上游在法向方向采用对称性条件, 且当 $x < 0, y = 0$ 时, 采用条件为 $\partial U / \partial y = 0$ 和 $\partial P / \partial y = 0$. 出流边界采用无反射条件. 数值计算的雷诺数为 $Re = 1000$, 且在这里计算区域和网格的选取与 2.3 节相同.

经长时间数值计算收敛后, 获得定常的速度场作为基本流, 见图 2. 图 2 给出了数值计算获得在不同流向位置的基本流分布, 并与边界层流的 Blasius 解比较发现, 数值结果与 Blasius 解完全符合, 其最大绝对误差大约为 10^{-4} , 这说明数值计算获得的基本流具有较高的精度.

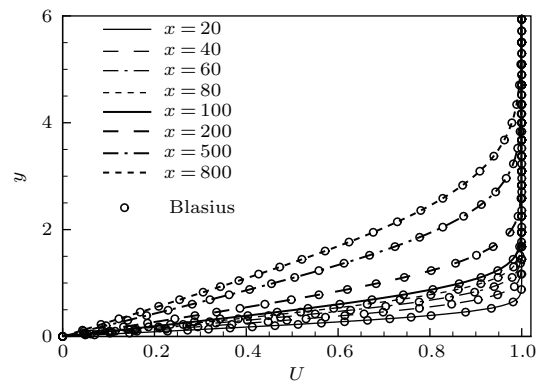


图 2 在无限薄平板不同 x 位置的基本流速度 U 法向分布与 Blasius 解比较

Fig. 2. Distribution of the basic flow velocity U at various x position on the zero-thickness flat-plate comparing with the Blasius solution.

3 数值结果与分析

3.1 自由来流湍流作用下激发无限薄平板边界层前缘感受性的问题

为方便起见, 首先选定自由来流湍流模型中的物理参数, 如流向和法向基本波数分别取为 $\kappa_1 = 0.015$ 和 $\kappa_2 = 0$, 且最大模数取为 $M = 16$,

自由来流湍流的幅值取 $A_0 = 0.001$ 以及入射角取 $\theta = 0$. 另外, 无量纲的频率和法向波数分别定义为 $F = (\omega/Re) \times 10^6$ 和 $\Gamma = (\gamma/Re) \times 10^6$. 随后, 数值研究了自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下激发边界层前缘感受性过程的物理机理, 并依据不同频率分别通过快速傅里叶变换在边界层内提取被感受出的一组小扰动波, 详细分析这些小扰动波的色散关系、增长率以及相速度等特性.

首先, 给出了频率为 $F = 60$ 和 $F = 90$ 的流向和法向扰动速度在计算域内的分布状态, 见图 3. 从图 3 可以看出, 边界层外的扰动速度几乎等于外部扰动场, 即自由来流湍流场的分布; 在边界层内,

由于在无限薄平板前缘驻点扰动与外部自由来流湍流相互作用下使边界层内被感受出的扰动速度场分布完全不同于边界层外自由来流湍流场的分布, 且还发现无限薄平板边界层内被诱导出的小扰动波的波长要比边界层外扰动波的波长小, 计算发现边界层内小扰动波的波长大约近似为边界层外自由来流湍流扰动波长的三分之一左右. 这说明在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下, 能够在边界层内感受出一种波长较短的小扰动波的物理过程, 这一结论与 Schraderet 等^[13] 涡扰动作用下边界层前缘感受性过程的结论是一致的.

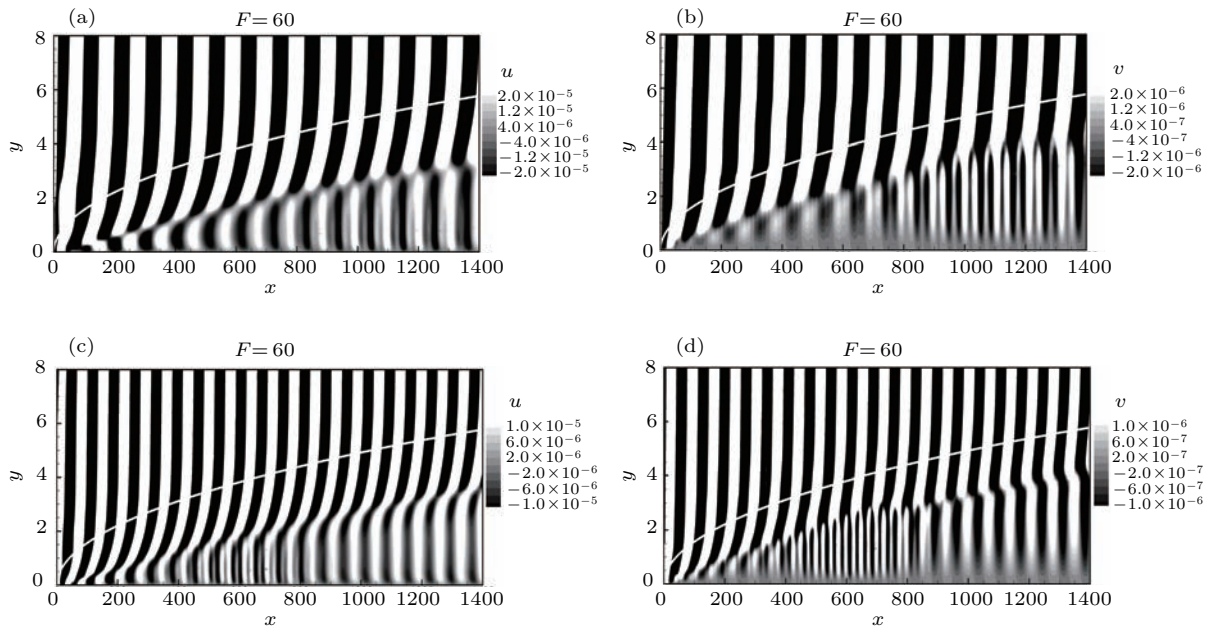


图 3 流向和法向扰动速度的分布

Fig. 3. Streamwise and normal perturbation velocity distribution.

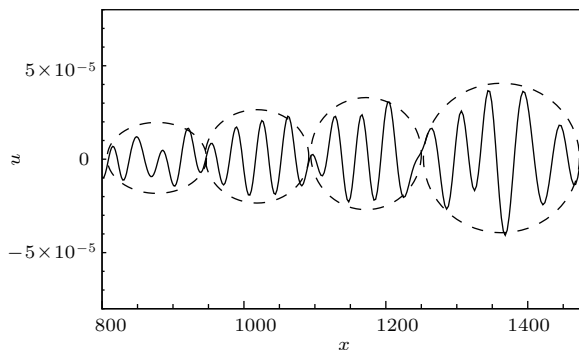


图 4 边界层内被激发产生的小扰动波波包的流向扰动速度 u 在 x 方向上的演化

Fig. 4. Evolutions of streamwise perturbation velocity u of the excited perturbation wave packets in the x -direction.

其次, 图 4 给出了在流向扰动速度最大值位置 ($y = 0.66$) 处边界层内被激发产生小扰动波波包的流向扰动速度 u 在 x 方向上的空间演化规律. 从图 4 中可以看出, 激发出的小扰动波波包沿流向呈现出增长趋势; 并且数值计算得到的小扰动波波包沿流向传播的群速度等于 0.342, 近似为自由来流速度的三分之一, 这一结论与 Dietz^[17] 实验测得的 T-S 波波包的传播速度相符.

从图 4 中给出的小扰动波波包的演化规律, 通过快速傅里叶变换, 可以提取得到不同频率的小扰动波的空间演化规律; 重点筛选出具有代表性的小扰动波的频率 F , 它们分别是 30, 45, 60 和 90, 如图 5 所示; 图 5 中标注的上、下游雷诺数分别对应于

某一频率情况下中性曲线下上支的雷诺数, 对于其他频率的小扰动波的流向扰动速度的演化与上述情况类似. 从图 5 可知, 对应频率为 30 和 45 时流向扰动速度沿流向呈现出逐渐增长的空间演化趋势, 而对应频率为 60 和 90 时流向扰动速度沿流向的演变都呈现先增长后衰减的发展过程.

然后, 根据图 5 展示的边界层内被激发产生小扰动波的流向扰动速度 u 在 x 方向上的空间演化规律, 记录波峰与波峰、波谷与波谷之间的距离, 计算求得小扰动波的波长; 依次反复进行, 最后将求得小扰动波的波长再取算术平均, 获得近似的平均波

长(或波数). 同时, 再记录跟踪时刻的不同时间小扰动波的波峰、波谷所在的位置, 求得小扰动波在 x 方向上的位移, 并将小扰动波的位移与时间相除, 即可求得小扰动波沿流向传播的平均相速度.

表 1 给出了边界层内被激发产生一组小扰动波所对应频率下的平均波数和平均相速度的结果, 以及利用流动稳定性中的线性理论获得 T-S 波的波数和相速度的理论解比较, 结果发现两者一致, 其最大绝对误差在 10^{-3} 量级. 此外, 我们还选取了不同基本波数分别为 0.0075, 0.020 和 0.030 情况下

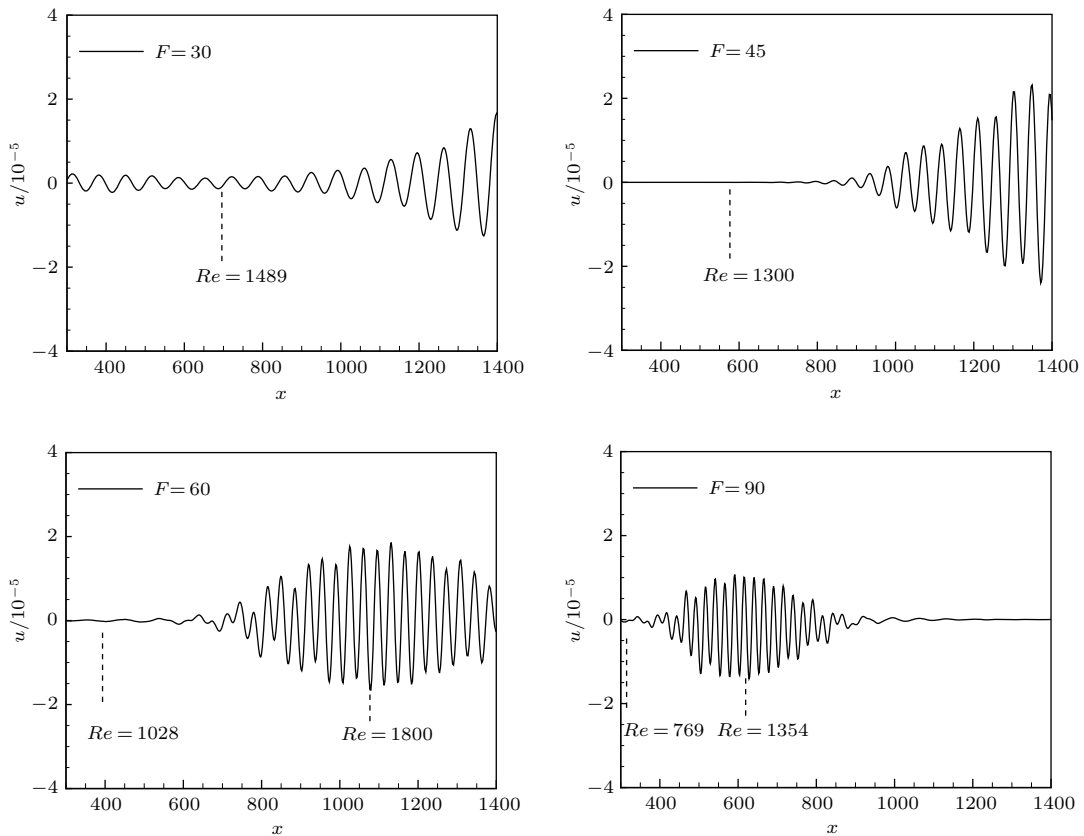


图 5 边界层内被激发产生的小扰动波的流向扰动速度 u 在 x 方向上的演化

Fig. 5. Evolutions of streamwise perturbation velocity u of the excited perturbation waves in the x -direction.

表 1 数值计算得到不同频率小扰动波的平均波数和平均相速度的结果与理论解比较

Table 1. The computed average wave numbers and phase speeds of the perturbation waves with different frequencies comparing with the theoretical solutions.

频率	$F = 15$	$F = 30$	$F = 45$	$F = 60$	$F = 75$	$F = 90$	$F = 105$	$F = 120$	
波数	DNS	0.0454	0.0927	0.1363	0.1754	0.2151	0.2479	0.2714	0.2879
	线性理论	0.0469	0.0941	0.1371	0.1772	0.2133	0.2416	0.2621	0.2807
相速度	DNS	0.330	0.324	0.330	0.342	0.351	0.363	0.387	0.427
	线性理论	0.320	0.319	0.328	0.339	0.352	0.373	0.401	0.428

的自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动相互作用下, 同样在边界层内能激发出一组小扰动波, 其波数和相速度的数值结果与线性理论解相当符合, 这说明任意选取不同基本波数情况下的自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下边界层内都能被激发产生出一组不同色散关系的小扰动波, 且这些小扰动波的色散关系和相速度都与线性理论解相一致.

再根据图 5 展现的基本波数为 0.015 时边界层内被激发产生的小扰动波的流向扰动速度 u 在 x 方向上的演化规律, 来确定对应频率情况下的中性曲线的下支和上支的雷诺数; 依次反复求得基本波数分别为 0.0075, 0.020 和 0.030 情况下对应频率的中性曲线的下支和上支的雷诺数, 获得中性曲线的数值解, 并与流动稳定性线性理论解比较发现, 两者符合, 见图 6.

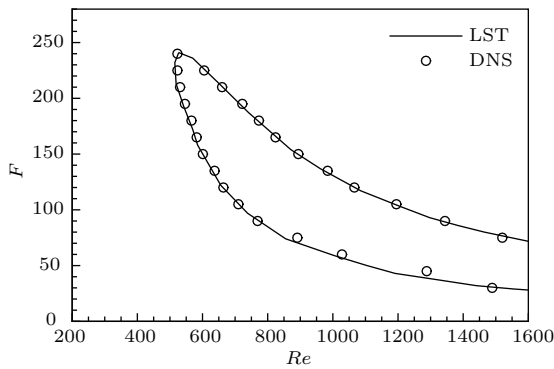


图 6 数值计算得到的中性曲线与理论解比较
Fig. 6. Numerical results of the neutral stability curve comparing with theoretical solutions.

随后, 再将本文数值计算获得不同频率小扰动波的幅值沿流向的演变规律与利用流动稳定性中的 e^N 法求得的理论解和在单涡情况下激发出的小扰动波的幅值流向演化过程进行比较, 发现结果符合得很好, 见图 7 (a). 另外, 图 7 (b) 还给出了边界层内被感受出的小扰动波沿流向的增长率与流动稳定性中的线性理论解和单涡情况下激发出的小扰动波增长率的流向演化规律比较, 两者结果符合得很好.

最后, 将数值计算获得的小扰动波波数的实部 $\text{Re}(\alpha)$ 和虚部 $\text{Im}(\alpha)$ 沿流向演变的结果与经典的渐近匹配法理论研究前缘感受性的结果 [6,8,12] 进行对比, 发现两者完全一致, 如图 8 所示 (其中无量纲流向坐标 $\hat{x} = 2x_1/U_0^2$, 且 U_0' 是基本流在壁面上的一

阶导数值; 在这里 $x_1 = \varepsilon^2 \cdot x$, ε 为渐近法中的小参数, 且 $\varepsilon^6 = \nu\omega/U_\infty^2$, 以上变量均为无量纲量).

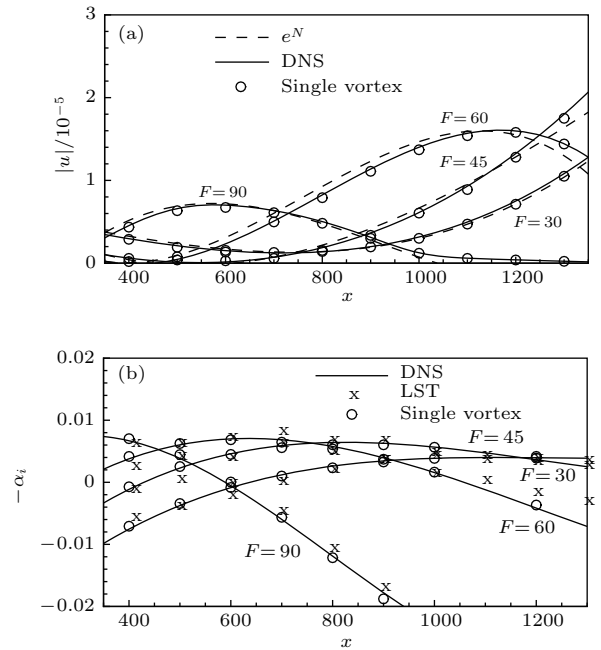


图 7 (a) 小扰动波幅值 $|u|$ 在流向的演化结果与 e^N 法以及单涡情况下的结果比较; (b) 小扰动波的增长率 $(-\alpha_i)$ 在流向的演化结果与线性理论解以及单涡情况下的结果比较 ($y = 0.66$)

Fig. 7. (a) Evolutions of the perturbation wave amplitudes $|u|$ in the x -direction comparing with the e^N results and the single vortex case; (b) evolutions of the perturbation wave growth rates $-\alpha_i$ in the x -direction comparing with the theoretical results and the single vortex case at $y = 0.66$.

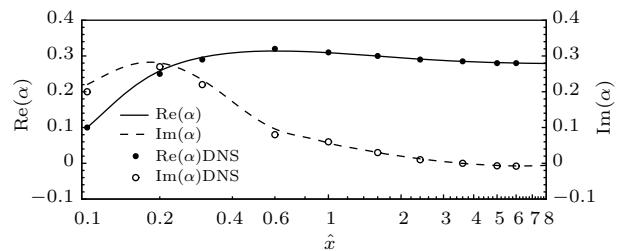


图 8 边界层内被激发出的 T-S 波波数的实部 $\text{Re}(\alpha)$ 和虚部 $\text{Im}(\alpha)$ 沿流向演变的数值结果与渐近匹配法的理论解 [6] 比较 ($F = 100$, 即渐近匹配法取 $\varepsilon^6 = 10^{-4}$)

Fig. 8. Numerical results of the real part and imagine part of the wave number of the excited T-S wave in the boundary layer comparing with the theoretical results of matched asymptotic method [6] ($F = 100$, i.e., $\varepsilon^6 = 10^{-4}$ in matched asymptotic method).

综上所述, 在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下, 能在边界层内激发产生出一组小扰动波, 且对应小扰动波的色散关系、增长率以及相速度的数值结果与流动稳定性中的线性理论

解是完全相符的; 并将频率 $F = 100$ 情况下边界层内被激发出的小扰动波波数的实部 $\text{Re}(\alpha)$ 和虚部 $\text{Im}(\alpha)$ 沿流向演变的数值结果和渐近匹配法求得的 T-S 波波数的理论结果符合得相当好; 即在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下, 边界层内前缘感受性过程是通过波长转换机理在边界层内诱导出的一组不同频率的小扰动波, 正是在边界层流中理论和实验研究所发现的 T-S 波. 这证明了自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动相互作用是激发边界层内前缘感受性过程的另一种物理机理. 另外, 数值结果还表明本文所构造的自由来流湍流模型的基本物理参数是可以任意选取的, 这样能够真实客观地反映自然界中自由来流湍流的随机特征.

3.2 自由来流湍流、入射角度与前缘感受性的关系

本小节研究无限薄平板边界层前缘感受性与自由来流湍流之间的关系, 且自由来流湍流的基本参数及入射角的选取与 3.1 节相同. 经数值计算可知, 对于某一确定的自由来流湍流幅值 A_0 , 可获得对应的边界层外至法向高度 $y = 8$ 的计算区域范围内自由来流湍流都将趋于某一稳定值, 并将获得稳定的自由来流湍流定义为 $A_{\text{FST}} = \sqrt{u^2 + v^2}$; 依次改变自由来流湍流的幅值 A_0 大小, 可发现自由来流湍流 A_{FST} 与自由来流湍流幅值 ε 成线性关系.

通过改变自由来流湍流幅值 A_0 的大小, 研究无限薄平板边界层前缘感受性与自由来流湍流 A_{FST} 之间的关系. 由图 9 可知, 无限薄平板边界层内被感受出的不同频率 T-S 波的最大幅值 $A_{\text{T-S}}$ 与自由来流湍流 A_{FST} 之间几乎呈现线性增长的关系. 这一结论与 Buter 和 Reed [1], Heinrich 和 Kerschen [8] 以及 Lin 等 [9] 获得的结论是一致的.

然后, 我们又研究了无限薄平板边界层前缘感受性系数 K_I 与自由来流湍流的法向波数 Γ 以及与自由来流湍流运动方向 (入射角 θ) 之间的关系, 如图 10 所示. 在这里, 我们定义前缘感受性系数 K_I 为无限薄平板边界层内被感受出 T-S 波在中性曲线下支位置的幅值 $A_{\text{T-SI}}$ 与具有相同频率的自由来流湍流的强度 A_{FS} 的比值 [2,13]:

$$K_I = A_{\text{T-SI}}/A_{\text{FS}}. \quad (4)$$

由图 10 可知, 边界层内被激发产生的不同频率扰动的前缘感受性系数 K_I 分别随自由来流湍流的法向波数和入射角的增长, 一开始都会逐渐增长直至获得最大值后再逐渐衰减的发展过程; 图 10 显示当自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点

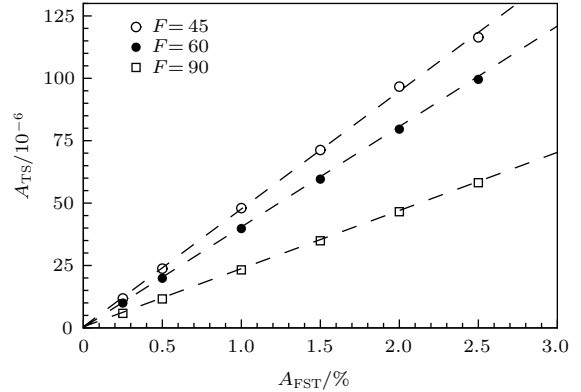


图 9 边界层内被激发产生的 T-S 波的最大幅值 $A_{\text{T-S}}$ 随自由来流湍流 A_{FST} 之间的关系

Fig. 9. The relation between the maximum amplitude of the excited T-S waves in the boundary layer A and the amplitude of the free-stream turbulence A_{FST} .

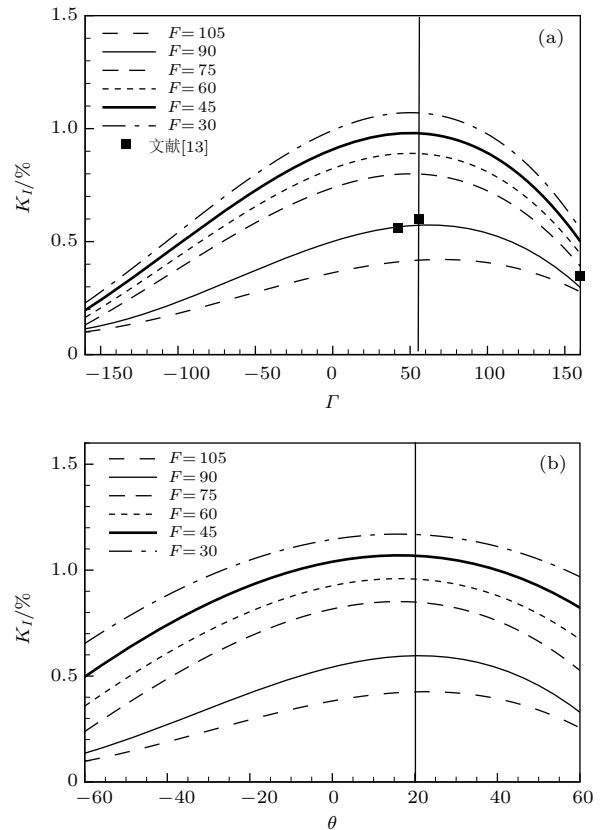


图 10 边界层内前缘感受性系数 K_I 分别与 (a) 法向波数 Γ 和 (b) 入射角 θ 之间的关系

Fig. 10. The relation of the leading-edge receptivity coefficient K_I (a) with normal wave number Γ and (b) with incident angle θ .

扰动相互作用下边界层内被感受出的一组频率分别为 $F = 30, 45, 60, 75, 90$ 和 105 的 T-S 波时, 无限薄平板边界层内被激发产生的前缘感受性系数都在自由来流湍流的法向波数和入射角度分别为 57 和 20° 左右时获得最大值, 即边界层内被激发出的前缘感受性系数 K_I 最强; 这一结论与 Schrader 等^[13] 数值计算发现在频率为 $F = 96$ 的单涡扰动作用下边界层内被诱导产生的前缘感受性系数在单涡扰动的法向波数 56 时最强的结果完全符合. 另外, 从图 10 还可以看出, 边界层内被诱导出的低频扰动的感受性系数要明显大于高频扰动的感受性系数.

4 结 论

本文采用高精度、高分辨率变间距的紧致有限差分方法, 直接数值模拟了无限薄平板边界层前缘感受性的问题, 获得了如下结果.

1) 在无限薄平板前缘驻点扰动与外部自由来流湍流相互作用下使边界层内感受出的小扰动波的速度场完全不同于边界层外缘自由来流湍流的速度场, 并且在无限薄平板边界层内被感受出的小扰动波的波长近似为边界层外缘自由来流湍流的扰动波波长的三分之一左右. 这说明在自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动作用下的边界层前缘感受性机理是通过波长转换机理在边界层内激发出一组波长较短的小扰动波.

2) 在无限薄平板前缘驻点扰动与外部自由来流湍流相互作用下能够在边界层内激发出一组 T-S 波波包, 其沿流向传播的群速度近似为自由来流速度的三分之一; 并发现在边界层内被诱导出一组不同频率的小扰动波就是一组不同频率的 T-S 波, 其色散关系、相速度以及增长率与流动稳定性中的线性理论解符合, 这证明自由来流湍流与无限薄平板前缘驻点扰动相互作用是边界层内被激发产生前缘感受性过程的另一种物理机理. 另外, 本文建

立的自由来流湍流模型比单涡结构更具有普适性, 它能够真实地反映自然界中客观存在的外部扰动, 即自由来流湍流.

3) 无限薄平板边界层内被感受出的不同频率 T-S 波的幅值与自由来流湍流度之间几乎呈现线性增长的关系. 当自由来流湍流与无限薄平板相互作用下边界层内被感受出的一组不同频率的 T-S 波时, 无限薄平板边界层内被激发产生的前缘感受性系数几乎都在自由来流湍流的法向波数和入射角度分别为 57 和 20° 左右时获得最大值; 并且在边界层内被诱导产生的低频扰动的感受性系数要远大于高频扰动的感受性系数.

参考文献

- [1] Buter T A, Reed H L 1994 *Phys. Fluid.* **6** 3368
- [2] Saric W S, Reed H L, Kerschen E J 2002 *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **34** 291
- [3] Lu C G, Shen L Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 224702 (in Chinese) [陆昌根, 沈露予 2015 物理学报 **64** 224702]
- [4] Shen L Y, Lu C G 2016 *Appl. Math. Mech.* **37** 349
- [5] Shen L Y, Lu C G 2016 *Appl. Math. Mech.* **37** 929
- [6] Goldstein M E 1983 *J. Fluid. Mech.* **127** 59
- [7] Goldstein M E 1985 *J. Fluid. Mech.* **154** 509
- [8] Heinrich R A E, Kerschen E J 1989 *Angew. Math. Mech.* **69** 596
- [9] Lin N, Reed H L, Saric W S 1992 *Instability, Transition, and Turbulence* (New York: Springer) p421
- [10] Wanderley J B V, Corke T C 2001 *J. Fluid. Mech.* **429** 1
- [11] Fuciarelli D, Reed H, Lyttle I 2000 *AIAA J.* **38** 1159
- [12] Kerschen E J, Choudhari M, Heinrich R A 1990 *Laminar-Turbulent Transition* (Berlin: Springer) p477
- [13] Schrader L U, Brandt L, Mavriplis C, Henningson D S 2010 *J. Fluid. Mech.* **653** 245
- [14] Shen L Y, Lu C G, Wu W G, Xue S F 2015 *Add. Appl. Math. Mech.* **7** 180
- [15] Lu C G, Cao W D, Zhang Y M, Guo J T 2008 *P. Nat. Sci.* **18** 873
- [16] Zhang Y, Zaki T, Sherwin S, Wu X 2011 *6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference* Hawaii, June 27-30, 2011 p3292
- [17] Dietz A J 1998 *AIAA J.* **36** 1171

Numerical study of leading-edge receptivity on the infinite-thin flat-plate boundary layer*

Lu Chang-Gen[†] Shen Lu-Yu[‡]

(School of marine science, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

(Received 4 March 2016; revised manuscript received 13 July 2016)

Abstract

The laminar-turbulent transition has always been one of the most concerned and significant research topics. Receptivity is the first stage of the laminar-turbulent transition process in the boundary layer, and also plays a key role in the laminar-turbulent transition. However, previous studies for leading-edge receptivity mostly focused on the external sound disturbances, while it is seldom to see the relevant research on the leading-edge receptivity to free-stream turbulence in the boundary layer which is universal in the free stream. In view of this, direct numerical simulation is utilized in this paper to study the leading-edge receptivity to free-stream turbulence exciting the Tollmien-Schlichting (T-S) wave in the boundary layer. The high-order high-resolution compact finite difference schemes based on non-uniform meshes and fast Fourier transform are used in spatial discretization, and the fourth order modified Runge-Kutta scheme is used in temporal discretization to solve Navier-Stokes equations for direct numerical simulation. Perturbation waves with short wavelengths, whose wavelengths are approximately one-third of the disturbance wavelengths of free-stream turbulence, are excited in the boundary layer under the free-stream turbulence; and our numerical results show that the dispersion relations, growth rates and neutral stability curve of the group of the excited perturbation waves with different frequencies are in line with the solutions obtained from the linear stability theory. These obtained numerical results confirm that the group of the excited perturbation waves with different frequencies are a group of T-S waves with different frequencies and the interaction between leading-edge of flat plate and free-stream turbulence to excite unstable waves in the boundary layer is one of the receptivity mechanisms. Furthermore, it is found that the amplitudes of the excited T-S waves in the boundary layer increase linearly with increasing the amplitude of the free-stream turbulence; while the normal wave number and incident angle of free-stream turbulence are approximately 60° and 20° , the leading-edge receptivity coefficient K_I reaches a maximum; and the values of leading-edge receptivity coefficient K_I of high-frequency disturbances are larger than those of low-frequency disturbances. Above all, the further study of leading-edge receptivity is of benefit to improving the hydrodynamic stability theory, and providing the theoretical foundation for predicting the prediction of laminar-turbulent transition.

Keywords: leading-edge receptivity, free-stream turbulence, boundary layer

PACS: 47.20.Pc, 47.20.-k, 47.27.ek

DOI: 10.7498/aps.65.194701

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11472139, 11172143), the NUIST Talent Foundation, the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions, China, and Marine Environment Detection of Engineering Technology Research Center of Jiangsu Province, China.

[†] Corresponding author. E-mail: cglu@nuist.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: shenluyu@nuist.edu.cn