

布朗运动和湍流扩散作用下槽流中纤维悬浮流动特性的研究

夏懿 库晓珂 沈苏华

Flow property of fiber suspension in a turbulent channel flow under considering both Brownian and turbulent diffusions

Xia Yi Ku Xiao-Ke Shen Su-Hua

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 194702 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.194702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I19>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

两相湍流统一色噪声法概率密度函数模型

[A two-phase turbulence probability density function model in unified colored-noise approximation](#)

物理学报.2015, 64(5): 054704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054704>

格子玻尔兹曼方法模拟弯流道中粒子的惯性迁移行为

[Lattice Boltzmann modeling of particle inertial migration in a curved channel](#)

物理学报.2013, 62(2): 024703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.024703>

布朗运动和湍流扩散作用下槽流中纤维悬浮流动特性的研究*

夏懿[†] 库晓珂 沈苏华

(浙江大学航空航天学院力学系, 杭州 310027)

(2016年2月5日收到; 2016年7月12日收到修改稿)

为了探讨槽道中纤维悬浮湍流场特性, 本文对修正的雷诺平均纳维-斯托克斯方程、含纤维项的湍动能和耗散率方程、纤维动力学方程以及纤维取向概率密度函数方程进行了数值研究, 同时进行了相关实验以验证计算结果. 研究表明, 流场中尤其是近壁区域, 纤维取向趋向于与流动方向一致, 且该现象随着雷诺数和纤维浓度的减小以及纤维长径比的增大而更为明显. 纤维在槽道中分布不均匀, 但随着雷诺数的增大和纤维长径比的减小趋于均匀. 相对于单相流, 纤维悬浮流的流向平均速度剖面更陡峭, 且剖面斜率随着纤维浓度、长径比的增大以及雷诺数的减小而变大, 纤维的存在使湍流场的湍动能和雷诺应力减小, 且减小程度随着纤维浓度和长径比的增大以及雷诺数的减小而增加. 流场中的第一法向应力差小于0.05且远小于剪切应力. 从壁面到中心, 剪切应力增加而第一法向应力差减小. 剪切应力和第一法向应力差都随着纤维浓度和长径比的增大而增大. 随着雷诺数的增大, 剪切应力增大而第一法向应力差减小. 纤维浓度对于剪切应力和第一法向应力差的影响比纤维长径比更显著.

关键词: 纤维悬浮流, 布朗扩散, 湍流扩散, 流变特性

PACS: 47.27.nd, 47.27.tb, 47.55.Kf, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.65.194702

1 引言

纤维悬浮流存在于许多科学问题中并具有广泛的应用, 例如流动减阻等. 根据纤维的尺度大小, 可分为非布朗运动纤维和布朗运动纤维两种情形. 过去的20年, 有关纤维悬浮湍流的研究基本都侧重于非布朗运动纤维^[1-6]. 而由于流场中流体分子的碰撞, 细小纤维将呈现出布朗运动的特征, 布朗运动的存在使纤维的运动、轨迹、取向、悬浮流的流变性质、应力张量和减阻特性都会产生明显的变化.

纤维的布朗运动分为空间布朗运动和旋转布朗运动, 这方面已有一些相关的研究结果. Manhart 等^[7-9]忽略空间布朗运动而考虑纤维的旋转布朗运动, 建立了一种纤维取向方程的随机力模

型, 在该模型中, 随机力正比于郎之万力与纤维质量的商. Manhart 和 Friedric^[7]求解了布朗运动纤维的微观方程, 并将计算的应力与溶剂方程耦合后对流场进行了直接数值模拟, 发现雷诺应力显著减小, 而阻力却只是轻微减小, 他们把这一原因归咎为纤维在壁面处产生了相当大的剪切应力分量. Manhart^[8]研究了布朗运动纤维悬浮流的流变特性, 说明湍流扰动和布朗运动对纤维的分布函数矩和纤维生成的应力有着重要的影响; 应力在槽道的过渡层达到极大值, 而应力的量级和其方均根值随着纤维长径比平方的增大而急剧变大; 当纤维长径比大于100时, 应力分布保持定性的相似性. Manhart^[9]采用直接数值模拟和拉格朗日时间追踪方法, 计算了含无惯性纤维的流场的速度导数张量. 通过沿着粒子路径的随机模拟, 给出了布朗运

* 国家自然科学基金重大项目(批准号: 11132008)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: dynamic_xia@zju.edu.cn

动纤维悬浮流的黏性应力和弹性应力. 他还组合了不同的纤维长径比和 Peclet 数, 计算了各组合下应力的平均值和方均根值, 以此给出布朗运动的作用. 研究表明, 对于小 Peclet 数, 黏弹性对总应力水平的贡献达到了 30%, 可见弹性作用确实存在于纤维悬浮流中. Moosaie 和 Manhart^[10] 对不可压纳维-斯托克斯 (N-S) 方程的直接数值模拟和对纤维取向方程的拉格朗日直接蒙特卡罗模拟, 给出了剪切雷诺数为 180 时的纤维减阻的湍流统计特性, 证实了平均速度场的对数律区会移动的结论, 说明流向速度扰动会增强而展向及垂直壁面方向的速度扰动会减弱. Mooraie 和 Manhart^[11] 采用单向耦合模型, 在忽略纤维的平动惯性而考虑转动惯性的情况下, 数值研究了稀相细长型的布朗运动和非布朗运动纤维的取向特性, 其中布朗运动采用随机维纳过程模型, 结果表明考虑惯性的纤维取向的稳定形态与不考虑惯性的情况迥异; 非布朗运动纤维的惯性较大时, 取向分布函数的二阶矩显示出振荡形态, 而纤维惯性较小时, 振荡则消失; 对于布朗运动纤维, 布朗扩散的抑制使得振荡相对要弱一些.

Moosaie 等^[12] 在考虑布朗运动的影响下, 对纤维的平动速度和转动速度进行修正, 在纤维取向分布函数梯度的相反方向上将布朗扩散速度加入到纤维两速度表达式中, 并利用直接数值模拟计算了含不考虑质量、无相互作用、小于 Kolmogorov 尺度的纤维悬浮湍流的运动. 研究表明, 流向正应力分量的算术平均值较为一致, 但方均根值却差异较大, 且在近壁面区域差异最大. 该方均根场的形状显示出纤维对湍流场的修正作用, 因而得出的结论是矩相似加强了应力扰动但并不改变定性的趋势.

在布朗运动纤维悬浮湍流场中, 布朗扩散和湍流扩散都对纤维的空间分布、取向分布以及纤维

悬浮流的特性产生重要的影响. 然而, 以往的研究没有考虑这两种扩散对于纤维空间分布和取向分布, 悬浮流的平均速度、湍动能、雷诺应力以及流变特性的影响. 因此, 本文考虑纤维的空间和旋转布朗扩散以及湍流扩散的作用, 推导了纤维悬浮流方程、纤维取向的平均概率密度函数方程和纤维一般动力学方程, 同时开展了相关的实验研究, 给出了槽道中纤维悬浮湍流场的纤维空间和取向分布、流向平均速度场、湍动能、雷诺应力、流变特性等, 并对计算结果进行了细致的分析.

2 数学模型

2.1 控制方程

图 1 是宽为 $2H$, 长为 L 的槽道纤维悬浮湍流场. 对于充分发展的不可压缩流动, 连续性方程和加入纤维项的修正的 N-S 方程^[13] 为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{Du_i}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial^2 x_j} \\ &+ \frac{\mu_a}{\rho_{nf}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mathbf{a}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{kl} - \frac{1}{3} (\mathbf{I}_{ij} \mathbf{a}_{kl}) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

方程中 u_i , P , ρ 分别是纤维悬浮流的速度、压强和密度; μ 是流体的动力黏度; $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ 是应变率张量; \mathbf{I}_{ij} 为单位张量; \mathbf{a}_{kl} 和 \mathbf{a}_{ijkl} 分别为纤维二阶取向张量和四阶取向张量; μ_a 为表观黏度, 它是纤维浓度、纤维长径比和纤维取向分布的函数, 其表达式为^[14]

$$\mu_a = \frac{4\Phi_e \lambda^2 \mu}{3 \ln(1/\Phi_e)} \left\{ 1 - \frac{\ln[\ln(1/\Phi_e)]}{\ln(1/\Phi_e)} + \frac{0.6634}{\ln(1/\Phi_e)} \right\}, \quad (3)$$

其中 Φ_e 为纤维有效体积分数, λ 为纤维长径比.

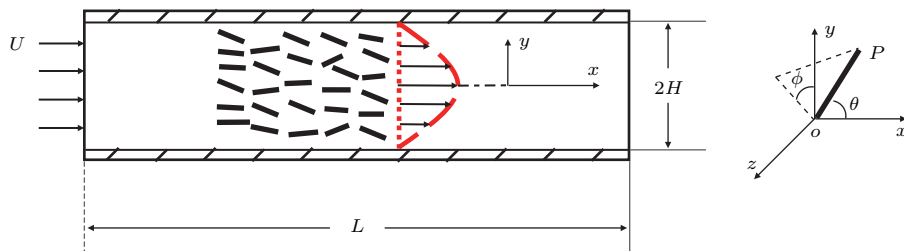


图 1 槽道纤维悬浮湍流场及纤维取向坐标示意图

Fig. 1. Diagram of the fiber contained flow in channel and fiber orientation coordination.

将瞬时速度、压强、应变率张量、取向张量分解为平均项和扰动项, 可得

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i; \quad P_i = \bar{P}_i + P'_i; \quad \varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \varepsilon'_{ij};$$

$$\mathbf{a}_{ij} = \bar{\mathbf{a}}_{ij} + \mathbf{a}'_{ij}; \quad \mathbf{a}_{ijkl} = \bar{\mathbf{a}}_{ijkl} + \mathbf{a}'_{ijkl};$$

其中 \mathbf{a}'_{ijkl} 和 \mathbf{a}'_{ij} 取决于纤维转动角度, ε'_{ij} 取决于纤维的空间位置. 将坐标系旋转 180° , 可得:

$$\overline{\mathbf{a}_{ijkl}\varepsilon'_{kl}} = -\overline{\mathbf{a}_{ijkl}\varepsilon'_{kl}}; \quad \overline{\mathbf{a}_{ij}\varepsilon'_{ij}} = -\overline{\mathbf{a}_{ij}\varepsilon'_{ij}},$$

因此, $\overline{\mathbf{a}_{ijkl}\varepsilon'_{kl}}$ 和 $\overline{\mathbf{a}_{ij}\varepsilon'_{ij}}$ 的相关性为零. 将平均量和扰动量都代入到方程 (1) 和 (2) 中并取平均可得到:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$= -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_{nf}} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j}$$

$$+ \frac{\mu_a}{\rho_{nf}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\mathbf{a}_{ijkl}\varepsilon_{kl}} - \frac{1}{3} (I_{ij} \bar{\mathbf{a}}_{kl}) \bar{\varepsilon}_{kl} \right], \quad (5)$$

其中, U_i 和 \bar{P} 分别为纤维悬浮流的平均速度和平均压力, u'_i 是扰动速度, $\bar{u}_i \bar{u}_j$ 是雷诺应力, $\bar{\varepsilon}_{ij}$ 是平均应变率张量, $\bar{\mathbf{a}}_{kl}$ 和 $\bar{\mathbf{a}}_{ijkl}$ 分别是平均二阶取向张量和平均四阶取向张量. 方程 (5) 中右边最后一项是悬浮液中的附加应力, 为纤维的贡献.

方程 (5) 中的纤维密度为

$$\rho = (1 - \Phi_e) \rho_f + \Phi_e \rho_p, \quad (6)$$

其中下标 f 和 p 分别表示流体和纤维.

方程 (5) 中的平均二阶取向张量和平均四阶取向张量可表示为^[15]

$$\bar{\mathbf{a}}_{ij} = \oint \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \overline{\psi(\mathbf{p})} d\mathbf{p},$$

$$\bar{\mathbf{a}}_{ijkl} = \oint \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \mathbf{p}_k \mathbf{p}_l \overline{\psi(\mathbf{p})} d\mathbf{p}, \quad (7)$$

其中 \mathbf{p}_i 为平行于纤维主轴的单位矢量, $\overline{\psi(\mathbf{p})}$ 为纤维取向的平均概率密度函数, \mathbf{p} 是方向矢量.

2.2 纤维平均概率密度函数

由方程 (7) 可见, 要计算纤维二阶取向张量和四阶取向张量, 则需先计算纤维取向的平均概率密度函数.

纤维取向 $\psi(\mathbf{p})$ 的概率密度函数方程为

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \psi}{\partial x_j} = D_{rB} \frac{\partial^2 \psi}{\partial p_j^2} - \frac{\partial (\psi \dot{p}_j)}{\partial p_j}, \quad (8)$$

其中 D_{rB} 为布朗旋转扩散系数, $\partial/\partial p_j$ 是投射在单位球表面的梯度运算, \dot{p}_j 是纤维角速度.

方程 (8) 中的纤维角速度可以表示为^[16]

$$\dot{p}_i = -\omega_{ij} p_j + \eta \varepsilon_{ij} p_j - \eta \varepsilon_{kl} p_k p_l p_i - \frac{D_{rI}}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial p_i}, \quad (9)$$

其中 $\omega_{ij} = (\partial u_j / \partial x_i - \partial u_i / \partial x_j) / 2$ 是涡量张量; $\eta = (\lambda^2 - 1) / (\lambda^2 + 1)$; D_{rI} 是基于纤维相互作用推导而来的转动扩散系数^[17], 可表示为 $C_I \sqrt{2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ji}}$, D_{rI} 假定为各向同性^[18].

将瞬时量 ψ 和 \dot{p}_i 分解为平均量和扰动量, 然后代入到方程 (8) 中再取平均可以得到:

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_j} + \left(\lambda \bar{\varepsilon}_{ij} p_i - \bar{\omega}_{ij} p_i \right. \\ \left. - \lambda \bar{\varepsilon}_{kl} p_k p_l p_j \right) \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial p_j} - \lambda \bar{\varepsilon}_{kl} p_k p_l p_j \\ = \alpha_{\psi x} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x_j^2} + (D_{rB} + \alpha_{\psi p} + D_{rI}) \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial p_j^2}, \quad (10)$$

其中 $\alpha_{\psi x} = 1.3(5k^2\nu/3\varepsilon)^{1/2}$ 和 $\alpha_{\psi p} = 0.7(4\varepsilon/15\nu)^{1/2}$ 分别是线性变形和角度变形的湍流分散系数^[19] (ν 是流体运动黏度):

$$-\overline{\psi' u'_j} = \alpha_{\psi x} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x_j^2}, \quad -\overline{\psi' p'_j} = \alpha_{\psi p} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial p_j}. \quad (11)$$

在纤维取向概率密度函数的平均方程 (10) 中, 纤维取向对湍流的影响通过湍流空间分布 (右边第一项) 和湍流旋转扩散 ($\alpha_{\psi p}$ 右边第二项) 具体描述.

方程 (10) 中的布朗旋转扩散系数 D_{rB} 可表示为^[20]

$$D_{rB} = \frac{k_B T}{\sqrt{\gamma_{rL}^2 + \gamma_{rS}^2}}, \quad (12)$$

其中, k_B 是玻尔兹曼常数; T 为温度; γ_{rL} 和 γ_{rS} 分别为纤维长轴和短轴的转动摩擦系数, 可表示为

$$\gamma_{rL} = \frac{3.84\pi\mu L_p^3(1 + \delta_{rL})}{\lambda^2},$$

$$\gamma_{rS} = \frac{\pi\mu L_p^3}{3(\ln \lambda + \delta_{rS})}, \quad (13)$$

其中 L_p 是纤维长度, 并且 δ_{rL} 和 δ_{rS} 可表示为^[20,21]

$$\delta_{rL} = \frac{0.677}{\lambda} - \frac{0.183}{\lambda^2},$$

$$\delta_{rS} = -0.662 + \frac{0.917}{\lambda} - \frac{0.05}{\lambda^2}. \quad (14)$$

2.3 湍动能和湍流耗散率

方程(5)中的雷诺应力 $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ 为

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (15)$$

其中 $\mu_T = 0.09\rho k^2/\varepsilon$ 是涡黏度, k 是湍动能, ε 是湍流耗散率. 为了求解方程(5)和(15), k 方程和 ε 方程应当给出, 考虑纤维存在的修正的 k 方程和 ε 方程为

$$\rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_a + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \rho S_k, \quad (16)$$

$$\rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_a + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho S_\varepsilon, \quad (17)$$

其中 $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, S_k 和 S_ε 是由纤维引入的源项. 基于动量方程, Lin 和 Shen^[22] 推导了 S_k 和 S_ε 的表达式:

$$S_k = \frac{\mu_a}{\rho} \left\{ \overline{u'_n \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{a_{njk}l} \varepsilon'_{kl})} - \frac{1}{3} \mathbf{I}_{nj} \left[\overline{u'_n \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{a_{kl}l} \varepsilon'_{kl})} \right] \right\}, \quad (18)$$

$$S_\varepsilon = 2 \left(\frac{\mu_a}{\rho} \right)^2 \left\{ \frac{\partial \overline{a_{ijk}l}}{\partial x_j} \frac{\partial \varepsilon'_{kl}}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} + \overline{\varepsilon'_{kl} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial^2 \overline{a_{ijk}l}}{\partial x_m \partial x_m}} + \frac{\partial \overline{a_{ijk}l}}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial \varepsilon'_{kl}}{\partial x_j} + \overline{a_{ijk}l} \frac{\partial^2 \varepsilon'_{kl}}{\partial x_m \partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} - \frac{\mathbf{I}_{ij}}{3} \left(\frac{\partial \overline{a_{kl}}}{\partial x_j} \frac{\partial \varepsilon'_{kl}}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \right) - \frac{\mathbf{I}_{ij}}{3} \left(\frac{\partial^2 \overline{a_{kl}}}{\partial x_m \partial x_j} \overline{\varepsilon'_{kl} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m}} \right) - \frac{\mathbf{I}_{ij}}{3} \left(\frac{\partial \overline{a_{kl}}}{\partial x_m} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial \varepsilon'_{kl}}{\partial x_j} \right) - \frac{\mathbf{I}_{ij}}{3} \left(\frac{\partial \overline{a_{kl}}}{\partial x_m} \frac{\partial^2 \varepsilon'_{kl}}{\partial x_m \partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \right) \right\}. \quad (19)$$

2.4 纤维一般动力学方程

由于流动的对流和扩散, 方程(3)和(6)中纤维体积分数 Φ_e 分布并不均一. 因此, 为得到流场中纤

维体积分数 Φ_e 的可见分布, 必须先求解纤维的一般动力学方程.

纤维的一般动力学方程(简称 GDE)能够描述流场中纤维的运动演化过程. 考虑流动的对流和扩散后, 纤维的 GDE 可表示为^[23]

$$\frac{\partial n(v)}{\partial t} + u_j \frac{\partial n(v)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} D_{tB} \frac{\partial n(v)}{\partial x_j}, \quad (20)$$

其中, $n(v)$ 是纤维数密度, D_{tB} 是纤维平动扩散系数.

将瞬时量速度 u_j 和纤维数密度 $n(v)$ 分解成平均量和扰动量, 然后将其代入方程(20)中再取平均可得:

$$\frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} D_{tB} \frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{n'(v)u'_j}}{\partial x_j} = 0, \quad (21)$$

其中 $\bar{n}(v)$ 是纤维平均数密度, 左边最后一项代表由与湍流扩散而引起的 $\bar{n}(v)$ 的变化^[23]:

$$\overline{n'(v)u'_j} = -\nu_T \frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial x_j}, \quad (22)$$

其中 ν_T 是涡黏度, $\nu_T = 0.09k^2/\varepsilon$. 在平均的一般动力学方程中, 湍流对纤维演化的影响通过湍流空间扩散(左边最后一项)具体体现.

方程(21)中布朗平动扩散系数可表示为^[20]

$$D_{tB} = \frac{k_B T}{\sqrt{\gamma_{t\parallel}^2 + \gamma_{t\perp}^2}}, \quad (23)$$

其中 $\gamma_{t\parallel}$ 和 $\gamma_{t\perp}$ 分别是平行于纤维长轴和垂直于纤维长轴的平均摩擦系数^[20]:

$$\gamma_{t\parallel} = \frac{2\pi\mu L_p}{\ln \lambda + \sigma_{t\parallel}}, \quad \gamma_{t\perp} = \frac{4\pi\mu L_p}{\ln \lambda + \sigma_{t\perp}}, \quad (24)$$

其中^[20,21]:

$$\sigma_{t\parallel} = -0.207 + \frac{0.980}{\lambda} - \frac{0.133}{\lambda^2}, \quad \sigma_{t\perp} = -0.839 + \frac{0.185}{\lambda} + \frac{0.233}{\lambda^2}. \quad (25)$$

将方程(22)和(23)代入方程(21), 可以得到考虑对流、布朗扩散、湍流扩散等影响的纤维的平均一般动力学方程:

$$\frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{k_B T}{\sqrt{\gamma_{t\parallel}^2 + \gamma_{t\perp}^2}} + \nu_t \right) \frac{\partial \bar{n}(v)}{\partial x_j} \right] = 0. \quad (26)$$

将平均纤维数密度乘以 v^k , 然后在整个分布体积上积分, 可得到

$$M_k = \int_0^\infty v^k \bar{n}(v) dv. \quad (27)$$

取 $k = 0, 1$ 得到

$$\begin{aligned} M_0 &= \int_0^\infty n(v) dv = N, \\ M_1 &= \int_0^\infty vn(v) dv = V, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $M_0 = N$ 是总的纤维数量, $M_1 = V$ 代表纤维体积, 基于纤维体积, 可得到 Φ . 在真实的纤维悬浮流中, 高浓度下的纤维可能相互附着并集聚成大尺度的纤维. 此时, 可用有效体积分数代替 [24,25]:

$$\Phi_e = \Phi \left(\frac{s}{s_e} \right)^{3-f_i}, \quad (29)$$

其中 s 和 s_e 分别是纤维初始尺寸和集聚后的有效尺寸; f_i 是不规则形状系数. 对于纤维而言, 设定 $(s/s_e) = 1.48$ 和 $f_i = 1.95$ 能够得到总体上与实验结果 [26] 相符合的数据.

2.5 纤维悬浮流变特性

纤维悬浮流的流变特性主要由剪切应力和第一法向应力差表征. 剪切应力 σ_{xy} 和第一法向应力差 $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ 表示在方程 (30) 和 (31) 中, 第二法向应力差由于近似于零而被忽略. 其中剪切应力用不含纤维的与纤维悬浮流同剪切率的流场中流体的剪切应力进行标准化, 以此表征其特殊的流变性质.

$$\sigma_{xy} = \frac{\mu\gamma + \mu_a \bar{a}_{xxyy} \gamma}{\mu\gamma} = 1 + \frac{\mu_a \bar{a}_{xxyy}}{\mu}, \quad (30)$$

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \mu_a (\bar{a}_{xxyy} - \bar{a}_{yyyy}) \gamma, \quad (31)$$

其中 γ 是流场当地平均剪切率.

如图 1 所示, 单位取向矢量 \mathbf{p} 可表示为

$$\begin{cases} p_x = \cos \theta, \\ p_y = \sin \theta \cos \varphi, \\ p_z = \sin \theta \sin \varphi. \end{cases} \quad (32)$$

方程 (30) 和 (31) 中的四阶取向张量的分量形式表示如下:

$$a_{xxyy} = \iint [(\cos^3 \theta \sin \theta \cos \varphi) \bar{\Psi} \sin \theta] d\varphi d\theta, \quad (33)$$

$$a_{xxyy} = \iint [(\cos^2 \theta \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \bar{\Psi} \sin \theta] d\varphi d\theta, \quad (34)$$

$$a_{xyyy} = \iint [(\cos \theta \sin^3 \theta \cos^3 \varphi) \bar{\Psi} \sin \theta] d\varphi d\theta. \quad (35)$$

3 数值计算方法及参数设置

本文数值研究的主要计算步骤如下:

- 1) 设定 $\Phi_e = \mu_a = S_k = S_\varepsilon = 0$ (即单相流), 求解方程 (3)—(5), (15)—(17), 得到 $U_j, \bar{P}, k, \varepsilon$ 和 $\overline{u'_i u'_j}$;
- 2) 求解方程 (21)—(29) 得到 $\bar{n}(v)$ 和 Φ_e ;
- 3) 将 Φ_e 代入到方程 (3) 和 (6) 中得到 ρ 和 μ_a ;
- 4) 将 U_j, k, ε 和方程 (12)—(14) 代入到方程 (10) 中求解得到 $\bar{\psi}$;
- 5) 将 $\bar{\psi}$ 代入到方程 (7), (33)—(35) 中得到 $\overline{\mathbf{a}_{kl}}$ 和 $\overline{\mathbf{a}_{ijkl}}$;
- 6) 将 $\rho, \mu_a, \overline{\mathbf{a}_{kl}}$ 和 $\overline{\mathbf{a}_{ijkl}}$ 代入到方程 (4), (5), (15)—(19) 中得到 $U_j, \bar{P}, k, \varepsilon$ 和 $\overline{u'_i u'_j}$;
- 7) 将 $\mu_a, \overline{\mathbf{a}_{kl}}$ 和 $\overline{\mathbf{a}_{ijkl}}$ 代入到方程 (30) 和 (31) 中得到 σ_{xy} 和 $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$;
- 8) 利用新的 $U_j, \bar{P}, k, \varepsilon$ 和 $\overline{u'_i u'_j}$ 回到第 (2) 步进行计算.

方程 (5), (10), (15), (16), (17) 通过有限差分法离散求解. 其中扩散项和对流项分别利用中心有限差分格式和二阶迎风有限差分格式离散. 方程 (7) 中的二阶取向张量和四阶取向张量通过运用辛普森公式积分得到. 在进行数值计算之前, 先验证了求解精度, 确保计算的准确性.

本文研究的主要流动参数是纤维浓度 c_v 、纤维长径比 λ 和雷诺数 Re , 雷诺数定义为 $Re = 2HU_{av}/\nu$, 其中 U_{av} 为槽道截面上流动方向的平均速度, $2H$ 为槽道高度. 纤维悬浮流由水和聚酰胺纤维 (尼龙纤维) 构成. 聚酰胺纤维的密度 $\rho_p = 1.04 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 水的密度 $\rho_f = 998.2 \text{ kg/m}^3$, 运动黏度 $\nu = 1.007 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. 玻尔兹曼常数 $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$. 本文计算的纤维浓度范围为 $c_v = 0.1\% - 0.4\%$, 纤维长径比范围为 $\lambda = 2 - 50$, 雷诺数范围为 $Re = 2500 - 11000$. 在本文所取的水和聚酰胺纤维的参数条件下, 对于确定的纤维尺寸和长径比, 整体计算了衡量文中布朗扩散作用的相关参数 D_{tB} , D_{rB} 和衡量

湍流扩散作用的 $\nu_T, \alpha_{\psi p}$. 结果显示, 当雷诺数 $2500 < Re < 8000$ 时, 布朗扩散强于湍流扩散, 而 $8000 < Re < 11000$ 时, 湍流扩散强于布朗扩散. 基于参数纤维浓度 c_v 和长径比 λ 的组合, 可将浓度范围分为三个区域. 纤维悬浮液可分为稀相 $c_v \lambda^2 < 1$ 和半稀相 $c_v \lambda < 1 < c_v \lambda^2$.

4 实验设置

为了验证数值结果, 本文进行了相关的实验. 实验装置由蓄水池、水槽、泵、阀和实验段构成, 具

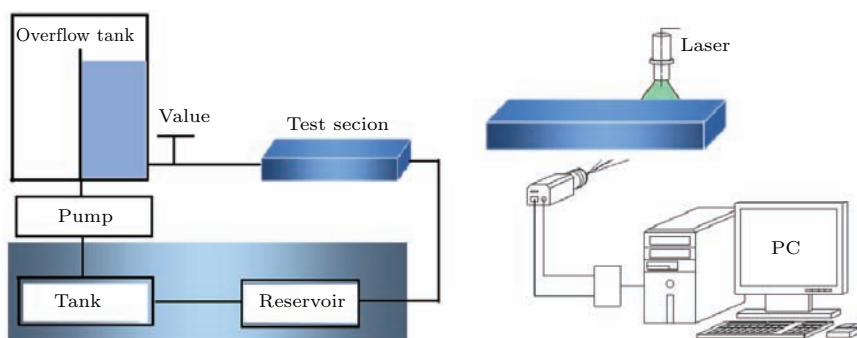


图2 实验装置

Fig. 2. Experimental apparatus.

为得到流场的平均速度和扰动速度, 此测量通过 DANTEC 二维激光多普勒测速系统完成. 此系统由一个 Ar^+ 激光器、一个三维的遍历系统发射盒、发射箱、两个光电倍增器管、两个计数器和一台电脑组成. 该系统使用两个正交双激光束与两两不同的波长的光测量流体两个方向的速度. Ar^+ 激光器发射出由波长为 514.5 nm 的绿光和波长为 488 nm 的蓝光构成的相干光. 激光多普勒测速仪设置为后向散射和频移模式. 光电倍增器的信号由带有 12 位 A/D 转换器相关技术信号处理器进行了分析.

实验段的测量体积从最小轴到最大轴的纵深区域有 1.3 mm, 以此确保平均速度误差小于 3% 及方均根速度误差小于 10%. x 方向和 y 方向的平均速度、正应力和剪应力可以从 x, y 坐标系的采样数据序列中获得. 对同一位置不同时间的变量值进行测量, 以此确保平均速度的变化小于 2%.

在实验开始前, 激光多普勒测速系统通过信号发生器的正弦波信号进行了静态和动态的验证.

液态水作为溶剂, 其运动黏度为 $\nu = 1.007 \times 10^{-6} m^2/s$, 溶质选择密度为 $\rho_p = 1.04 \times 10^3 kg/m^3$

体装置如图 2 所示. 流动依靠恒压头水箱维持, 恒压头通过连续调节的溢流设备实现. 水从水箱流出后通过整流器然后进入水平槽道, 此槽道的宽度、深度、和长度分别为 10.5, 1.9, 150 cm. 实验段由有机玻璃制成. 利用螺旋泵将悬浮液从蓄水池中回抽到压头箱中从而构成闭合的流动回路. 测量区域位于槽道入口下游 120 cm 处, 以确保湍流充分发展, 同时确保流动不受侧壁边界层和蓄水池的影响. 蓄水池位于实验段的下游, 起到混合悬浮液和储存悬浮液的作用, 阀门用来控制流量.

的合成尼龙纤维, 因为其密度接近于水, 并且吸水性较弱 (90% 的相对湿度中只有 7%).

5 结果与讨论

5.1 纤维取向分布

纤维取向分布是影响悬浮流特性的重要因素. 图 3 描述了两种不同雷诺数下 y/H 在 0—0.053 范围内平均纤维取向密度的数值计算和实验结果. 两种数值计算结果都基本与实验结果 [27] 一致, 只在局部存在些许数值上的差异. 这些差异的产生可能是由于实验研究的是管道流动, 而不是槽道流动. 图 3 中的角度 θ 定义为纤维主轴与流动方向的夹角. 从图中可以看到, 角度 θ 大部分比较小, 这表明绝大多数纤维趋于与流动方向一致.

图 3 (b) 显示了考虑和忽略布朗和湍流平动扩散的结果, 可见, 忽略布朗和湍流平动扩散的结果与实验结果有较大的误差. 由于忽略布朗和湍流平动扩散, 纤维取向集中在角度 θ 较小的区域内. 所以, 对于布朗运动纤维而言, 考虑布朗和湍流空间扩散是很有必要的.

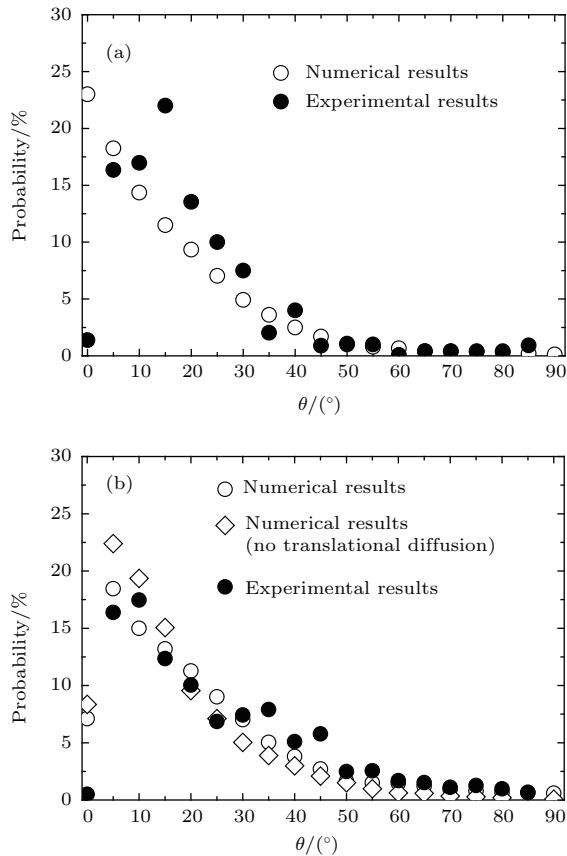


图3 $0 < y/H < 0.053$ 范围内的平均纤维取向密度 ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$) (a) $Re = 2500$; (b) $Re = 11000$
 Fig. 3. Mean fiber orientation probability in the range of $0 < y/H < 0.053$ ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$): (a) $Re = 2500$; (b) $Re = 11000$.

图4给出了4种不同雷诺数下槽道截面上平均纤维取向密度函数的结果,图5则是纤维浓度和纤维取向从壁面到中心(横向)的变化.由于决定纤维浓度和取向分布的平均剪切率、旋转扩散系数和湍流角分散系数沿横向有变化,为了给出雷诺数对纤维取向整体分布的影响,在截面上对纤维取向密度进行了平均.可见,随着雷诺数的增大,小角度 θ 区域内的纤维取向分布的集中度减小.这是因为雷诺数增大后,不同方向的湍流微尺度更加接近,而湍流扰动对纤维旋转的影响更大,从而使纤维取向分布的随机性增加.

图5显示了在三个横向位置上平均纤维取向密度的计算结果.纤维取向分布依赖于流场当地平均剪切率 $\partial U/\partial y$,由纤维相互作用引起的转动扩散系数 D_{rI} 、布朗转动扩散系数 D_{rB} 和湍流角度分散系数 $\alpha_{\psi p}$.从Cox^[28]对剪切流场中的纤维所分析的结果可以看到,剪切率 $\partial U/\partial y$ 与剪切引起的扭矩作用关系密切.剪切率越大,剪切应力越大,剪切所引起的扭矩作用越大.扭矩改变纤维主轴

方向,使纤维转向相对扭矩较小的位置,从而趋向速度方向.而 D_{rI} , D_{rB} 和 $\alpha_{\psi p}$ 所代表的布朗运动和湍流作用均使纤维主轴取向更加无序.纤维取向主要由不同横向位置的 $\partial U/\partial y$, D_{rI} 和 $\alpha_{\psi p}$ 决定,因为对于确定的纤维尺寸和长径比, D_{rB} 的大小不变.由图5可见,纤维取向分布聚集在 $y/H = 0.9$ 处,且角度较小.对比 $y/H = 0.1$ 和 0.5 处的纤维取向分布,可见纤维取向分布在 $y/H = 0.5$ 处更均匀,原因是两处的平均剪切率 $\partial U/\partial y$ 几乎相同,但是湍动能和雷诺应力在 $y/H = 0.5$ 处更大(如图12和图13所示).可见, $y/H = 0.9$ 处较大的平均剪切率强烈地影响了纤维的取向分布,使得大部分的纤维趋于与流动方向一致.

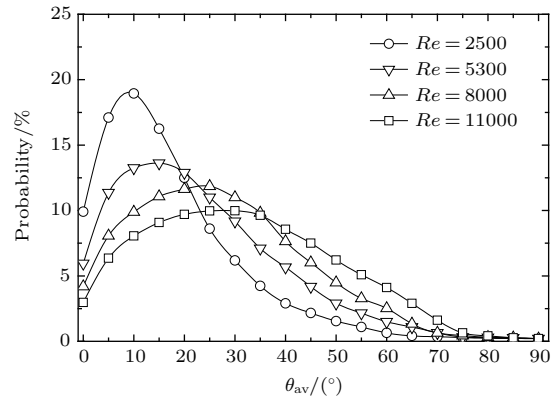


图4 不同 Re 下槽道截面上平均纤维取向密度的空间平均值 ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$)
 Fig. 4. Mean fiber orientation probability averaged across the channel for different Re ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$).

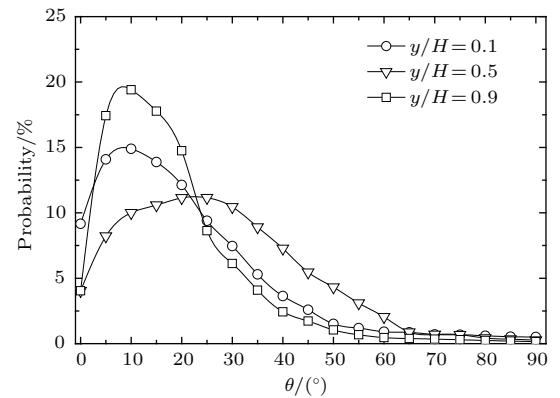


图5 不同横向位置的平均纤维取向密度 ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$)
 Fig. 5. Mean fiber orientation probability at different lateral positions ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$).

为了了解纤维长径比和纤维浓度对槽道截面上总纤维取向分布的影响,将槽道截面上的平均纤维取向概率进行了平均处理.图6给出了截面上不

同长径比的平均纤维取向密度的平均值. 可见, 纤维取向分布集中在 $10 < \theta < 40$ 范围内. 此现象随着纤维长径比的增大而更加明显. 其原因可能是随着纤维长径比的减小, 由小尺度涡引起的湍流扰动对纤维转动的影响更加强烈, 这使得纤维取向更加随机, 从而集中度减弱. 另外, 当 $\lambda \geq 5$, 纤维取向分布函数对长径比的变化不再敏感.

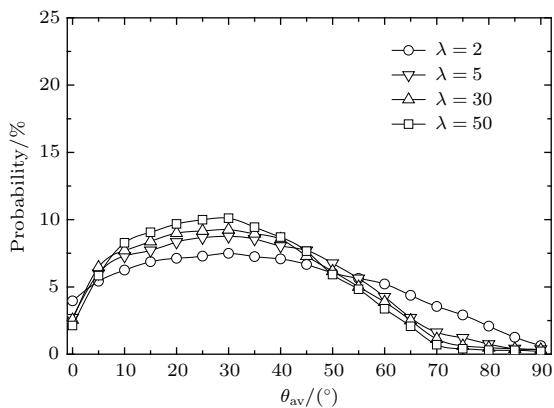


图6 不同 λ 下槽道截面上平均纤维取向密度的空间平均 ($Re = 11000, c_v = 0.3\%$)

Fig. 6. Mean fiber orientation probability averaged across the channel for different λ ($Re = 11000, c_v = 0.3\%$).

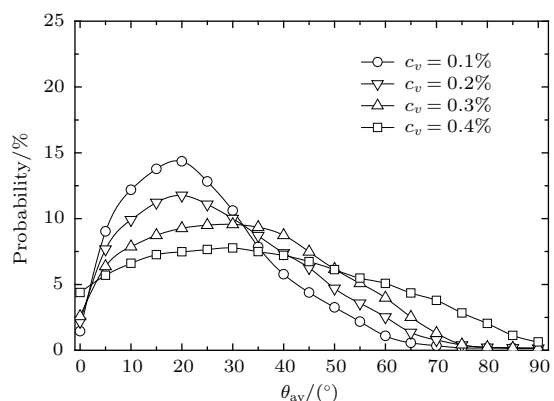


图7 不同 λ 下槽道截面上平均纤维取向密度的空间平均 ($Re = 11000, c_v = 0.3\%$)

Fig. 7. Mean fiber orientation probability averaged across the channel for different λ ($Re = 11000, c_v = 0.3\%$).

不同纤维浓度下槽道截面上平均纤维取向密度取平均后的数值结果如图7所示. 当纤维浓度较低以至于彼此没有相互作用时, 纤维将在 Jeffery 轨道上周期性地摇摆. 当纤维浓度增加但浓度不是特别高时, 纤维之间的相互作用将出现准周期性轨道. 当纤维浓度相当高时, 纤维相互作用更加剧烈, 使得纤维取向更加随机, 从而纤维更加分散.

图7说明了以上的结论, 图中纤维取向随着纤维浓度增加而分布更广.

5.2 纤维空间分布

除了取向分布, 纤维悬浮流的另一个特征是纤维的空间分布, 此分布通过纤维体积分数分布来具体表达. 如方程(28)所示, 截面上纤维的体积分数分布可以通过积分特定体积内的纤维数密度来得到.

图8给出了不同雷诺数下截面上的纤维体积分数分布. 可见, 截面上纤维的体积分数分布不均匀, 分别在靠近中心区域和壁面区域取得极大值和极小值. 如方程(26)和(28)所示, 纤维体积分数的演化由对流、布朗扩散、湍流扩散决定, 其中湍流扩散又与 $\partial/\partial x_j$ ($\partial/\partial y$ 为横向梯度)、剪切引起的升力影响有关. 纤维扩散会被剪切诱导升力所促进. 横向上速度的分布、湍动能和湍流耗散率在近壁面区域呈现较大的梯度变化, 这是由于这些量在此区域由某个特定值急剧变化到壁面上的零值, 这显示出在强剪切诱导升力作用下的纤维会被转移和扩散到剪切诱导升力较小的中心区域.

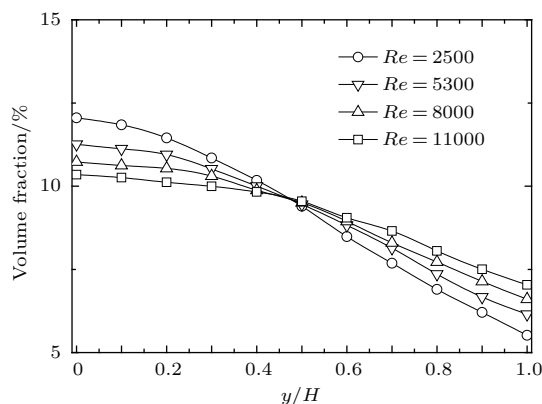


图8 不同 Re 下槽道截面上的纤维体积分数分布 ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$)

Fig. 8. Fiber volume fraction distribution across the channel for different Re ($\lambda = 30, c_v = 0.3\%$).

图9给出了不同长径比的纤维在槽道截面的体积分数分布. 可见, 当纤维长径比增大时, 其剖面变得更加陡峭. 由于含大长径比纤维的流场, 其剪切诱导升力的影响更大, 纤维从近壁面区域到中心区域的迁移和扩散更加明显. 类似于纤维取向分布, 当 $\lambda > 5$, 纤维空间分布对其长径比的变化不再敏感.

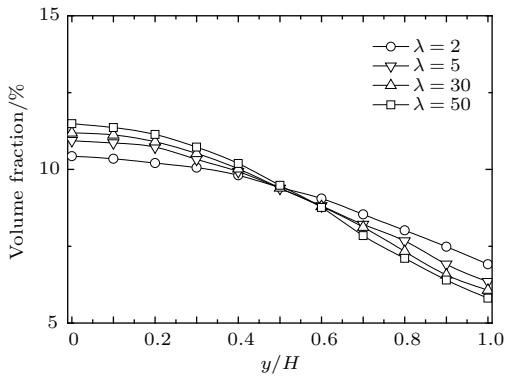


图9 不同 λ 下槽道截面上纤维体积分分布($Re = 5300, c_v = 0.3\%$)

Fig. 9. Fiber volume fraction distribution across the channel for different λ ($Re = 5300, c_v = 0.3\%$).

5.3 流向平均速度

流场平均剪切率决定了纤维的平动和转动扩散以及动量的输运, 且可以从平均速度场得到. 因此, 很有必要给出纤维浓度、长径比和雷诺数对平均速度场的影响.

不同纤维浓度下流向平均速度场的数值计算结果和实验结果如图 10 所示. 由图可见, 在特定的雷诺数范围内, 纤维悬浮流的流向平均速度剖面比

单相流场更陡峭, 且陡峭度随着纤维浓度的增加而增大. 流场的局部剪切应力与动量输运和局部速度梯度相关, 在湍流中, 大拉伸黏度出现在涡间的拉伸流动中. 由于纤维取向趋向于流动方向, 使得小涡结构溃灭, 从而抑制湍流和导致动量输运的减少. 因而, 相对于单相流, 纤维悬浮流的动量输运更少, 速度剖面更陡峭. 纤维对湍流抑制的程度随纤维浓度的增大而更明显.

对比图 10(a) 和图 10(b) 可知, 同一纤维浓度下当雷诺数不同时, 纤维对湍流的抑制程度也不同. 低雷诺数下的平均速度剖面图 10(a) 比高雷诺数时更陡峭, 这表明低雷诺数下纤维对湍流的抑制更明显. 图 10(b) 给出了忽略布朗和湍流平动扩散的平均速度剖面, 可见与实验结果相差较大.

图 11 是不同纤维长径比下的流向平均速度剖面, 可见随着纤维长径比的减小, 速度剖面变得更平缓. 流场中的刚性纤维通过连接相邻的流体层而使悬浮流的黏度增加. 纤维长径比的减小减弱了这样的连接, 从而使悬浮流的黏度减小, 从而导致速度场变得平缓. 忽略布朗和湍流平动扩散的流向平均速度剖面在图 11(b) 中有所展示.

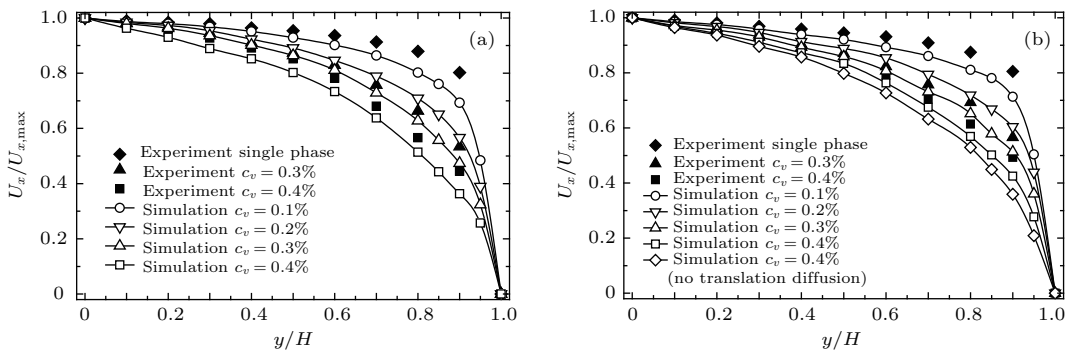


图 10 不同 c_v 下槽道截面流向平均速度剖面 ($\lambda = 30$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 10. Streamwise mean velocity profile across the channel for different c_v ($\lambda = 30$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

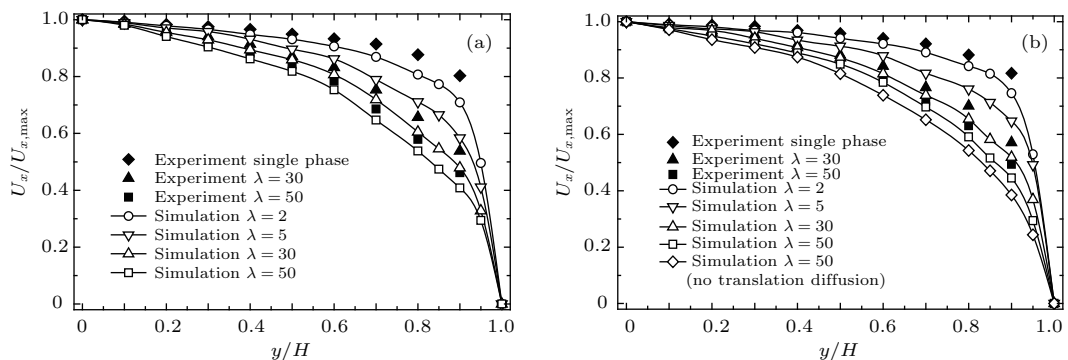


图 11 不同 λ 的槽道截面流向平均速度剖面 ($c_v = 0.3\%$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 11. Streamwise mean velocity profile across the channel for different λ ($c_v = 0.3\%$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

5.4 湍动能和雷诺应力

不同纤维浓度下的湍动能和雷诺应力分布如图12和图13所示,可见湍动能和雷诺应力从中心处到壁面逐渐增大,最终急剧地减小到零.湍动能与雷诺应力的变化趋势基本相同,因为雷诺应力与湍动能的生成有关.雷诺应力在中心处的数值为零,这是由于与其直接相关的平均剪切率为零.纤维悬浮流中湍动能和雷诺应力比单相流中的相应值要小.随着纤维浓度的增大,悬浮流中的湍动能和雷诺应力与单相流相应值的差异逐渐增大,表明纤维的存在将削弱雷诺应力和湍动能,纤维对湍流的抑制作用随纤维浓度的增加而变得明显.

对比图12(a)和图12(b)以及图13(a)和

图13(b),可见随着雷诺数的增大,纤维对湍动能和雷诺应力的影响逐渐减弱,这也解释了图10中在低纤维浓度或高雷诺数时,速度剖面较平缓的结果.究其原因是在高雷诺数下,湍动应力较大,动量的输运主要被湍流控制,因而纤维对湍动能和雷诺应力的影响也就没那么显著.一般而言,小于Kolmogorov尺度的颗粒将抑制湍流,而大于Kolmogorov尺度的颗粒因为涡脱落而导致湍流增强.本文研究的是考虑布朗运动的小纤维,所以纤维的存在抑制湍流.

图12(b)中包含忽略布朗和湍流平动扩散的湍动能和雷诺应力计算结果,可见二者与实验结果都有较大差异.

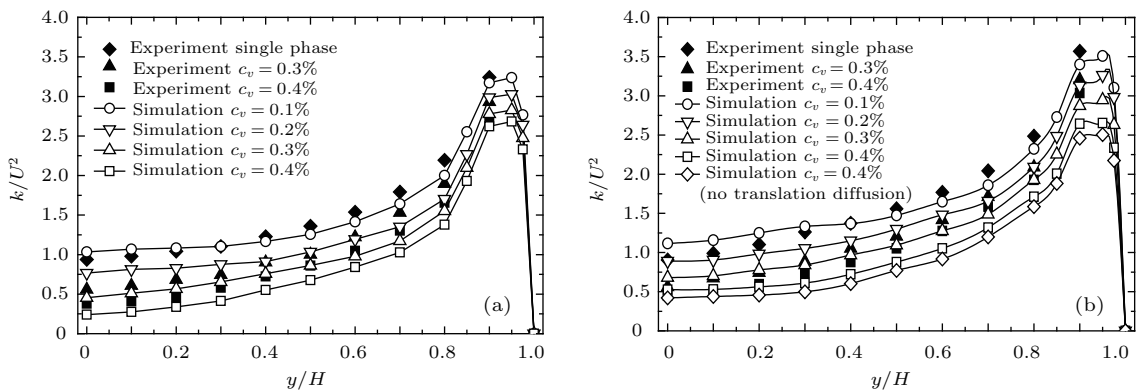


图12 不同 c_v 的槽道截面上湍动能分布 ($\lambda = 30$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 12. Turbulent kinetic energy across the channel for different c_v ($\lambda = 30$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

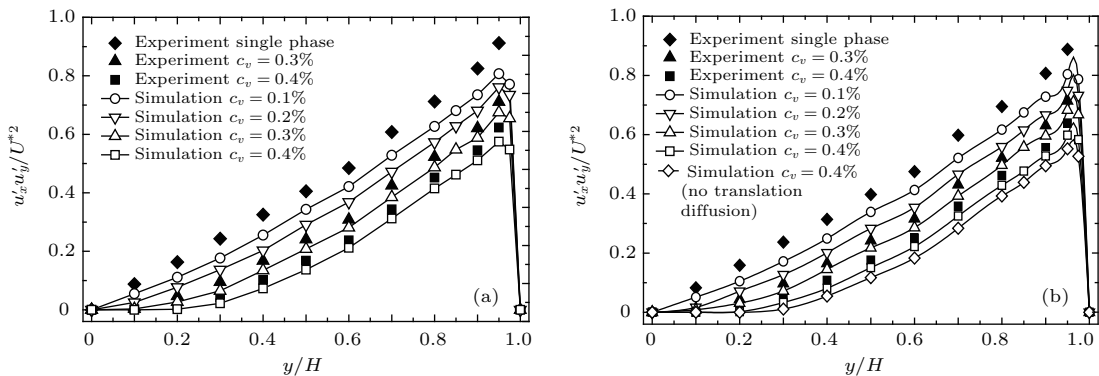


图13 不同 c_v 的槽道截面上雷诺应力分布 ($\lambda = 30$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 13. Reynolds stress across the channel for different c_v ($\lambda = 30$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

图14和图15分别给出了不同纤维长径比下的湍动能和雷诺应力,可见纤维长径比的增加使纤维对湍流的抑制更明显,因为大长径比的纤维更能通

过抑制湍流而降低湍动能和雷诺应力.忽略布朗和湍流平动扩散的湍动能和雷诺应力结果分别在图14(b)和图15(b)有所展示.

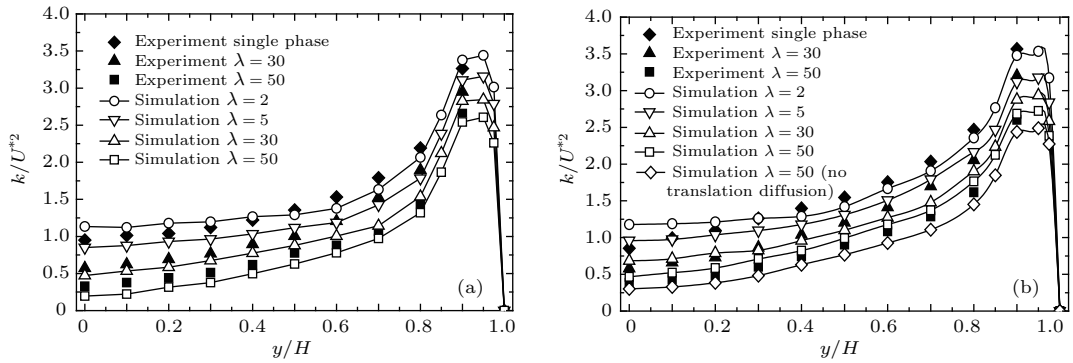


图 14 不同 λ 的槽道截面上湍动能分布 ($c_v = 0.3\%$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 14. Turbulent kinetic energy across the channel for different λ ($c_v = 0.3\%$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

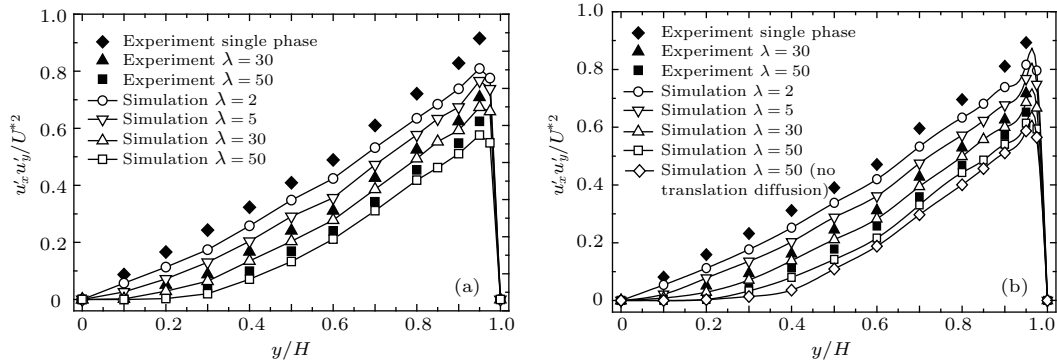


图 15 不同 λ 的槽道截面上雷诺应力分布 ($c_v = 0.3\%$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 15. Reynolds stress across the channel for different λ ($c_v = 0.3\%$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

5.5 剪切应力和第一法向应力差

正如方程 (30) 和 (31) 所示, 剪切应力 σ_{xy} 和第一法向应力差 $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ 分别是 a_{xxyy} 和 $a_{xxxy} - a_{xyyy}$ 的函数, 这两个物理量体现了纤维在悬浮流中的作用.

不同纤维浓度下的剪切应力如图 16 所示, 剪切应力大于 1 表明纤维悬浮流的剪切应力大于相同当地剪切率的牛顿流体. 与未标准化的剪切应力不同, 标准化后不同浓度的剪切应力从壁面到中

心区域都是逐渐增大的且在中心线上达到峰值, 这可以从纤维取向分布中找到原因. 相较于中心区域, 靠近壁面区域的纤维取向更加集中且趋于流向, 使得取向张量 \bar{a}_{xxyy} 更小, 从而标准化的剪切压力更小. 随着纤维浓度的增大, 剪切应力也增大, 并且纤维悬浮流越来越呈现非牛顿流体的特性. 对比图 16 (a) 和图 16 (b) 可知, 对于任意的纤维浓度, 高雷诺数下的剪切应力总是大于低雷诺数下的对应值.

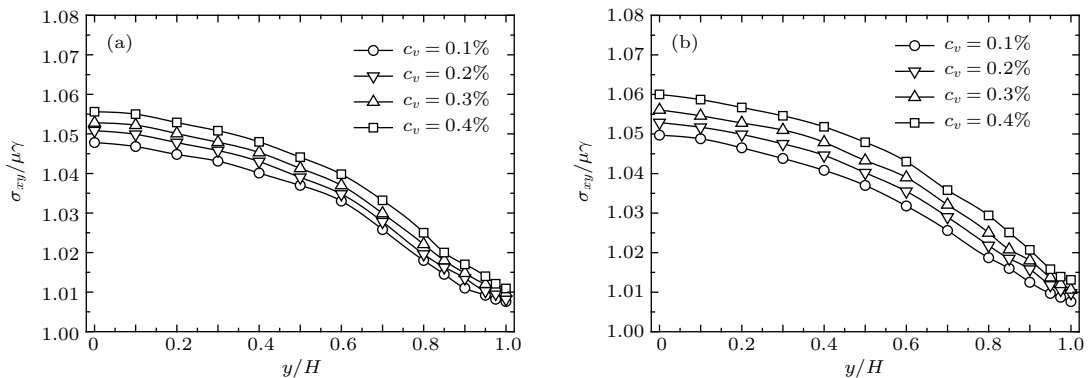


图 16 不同 c_v 的槽道截面上剪切应力分布 ($\lambda = 30$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 16. Shear stress across the channel for different c_v ($\lambda = 30$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

与聚合物溶液中的第一法向应力差 $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ 直接与 γ^2 成比例的特征不同, 纤维悬浮流的第一法向应力差与 γ 成比例 (见方程 (31)). 图 17 给出了不同纤维浓度下的第一法向应力差, 可见第一法向应力差小于 0.05, 这表明第一法向应力差远小于剪切应力. 不同纤维浓度的第一法向应力差从中心到壁面逐渐增大, 且在壁面上达到最大值, 这是

因为纤维取向趋向于流动方向, 而最大的拉伸存在于壁面附近. 随着纤维浓度的增大, 第一法向应力差也增大, 且并没有负值出现, 这表明流场中不存在被加速流体压缩的流体微团. 比较图 17(a) 和图 17(b) 可知, 对于任意的纤维浓度, 高雷诺数下的第一法向应力差总是小于低雷诺数下的相关值.

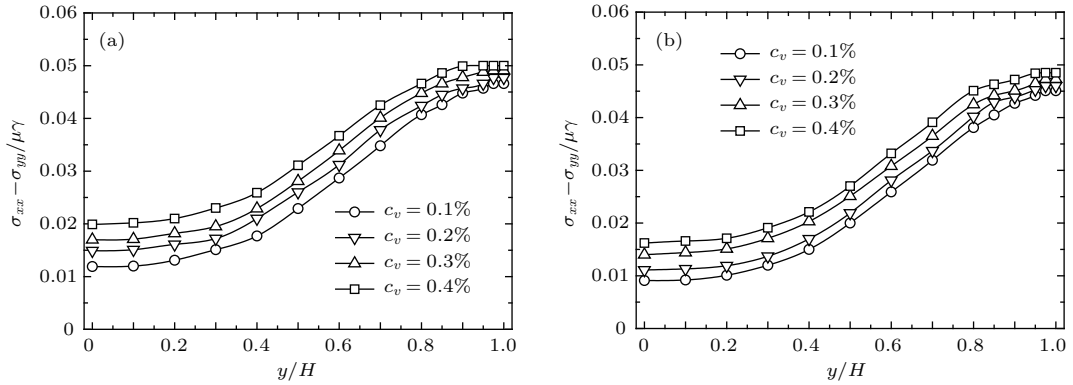


图 17 不同 c_v 的槽道截面上第一法向应力差分布 ($\lambda = 30$)

Fig. 17. The first normal stress difference across the channel for different c_v ($\lambda = 30$).

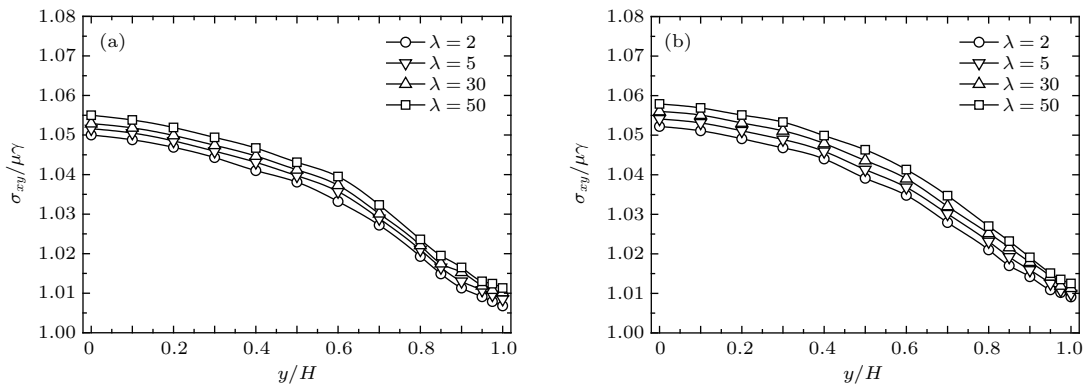


图 18 不同 λ 的槽道截面上剪切应力分布 ($c_v = 0.3\%$)

Fig. 18. Shear stress across the channel for different λ ($c_v = 0.3\%$).

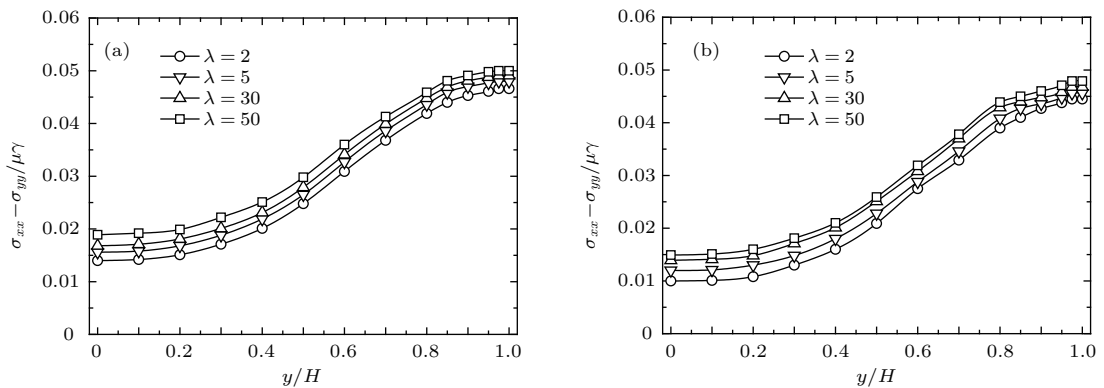


图 19 不同 λ 的槽道截面上第一法向应力差分布 ($c_v = 0.3\%$) (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$

Fig. 19. The first normal stress difference across the channel for different λ ($c_v = 0.3\%$): (a) $Re = 5300$; (b) $Re = 11000$.

由图 18 和图 19 可见, 在不同纤维浓度和不同纤维长径比情况下, 剪切应力和第一法向应力差都有相似的变化趋势. 然而, 当纤维长径比从 2 变化到 50 时, 剪切应力和第一法向应力差的变化幅度不如纤维浓度从 0.1% 变化到 0.4% 时的变化幅度大, 这表明纤维浓度对剪切应力和第一法向应力差的影响要大于纤维长径比. 当纤维长径比更大时, 剪切应力和第一法向应力差增大, 悬浮流呈现出更明显的非牛顿流体特性. 这一点可以从方程 (30), (31), (3) 中剪切应力和第一法向应力差直接与 μ_a 以及纤维长径比 λ 成比例的关系式中找到依据. 通过对比不同雷诺数下的结果, 可见当纤维长径比不变时, 高雷诺数的剪切应力更大, 而第一法向应力差更小.

6 结 论

本文通过数值求解槽道中纤维悬浮湍流场的修正雷诺平均纳维斯托克斯方程、含纤维项的湍动能和耗散率方程、纤维动力学方程以及纤维取向概率密度函数方程, 得到了如下结论.

1) 流场中尤其是在近壁面区域, 纤维取向趋向于与流动方向一致, 该现象随着雷诺数和纤维浓度的减小以及纤维长径比的增大而更明显. 当纤维长径比大于 5 时, 纤维的取向分布对纤维长径比的变化不再敏感.

2) 槽道中纤维的空间分布不均匀且在中心和近壁面处达到极大值和极小值. 雷诺数的增大和纤维长径比的减小使得纤维的空间分布更均匀. 当纤维长径比大于 5 时, 纤维的空间分布对纤维长径比的变化也不再敏感.

3) 相对于单相流, 纤维悬浮流的流向平均速度场更陡峭, 且其斜率随着纤维浓度和长径比的增大以及雷诺数的减小而变大.

4) 湍动能和雷诺应力从槽道中心处向近壁面处逐渐增大, 二者总体上比单相流的情形小. 纤维的存在使湍流场的湍动能和雷诺应力减小, 该现象随着纤维浓度和长径比的增大以及雷诺数的减小而更明显.

5) 纤维悬浮流的剪切应力大于单相牛顿流体的相应值, 第一法向应力差小于 0.05 且远小于剪切应力. 从槽道壁面到中心, 剪切应力增加而第一法向应力差减小. 剪切应力和第一法向应力差均随着

纤维浓度和长径比的增加而增大. 随着雷诺数的增大, 剪切应力增大, 而第一法向应力差减小. 相较于纤维长径比, 纤维浓度的变化对剪切应力和第一法向应力差的影响更为显著.

本文工作特别感谢浙江大学力学系林建忠教授的指导.

参考文献

- [1] Zhang H F, Ahmadi G, Fan F G, McLaughlin J B 2001 *Int. J. Multiphas. Flow* **27** 971
- [2] Lin J Z, Shi X, You Z J 2003 *J. Aerosol Sci.* **34** 909
- [3] Lin J Z, Shi X, Yu Z S 2003 *Int. J. Multiphas. Flow* **29** 1355
- [4] Lin J Z, Zhang W F, Yu Z S 2004 *J. Aerosol Sci.* **35** 63
- [5] Lin J Z, Zhang L X, Zhang W F 2006 *J. Colloid Interf. Sci.* **296** 721
- [6] Lin J Z, Gao Z Y, Zhou K, Chan T L 2006 *Appl. Math. Model.* **30** 1010
- [7] Manhart M, Friedrich R 2004 *Direct and Large-eddy Simulation V* (Dordrecht: Springer Netherlands) p287
- [8] Manhart M 2003 *J. Non-Newton. Fluid.* **112** 269
- [9] Manhart M 2004 *Eur. J. Mech. B: Fluid.* **23** 461
- [10] Gillissen J J J, Boersma B J, Nieuwstadt F T M, Lamballais E, Friedrich R, Geurts B J, Metais O 2006 *Direct and Large-eddy Simulation VI* (Dordrecht: Springer Netherlands) p303
- [11] Moosaie A, Manhart M 2013 *Acta Mech.* **224** 2385
- [12] Moosaie A 2013 *J. Disper. Sci. Technol.* **34** 870
- [13] Batchelor G K 1971 *J. Fluid Mech.* **46** 813
- [14] Mackaplow M B, Shaqfeh E S G 1996 *J. Fluid Mech.* **329** 155
- [15] Advani S G, Tucker C L 1987 *J. Rheol.* **31** 751
- [16] Cintra J S, Tucker C L 1995 *J. Rheol.* **39** 1095
- [17] Koch D L 1995 *Phys. Fluids* **7** 2086
- [18] Folgar F, Tucker C L III 1984 *J. Reinf. Plast. Comp.* **3** 98
- [19] Olson J A 2001 *Int. J. Multiphas. Flow* **27** 2083
- [20] Li G, Tang J X 2004 *Phys. Rev. E* **69** 061921
- [21] De La Torre J G, Bloomfield V A 1981 *Q. Rev. Biophys.* **14** 81
- [22] Lin J Z, Shen S H 2010 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **53** 1659
- [23] Friedlander S K 2000 *Smoke, Dust and Haze: Fundamentals of Aerosol Behavior* (New York, Oxford: Oxford University Press) p59
- [24] Chen H S, Ding Y L, Lapkin A, Fan X L 2009 *J. Nanopart. Res.* **11** 1513
- [25] Chen H S, Ding Y L, Lapkin A 2009 *Powder Technol.* **194** 132
- [26] Yu L, Liu D, Botz F 2012 *Exp. Therm. Fluid Sci.* **37** 72
- [27] Bernstein O, Shapiro M 1994 *J. Aerosol Sci.* **25** 113
- [28] Cox R G 1971 *J. Fluid Mech.* **45** 625

Flow property of fiber suspension in a turbulent channel flow under considering both Brownian and turbulent diffusions*

Xia Yi[†] Ku Xiao-Ke Shen Su-Hua

(Institute of Fluid Mechanics, School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 5 February 2016; revised manuscript received 12 July 2016)

Abstract

The issue of fiber suspension flow has received great substantial attention in the last decades. In contrast with the abundant researches of normal size fiber suspensions flow, this paper is devoted to the small size fiber suspension composed of water and polyamide fiber where Brownian motion plays an important role and thus cannot be neglected. The spatial distribution and orientation of fiber, streamwise mean velocity profile, turbulent kinetic energy, Reynolds stress and rheological property of fiber suspension in a turbulent channel flow are obtained and analyzed both numerically and experimentally. To simulate the small fiber suspension flow well, the well-known Reynolds averaged Navier-Stokes (N-S) equation governing the suspension flow is modified in consideration of the effect of fibers on base flow. The equation describing the probability density functions for fiber orientation is derived in view of the rotary Brownian diffusion. The general dynamic equation for fibers is reshaped in the effect of spatial Brownian diffusion. For the sake of the closure of the N-S equation, the turbulence kinetic energy and turbulence dissipation rate equations with fiber term are employed. The conditional finite difference method is adopted to discrete these partial differential equations. And the diffusion term and convective term are discretized by the central finite differences and the second-order upwind finite difference schemes, respectively. The second and fourth-order orientation tensors are integrated by the Simpson formula. Experiment is also performed to validate some numerical results. The results show that most fibers tend to align parallelly to the flow direction in the flow, especially in regions near the wall. Such a phenomenon is more obvious with the decreases of Reynolds number and fiber concentration, and with the increase of fiber aspect ratio. Fiber volume fraction distribution is non-uniform across the channel, and becomes more uniform with increasing Reynolds number, and with reducing fiber aspect ratio. The changes of fiber orientation distribution and spatial distribution are not sensitive to fiber aspect ratio λ for $\lambda \geq 5$. Streamwise mean velocity profile in fiber suspension has a steeper slope than that in single phase flow, and the steepness increases as the fiber concentration and fiber aspect ratio increase, and as the Reynolds number decreases. The presence of fiber will reduce the turbulence kinetic energy and Reynolds stress. The effect of fiber on the turbulence suppression becomes more obvious with the increases of fiber concentration and aspect ratio, and with the decrease of Reynolds number. The first normal stress difference is less than 0.05 and much less than the shear stress. From the wall to the center of the channel, the shear stress increases while the first normal stress difference decreases. Both the shear stress and the first normal stress difference increase with increasing fiber concentration and aspect ratio. Shear stress increases while the first normal stress difference decreases with increasing Reynolds number. The effects of fiber concentration on the shear stress and the first normal stress difference are larger than the fiber aspect ratio.

Keywords: fiber suspension, Brownian diffusion, turbulent diffusion, rheological property

PACS: 47.27.nd, 47.27.tb, 47.55.Kf, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.65.194702

* Project supported by the Major Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11132008).

[†] Corresponding author. E-mail: dynamic_xia@zju.edu.cn