物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

垂直载荷下颗粒物质的声波探测和非线性响应

张攀 赵雪丹 张国华 张祺 孙其诚 侯志坚 董军军

Acoustic detection and nonlinear response of granular materials under vertical vibrations

Zhang Pan Zhao Xue-Dan Zhang Guo-Hua Zhang Qi Sun Qi-Cheng Hou Zhi-Jian Dong Jun-Jun

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 65, 024501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.024501
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024501
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

双分散颗粒体系在临界堵塞态的结构特征
Structural features of critical jammed state in bi-disperse granular systems
物理学报.2016, 65(2): 024502 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.028901024502
颗粒气体团簇行为实验研究
Experimental study of clustering behaviors in granular gases
物理学报.2016, 65(1): 014502
玻璃-橡胶混合颗粒的力学响应研究
Mechanical response study of glass-rubber particle mixtures
物理学报.2015, 64(15): 154502 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154502

二维晶格颗粒堆积中侧壁的压力分布与转向系数
Lateral pressure distribution and steering coefficient in two-dimensional lattice pile of granular material
物理学报.2015, 64(13): 134502 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134502

振动颗粒混合物中的周期性分聚现象与能量耗散
Energy dissipation and periodic segregation of vibrated binary granular mixtures
物理学报.2015, 64(13): 134503 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134503

垂直载荷下颗粒物质的声波探测和非线性响应*

张攀[1)] 赵雪丹[1)] 张国华[1)†] 张祺[2)] 孙其诚[3)‡] 侯志坚[1)] 董军军[1)]

1) (北京科技大学物理系, 北京 100083)

2) (太原理工大学力学学院, 太原 030024)

3) (清华大学, 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

(2015 年 8 月 6 日收到; 2015 年 9 月 15 日收到修改稿)

对于玻璃珠组成的颗粒介质样品, 本文测量了横波和纵波声速, 同时分析了剪切模量 (G) 与体积模量 (B) 的比值 (G/B) 随压强的变化规律. 结果表明, 在低压强下, 颗粒体系的纵波声速 ($c_{\rm L}$) 明显大于横波声速 ($c_{\rm T}$), 且体系的 $c_{\rm L}$, $c_{\rm T}$ 及 G/B 均随压强 p 变化呈幂律标度, 即 $c_{\rm L} \propto p^{0.3817}$, $c_{\rm T} \propto p^{0.2809}$, $G/B \propto p^{-0.4539}$, 幂指数与文献 [1] 中预言的 $-1/2$ 非常接近, 暗示在我们实验压强范围内的颗粒样品处于 L 玻璃状态. 此外, 本文还利用快速傅里叶变换法测量了玻璃珠样品中的声学衰减特性及二阶谐波随压强的变化, 发现: 纵波声衰减系数 (α)、接收端二倍频振幅 ($\mu_{2\omega}$) 与基频振幅 ($\mu_{1\omega}$) 平方的比值 ($\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$) 均随压强的增大而幂率减小, 分别为 $\alpha \propto p^{-0.1879}$ 和 $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2 \propto p^{-0.866}$.

关键词: 颗粒物质, 声速, 衰减系数, 非线性

PACS: 45.70.–n, 46.40.Cd, 43.40.+s **DOI:** 10.7498/aps.65.024501

1 引 言

颗粒物质是典型的无序系统, 在无热 (athermal) 条件下增大其体积密度可使其先后经历玻璃化转变和 Jamming 转变. 当密度高于 Jamming 转变密度时, 体系中的横向和纵向 Ioffe-Regel 极限频率都大于零, 体系处于 TL 玻璃态; 当密度低于玻璃化转变密度时, 体系处于无刚性的 unjammed 态; 当密度处于两个转变之间时, 颗粒体系只能承载有效的纵向声子, 体系处于 L 玻璃态 [1−3]. 由于 L 玻璃态不能严格定义声子, L 玻璃态表现出与 TL 玻璃态非常不同的力学特性, 目前关于 L 玻璃态力学特性的研究已经成为一个新的热点.

颗粒物质的一个基本特征是其能够对外部机械扰动产生线性和非线性响应, 这使得声学测量成为研究颗粒体系内部结构和力学性质的基本手段 [4−7]. 目前, 关于颗粒物质力学性质的研究已经取得了一些共识, 但是仍然存在许多分歧. 例如: 对于颗粒间接触势是赫兹接触势的颗粒组成的颗粒体系, 有效介质理论预言, 在低压强下, 颗粒体系中的声速随压强满足幂律标度: $c \propto p^{1/6}$, 而实验发现声速随压强的变化呈分段幂律标度, 即在高压下符合 1/6 幂律关系, 低压下符合 1/4 幂率关系 [8,9]. 根据赫兹接触理论剪切模量 (G) 和体积模量 (B) 之比 G/B 随压强增大幂率增加: $G/B \propto p^{1/3}$ [10,11]; 而最新数值模拟 [1] 表明在低压强下硬球系统的 G/B 随压强增大幂率减小, 暗示了低压强下颗粒系统 G/B 随压强的依赖关系可能偏离了赫兹接触势的有效介质理论预言 [10,12]. 同时最新研究还发现

* 国家自然科学基金 (批准号: 11272048, 51239006) 和欧盟 Marie Curie 国际合作项目 (批准号: IRSES-294976) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhguohua@sas.ustb.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn

© 2016 中国物理学会 Chinese Physical Society

颗粒体系随其填塞分数的连续增大, G/B 呈先减小后增大的规律[3,11,13]. 另外在声衰减和非线性方面[14,15], 实验发现[16]在30—600 kPa压强范围内, 颗粒物质的声衰减和非线性都随着压强增大而减小[17,18], 此外文献[19]中还研究了高压强(10—80 MPa)对声衰减的影响, 同样发现类似的规律. 但是目前关于低压强范围内颗粒体系声衰减和非线性变化规律的工作还较少, 有待进一步研究.

本文利用飞行时间法测量了颗粒介质中的横波声速(c_{T})和纵波声速(c_{L}), 基于经典弹性理论得到了剪切模量(G)与体积模量(B)的比值(G/B), 进一步分析了 c_{L}, c_{T} 及 G/B 随压强的变化规律, 实验结果证实了在此压力范围内的颗粒体系处于 L 玻璃态. 此外, 本文还利用快速傅里叶变换法研究了压强对颗粒体系衰减系数(α)及二倍频振幅($\mu_{2\omega}$)与基频振幅($\mu_{1\omega}$)的平方的比值($\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$)的影响.

2 实验装置和测量原理

实验装置包括力学加压系统和声波探测系统两部分. 其中, 力学加压系统由样品池和加压组件(螺杆加压杆和压力传感器)组成, 声波探测系统由声波发生组件(信号发生器、放大器、压电陶瓷)、声波探测组件(上下两组三轴传感器)和测量软件组成, 实验装置如图1所示. 样品池为内径 $D_1 = 99$ mm, 外径 $D_2 = 119$ mm, 高 $H = 130$ mm 的不锈钢圆筒, 样品池底部埋有声波接收器(三轴加速度传感器14 mm × 14 mm × 14 mm). 样品池中填充粒径 d (d = 0.6—0.7 mm)、高度 H (H = 15 mm)的玻璃珠样品, 样品上表面放置一个镶嵌声波发射器和声波接收器(三轴加速度传感器, 14 mm × 14 mm × 14 mm)的活塞. 声波发射器的上表面连接一个压力传感器, 穿过样品池顶盖的旋转螺杆可以对样品施加压力. 信号发生器通过USB接口连接到计算机, 测量软件可以控制信号发生器发出固定频率(2300 Hz)的单个正弦脉冲(用于声速测量)或连续正弦信号(用于声波衰减测量), 该信号通过功率放大器进一步控制压电陶瓷振动头发出相应波形的机械振动. 上述压力传感器、三轴传感器通过数据线连接到高速数采卡, 测量软件控制数采卡以500 kHz 的采样频率采集发射端三轴传感器、接收端三轴传感器以及压力传感器的数据, 并及时储存于电脑硬盘.

本文采用飞行时间法测量玻璃珠样品中的声速. 实验过程中, 信号发生器产生的单个正弦信号(如图2(a)中插图所示)经过放大器后驱动压电陶瓷振动头产生相应的机械振动, 由压电陶瓷振动端接的三轴传感器测量振动头输出的加速度信号, 如图2(a)所示; 声波通过样品后的纵向和横向分量被固定于样品池底部的三轴加速度传感器接收, 如图2(b), (c)所示. 高速同步数采卡能够确保发射端和接收端三轴传感器信号的同步采集. 由于本文所用的三轴传感器尺寸远大于颗粒尺寸, 实验中两个三轴传感器都测到了明确的相干波E波信号(图2(b), (c)的最前面信号). 通过测量发射端接收端信号第一个波形峰值的时间差 $t_{\mathrm{tof}} \equiv t_2 - t_1$(其中 t_1 和 t_2 分别代表发射和接收信号前沿时间)和两个三轴传感器之间样品距离 L, 可以得到E波的传播速度 $c_{\mathrm{tof}} = L/t_{\mathrm{tof}}$. 值得注意的是, 在图2(b), (c)中紧跟着E波之后还有很强的散射波S波.

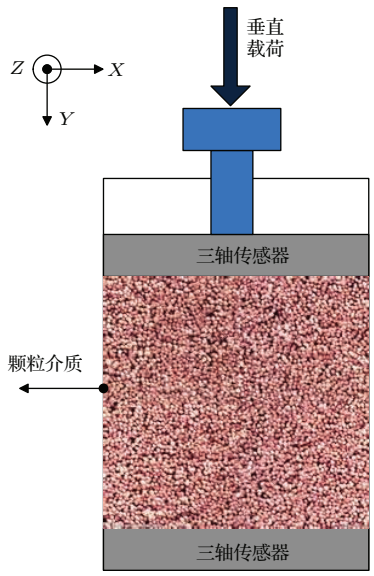

图1 实验装置示意图

Fig. 1. Sketch of experiment setup.

本文采用傅里叶变换法来研究玻璃珠样品中的纵波声衰减. 与声速测量所不同的是信号发生器产生固定频率的连续正弦信号. 我们分别对发射端和接收端采集到的信号进行傅里叶变换分析, 从中提取出接收信号和发射信号的基频、二倍频幅值. 进一步得到接收信号二倍频幅值与接收信号基频幅值平方的比值, 进而研究颗粒物质的非线性特性.

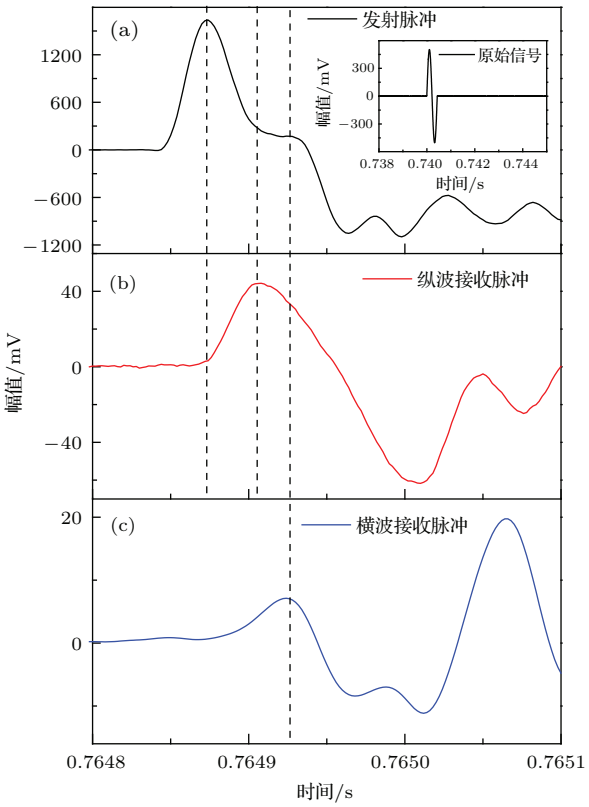

图2 发射接收波形 (a) 发射端脉冲波形图 (插图是信号发生器输出波形图); (b) 接收端纵波脉冲波形图; (c) 接收端横波波形图

Fig. 2. Transmitting and receiving wave: (a) Transmitting wave, inset: original input wave; (b) receiving longitudinal wave; (c) receiving transversal wave.

3 实验结果与讨论

为了获得可以重复制备的颗粒填料, 本文采用以下方法来制备样品[20]. 具体过程如下: 1) 将玻璃珠通过漏斗均匀的降落在样品池中, 以保证落入样品池中的颗粒可以达到随机密堆的状态; 2) 缓慢拧动螺杆给样品施加一个大的预压力, 经过重复松弛后缓慢拧松螺杆使压强降到0 Pa. 重复步骤2) 5次可以制备重复性较好的自由表面样品. 为了减小压强变化过程中颗粒填料内部结构的重排, 实验过程中通过卸载过程来改变样品的压强. 具体过程是, 首先给制备好的颗粒填料施加一个大的压强 (120 kPa左右), 然后在固定体积下使颗粒样品充分松弛 (约8 h) 以确保测量过程中颗粒样品表面的压强近似是一个常量, 在该压强下可对玻璃珠样品横波声速、纵波声速、纵波衰减及声学非线性产生等进行测量. 为了验证实验的可重复性, 每个压力值重复测量5次. 测量完成后, 松动螺杆使样品表面压强降低, 重复上述测量过程以实现不同压强下声速、纵波衰减及声学非线性的测量.

3.1 横波声速和纵波声速随压强的变化

图3 (a) 为用飞行时间法测得的玻璃珠样品的横波声速和纵波声速随压强的变化曲线. 由图3 (a) 可以看出, 同一压强下, 纵波声速 (c_{L}) 明显大于横波声速 (c_{T}), 且 c_{L} 和 c_{T} 随压强变化均呈现幂律标度, 即 $c_{\mathrm{T}} \propto p^{0.2809}$, $c_{\mathrm{L}} \propto p^{0.3817}$. 根据赫兹理论[21], 颗粒体系中横波声速和纵波声速随外加压强 p 变化均呈现幂律规律: $c \propto p^{1/6}$. 显然, 本实验测得 c_{T} 和 c_{L} 随压强的幂率标度指数与赫兹理论预言存在差异. 我们认为, 造成上述差异的原因可能有以下两个: 1) 理论模型要求颗粒是光滑的, 但是实际颗粒的表面是粗糙的, 这会使实际结果同赫兹理论预言存在一定偏差; 2) 纵波对于应力场的各向异性更加敏感, 而横波对于结构各向异性更加敏感[22], 这

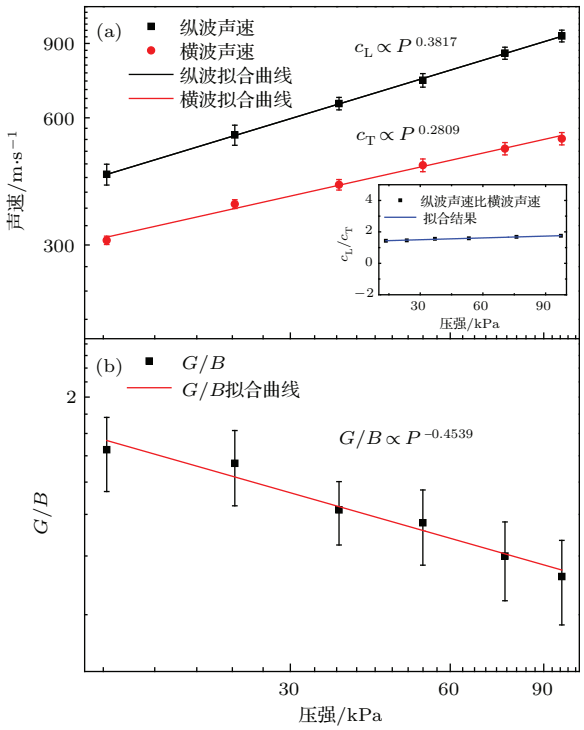

图3 (网刊彩色) 声速和 G/B 的测量 (a) 横波声速和纵波声速 (c_{T} 和 c_{L}) 随压强的变化, 实线为幂率拟合曲线 (插图是声速纵横比 ($c_{\mathrm{L}}/c_{\mathrm{T}}$) 随压强的变化); (b) G/B 随压强的变化

Fig. 3. (color online) Results of the sound velocity and G/B: (a) Transversal and longitudinal wave velocity (c_{T} and c_{L}) versus pressure, the line is a power law fit. Inset: the velocity ratio ($c_{\mathrm{L}}/c_{\mathrm{T}}$) of longitudinal and transversal wave versus pressure; (b) G/B versus pressure.

也会导致两者随压强变化出现不同的幂率标度. 我们注意到, Jia 等[8,22]发现玻璃珠样品的声速随压强的变化满足分段幂律规律, 即压强较低(30—120 kPa)时满足: $c \propto p^{1/4}$; 压强较高(1000—3000 kPa)时满足: $c \propto p^{1/6}$. 由于本文实验中所用的压强(10—100 kPa)远小于文献[8]中的高压强, 我们没有发现文献[8]中的分段幂率规律. 图3(a)的插图显示了纵波与横波声速比($c_{\rm L}/c_{\rm T}$)随压强p的变化, 由图3(a)中插图可以看出$c_{\rm L}/c_{\rm T}$在1.6左右, 近似是一个常数. Lherminier 等[9]在研究声波通过受压的二维颗粒介质时也发现类似的现象.

3.2 剪切模量和体积模量比值G/B随压强p的变化

E波具有强烈的平均效应, 因此E波波速测量是获得体系弹性模量的重要手段. 根据经典弹性理论[23], 各向同性弹性体中横波声速和纵波声速分别为

$$c_{\rm L} = \sqrt{[B + (4/3)G]/\rho}, \quad c_{\rm T} = \sqrt{G/\rho}, \tag{1}$$

其中, G是剪切模量, B是体积模量, ρ是介质的质量密度. 由(1)式可以得到$B = \rho(c_{\rm L}^2 - (4/3)c_{\rm T}^2)$, $G = \rho c_{\rm T}^2$, 进而可以得到

$$G/B = (c_{\rm L}^2/c_{\rm T}^2 - 4/3)^{-1}. \tag{2}$$

图3(b)显示了利用(2)式计算得到的玻璃珠样品的G/B随压强p的变化规律. 由图3(b)可知, 我们实验给出的G/B值在0.58—1.39之间, 且颗粒体系G/B随压强p的增大而减小, 满足幂律关系: $G/B \propto p^{-0.4539}$, 如图3(b)中红色直线拟合所示. 根据文献[2, 24—26]的结果, 对于无热jammed固体的$G/B \propto (\phi - \phi_{j0})^{1/2} \propto p^{1/3}$(其中, ϕ_{j0}对应J点的体积分数). 显然, 我们实验上发现的G/B随压强p的变化规律($G/B \propto p^{-0.4539}$)与赫兹理论不相符, 暗示连续弹性介质理论在低压强下可能不再成立.

最近, Wang 等[1]的研究表明在卸载过程中硬球胶体玻璃分别经历高压强的TL 玻璃态(横模纵模都存在的状态)到低压强的L玻璃态(只存在纵模的状态)及从L玻璃态到unjammed 态(横模和纵模都消失的状态)的两次转变. 并且, 卸载过程中硬球胶体玻璃的剪切模量与体积模量之比G/B随压强p变化呈分段幂率规律, 当$p > p_j$ (p_j是相转变点J点)时, $G/B \propto p^{1/3}$(与赫兹排斥理论相同[21]); 当$p_{\rm g} < p < p_j$ ($p_{\rm g}$表示玻璃化转化点)时, $G/B \propto p^{-1/2}$(与赫兹排斥理论预言的$G/B \propto p^{1/3}$不同). 考虑到, 本文实验发现幂指数为-0.4539, 与文献[1]中预言的$-1/2$非常接近, 暗示在我们实验的压强范围内, 颗粒样品处于L玻璃状态. 需要指出的是, 受到压力传感器量程的限制, 我们装置的最大压强只能达到120 kPa, 本实验未能观察到高压强下的$G/B \propto p^{1/3}$幂律标度, 相关的研究工作将在以后的工作中进行.

3.3 声衰减系数随压强的变化

从理论上讲, 弹性波在颗粒体系中的衰减包括扩散衰减、吸收衰减和散射衰减. 考虑到本实验所测量的颗粒介质体系高度非常短, 可以不考虑扩散衰减. 为了获得体系的声衰减系数α, 实验上同时测量初始激励的强度I_0 (与加速度振幅的平方成正比)及声波通过长度为x的颗粒样品后得到强度$I(x)$, 进而得到体系的声衰减系数[27]

$$\alpha = -\frac{1}{x}\ln\frac{I(x)}{I_0}. \tag{3}$$

由(3)式可知, 衰减系数越大, 声吸收越多, 反之则越少.

图4显示了用(3)式计算的不同压强下玻璃珠样品中纵波的声衰减系数(α). 由图4可知, 我们实验测得的衰减系数值在0.16—0.25之间, 且随着颗粒体系压强p的增大幂率减小: $\alpha \propto p^{-0.1879}$, 如图4中的红色直线所示. 由于本实验中声衰减系数的值是通过频谱法测定的, 颗粒体系几何带来的影响在数据处理过程中已经被去除[19].

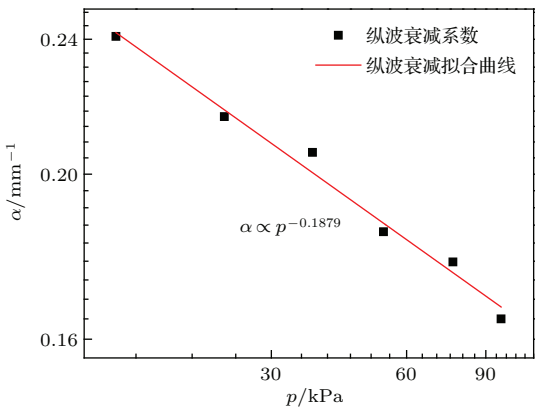

图4 纵波声衰减系数随压强的变化, 实线为幂率拟合曲线

Fig. 4. Longitudinal acoustic attenuation coefficient versus pressure, the line is a power law fit.

由图4可以看出, 玻璃珠样品的纵波衰减系数α随压强增大而减小. 我们认为, 玻璃珠样品的纵波衰减系数α随压强的变化可能与系统内部结构随压强调整有关. 即随着体系压强的增大, 颗粒之间接触更加紧密, 对应的平均接触数增加, 颗粒体系内部结构更不容易发生调整, 相应的声波耗散减小. 此外, Hong等[28]在研究一维水平干颗粒能量衰减关系及Liu等[29,30]研究颗粒体系衰减耗散问题时, 都发现声衰减与内部接触变化有关.

我们注意到, 如果只考虑散射衰减, 3D赫兹接触球形体系的衰减系数随压强变化呈幂律关系: $\alpha \propto p^{-7/3}$ [27]. 本文实验得到的玻璃珠样品的纵波衰减系数随压强变化的幂率指数为-0.1879, 与$-7/3$相比差别特别大. 我们认为, 造成我们实验得到的幂指数和文献[27]预言幂指数差异很大的原因可能是本文中声波在颗粒体系中的波长($\lambda = c/f \sim (0.2—0.5\ \mathrm{m})$)远大于颗粒尺寸, 体系中散射衰减非常小, 介质本身的吸收衰减是主要机理.

3.4 二阶谐波振幅随压强p的变化

由于系统非线性的影响, 颗粒介质中声波除了一阶声波外, 还会出现二阶甚至更高阶的谐波. 非线性系数β是表征介质的非线性大小的重要参数, 非线性系数越大, 系统非线性导致的波形畸变越严重. 根据非线性声学, 体系的非线性系数(β)和二倍频振幅($\mu_{2\omega}$)与基频振幅($\mu_{1\omega}$)平方的比值有关[31]:

$$\left|\frac{\mu_{2\omega}}{\mu_{1\omega}^2}\right| = \frac{\beta w^2}{8\alpha c^2}, \tag{4}$$

其中, $\mu_{2\omega}$代表接收二倍频振幅, $\mu_{1\omega}$代表接收基频振幅, c代表声速, w代表频率. 为了研究非线性系数和压强的依赖关系, 我们利用傅里叶变换法分析了玻璃珠样品的$\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$随压强的变化曲线, 如图5所示. $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$随压强的增大而幂率减小: $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2 \propto p^{-0.866}$, 如红色直线所示. 根据赫兹接触理论[21,32], $|\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2| \propto p^{-1/2}$, 我们实验得到的$\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$随压强的幂指数($-0.866$)与理论预言的幂指数($-1/2$)存在差异. 我们认为, 造成上述差异的原因可能是在低压强范围内颗粒物质的c, α及β随压强的幂律标度指数都偏离赫兹接触理论的预言. 我们注意到, Brunet等在研究颗粒体系[31]非线性及Renaud等[33]研究松散饱和玻璃珠样品的非线性随压强p (大于10 kPa)的变化关系时都发现$\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$和非线性系数$\beta$随压强$p$的增大而减小, 与我们实验结果类似.

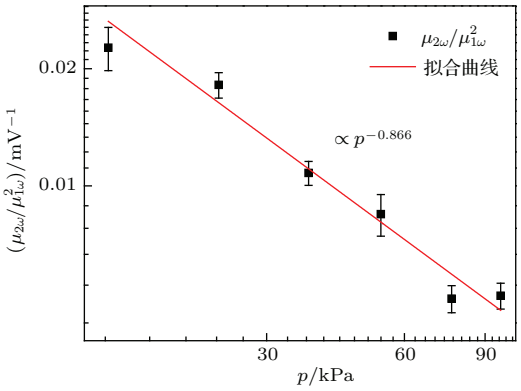

图5 二倍频振幅($\mu_{2\omega}$)与基频振幅($\mu_{1\omega}$)平方的比值$\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$随压强的变化, 实线为拟合曲线

Fig. 5. The ratio of the second harmonic amplitude ($\mu_{2\omega}$) and the fundamental amplitude ($\mu_{1\omega}$) square versus pressure, the line is a power law fit.

4 结 论

本文实验研究了小压强范围内垂直载荷下玻璃珠样品的横波声速(c_{T})和纵波声速(c_{L})、剪切模量与体积模量的比值(G/B)、纵波衰减系数(α)及二倍频幅值与基频幅值平方的比值$\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$随压强$p$的变化规律. 结果发现: 1) 在固定压强下, 玻璃珠样品的纵波声速c_{L}明显大于横波声速c_{T}, 横波和纵波声速随压强变化均呈现幂律标度, 即$c_{\mathrm{L}} \propto p^{0.3817}$, $c_{\mathrm{T}} \propto p^{0.2809}$. 低压强范围内体系的剪切模量($G$)和体积模量($B$)比值($G/B$)随压强$p$的增大幂律减小: $G/B \propto p^{-0.4539}$, 暗示在实验压强范围内我们的颗粒体系处于L玻璃态. 2) 纵波衰减系数随颗粒体系压强p的增大幂率减小: $\alpha \propto p^{-0.1879}$, 表明在本文研究的颗粒体系中吸收衰减是主要衰减机理. 3) 二倍频振幅($\mu_{2\omega}$)与基频振幅($\mu_{1\omega}$)的平方的比值随压强p的增大幂率减小: $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2 \propto p^{-0.866}$.

参考文献

[1] Wang X, Zheng W, Wang L, Xu N 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 035502

[2] O'Hern C S, Silbert L E, Liu A J, Nagel S R 2003 *Phys. Rev. E* **68** 011306

[3] Ikeda A, Berthier L 2015 *Phys. Rev. E* **92** 012309

[4] Zhang Q, Li Y C, Liu R, Jiang Y M, Hou M Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 301 (in Chinese) [张祺, 李寅阊, 刘锐, 蒋亦民, 厚美瑛 2012 物理学报 **61** 301]

[5] Zhang Q, Li Y, Hou M, Jiang Y, Liu M 2012 *Phys. Rev. E* **85** 031306

[6] Merkel A, Tournat V, Gusev V 2014 *Phys. Rev. E* **90** 023206

[7] Zheng H P 2014 *Chin. Phys. B* **23** 054503

[8] Jia X, Caroli C, Velicky B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1863

[9] Lherminier S, Planet R, Simon G, Vanel L, Ramos O 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 098001

[10] Xu N 2011 *Frontiers of Physics* **6** 109

[11] Somfai E, van Hecke M, Ellenbroek W G, Shundyak K, van Saarloos W 2007 *Phys. Rev. E* **75** 020301

[12] Makse H A, Gland N, Johnson D L, Schwartz L 2004 *Phys. Rev. E* **70** 061302

[13] Zaccone A, Terentjev E M 2014 *J. Appl. Phys.* **115** 033510

[14] Zhang Z, Chen G, Zhang D 2014 *Chin. Phys. B* **23** 054302

[15] Huang D C, Chen W Z, Yang A N, Sun M, Hu F L, Zhao M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 154502 (in Chinese) [黄德财, 陈伟中, 杨安娜, 孙敏, 胡凤兰, 赵敏 2014 物理学报 **63** 154502]

[16] Langlois V, Jia X 2015 *Phys. Rev. E* **91** 022205

[17] Brunet T, Jia X, Mills P 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 138001

[18] Brunet T, Jia X, Johnson P A 2008 *Geophys. Res. Lett.* 35 L19308

[19] Deng J, Wang S X, Han D H 2009 *J. Geophys. Eng.* **6** 269

[20] Miksic A, Alava M J 2013 *Phys. Rev. E* **88** 032207

[21] Johnson K L 1985 *Contact Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press)

[22] Khidas Y, Jia X 2010 *Phys. Rev. E* **81** 021303

[23] Somfai E, Roux J N, Snoeijer J, van Hecke M, van Saarloos W 2005 *Phys. Rev. E* **72** 021301

[24] Tighe B 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 158303

[25] Basu A, Xu Y, Still T, Arratia P E, Zhang Z, Nordstrom K N, Rieser J M, Gollub J P, Durian D J, Yodh A G 2014 *Soft Matter* **10** 3027

[26] Goodrich C P, Liu A J, Nagel S R 2014 *Nat. Phys.* **10** 578

[27] Vitelli V 2010 *Soft Matter* **6** 3007

[28] Hong J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 108001

[29] Wang P J, Xia J H, Li Y D, Liu C S 2007 *Phys. Rev. E* **76** 041305

[30] Wang P J, Li Y D, Xia J H, Liu C S 2008 *Phys. Rev. E* **77** 060301

[31] Thomas Brunet X J, Paul J 2006 *French Acoustical Society 2006 Meeting, Paris* 475

[32] Wildenberg S V D, Hecke M V, Jia X 2013 *Europhys. Lett.* **101** 14004

[33] Renaud G, Calle S, Defontaine M 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 3344

Acoustic detection and nonlinear response of granular materials under vertical vibrations*

Zhang Pan[1)] Zhao Xue-Dan[1)] Zhang Guo-Hua[1)†] Zhang Qi[2)] Sun Qi-Cheng[3)‡]
Hou Zhi-Jian[1)] Dong Jun-Jun[1)]

1) (*Department of Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China*)

2) (*College of Mechanics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

3) (*State Key Laboratory for Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(Received 6 August 2015; revised manuscript received 15 September 2015)

Abstract

Owing to their efficient penetration into elastic media, the measurement of sound waves can provide a sensitive probe of both the structural and mechanical properties of the materials through which they propagate. In this work, we first investigate the transversal and longitudinal wave velocities in granular assemblies composed of glass beads under uniaxial load by the time-of-flight method. Then the ratio G/B, (G is the shear modulus and B is the bulk modulus) as a function of pressure is analyzed, based on the theory of classical elasticity. Experimental results show that, with the pressure increasing from 10 to 100 kPa, i) the velocity of longitudinal wave (c_{L}) is obviously faster than that of transversal one (c_{T}) in the granular system(the ratio $c_{\mathrm{L}}/c_{\mathrm{T}}$ is about 1.6), and the c_{L} and c_{T} of the system show power law scaling, i.e. $c_{\mathrm{L}} \propto p^{0.3817}$, $c_{\mathrm{T}} \propto p^{0.2809}$; ii) the ratio G/B decreases in the low pressure range for glass beads packing, i.e. $G/B \propto p^{-0.4539}$. It is found that the power-law exponent of G/B with pressure is very close to $-1/2$ (the prediction in 2015 Phys. Rev. Lett. **114** 035502), suggesting that the granular system lies in glass L state within the pressure range in our experiment. Furthermore, the fast Fourier transform method is used to study the variation of acoustic attenuation and nonlinear characteristics in granular materials. Our results reveal that the acoustic attenuation coefficient (α) and the ratio of the second harmonic amplitude ($\mu_{2\omega}$) to the square of fundamental amplitude ($\mu_{1\omega}$) at the receiving end in the granular system, $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2$, both decrease in power law with the increase of pressure, i.e. $\alpha \propto p^{-0.1879}$, $\mu_{2\omega}/\mu_{1\omega}^2 \propto p^{-0.866}$, respectively.

Keywords: granular matter, acoustic velocity, acoustic attenuation, nonlinear

PACS: 45.70.–n, 46.40.Cd, 43.40.+s **DOI:** 10.7498/aps.65.024501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11272048, 51239006) and the European Commission Marie Curie Actions (Grant No. IRSES-294976).

† Corresponding author. E-mail: zhguohua@sas.ustb.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn