

耦合电磁场对石墨烯量子磁振荡的影响

卢亚鑫 马宁

The coupled electromagnetic field effects on quantum magnetic oscillations of graphene

Lu Ya-Xin Ma Ning

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 027502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.027502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.027502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I2>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于交换作用的纳磁逻辑电路片上时钟结构研究

On-chip clocking for exchange-interaction-based nanomagnetic logic circuits

物理学报.2014, 63(22): 227503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.227503>

Fe₃O₄ 纳米颗粒/聚二甲基硅氧烷复合材料磁电容效应的研究

Effect of magnetic capacitance in the Fe₃O₄ nanopartides and polydimethylsiloxane composite material

物理学报.2014, 63(5): 057501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.057501>

准周期调制下自旋 1/2 反铁磁 XY 模型中的晶格畸变行为

Behaviors of lattice distortions in the spin 1/2 antiferromagnetic XY model with quasiperiodic modulation

物理学报.2013, 62(15): 157501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.157501>

CoFe₂O₄ 和 MnFe₂O₄ 纳米复合介质的制备及其磁性研究

Synthesis and magnetic properties of CoFe₂O₄ and MnFe₂O₄ nano composites

物理学报.2012, 61(20): 207502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.207502>

随机外磁场对一维 Blume-Capel 模型动力学性质的影响

Effects of random external fields on the dynamics of the one-dimensional Blume-Capel model

物理学报.2012, 61(10): 107501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.107501>

耦合电磁场对石墨烯量子磁振荡的影响*

卢亚鑫 马宁†

(太原理工大学物理与光电工程学院, 太原 030024)

(2015年6月25日收到; 2015年10月27日收到修改稿)

我们研究了包含自旋轨道耦合与杂质散射在内的石墨烯量子磁振荡对外加电磁场的响应. 我们发现, 石墨烯中自旋轨道耦合、电磁场以及边界共同修正了朗道能谱, 且当电场与磁场比值超过某一临界值时, 量子磁振荡会突然消失, 这与非相对论二维电子气的情况显著不同. 这种现象可以通过朗道量子化轨道由封闭转化为开放的半经典理论来解释. 此外, 我们还发现杂质散射和温度的共同作用会使得磁振荡振幅衰减. 我们的结果可用于分析石墨烯及其类似结构(硅烯、锗烯、锡烯等)的费米能级与朗道能谱的相互作用, 进而探测自旋轨道耦合引起的能隙.

关键词: 石墨烯, 自旋轨道耦合, 量子磁振荡, 朗道能级

PACS: 75.75.-c, 75.10.Jm, 71.70.Di

DOI: 10.7498/aps.65.027502

1 引言

2004年, Geim和Novoselov等^[1], 在实验上首次制备出石墨烯(Graphene). 一年后, 他们的小组与Kim小组, 在实验上观测到垂直磁场下石墨烯载流子的反常磁输运性质^[2,3], 即苏布尼科夫-德哈斯效应(Shubnikov-de Haas, SdH)的非零Berry相位和半整数量子霍尔效应(half integer quantum hall, HIQH). 之后不久, Gusynin等^[4-7]便在理论上成功解释了这些反常现象, 并利用刘维尔方程(Liouville equation)和久保(Kubo)公式, 较早地导出了电子电导率与磁场的定量关系, 与实验结果基本符合.

值得注意, Lukose等通过理论计算发现^[8], 具体表现为电场与磁场的竞争会使朗道态受到挤压, 导致电子和空穴态混合, 同时还会使朗道能级间隔收缩; 另一方面, 磁场会形成朗道能级, 而电场则会使朗道能量及其间隔发生收缩, 且当电场与磁场的比值达到某一特殊值时, 所有能级就会整体塌缩.

这一新奇的临界场效应, 后来被Gu等^[9]在实验上证实, 以此为切入点, 国内外很多课题组^[10-16]相继研究了电磁场耦合对于石墨烯及其纳米带量子热力学性质(如热力学势、磁化强度、磁化率、比热以及电热、磁热效应等)的影响, 发现了很多传统半导体中未曾有过的物理现象. 但是这些研究, 也只揭示了电场调控石墨烯及其纳米带热力学性质的机理, 并没有分析自旋轨道耦合作用对其的影响.

众所周知, 自旋电子学的相关应用主要依赖于对自旋轨道相互作用的调控, 因为该相互作用耦合了电子的自旋自由度和轨道运动, 从而提供了通过外电场^[17]或者栅极电压来操控电子自旋的有效途径. 目前, 通过自旋轨道耦合实现自旋注入、自旋探测以及电子器件的自旋操作等方式已经在半导体和金属材料中得到了广泛的研究^[18,19]. 石墨烯的自旋轨道耦合包含内禀和外禀两种^[20]. 密度泛函理论和其他计算方法表明^[21,22], 对于无穷大的理想石墨烯平面^[23,24], 内禀自旋轨道耦合是比较弱的, 耦合强度大约在1—50 μeV 范围, 因此只有在极低温条件下才能被探测到. 外在自旋轨道耦合,

* 国家自然科学基金(批准号: 11074196, 11304241)、太原理工大学引进人才基金(批准号: tyutrc-201273a)和太原理工大学校基金(批准号: 1205-04020102)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: maning@tyut.edu.cn

产生于石墨烯与基底界面,由杂质^[25]和垂直于外加电场(即Rashba自旋轨道耦合)产生,也可以完全由基底产生^[24].Rashba自旋轨道耦合使得电场也可以用于操控自旋^[19],不再是原来的仅有磁场才能操控.本质上,在二维半导体结构中,Rashba自旋轨道耦合由反演不对称性引起^[26].同时我们也注意到,最近发现的硅烯、锗烯和锡烯等材料与石墨烯有相似结构,但是它们却有比石墨烯强的多的自旋轨道耦合作用(具体为硅烯1.55 meV^[27]、锗烯23.9 meV^[28]和锡烯52 meV^[29]).因此,本文研究外加电磁场条件下,自旋轨道耦合对石墨烯纳米带的德哈斯-范阿尔芬效应(de Haas-van Alphen)——量子磁振荡的影响,不仅是对石墨烯,对与其有类似结构的材料(如硅烯、锗烯和锡烯等)也具有普适意义.进一步地,该效应还可以用于探测此类材料物理系统的热力学性质,例如,磁化率 χ 、磁化强度 M ,以及态密度(DOS)等,这将有助于进一步研发此类材料的磁电纳米器件和自旋电子学器件.

2 石墨烯纳米带粒子的能量本征态和本征值

我们首先构建了两种不同边界类型的石墨烯纳米带(如图1),用符号 q_w 来标记两种纳米带沿宽度方向的层数,

$$\begin{aligned} L_{x\text{zigzag}} &= (1.5q_w - 1)a, \\ L_{x\text{armchair}} &= (q_w - 1)a\sqrt{3}/2. \end{aligned} \quad (1)$$

石墨烯低能量电子激发态可用无质量的狄拉克方程描述^[1,30].外加面内电场 $[E = (-E,$

$0, 0), U = E_{ex}]$ 和面外垂直磁场 $[B = (0, 0, B), A = (0, B_x, 0)]$,这里去朗道规范为 $A(r) = \hat{B}\hat{x}\hat{y}$, E 是电场强度, B 为磁感应强度.包含自旋轨道耦合的单粒子哈密顿量表示为

$$H = v_F\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\Pi} + IeE_x + \Delta_{SO}\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\tau}_zs_z, \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{p} + e\mathbf{A}$ 是正则动量, $\boldsymbol{\sigma}_z = \pm 1$ 描述A(B)子格点的态且 $\boldsymbol{\tau}_z = \pm 1$ 描述 $K(K')$ 点, $\boldsymbol{\sigma}$ 和 \mathbf{s} 表示泡利矩阵, I 表示单位矩阵.根据量子相对论^[31],我们得到了自旋轨道耦合、静电势和磁约束势共同修正的朗道能谱:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n,k_y} &= \text{sgn}(n)\sqrt{\Delta_{SO}^2 + 2|n|\hbar eBv_F(1 - \beta^2)^{3/4}} \\ &\quad + \hbar v_F\beta p_y, \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式表明:粒子的能量实际上等于谐振子量子化能量与静电势能之和.耦合电磁场参量 $\beta = E/v_FB$,需要遵从狭义相对论中的洛伦兹(Lorentz)协变要求 $|\beta| < 1$.玻尔-索末菲(Bohr-Sommerfeld)量子化条件^[32,33]如下:

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{(\varepsilon - eE_x - \Delta_{SO})^2/v_F^2 - (p_y - eE_x)^2} dx \\ = \pi\hbar(n + \gamma), \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式中, x_1 和 x_2 分别对应经典物理两个拐点, γ 是常数($0 < \gamma < 1$).当 β 接近1时,其中一个拐点变为无穷大,对应的物理图像由原来的闭轨道转变为开放轨道,此时静电势能在与洛伦兹力的竞争中占有压倒性的绝对优势.具体地,当 $|\beta| < 1$,能谱是量子化的,然而当 $|\beta| \geq 1$ 时,能谱则变成准连续的.也就是说,在 $|\beta| = 1$ 处发生了量子到经典的相变,标志就是量子化的闭合轨道($|\beta| < 1$)和开放轨道($|\beta| > 1$)之间的转变,此时洛伦兹力与电场力平衡.

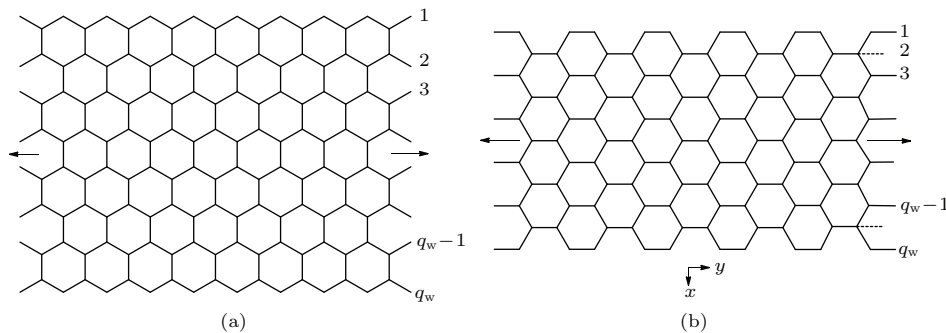


图1 两种边界类型的石墨烯纳米带 (a)锯齿型;(b)扶手型

Fig. 1. Zigzag graphene (a) and armchair graphene (b) nanoribbon.

进一步地, 由方程(3)可以看出, 朗道能级间距被电场修正 $(1 - \beta^2)^{3/4}$ 且变为不均匀的, 但是在非相对论情况下此间距不依赖于电场且是均匀间距的. 随着参量 β 的增大, 朗道能级间距减小, 最终导致了朗道能级的混合. 有趣的是, 在强电场情况 $|\beta| = 1$ 时, 全部朗道能级突然塌缩. 最近有研究报道了无质量载流子的朗道能级受到抛物势能 $U(x) = -ax^2$ 的限制也会出现类似的奇异现象^[9]. 同时, 自旋轨道耦合、电磁场、低能量范围内的电子与空穴的混合打破了时间反演对称性, 并破坏了能量色散关系的偶对称, 保留了 K 的奇对称性 $E_{e,k} = -E_{h,-k}$. 这表明在 $n = 0$, $E_{e,k} = E_{h,k_y} = \nabla_{so} + \hbar\nu F\beta\kappa_y$ 时电子空穴色散出现衰减.

本征函数为

$$\Psi_{n,k_y}(x,y) \propto \exp(ik_y y) \exp[-(\beta/2)\alpha_y] \times \phi_n(\xi) \chi_{\pm}(\beta), \quad (5)$$

式中, $\phi_n(\xi)$ 和 $\chi_{\pm}(\beta)$ 分别代表谐振子的轨道和旋量波函数. 显然, 能量本征值实际上就是轨道和旋量波函数的解. 在(5)式中, 我们定义

$$\xi \equiv \frac{(1 - \beta^2)^{3/4}}{l_c} \times \left[x - l_c^2 k_y + \text{sgn}(n) \frac{\sqrt{2|n|} l_c \beta}{(1 - \beta^2)^{1/4}} \right]. \quad (6)$$

根据(6)式, 可得

$$x_0 = l_c^2 k_y - \text{sgn}(n) \frac{\sqrt{2|n|} l_c \beta}{(1 - \beta^2)^{1/4}}. \quad (7)$$

在静电势 $U(x)$ 作用下, 遵从量子力学判据计算朗道态 Ψ_{n,k_y} . 由 $k_y = 2\pi l/L_y$ 变分可得 $\delta k_y = 2\pi/L_y$. 由(7)式得

$$\Delta x_0 = l_c^2 \Delta k_y. \quad (8)$$

又因为, 要求朗道态集中在纳米带的宽度范围内即 $\Delta x_0 = L_x$, 所以 $\Delta k_y = L_x/l_c^2$. 因此, 对于确定量子数 n , 按量子数 k_y 分布的朗道态数目为

$$D = \frac{g_s \Delta k_y}{\delta k_y} = \frac{2eB}{\hbar\pi} L_x L_y, \quad (9)$$

式中, $g_s = 4$ 包含了自旋和子晶格简并.

这时, 朗道能级需要由包含自旋轨道耦合项的 δ 函数表示, 对 δ 函数求和就可以得到朗道态的数目为

$$D_0(\varepsilon) = \frac{eS}{\hbar\pi} \left\{ \delta(\varepsilon - \Delta) + \delta(\varepsilon + \Delta) \right\}, \quad (10)$$

式中, 定义 $\Delta = \Delta_{so}(1 - \beta^2)^{3/4}$, 这一项主要由自旋轨道耦合引起, 然后被电场修正. 利用 δ 函数公式, 可得

$$D_0(\varepsilon) = \frac{2eB|\varepsilon|S}{\hbar\pi} \left[\delta(\varepsilon^2 - \Delta^2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \delta(\varepsilon^2 - \Delta^2 - 2neB^*\hbar v_F^2) \right] = \frac{eBS}{\hbar\pi} \text{sgn}(\varepsilon) \times \frac{d}{d\varepsilon} \left[\theta(\varepsilon^2 - \Delta^2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \theta(\varepsilon^2 - \Delta^2 - 2neB^*\hbar v_F^2) \right], \quad (11)$$

式中, θ 是阶跃函数且 $B^* = B(1 - \beta^2)^{3/2}$, $2eB/(\hbar\pi)$ 表示对于确定量子数 n 的朗道能级上的粒子数密度. 应用泊松求和公式:

$$\frac{1}{2}F(0) + \sum_{n=1}^{\infty} F(n) = \int_0^{\infty} F(x) dx + 2\text{Re} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} F(x) e^{2\pi i k x} dx. \quad (12)$$

对朗道能级求和:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \theta(\varepsilon^2 - 2neB^*\hbar v_F^2) = \theta(\varepsilon^2) \left[-\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon^2}{2eB^*\hbar v_F^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\pi k \frac{\varepsilon^2}{2eB^*\hbar v_F^2}\right)}{\pi k} \right], \quad (13)$$

代入(12)式, 最终可以获得考虑自旋轨道耦合作用, 但不含杂质影响的朗道态数目的表达式为

$$D_0(\varepsilon) = \frac{eBS}{\hbar\pi} \text{sgn}(\varepsilon) \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ \theta(\varepsilon^2 - \Delta^2) \left[\frac{\varepsilon^2 - \Delta^2}{eB^*\hbar v_F^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi k} \sin\left(\pi k \frac{\varepsilon^2 - \Delta^2}{eB^*\hbar v_F^2}\right) \right] \right\}. \quad (14)$$

借助洛伦兹分布函数 $P_{\Gamma} = \Gamma/[\pi(\omega^2 + \Gamma^2)]$, 引入杂质散射

$$D(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega P_{\Gamma}(\omega - \varepsilon) D_0(\varepsilon), \quad \int_{-\infty}^{\infty} d\omega P_{\Gamma}(\omega) = 1. \quad (15)$$

因为 $D_0(\varepsilon)$ 是关于 ε 的偶函数, $D(\varepsilon)$ 的表达式可以写为如下形式:

$$D(\varepsilon) = \frac{eBS}{\hbar\pi} \operatorname{sgn}(\varepsilon) \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ \theta(\varepsilon^2 - \Delta^2 - \Gamma^2) \times \left[\frac{\varepsilon^2 - \Delta^2 - \Gamma^2}{eB^* \hbar v_F^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi k} \times \sin \left(\pi k \frac{\varepsilon^2 - \Delta^2 - \Gamma^2}{eB^* \hbar v_F^2} \right) \times \exp \left(- \frac{2\pi k |\varepsilon| \Gamma}{eB^* \hbar v_F^2} \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

说明朗道态数目的振荡部分包含在方程(16)中 k 的总和中.

3 计算结果与讨论

所有热力学变量, 例如磁化强度 M 和电子数目 N 都可以通过相对论热力学势 Ω_{ger} 得到, 计算如下^[10]:

$$\Omega_{\text{ger}}(T, \mu) = -T \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon N(\varepsilon) \times \ln \left(2 \cosh \frac{\varepsilon - \mu}{2T} \right), \quad (17)$$

式中, 定义 $\mu = \mu_0(1 - \beta^2)^{3/4}$ 和 $\mu_0 = \sqrt{(\hbar v_F)^2 \rho \pi + \Delta_{\text{SO}}^2 + \Gamma_0^2}$. 同样选定 $\mu > 0$, 热力学势 Ω_{ger} 最终可以表达为常规项(即非振荡)和振荡项之和, 这两项对应相同的物理图像, 即朗道能级整数填充而且全部填满. 热力学势 Ω_{ger} 主要由磁场决定, 电场只做微小修正.

电场引起的额外能项 Ω_{add} , 可以由能量项 $E(\omega)$ 与温度分布函数 $P_T(z)$ 做卷积得到:

$$\Omega_{\text{add}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega P_T(\omega - \mu) E(\omega), \quad (18)$$

式中, ω 和 μ 均为能量变量. 对应的物理图像是最高朗道能级(由 n_F 标记)部分填充, 即未填满. 能量项 $E(\omega)$ 定义为

$$E = \sum_{l=-l_F}^{l_y} 2\pi L_x \hbar v_F \beta l, \quad (-l_F \leq l_y \leq l_F). \quad (19)$$

(19) 式表明如果电场为零, 就会导致 Ω_{add} 瞬间消失. 分布函数 $P_T(z)$ 为

$$P_T(z) = - \frac{\partial n_F(z)}{\partial z} = \frac{1}{4k_B T \cosh^2 \frac{z}{2k_B T}}. \quad (20)$$

最后, 总体力学势能可表示为

$$\Omega(T, u) = \Omega_{\text{reg}} + \Omega_{\text{osc}} + \Omega_{\text{add}}. \quad (21)$$

当温度较低时忽略 $O(k_B T)$, 热力学势

$$\Omega_{\text{reg}} = - \frac{\zeta(3/2) v_F S}{\pi^2 \sqrt{2\hbar}} (eB)^{3/2} (1 - \beta)^{3/4} + \frac{2u_0 S (u_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)}{3\pi (\hbar v_F)^2} \times (1 - \beta^2)^{3/4}, \quad (22)$$

$$\Omega_{\text{add}} = \sum_{k=1}^{\infty} \pi L_x \hbar v_F \beta A_{\Omega_0} R_D R_T, \quad (23)$$

式中,

$$A_{\Omega_0} = \frac{(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)^2}{\pi^2 (\hbar v_F)^4} - \frac{2eB(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)}{\hbar(\pi \hbar v_F)^2} \times \left(2 \left[\frac{\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2}{2e\hbar v_F^2 B} \right] + 1 \right) + \left[\frac{\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2}{2e\hbar v_F^2 B} \right] \times \left(\left[\frac{\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2}{2e\hbar v_F^2 B} \right] + 1 \right) \times \left(\frac{2eB}{\hbar\pi} \right)^2. \quad (24)$$

(24) 式与 $(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)/2e\hbar v_F^2 B$ 的整数部分有关, 这里用方括号 $[\]$ 表示取整数.

接着引入和杂质势相关的衰减因子

$$R_D(k, \mu) = \exp \left(- 2\pi k \frac{\mu_0 \Gamma_0}{e\hbar v_F^2 B} \right). \quad (25)$$

(25) 式描述了由于电子散射引起的第 k 阶模式 (k 为任意整数) 谐振子振幅的衰减. 显然, 少量杂质会使得振荡曲线变得平滑. 上述衰减因子 R_D 是描述 Dingle 谐振子阻尼的一般形式. 对于非相对论情况, 这一衰减因子通常由非相对论回旋频率表示如下:

$$R_D^{\text{NR}}(k) \propto \exp \left(- 2\pi k \frac{\Gamma_0}{\omega_c} \right). \quad (26)$$

对比(25)式和(26)式, 可以发现进一步增大 μ_0 会使磁振荡衰减至不可见. 但是, 对于非相对论情况则恰恰相反, R_D 并不依赖于化学势 μ_0 .

温度衰减因子为

$$R_T(k, \mu) = \frac{2\pi^2 k \mu_0 k_B T / (e\hbar v_F^2 \tilde{B})}{\sinh \frac{2\pi^2 k \mu_0 k_B T}{e\hbar v_F^2 \tilde{B}}}. \quad (27)$$

这就是著名的 Lifshits-Kosevich 公式的温度衰减因子, 它与相对论情况等价. 这里, 我们定义 $\tilde{B} = B(1 - \beta^2)^{3/4}$. (27) 式表明: 温度衰减因子不仅依赖于温度, 而且还和外场有关. 考虑约束条件 Γ_0 , $\sqrt{e\hbar v_F^2 B} \ll \mu_0$, 保留渐进式的主要项, 最终获得热力学势振荡项 Ω_{osc} (忽略 θ 函数):

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{osc}}(T, \mu) &= \frac{(eBv_F)^2 S}{\pi\mu_0} (1 - \beta^2)^{3/4} \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi kw)}{(\pi k)^2} R_T(k, \mu) \\ &\times R_D(k, \mu), \end{aligned} \quad (28)$$

其中, 定义 $w = (\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)/(e\hbar v_F^2 B)$, 这一项包含自旋轨道耦合项. 显然, 当 $T \rightarrow 0$ 时, $R_T(k, \mu) \rightarrow 1$, (28) 式就退化到零温时的结果. 与零温结果相比较, 有限温度诱发的能级展宽会使得磁振幅衰减. 根据 (28) 式, 在给定 μ_0 和 Δ_{SO} 的情况下, 杂质会使得磁振荡频率减小. 对于文中的相对论模型, 磁振荡频率减小是明确的. 但是, 对于非相对论模型, 即使是在有杂质时, 磁振荡频率也将保持不变. 这一显著区别可以追溯到零场时两种物理图景下的态密度不同, 由于不是本文重点, 这里不再赘述.

接下来我们继续讨论在温度部位零时, 处于交叉电磁场中的石墨烯的电子磁化强度, 磁化强度由下式决定 [34]:

$$M = -(\partial\Omega/\partial B)_N, \quad (29)$$

式中, N 表示石墨烯分子中全部电子数目, 定义 $B = \mu_{\text{p}0}H$, 其中 $\mu_{\text{p}0}$ 是真空磁导率, H 是磁场强度. 最终, 磁化强度分为三部分, 其中常规项和额外能项分别为

$$\begin{aligned} M_{\text{reg}}^{\Gamma} &= -\frac{3e\sqrt{eB\hbar}\zeta(3/2)v_F S}{2\sqrt{2}\pi^2\hbar(1 - \beta^2)^{1/4}} \\ &- \frac{\mu_0 S(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)\beta^2}{\pi(\hbar v_F)^2 B(1 - \beta^2)^{1/4}}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{add}}^{\Gamma} &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi\hbar v_F \beta}{B} L_x A_{M_0} R_D R_T \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi\hbar v_F \beta(2 + \beta^2)L_x R_D}{2B(1 - \beta^2)} \\ &\times A_{\Omega_0}(R_T^* - R_T) \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} \pi L_x \hbar v_F \beta A_{\Omega_0} A_{R_D} R_D R_T, \end{aligned} \quad (31)$$

式中,

$$\begin{aligned} A_{R_D} &= 2\pi k \frac{\mu_0 \Gamma_0}{e\hbar v_F^2 B^2}, \quad (32) \\ A_{M_0} &= \frac{(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)^2}{\pi^2(\hbar v_F)^4} - \left[\frac{\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2}{2e\hbar v_F^2 B} \right] \\ &\times \left(\left[\frac{\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2}{2e\hbar v_F^2 B} \right] + 1 \right) \\ &\times \left(\frac{2eB}{\hbar\pi} \right)^2. \end{aligned} \quad (33)$$

且有

$$R_T^*(k, \mu) = R_T^2(k, \mu) \cosh \frac{2\pi^2 k \mu_0 k_B T}{e\hbar v_F^2 \tilde{B}}. \quad (34)$$

显然, 当 $T \rightarrow 0$, $R_T(k, \mu) \rightarrow 1$ 且 $R_T^*(k, \mu) \rightarrow 1$. 另外, 振荡部分为

$$\begin{aligned} M_{\text{osc}}^{\Gamma} &= \left[A_{M_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\pi k} \sin(\pi kw) \right. \\ &+ (A_{M_2} + A_{M_3}) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\pi k)^2} \cos(\pi kw) \left. \right] \\ &\times R_D R_T \\ &+ A_{M_4} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi kw)}{(\pi k)^2} R_D \\ &\times (R_T^* - R_T). \end{aligned} \quad (35)$$

(35) 式中,

$$\begin{aligned} A_{M_1} &= -\frac{eS(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)(1 - \beta^2)^{3/4}}{\pi\mu_0\hbar}, \\ A_{M_2} &= -\frac{BS(ev_F)^2(4 - \beta^2)}{2\pi\mu_0\hbar(1 - \beta^2)^{1/4}}, \\ A_{M_3} &= -\frac{2ekS\Gamma_0(1 - \beta^2)^{3/4}}{\hbar}, \\ A_{M_4} &= -\frac{(ev_F)^2 BS(2 + \beta^2)}{2\pi\mu_0(1 - \beta^2)^{1/4}}. \end{aligned}$$

根据 (35) 式, 可得磁化强度量子磁振荡周期为

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2e\hbar v_F^2}{(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)} = \frac{2e}{\pi\hbar\rho}. \quad (36)$$

(36) 式中,

$$\rho = N/S = \frac{(\mu^2 - \Delta^2 - \Gamma^2)}{\pi(\hbar v_F^2)^2(1 - \beta^2)^{3/2}}$$

是外加电磁场时的粒子数密度. 因为系统粒子数目守恒, 所以 $\rho = \mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2/\pi(\hbar v_F^2)^2$. 显然, 在给定 μ_0 和 Γ_0 的条件下, 自旋轨道耦合项 Δ_{SO} 的存在增加了振荡周期.

图 2 描述了不同自旋轨道耦合作用下, 磁化强度 M 随 $1/B$ 的变化关系. 结果发现, 自旋旋

道耦合项 Δ_{SO} 使得振荡周期发生了明显改变. 根据 (36) 式, 即使对于一个非常小的自旋轨道耦合数值 $\Delta_{\text{SO}} \leq 10^{-2}\mu_0$, 也会使周期有一个可观的变化 (~ 0.045 T). 因此, 我们可以利用周期改变的办法来探测自旋轨道耦合引起的能隙大小.

图 3 表明电场越强, 磁振荡效应就越明显, 这是因为增加的电场强度实际上增大了附加能量项 Ω_{add} 或者说使得越来越多的朗道能级约束在 $k = 0$ 附近从而增加了振幅. 另外, 磁化强度会在奇点 $|\beta| = 1$ 处突然变化到无穷, 暗示闭轨道转变为开轨道.

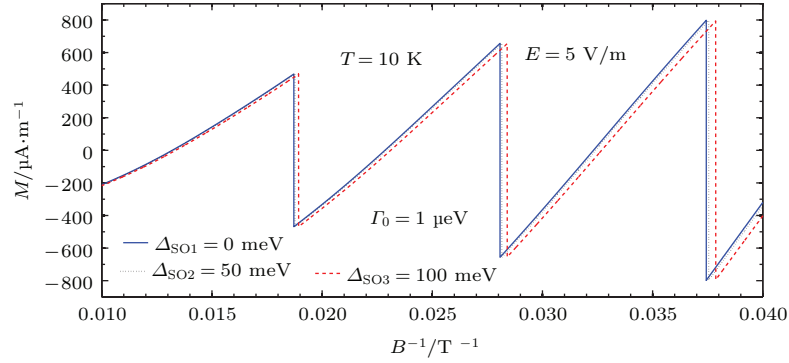


图 2 (网刊彩色) 不同自旋轨道耦合作用下磁化强度 M 随着 $1/B$ 变化的函数曲线图 (这里取 $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J, $E = 5$ V·m $^{-1}$, $T = 10$ K)

Fig. 2. (color online) Magnetization M as a function of reciprocal magnetic field $1/B$ for three different values of the Δ_{SO} for $E = 5$ V·m $^{-1}$. We use $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J and $T = 10$ K.

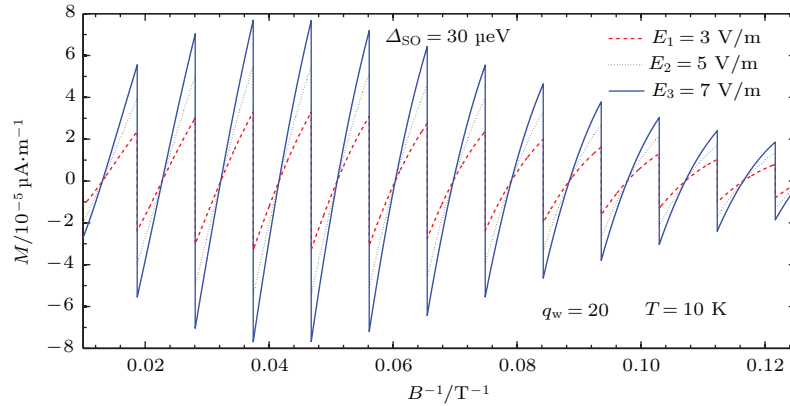


图 3 (网刊彩色) 不同电场下磁化强度 M 随着 $1/B$ 变化的函数曲线图 (三条曲线分别对应着电场强度 $E_1 = 3$ V·m $^{-1}$, $E_2 = 5$ V·m $^{-1}$, $E_3 = 7$ V·m $^{-1}$, 这里取 $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J, $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21}$ J 和 $T = 10$ K)

Fig. 3. (color online) Magnetization M is plotted as a function of reciprocal magnetic field $1/B$. Three oscillation curves correspond to $E_1 = 3$ V·m $^{-1}$, $E_2 = 5$ V·m $^{-1}$ and $E_3 = 7$ V·m $^{-1}$, respectively. We take for $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J, $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21}$ J and $T = 10$ K.

图 4 描述了不同温度下的 $M-1/B$ 函数图. 结果发现, 随着磁感应强度 B 的减小, 杂质散射和温度引起了磁化强度振幅的阻尼, 最终衰减为零. 正如图中所阐述的, 对于给定的 Γ_0 , 高温加速了振幅的衰减, 进而抑制了整个磁振荡. 此外, 通过对比图 3 和图 4, 可以发现: 低温极限下磁振荡呈现尖锐的锯齿形, 但是随着温度 T 和杂质势 Γ_0 的增加振幅开始变得光滑. 这一结果表明, 振幅的尖锐程

度取决于 T 和 Γ_0 的数值.

我们根据已知磁化强度, 可求得对应的磁化率为

$$\chi_{\text{reg}}^{\text{T}} = \frac{3eS\mu_{\text{p0}}\sqrt{e\hbar}\zeta(3/2)v_{\text{F}}}{4\sqrt{2B}\pi^2\hbar(1-\beta^2)^{5/4}}(1-2\beta^2) + \frac{\mu_0S(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)\beta^2\mu_{\text{p0}}(6-5\beta^2)}{2\pi(\hbar v_{\text{F}}B)^2(1-\beta^2)^{5/4}}, \quad (37)$$

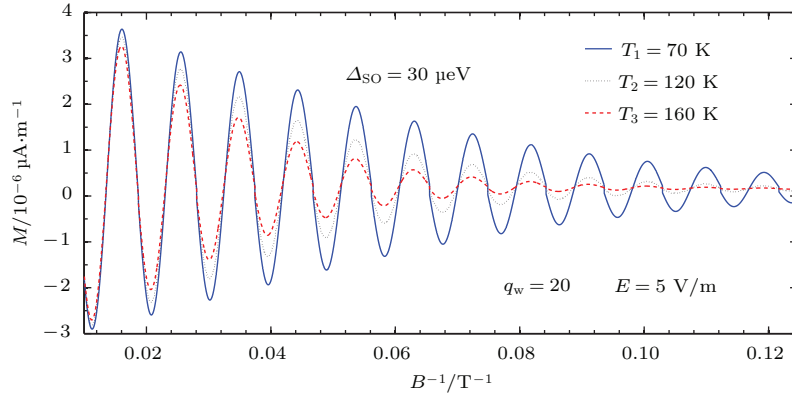


图4 (网刊彩色) 不同温度下磁化强度 M 随着 $1/B$ 的变化关系 (三条曲线分别对应着温度 $T_1 = 70$ K, $T_2 = 120$ K 和 $T_3 = 160$ K, 这里取 $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J, $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21}$ J)

Fig. 4. (color online) Magnetization M to reciprocal field $1/B$ for $E = 5$ V·m $^{-1}$. Three curves correspond to temperature $T_1 = 70$ K, $T_2 = 120$ K and $T_3 = 160$ K, respectively. We use $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19}$ J and $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21}$ J.

$$\chi_{\text{add}}^T = \sum_{k=1}^{\infty} \pi \hbar v_F \beta \mu_{p0} R_D L_x \times \left[2R_T(R_T^* - R_T) \cosh \frac{2\pi^2 k T \mu_0}{e \hbar v_F \tilde{B}} - R_T^3 \sinh^2 \frac{2\pi^2 k T \mu_0}{e \hbar v_F \tilde{B}} - (R_T^* - R_T) \right]. \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \left[- \frac{2(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2)^2}{\pi B (\hbar v_F)^4} \right. \right. \\ & \left. \left. + 2(A_{M_0} + A_{\Omega}) A_{R_D} - B A_{\Omega_0} A_{R_D}^2 \right] \times \frac{R_T}{B} \right. \\ & \left. + (A_{M_0} - B A_{\Omega_0} A_{R_D}) \frac{2 + \beta^2}{B^2 (1 - \beta^2)} \right. \\ & \left. \times (R_T^* - R_T) - A_{\Omega_0} A_{\chi_0} \right\}, \quad (38) \end{aligned}$$

在 (39) 式中,

$$\begin{aligned} \chi_{\text{osc}}^T &= \left[(A_{\chi_1} + A_{\chi_2} + A_{\chi_3}) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos(\pi k w) \right. \\ & \left. + (A_{\chi_4} + A_{\chi_5}) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\pi k} \sin(\pi k w) \right] \\ & \times S R_D R_T + \left[A_{M_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\pi k} \sin(\pi k w) \right. \\ & \left. + (A_{M_2} + A_{M_3}) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\pi k)^2} \cos(\pi k w) \right] \\ & \times \frac{(2 + \beta^2)}{B(1 - \beta^2)} R_D (R_T^* - R_T) \\ & - \frac{S(e B v_F)^2}{\pi \mu_0} A_{\chi_0} (1 - \beta^2)^{3/4} \\ & \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi k w)}{(\pi k)^2} R_D(k, \mu). \quad (39) \end{aligned}$$

(38) 式引入了

$$\begin{aligned} A_{\chi_0} &= \frac{(\beta^4 - 5\beta^2 - 2)}{B^2(1 - \beta^2)^2} \\ & \times \left(R_T^* - R_T + \frac{(2 + \beta^2)^2}{4B^2(1 - \beta^2)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\chi_1} &= - \frac{2e\mu_{p0}\Gamma_0(\beta^2 - 2)}{\pi^2 k \hbar B (1 - \beta^2)^{1/4}}, \\ A_{\chi_2} &= \frac{\mu_{p0}(1 - \beta^2)^{3/4}}{\pi \mu_0 (\hbar v_F B)^2} [(\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2) \\ & - 2\mu_0^2(\Gamma_0^2 + \Delta_{\text{SO}}^2)], \\ A_{\chi_3} &= - \frac{(-e v_F)^2 \mu_{p0} (8 - 10\beta^2 - \beta^4)}{4\pi \mu_0 (\pi k)^2 (1 - \beta^2)^{5/4}}, \\ A_{\chi_4} &= - \frac{\mu_{p0} e (\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2) (\beta^2 + 2)}{\pi \mu_0 \hbar B (1 - \beta^2)^{1/4}}, \\ A_{\chi_5} &= - \frac{4\Gamma_0 \mu_{p0} k}{(\hbar v_F B)^2} (\mu_0^2 - \Delta_{\text{SO}}^2 - \Gamma_0^2) \\ & \times (1 - \beta^2)^{3/4}. \quad (42) \end{aligned}$$

图5中展示了在不同的电场 $E_1 = 0.02$ V·m $^{-1}$, $E_2 = 0.04$ V·m $^{-1}$, $E_3 = 0.06$ V·m $^{-1}$ 条件下, 磁化率振荡中心会先下降然后上升, 而且电场越强下降越明显. 同时, 振幅随着磁感应强度 B 的减小, 表现为先增大后减小, 最终衰减为零.

图6描述了磁化率在不同温度下随 $1/B$ 的变化情况. 图中三条曲线分别对应 $T_1 = 90$ K, $T_2 = 110$ K, $T_3 = 150$ K. 类似于磁化强度, 磁化率也展示了温度的依赖性, 即温度越高, 振荡效应就越不明显. 此外, 高温会抑制振荡中心偏离平衡位置, 使它对电场的响应不再那么敏感.

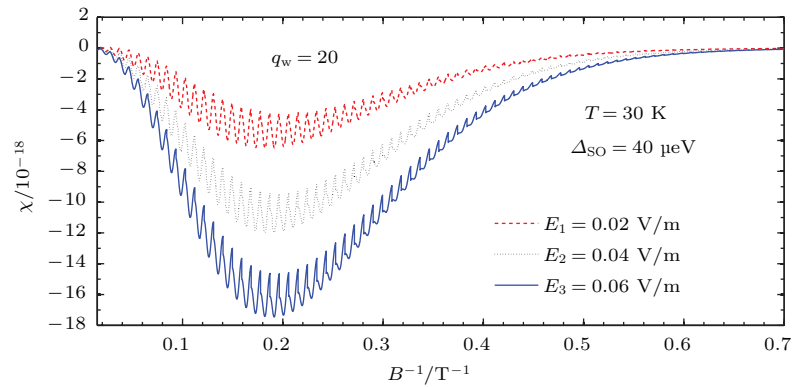


图5 (网刊彩色) 不同电场下磁化率 χ 随着 $1/B$ 的变化曲线图 (三条曲线分别对应的电场强度为 $E_1 = 0.02 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, $E_2 = 0.04 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, $E_3 = 0.06 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, 选择 $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19} \text{ J}$, $T = 30 \text{ K}$ 和 $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21} \text{ J}$)

Fig. 5. (color online) Susceptibility χ is plotted as a function of $1/B$. Three oscillation curves correspond to $E_1 = 0.02 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, $E_2 = 0.04 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ and $E_3 = 0.06 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, respectively. We use $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21} \text{ J}$ and $T = 30 \text{ K}$.

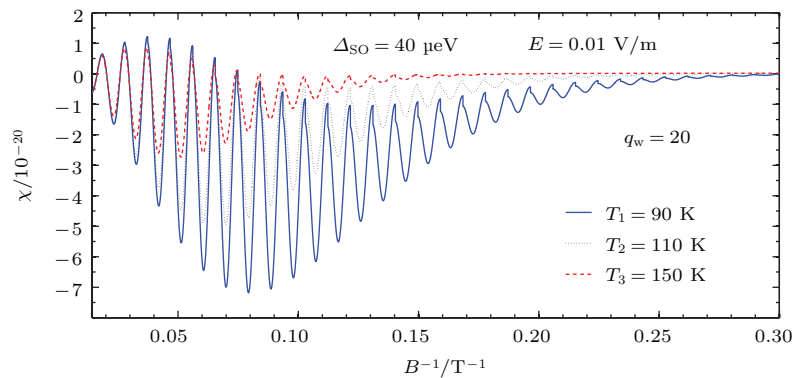


图6 (网刊彩色) 给定电场强度 $E = 0.01 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$, 不同温度下磁化率 χ 随着 $1/B$ 变化的函数曲线图 (三条曲线分别对应温度 $T_1 = 90 \text{ K}$, $T_2 = 110 \text{ K}$, $T_3 = 150 \text{ K}$, 这里取 $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19} \text{ J}$ 和 $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21} \text{ J}$)

Fig. 6. (color online) Susceptibility χ depends on reciprocal $1/B$ at $E = 0.01 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$. Three curves correspond to temperature $T_1 = 90 \text{ K}$, $T_2 = 110 \text{ K}$ and $T_3 = 150 \text{ K}$, respectively. We take for $\mu_0 = 1.5 \times 10^{-19} \text{ J}$ and $\Gamma_0 = 1.0 \times 10^{-21} \text{ J}$.

4 讨论与结论

本文主要从理论上揭示了石墨烯纳米带包含自旋轨道相互作用的量子磁振荡对电场和杂质散射的响应机理. 计算结果表明: 自旋轨道耦合、电磁场以及边界共同修正了朗道能谱. 在有限温度条件下, 磁化强度和磁化率不仅受到电场参量 β 的调控, 而且还要受到自旋轨道耦合的制约. 有趣的是我们发现了临界场的奇点效应, 即当电场参量 β 增加到 1 时, 磁化强度和磁化率会突然变为无穷大. 特别地, 针对这一反常现象, 我们结合玻尔-索末菲量子化条件给出了半经典解释, 即: 强磁场 $|\beta| < 1$, 能谱表征为分立的朗道能级, 但是 $|\beta| \geq 1$ 能谱就转变为连续能谱, 表明 $|\beta| = 1$ 是连接着经典图像

和量子图像的相变点. 也就是说, $|\beta| < 1$ 对应闭合轨道, $|\beta| \geq 1$ 则对应开放轨道. 同时, 随着磁感应强度 B 减小, 杂质散射和温度会引起磁振幅的阻尼并且最终衰减至零. 我们发现可以通过磁振荡探测由于自旋轨道相互作用在准粒子激发光谱中可能出现的带隙. 此外, 我们发现石墨烯的磁化率依赖于外场作用, 这意味着石墨烯材料可是非线性磁性介质. 以上的现象在标准的二维电子气材料中并不存在, 是由石墨烯低能载流子的相对论能谱特性产生的.

参考文献

- [1] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Zhang Y, Dubonos S V, Grigorieva I V, Firsov A A 2004 *Sci-*

- ence* **306** 666
- [2] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Katsnelson M I, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2005 *Nature* **438** 197
- [3] Zhang Y B, Tan Y W, Stormer H L, Kim P 2005 *Nature* **438** 201
- [4] Sharapov S G, Gusynin V P, Beck H 2003 *Phys. Rev. B* **67** 144509
- [5] Gusynin V P, Sharapov S G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146801
- [6] Gusynin V P, Sharapov S G 2005 *Phys. Rev. B* **71** 125124
- [7] Gusynin V P, Sharapov S G 2006 *Phys. Rev. B* **73** 245411
- [8] Lukose V, Shankar R, Baskaran G 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 116802
- [9] Gu N, Rudner M, Young A, Kim P, Levitov L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 066601
- [10] Zhang S L, Ma N, Zhang E H 2010 *J. Phys. Condens. Matter* **22** 115302
- [11] Ma N, Zhang S L, Liu D Q, Zhang E H 2011 *Phys. Lett. A* **375** 3624
- [12] Reis M S, Soriano S 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 112903
- [13] Reis M S 2013 *Solid State Commun.* **161** 19
- [14] Alisultanov Z Z 2014 *JETP Letters* **99** 232
- [15] Alisultanov Z Z 2014 *Physica B* **438** 41
- [16] Alisultanov Z 2014 *Phys. Letters A* **378** 2329
- [17] Ji Q S, Hao H Y, Zhang C X, Wang R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 087302 (in Chinese) [季青山, 郝鸿雁, 张存熙, 王瑞 2015 物理学报 **64** 087302]
- [18] Dresselhaus G, Dresselhaus M S 1965 *Phys. Rev.* **140** A401
- [19] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
- [20] Min H, Hill J E, Sinitsyn N A, Sahu B R, Kleinman L, MacDonald A H 2006 *Phys. Rev. B* **74** 165310
- [21] Huertas-Hernando D, Guinea F, Brataas A 2006 *Phys. Rev. B* **74** 155426
- [22] Gmitra M, Konschuh S, Ertler C, Ambrosch-Draxl C, Fabian J 2009 *Phys. Rev. B* **80** 235431
- [23] Yao Y, Ye F, Qi X L, Zhang S C, Fang Z 2007 *Phys. Rev. B* **75** 041401(R)
- [24] Varykhalov A, Sanchez-Barriga J, Shikin A M, Biswas C, Vescovo E, Rybkin A, Marchenko D, Rader O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 157601
- [25] Castro Neto A H, Guinea F 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 026804
- [26] Dresselhaus G 1955 *Phys. Rev.* **100** 580
- [27] Yang Y E, Xiao Y, Yan X H, Dai C J 2015 *Chin. Phys. B* **24** 117204
- [28] Cahangirov S, Topsakal M, Aktürk E, Sahin H, Ciraci S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 236804
- [29] Fang Y M, Hang Z Q, Hsu C H, Li X D, Xu Y X, Zhou Y H, Wu Z S, Chuang F C, Zhu Z Z 2015 *Scientific Reports* **5** 14196
- [30] Landau L D, Diamagnetismus D M 1930 *Z. Phys.* **64** 629
- [31] Landau L D, Lifshitz E M 1971 *Relativistic Quantum Theory* (New York: Pergamon Press) p100
- [32] Zutic I, Fabian J, Sarma S D 2004 *Rev. Mod. Phys.* **76** 323
- [33] Dresselhaus G, Dresselhaus M S 1965 *Phys. Rev.* **140** A401
- [34] Meng L, Wang Y L, Zhang L Z, Du S X, Gao H J 2015 *Chin. Phys. B* **24** 086803

The coupled electromagnetic field effects on quantum magnetic oscillations of graphene^{*}

Lu Ya-Xin Ma Ning[†]

(College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

(Received 25 June 2015; revised manuscript received 27 October 2015)

Abstract

We have investigated the quantum magnetic oscillations of graphene subjected to the spin-orbit interaction (SOI) in the presence of crossed uniform electric and magnetic fields and scattered from impurities at finite temperatures. Landau levels are shown to be modified in an unexpected fashion by the spin-orbit interaction, the electrostatic potential and magnetic confinement; this is strikingly different from the non-relativistic 2D electron gas. Furthermore, we derive the analytical expressions of the thermodynamic quantities subject to the SOI, such as density of states, thermodynamic potential, magnetization, and magnetic susceptibility etc. At finite temperatures, the magnetization and magnetic susceptibility can both be predicted to oscillate periodically as a function of reciprocal field $1/B$ and shown to be modulated through the SOI and the dimensionless parameter ($\beta = E/v_F B$). As β approaches unity, the values of magnetization and magnetic susceptibility finally move to infinity, indicating a transformation of closed orbits into open trajectories, thereby, leading to the vanishing of magnetic oscillations. And, the magnetic susceptibility depends largely on the external fields, suggesting that graphene should be a non-linear magnetic medium. Besides, the associative effect of impurity scattering and temperature may make the standard 2D electron gas be deemed as the consequence of the relativistic type spectrum of low energy electrons and holes in graphene. Also, we comment on a possibility of using magnetic oscillations for detecting a gap that may open in the spectrum of quasiparticle excitations due to the SOI.

Keywords: spin-orbit interaction, magnetic oscillations, graphene, Landau level

PACS: 75.75.-c, 75.10.Jm, 71.70.Di

DOI: [10.7498/aps.65.027502](https://doi.org/10.7498/aps.65.027502)

^{*} Project supported by the National Natural Science foundation of China (Grant Nos. 11074196, 11304241), the Qualified Personal Foundation of Taiyuan University of Technology (QPFT), China (Grant No. tyutrc-201273a), and the School Foundation of Taiyuan University of Technology, China (Grant No. 1205-04020102).

[†] Corresponding author. E-mail: maning@tyut.edu.cn